

Данный файл представлен исключительно в ознакомительных целях.

Уважаемый читатель!

Если вы скопируете данный файл,
Вы должны незамедлительно удалить его сразу после ознакомления с содержанием.
Копируя и сохраняя его Вы принимаете на себя всю ответственность, согласно действующему международному законодательству .
Все авторские права на данный файл сохраняются за правообладателем.
Любое коммерческое и иное использование кроме предварительного ознакомления запрещено.

Публикация данного документа не преследует никакой коммерческой выгоды. Но такие документы способствуют быстрейшему профессиональному и духовному росту читателей и являются рекламой бумажных изданий таких документов.

МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ЦИРКУЛЯЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПРИФИЛЬТРОВОЙ ЗОНЕ СКВАЖИНЫ

Шейко А. М., Ивашечкин В. В., Пулко Ю. В.

Белорусский национальный технический университет

Белорусский государственный университет

Аннотация

Разработана математическая модель установившегося циркуляционного движения жидкости в прифилтровой зоне совершенной скважины, фильтр которой разделен вертикальными пакерами на ряд нагнетательных и всасывающих секторов. Предложенная математическая модель позволяет определить давление и скорость жидкости в процессе циркуляции в любой точке прифилтровой зоны скважины с постоянной и с измененной проницаемостью. Исследовано циркуляционное движение жидкости от нагнетательного к всасывающему сектору в лабораторных условиях на экспериментальной установке с однородной и меньшей проницаемостью прифилтровой зоны скважины, а также различной длиной фильтра и расходом. Хорошая сходимость результатов математического и физического моделирования свидетельствует о возможности использования лабораторной установки для совершенствования технологии циркуляционной регенерации скважин, в частности, для определения конструктивных параметров устройства циркуляционной регенерации.

Введение. В настоящее время для очистки фильтров водозаборных скважин применяют импульсные, реагентные и комбинированные методы. Совершенствованием различных способов регенерации фильтров скважин занимались Алексеев В. С., Гаврилко В. М., Гуринович А. Д., Коммунар Г. М., Тесля В. Г. И другие. Наиболее эффективным является комбинированный импульсно - реагентный метод восстановления производительности скважин [1, 2, 3]. Реагентный метод предполагает следующие способы регенерации: реагентная ванна, циклическое задавливание реагента и циркуляция реагента в прифилтровой зоне скважины. Циркуляционные способы регенерации фильтров скважин успешно применялись и применяются в России, Германии, США и других странах. Все существующие циркуляционные способы очистки скважин и устройства для их осуществления предполагают движение реагента в прифилтровой зоне за счет деления фильтра одной или несколькими горизонтальными перегородками или пакерами на секции для закачки и откачки реагента [4, 5, 6, 7, 8]. При таком движении реагента давление в любой точке есть

функция от двух координат r и z в любой момент времени t [5]. Однако также возможно осуществление циркуляции реагента путем разделения фильтра одним либо несколькими вертикально расположенными пакерами на нагнетающие и всасывающие сектора. В этом случае давление в любой точке будет являться функцией от угла θ и радиуса r в любой момент времени t . Теоретические и экспериментальные исследования такой схемы циркуляции реагента в прифильтровой зоне скважины в литературе отсутствуют. Поэтому возникла необходимость в дальнейшем изучении циркуляционного движения реагента с целью исследования структуры потока жидкости и обоснования применения устройства циркуляционной регенерации (УЦР) для дальнейшего совершенствования технологии циркуляционной регенерации фильтров водозаборных скважин.

Математическое моделирование установившегося циркуляционного движения жидкости. Рассмотрим установившуюся напорную фильтрацию жидкости в прифильтровой зоне скважины, фильтр которой разделен вертикальными пакерами на ряд нагнетательных и всасывающих секторов (Рис. 1).

