

ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

Кафедра “Инженерная геодезия”

ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОДЕЗИЯ

Учебное пособие

Часть I

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2006

УДК 528.48

Инженерная геодезия. Учебное пособие, часть I / Е.С. Богомолова, М.Я. Брынё, В.В. Грузинов, В.А. Коугия, В.И. Полетаев; под ред. В.А. Коугия. – СПб.: Петербургский гос. ун-т путей сообщения, 2006. - с.

Изложены предмет и задачи инженерной геодезии, сведения о системах координат и высот, методах построения плановых и высотных геодезических сетей, элементы теории погрешностей измерений, приборы и методы, применяемые для измерения углов и расстояний, приборы и методы нивелирования.

Разделы 1, 6 пособия написаны М.Я. Брынём, 2, 9 – Е.С. Богомоловой, 3 – В.В. Грузиновым, 4, 8 – В.А. Коугия, 5, 7 – В. И. Полетаевым.

Предназначено для студентов, обучающихся по железнодорожным и строительным специальностям.

1. ПРЕДМЕТ ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОДЕЗИИ

Геодезия – наука, изучающая фигуру и внешнее гравитационное поле Земли и разрабатывающая методы создания систем координат, определения положения точек на Земле и околоземном пространстве, изображения земной поверхности на картах.

Научными задачами геодезии являются:

- установление систем координат;
- определение формы и размеров Земли и ее внешнего гравитационного поля и их изменений во времени;
- проведение геодинамических исследований (определение горизонтальных и вертикальных деформаций земной коры, движений земных полюсов, перемещений береговых линий морей и океанов и др.).

Научно-технические задачи геодезии в обобщенном виде заключаются в следующем:

- определение положения точек в выбранной системе координат;
- составление карт и планов местности разного назначения;
- обеспечение топографо-геодезическими данными нужд обороны страны;
- выполнение геодезических измерений для целей проектирования и строительства, землепользования, кадастра, исследования природных ресурсов и др.

Геодезия в процессе своего развития разделилась на ряд научных дисциплин: высшую геодезию, топографию, фотограмметрию, картографию, космическую геодезию, морскую геодезию, инженерную геодезию.

Особое место в этом ряду занимает инженерная геодезия, которая разрабатывает методы геодезического обеспечения изысканий, проектирования, строительства и эксплуатации инженерных сооружений: железных и автомобильных дорог, мостов, тоннелей, трубопроводов, промышленных и гражданских зданий, систем водоснабжения и водоотведения и др.

Основными задачами инженерной геодезии являются:

- *топографо-геодезические изыскания*, в ходе которых выполняется создание на объекте работ геодезической сети, топографическая съемка, геодезическая привязка точек геологической и геофизической разведки;
- *инженерно-геодезическое проектирование*, включающее разработку генеральных планов сооружений и их цифровых моделей; геодезическую подготовку проекта для вынесения его в натуру, расчеты по горизонтальной и вертикальной планировке, определению площадей, объемов земляных работ и др.;
- *геодезические разбивочные работы*, включающие создание на объекте геодезической разбивочной сети и последующий вынос в натуру главных осей сооружения и его детальную разбивку;

- *геодезическая выверка конструкций и технологического оборудования* при установке их в проектное положение;

- *наблюдения за деформациями сооружений*, определяющие осадки оснований и фундаментов, плановые смещения и крены сооружений.

Геодезическое обеспечение строительства и эксплуатации современных инженерных сооружений связано с необходимостью выполнения точных измерений, служащих определению координат и высот геодезических пунктов, составлению топографических карт и планов, продольных профилей трасс; наблюдению за деформациями сооружений. Для обеспечения необходимой точности измерения выполняются высокоточными геодезическими приборами: теодолитами – угловые измерения; светодальномерами – линейные измерения; электронными тахеометрами – угловые и линейные измерения с решением различных инженерно-геодезических задач; нивелирами – определение превышений. При определении положения объектов используется аппаратура, работающая по сигналам спутниковых навигационных систем, при выполнении топографической съемки местности находят применение лазерные сканеры. Обработка результатов геодезических измерений выполняется на современных компьютерах с использованием развитого программного обеспечения. К числу таких программных продуктов относятся геоинформационные системы, служащие сбору, обработке, систематизации, отображению и анализу картографической информации.