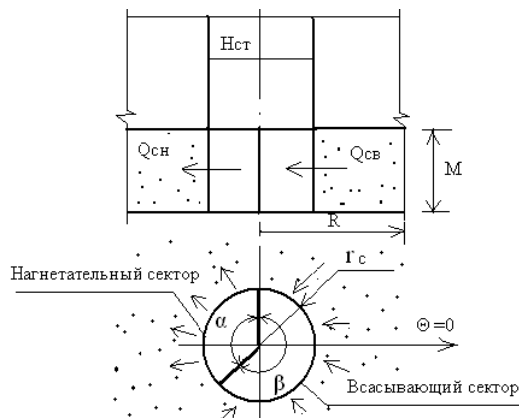


Рис. 1 Схема скважины

Скважина предполагается совершенной по степени и характеру вскрытия водоносного горизонта мощностью M . Циркуляция жидкости осуществляется за счет того, что в один нагнетательный сектор подается жидкость с расходом $Q_{сн}$, а из одного всасывающего сектора происходит отбор жидкости с расходом $Q_{св}$. Давление и соответственно скорость будут зависеть от двух переменных радиуса r и угла θ , т.е. $p = f(r, \theta)$. В этом случае процесс установившейся фильтрации описывается дифференциальным уравнением в частных производных и в цилиндрической системе координат будет иметь вид [9]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} = 0, \quad r_c < r < R, \quad 0 < \theta < \alpha + \beta, \quad (1)$$

Согласно закону Дарси скорость будет равна:

$$V_r = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad \text{и} \quad (2)$$

$$V_\theta = -\frac{K}{\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (3)$$

Для нахождения распределения давления в прифильтровой зоне скважины необходимо решить уравнение (1) при следующих граничных условиях:

Для нагнетательного сектора: $r \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = -\frac{Q_{cn}\mu}{M\alpha K}, 0 \leq \theta < \alpha$ (4)

Для всасывающего сектора: $r \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = \frac{Q_{cv}\mu}{M\beta K}, \alpha \leq \theta < \alpha + \beta$ (5)

Условие на контуре питания пласта: $p \Big|_{r=R} = p_{nl}, 0 < \theta < \alpha + \beta$ (6)

$p(r, \theta) = p(r, \theta + (\alpha + \beta))$ (7)

Где α – угол нагнетательного сектора; β – угол всасывающего сектора; m – число нагнетательных секторов равно числу всасывающих секторов, $n = 2m$ – общее количество секторов (необходимое условие $((\alpha + \beta)m = 2\pi)$); r_c – радиус скважины; R – радиус контура питания; p – давление в любой точке пласта; p_{nl} – давление на забое скважины равное пластовому; h_{cm} – статический уровень; K – проницаемость водовмещающей породы; μ – динамический коэффициент вязкости жидкости; V_r – радиальная составляющая вектора скорости; V_θ – угловая составляющая вектора скорости.

Решая уравнение (1) согласно граничным условиям (4)–(7) методом разделения переменных [10] получаем:

$$p(r, \theta) = p_{nl} + \frac{\mu(Q_{cn} - Q_{cv})}{(\alpha + \beta)MK} \ln \frac{r}{R} + \frac{(\alpha + \beta)\mu}{2\pi^2 MK} \left(\frac{Q_{cn}}{\alpha} + \frac{Q_{cv}}{\beta} \right) \times \\ \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \frac{\left(\frac{r}{R} \right)^{km} - \left(\frac{R}{r} \right)^{km}}{\left(\left(\frac{r_c}{R} \right)^{km} + \left(\frac{R}{r_c} \right)^{km} \right)} \left(\sin \left(\frac{2\pi k\alpha}{\alpha + \beta} \right) \cos \left(\frac{2\pi k\theta}{\alpha + \beta} \right) + \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi k\alpha}{\alpha + \beta} \right) \right) \sin \left(\frac{2\pi k\theta}{\alpha + \beta} \right) \right) \quad (8)$$