Состав геодезических работ, их точность, используемые методы и приборы различаются в зависимости от особенностей объекта.

Так, при выполнении изысканий железной дороги создают геодезическую сеть, опираясь на которую составляют топографические карты и планы. На картах и планах выполняют предварительное трассирование дороги, окончательное положение которой выбирают в поле. Затем делают съемку трассы и получают необходимые для проектирования дороги профиль трассы и ситуационный план полосы местности.

Для обеспечения безопасного движения поездов вдоль железной дороги создают высокоточную геодезическую сеть (так называемую, реперную систему), опираясь на которую выполняют работы по реконструкции и ремонту пути, по оперативному контролю его геометрических параметров, по наблюдениям за деформациями пути, земляного полотна и искусственных сооружений.

В процессе строительства и по мере завершения отдельных его этапов выполняются исполнительные съемки, целью которых является установление точности вынесения проекта сооружения в натуру, выявление отклонений, допущенных в процессе строительства, а также определение фактических координат и высотных отметок построенных объектов, размеров его отдельных частей.

2. ФОРМА И РАЗМЕРЫ ЗЕМЛИ. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ. ВЫСОТЫ

2.1. Форма и размеры Земли

Изучение формы и размеров Земли включает решение двух задач. Это – установление некоторой сглаженной, обобщенной, теоретической фигуры Земли и определение отклонений от нее фактической физической поверхности.

Учитывая, что поверхность океанов и морей составляет 71% поверхности Земли, а поверхность суши – только 29%, за теоретическую фигуру Земли принято тело, ограниченное поверхностью океанов в их спокойном состоянии, продолженной и под материками, и называемое *геоидом*.

Поверхность, в каждой своей точке перпендикулярная к отвесной линии (направлению силы тяжести), называется *уровенной поверхностью*. Из множества уровенных поверхностей одна совпадает с поверхностью геоида.

Из-за неравномерности распределения масс в земной коре геоид имеет неправильную геометрическую форму, и его поверхность нельзя выразить математически, что необходимо для решения геодезических задач. При решении геодезических задач геоид заменяют близкими к нему геометрически правильными поверхностями.

Так, для приближенных вычислений Землю принимают за шар с радиусом 6371 км.

Ближе к форме геоида подходит эллипсоид – фигура, получаемая вращением эллипса (рис. 2.1) вокруг его малой оси. Размеры земного эллипсоида характеризуют следующими основными параметрами: a – большая полуось, b – малая полуось, α – полярное сжатие и e – первый эксцентриситет меридианного эллипса, где $b = \frac{a - b}{a}$ и $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$.

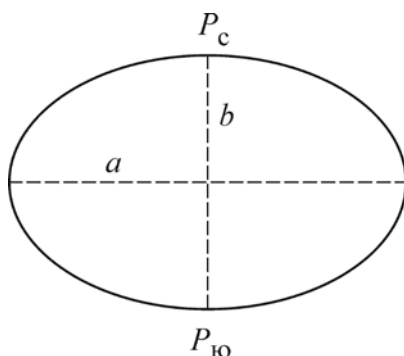


Рис. 2.1. Меридианный эллипс: P_c – северный полюс; $P_ю$ – южный полюс

Различают общеземной эллипсоид и референц-эллипсоид.

Центр *общеземного эллипсоида* помещают в центре масс Земли, ось вращения совмещают со средней осью вращения Земли, а размеры принимают такие, чтобы обеспечить наибольшую близость поверхности эллип-

соида к поверхности геоида. Общеземной эллипсоид используют при решении глобальных геодезических задач, и в частности, при обработке спутниковых измерений. В настоящее время широко пользуются двумя общеземными эллипсоидами: ПЗ-90 (Параметры Земли 1990 г, Россия) и WGS-84 (Мировая геодезическая система 1984 г, США).