Учитывая, что $K = \frac{\kappa\mu}{\rho g}$ и $p = \rho gh$ формула (8) имеет вид:

$$h(r, \theta) = h_{cm} + \frac{(Q_{cn} - Q_{cv})}{(\alpha + \beta)M\kappa} \ln \frac{r}{R} + \frac{(\alpha + \beta)}{2\pi^2 M\kappa} \left(\frac{Q_{cn}}{\alpha} + \frac{Q_{cv}}{\beta} \right) \times \\ \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \frac{\left(\frac{r}{R} \right)^{km} - \left(\frac{R}{r} \right)^{km}}{\left(\left(\frac{r_c}{R} \right)^{km} + \left(\frac{R}{r_c} \right)^{km} \right)} \left(\sin \left(\frac{2\pi k\alpha}{\alpha + \beta} \right) \cos \left(\frac{2\pi k\theta}{\alpha + \beta} \right) + \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi k\alpha}{\alpha + \beta} \right) \right) \sin \left(\frac{2\pi k\theta}{\alpha + \beta} \right) \right) \quad (9)$$

где κ – коэффициент фильтрации водовмещающей породы; ρ – плотность жидкости; g – ускорение силы тяжести; h – напор в пласте;

Распределение скоростей, соответствующие распределению давления согласно (2) и (3) будут соответственно равны:

$$V_r = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} = -\left(\frac{(Q_{ch} - Q_{ce})}{(\alpha + \beta)Mr} + \frac{(\alpha + \beta)}{2\pi^2 M} \left(\frac{Q_{ch}}{\alpha} + \frac{Q_{ce}}{\beta} \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \frac{\left(\frac{r}{R} \right)^{km} + \left(\frac{R}{r} \right)^{km}}{\left(\left(\frac{r_c}{R} \right)^{km} + \left(\frac{R}{r_c} \right)^{km} \right)} \left(\sin \left(\frac{2\pi k \alpha}{\alpha + \beta} \right) \cos \left(\frac{2\pi k \theta}{\alpha + \beta} \right) + \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi k \alpha}{\alpha + \beta} \right) \right) \sin \left(\frac{2\pi k \theta}{\alpha + \beta} \right) \right) \right) \quad (10)$$

$$V_{\theta} = -\frac{K}{\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} = -\frac{(\alpha + \beta)}{\pi^2 Mr} \left(\frac{Q_{ch}}{\alpha} + \frac{Q_{ce}}{\beta} \right) \times \\ \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \frac{\left(\frac{r}{R} \right)^{km} - \left(\frac{R}{r} \right)^{km}}{\left(\left(\frac{r_c}{R} \right)^{km} + \left(\frac{R}{r_c} \right)^{km} \right)} \left(-\frac{\sin \left(\frac{2\pi k \alpha}{\alpha + \beta} \right) \sin \left(\frac{2\pi k \theta}{\alpha + \beta} \right) \pi k}{\alpha + \beta} + \frac{\left(1 - \cos \left(\frac{2\pi k \alpha}{\alpha + \beta} \right) \right) \cos \left(\frac{2\pi k \theta}{\alpha + \beta} \right) \pi k}{\alpha + \beta} \right) \quad (11)$$

Большой практический интерес представляет исследование циркуляционного движения в прифильтровой зоне с меньшей проницаемостью, чем водоносный горизонт. Уменьшение проницаемости есть результат проявления химического, биологического либо механического кольтматажа [11]. В зависимости от конкретных условий может наблюдаться и увеличение проницаемости прифильтровой зоны.. Это может быть связано с проведением декольтматационных работ или с устройством гравийной обсыпки в процессе бурения скважины. В работе [12] приводится расчет установившиеся радиальной фильтрации воды к скважине с измененной проницаемостью в призабойной зоне при сохранении закона Дарси и отклонении от него.

Рассмотрим циркуляционное движение жидкости в прифильтровой закольтматированной зоне скважины с постоянной проницаемостью K_1 и радиусом r_0 и проницаемостью водоносного горизонта K_2 (Рис.2). Тогда уравнение (1) для решения данной задачи примет вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p_1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial \theta^2} = 0, \quad r_c < r < r_0, \quad 0 < \theta < \alpha + \beta, \quad (12)$$

$$\text{и} \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p_2}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p_2}{\partial \theta^2} = 0, \quad r_0 < r < R, \quad 0 < \theta < \alpha + \beta, \quad (13)$$

Граничные условия примут вид:

$$\text{На контуре питания пласта: } p|_{r=R} = p_{nl}, \quad 0 < \theta < \alpha + \beta \quad (14)$$

$$\text{Для нагнетательного сектора: } r \frac{\partial p_1}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = -\frac{Q_{cn}\mu}{M\alpha K_1}, \quad 0 \leq \theta < \alpha \quad (15)$$

$$\text{Для всасывающего сектора: } r \frac{\partial p_2}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = \frac{Q_{cv}\mu}{M\beta K_2}, \quad \alpha \leq \theta < \alpha + \beta \quad (16)$$

Условие на границе смены проницаемости:

$$p_1|_{r=r_0} = p_2|_{r=r_0} \quad (17)$$

$$K_1 \frac{\partial p_1}{\partial r} \Big|_{r=r_0-0} = K_2 \frac{\partial p_2}{\partial r} \Big|_{r=r_0+0} \quad (18)$$

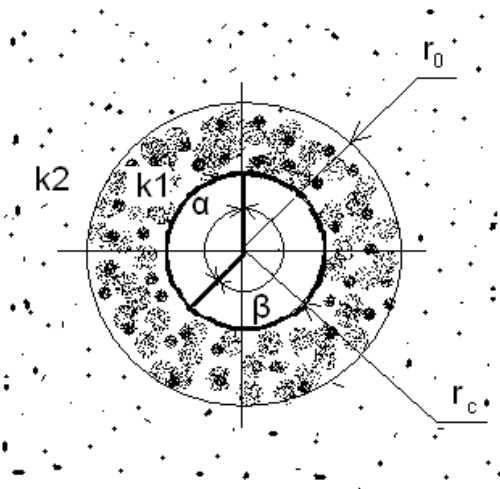


Рис. 2 Схема скважины с кольматирующим кольцом

Решая уравнения (12) и (13) при вышеперечисленных граничных условиях (14) -(18) и учитывая, что $K = \frac{\kappa\mu}{\rho g}$ и $p = \rho gh$ получаем следующее решение:

$$h_1(r, \theta) = h_{cm} + \frac{(Q_{cn} - Q_{cv})}{(\alpha + \beta)M} \left(\frac{1}{\kappa_1} \ln \frac{r_0}{R} + \frac{1}{\kappa_2} \ln \frac{r}{r_0} \right) + \frac{(\alpha + \beta)}{2\pi^2 M \kappa_1} \left(\frac{Q_{cn}}{\alpha} + \frac{Q_{cv}}{\beta} \right) \times$$

$$\frac{(\sin(mk\theta) + \sin(mk(\alpha - \theta))) \left(\left(\frac{r}{R} \right)^{km} \left(1 - \frac{(\kappa_1 - \kappa_2) \left(\frac{R}{r_0} \right)^{2mk}}{\kappa_1 + \kappa_2} \right) - \left(\frac{R}{r} \right)^{km} \left(1 - \frac{(\kappa_1 - \kappa_2) \left(\frac{r_0}{R} \right)^{2mk}}{\kappa_1 + \kappa_2} \right) \right)}{\left(\left(\frac{r_c}{R} \right)^{km} + \left(\frac{R}{r_c} \right)^{km} \right) - \left(\frac{\kappa_1 - \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2} \right) \left(\frac{(Rr_c)^{mk}}{r_0^{2mk}} - \frac{r_0^{2mk}}{(Rr_c)^{mk}} \right)}$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \quad (19)$$

и

$$h_2(r, \theta) = h_{cm} + \frac{(Q_{сн} - Q_{св})}{(\alpha + \beta)M\kappa_2} \ln \frac{r}{R} + \frac{(\alpha + \beta)}{\pi^2 M (\kappa_1 + \kappa_2)} \left(\frac{Q_{сн}}{\alpha} + \frac{Q_{св}}{\beta} \right) \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \frac{(\sin(mk\theta) + \sin(mk(\alpha - \theta))) \left(\left(\frac{r}{R} \right)^{km} - \left(\frac{R}{r} \right)^{km} \right)}{\left(\left(\frac{r_c}{R} \right)^{km} + \left(\frac{R}{r_c} \right)^{km} - \left(\frac{\kappa_1 - \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2} \right) \left(\frac{(Rr_c)^{mk}}{r_0^{2mk}} - \frac{r_0^{2mk}}{(Rr_c)^{mk}} \right) \right)} \quad (20)$$

С помощью полученных решений (19) и (20) можно оценить зону распространения давления и скорости в прифилтровой закольматированной зоне проницаемостью κ_1 и радиусом r_0 в процессе установившиеся циркуляции жидкости.

Физическое моделирование циркуляционного движения жидкости. Физическое моделирование осуществлялось на экспериментальной установке состоящей из фильтрационного лотка диаметром 1,22 м, внутри которого, устанавливался фрагмент фильтра водозаборной скважины. Фильтр представлял собой трубчатый полиэтиленовый каркас (по ТУ 51-644-74) диаметром 22,5 см обмотанный проволокой с шагом 1,5 мм. Внутренняя часть фильтра была разделена вертикальным пакером на нагнетательный и всасывающий сектора. Для равномерного питания фильтрационного лотка водой устанавливался кольцевой бьеф. Пространство между кольцевым бьефом и фильтром послойно с трамбованием заполнялась гравием (ТУРБ 16844-241-2001). Давление в пласте регистрировалось при помощи пьезометров, соединенных с трубками в пласте. Жидкость подавалась при помощи насоса установленного в резервуаре с водой. Для поддержания постоянного статического уровня был установлен напорный бак с холостым сливом. При помощи нагнетательного трубопровода жидкость с заданным расходом от насоса подавалась в фильтр, откуда по отводящему трубопроводу поступала опять в насос, тем самым осуществлялась циркуляция жидкости в прифилтровой зоне скважины. Циркуляционный расход фиксировался при помощи счетчика воды СХВ 15 установленный на нагнетательной линии. Для обеспечения герметизации фильтрационного лотка служила крышка с уплотнителем.

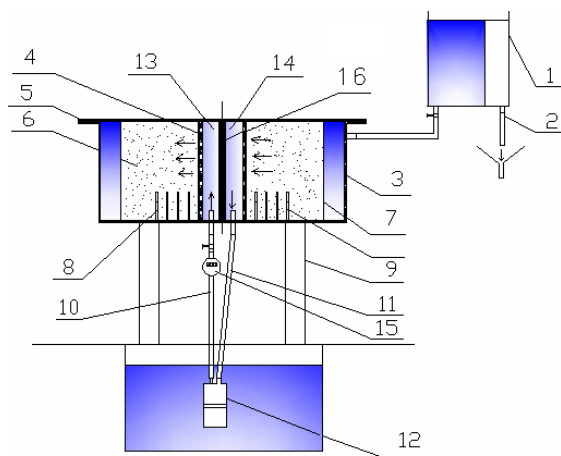


Рис. 3 Схема экспериментальной циркуляционной установки

1 - напорный бак; 2 - холостой слив; 3 - фильтрационный лоток; 4 - фильтр скважины; 5 - крышка фильтрационного лотка; 6 - водовмещающий грунт; 7 - кольцевой бьеф; 8 -

трубки к пьезометрам; 9- стойка; 10 - нагнетательный трубопровод; 11 – отводящий трубопровод; 12 – насос; 13 – нагнетательный сектор; 14 - всасывающий сектор; 15 – счетчик воды СХВ 15; 16 – разделительный пакер

Установка работала следующим образом. Вода насосом подавалась в нагнетательный сектор с расходом $Q_{сн}$, который фиксировался счетчиком воды. Далее вода из фильтра поступала в прифильтровую зону скважины, где оттуда циркуляционный поток устремлялся во всасывающий сектор с расходом $Q_{св}$. Пренебрегая потерями расхода в насосе можно считать, что $Q_{сн} = Q_{св}$. При помощи вентиля, установленного на нагнетательной линии, возможно регулирование циркуляционного расхода. Давление в пласте регистрировалось при помощи пьезометров, трубки которых были установлены в пласте в характерных точках (Рис. 4). Как показали лабораторные эксперименты давление в пласте, при пуске насоса, распределяется и устанавливается за непродолжительный промежуток времени (порядка 5-20 с) что подтверждается в работе [13].



Рис. 4 Схема пьезометров

С помощью напорного бака в пласте поддерживался постоянный статический уровень (пластовое давление) равный 1,5 м. Вода для экспериментов была предварительно отстояна при комнатной температуре.

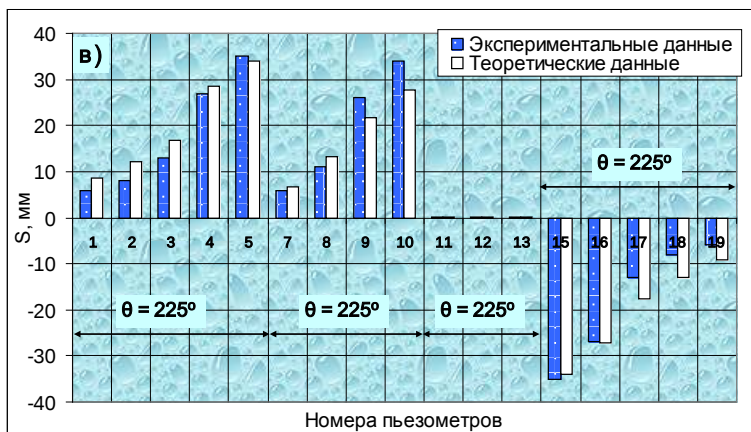
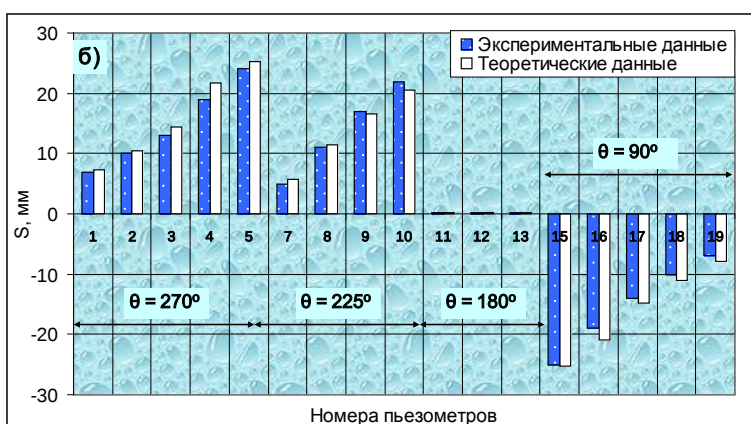
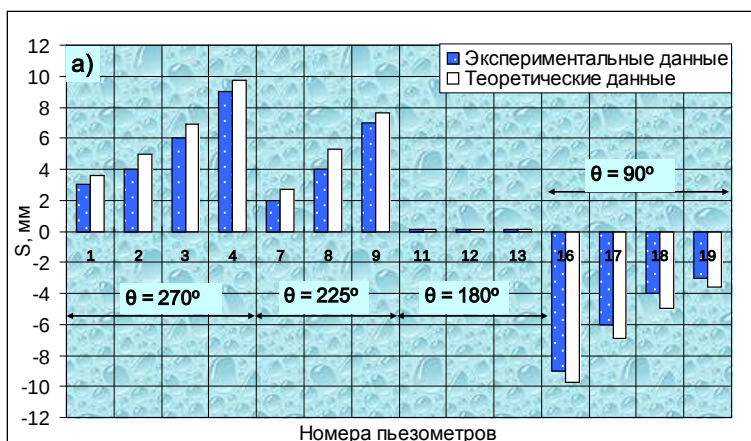
Для проверки сходимости математической модели циркуляционного движения жидкости в прифильтровой зоне были проведено ряд лабораторных экспериментов с однородным грунтом и с кольматирующим кольцом (рис. 1 и 2). Параметры лабораторной установки и условия проведения экспериментов приведены в таблице 1.

Условия проведения экспериментальных исследований

Таблица 1

Параметры установки Усл-ия экс-та	Коэф. фильтрации, м/сут	Длина фильтра, м	Расход $Q_{сн} = Q_{св}$, м ³ /с	Статический уровень, м	R, м	r_0 , м	r_c , м	К - во секторов n, $\alpha = \beta = 180^\circ$
Весь пласт однородный грунт	$\kappa_2 = 1236$	0,51 и 0,24	$3,14 \times 10^{-4}$ $3,07 \times 10^{-4}$	1,5	0,5	-	0,113	2
Прифильтровая зона в виде кольматирующего кольца	$\kappa_1 = 864$ $\kappa_2 = 1236$	0,24	$3,07 \times 10^{-4}$	1,5	0,5	0,213	0,113	2

Сопоставление результатов математического и физического моделирования приведено на рис. 5, где на расчетные графики $S = f(\theta)$ нанесены опытные данные. Где S –



это понижение уровня при откачке ($S < 0$), и повышение уровня при закачке ($S > 0$), т. е.

$$S = h - h_{cm}.$$

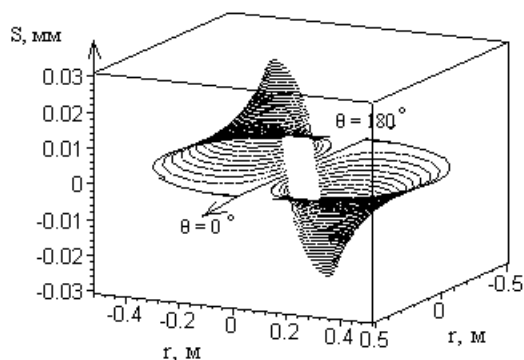
Хорошая сходимость результатов математического и физического моделирования свидетельствует о возможности использования данной математической модели при дальнейшем изучении структуры циркуляционного движения жидкости.

С этой целью при помощи математического пакета Maple 7 [14] были построены графики иллюстрирующие распределение давления и скоростей в однородной прифильтровой зоне скважины при длине фильтра 0,24 м (рис 6).

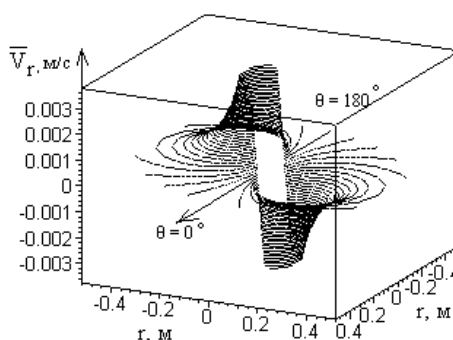
Рис. 5 Сопоставление результатов математического и физического моделирования: а) при длине фильтра 0,51 м; б) при длине фильтра 0,24 м; в) при длине фильтра 0,24 м с кольма-

тирующим кольцом.

а)



б)



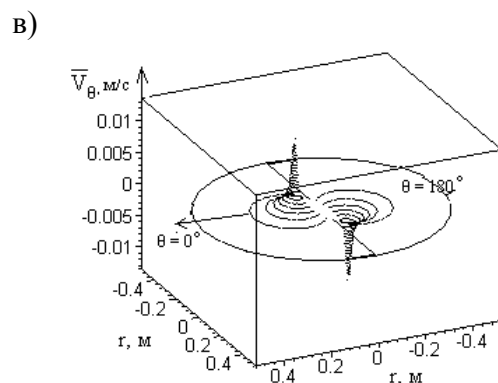


Рис. 6 График распределения давления и скорости: **а)** спектр давлений; **б)** радиальная составляющая вектора скорости; **в)** угловая составляющая вектора скорости.

Выводы.

1. Разработана математическая модель установившегося циркуляционного движения жидкости в прифилтровой зоне совершенной скважины, фильтр которой разделен вертикальными пакерами на ряд нагнетательных и всасывающих секторов. Предложенная математическая модель позволяет определить давление и скорость жидкости в процессе циркуляции в любой точке прифилтровой зоны скважины с постоянной и с измененной проницаемостью.
2. Исследовано циркуляционное движение жидкости от нагнетательного к всасывающему сектору в лабораторных условиях на экспериментальной установке с однородной и меньшей проницаемостью прифилтровой зоны скважины, а также различной длиной фильтра и расходом.
3. При помощи математического пакета Maple изучен характер распределения давления, а также радиальной и угловой скорости в прифилтровой зоне скважины, что говорит о существовании циркуляционного потока жидкости необходимого для растворения и выноса коагулирующего осадка.
4. Хорошая сходимость результатов математического и физического моделирования свидетельствует о возможности использования математической модели при изучении структуры циркуляционного движения жидкости, а также дальнейшем использовании лабораторной установки для совершенствования технологии циркуляционной регенерации скважин, в частности, для определения конструктивных параметров устройства циркуляционной регенерации.

Список цитированных источников

1. Ивашечкин, В. В. Опыт применения комбинированных технологий восстановления дебита водозаборных скважин / В. В. Ивашечкин, А. Н. Кондратович, А. М. Шейко // Энерго- и метериалосберегающие экологически чистые технологии: Тезисы докладов 6-й Междунар. Междунар. науч.-технич. конф, Гродно, 1-2 ноябр. 2005 г. / Гроднен. гос. ун-т; редкол.: А. И. Свириденко [и др.]. – Гродно, 2005. – С. 78–79.
2. Ивашечкин, В. В. Газоимпульсная технология восстановления пропускной способности фильтров водозаборных скважин / В. В. Ивашечкин; под ред. А. Д. Гуриновича. – Минск: БНТУ, 2005. – 270 с.
3. Ивашечкин, В. В. Опыт применения импульсно-виброреагентной технологии восстановления дебита водозаборных скважин / В. В. Ивашечкин, А. Н. Кондратович // Инф. Бюллетень научно-произв. ассоциации «Аквабел». – Минск, 2004. -№7. – С. 9-10.
4. Алексеев, В. С. Опыт циркуляционной регенерации водозаборных скважин / В. С. Алексеев, Г. М. Коммунар, В. Г. Тесля // Водоснабжение и санитарная техника. – 1985. - № 9. – С. 9-10.
5. Тесля, В. Г. Технология циркуляционной регенерации скважин / В. Г. Тесля // Сб. науч. тр. / МДНТП им. Ф. Э. Дзержинского. – Москва, 1985. – Вып. 74: Повышение эффективности работы водозаборов из поверхностных и подземных источников. – С. 114– 121.
6. Houben, G. Regenerierung und sanierung von Brunnen / G. Houben, C. Treskatis. – Munchen: Oldenbourg industriever, 2003. – 280 s.
7. Устройство для циркуляционной обработки скважин на воду: а. с. 1182129 СССР, ЕОЗВ 3/18, Е21В 43/22 / В. С. Алексеев, Г. М. Коммунар, В. Г. Тесля; Всесоюзный НИИ ВОДГЕО. - № 3721443/23-26; заявл. 02.02.84; опубл. 30.09.85 // Патент. – 1985. - № 36. – С. 5.
8. Устройство для реагентной обработки скважин: а. с. 1654473 СССР, Е ОЗВ 3/15 / К. Г. Иванищев, В. Е. Воропанов, В. А Попов; Всесоюзный НИИ ВОДГЕО. - № 447788/33; заявл. 24.08.88; опубл. 07.06.91 // Патент. – 1991. - № 21. – С. 4.
9. Маскет, М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет. – М. –Л: Гостоптехиздат, 1949. - 628 с.
10. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики: учебник для студ. физико-математических спец. ун-тов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 7-е изд. - Москва: Изд-во Московского ун-та: Наука, 2004. – 798 с.
11. Шейко, А. М. Анализ долговечности водозаборных скважин г.Минска / А.М. Шейко, В.В. Ивашечкин, Н.В. Холодинская, Э.А. Макарова // Вестник БНТУ. – 2006. - № 1. – С. 27-32.
12. Муфтахов, А. Ж. К расчету дебита скважин с измененной проницаемостью призабойной зоны / А. Ж. Муфтахов // Сб. науч. тр. / НИИ ВОДГЕО. – Москва, 1966. – Вып. 13: Гидрогеология. – С. 181– 185.
13. аренс
14. Гандер, В. Решение задач в научных вычислениях с применением Maple и MatLab / В. Гандер, И. Гржебичек. - Минск: Вассамедиа, 2005. - 520 с.