Референц-эллипсоид – эллипсоид, принятый для геодезических работ в конкретной стране. С референц-эллипсоидом связана принятая в стране система координат. Параметры референц-эллипсоида подбираются под условием наилучшей аппроксимации данной части поверхности Земли. При этом совмещения центров эллипсоида и Земли не добиваются.

В России с 1946 г. в качестве референц-эллипсоида используется *эллипсоид Красовского* с параметрами: $a = 6\,378\,245$ м, $\alpha = 1/298,3$.

2.2. Системы координат, применяемые в геодезии

Для определения положения точек в геодезии применяют пространственные прямоугольные, геодезические и плоские прямоугольные координаты.

Пространственные прямоугольные координаты. Начало системы координат расположено в центре O земного эллипсоида (рис. 2.2).

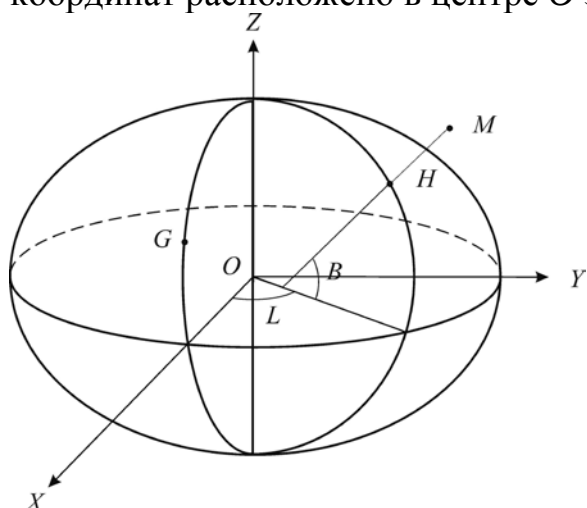


Рис. 2.2. Земной эллипсоид и координаты: X, Y, Z – пространственные прямоугольные; B, L, H – геодезические; G – Гринвич

Ось Z направлена по оси вращения эллипсоида к северу. Ось X лежит в пересечении плоскости экватора с начальным – гринвичским меридианом. Ось Y направлена перпендикулярно осям Z и X на восток.

Геодезические координаты. Геодезическими координатами точки являются ее широта, долгота и высота (рис. 2.2).

Геодезической широтой точки M называется угол B , образованный нормалью к поверхности эллипсоида, проходящей через данную точку, и плоскостью экватора.

Широта отсчитывается от экватора к северу и югу от 0° до 90° и называется северной или южной. Северную широту считают положительной, а южную – отрицательной.

Плоскости сечения эллипсоида, проходящие через ось OZ , называются *геодезическими меридианами*.

Геодезической долготой точки M называется двугранный угол L , образованный плоскостями начального (гринвичского) геодезического меридиана и геодезического меридиана данной точки.

Долготы отсчитывают от начального меридиана в пределах от 0° до 360° на восток, или от 0° до 180° на восток (положительные) и от 0° до 180° на запад (отрицательные).

Геодезической высотой точки M является ее высота H над поверхностью земного эллипсоида.

Геодезические координаты с пространственными прямоугольными координатами связаны формулами

$$\begin{aligned} X &= (N + H) \cos B \cos L, \\ Y &= (N + H) \cos B \sin L, \\ Z &= [(1 - e^2) N + H] \sin B, \end{aligned}$$

где e – первый эксцентриситет меридианного эллипса и N – радиус кривизны первого вертикала. При этом $N = a / (1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2}$.

Геодезические и пространственные прямоугольные координаты точек определяют с помощью спутниковых измерений, а также путем их привязки геодезическими измерениями к точкам с известными координатами.

Отметим, что наряду с геодезическими существуют еще астрономические широта и долгота. *Астрономическая широта* φ это – угол, составленный отвесной линией в данной точке с плоскостью экватора. *Астрономическая долгота* λ – угол между плоскостями Гринвичского меридиана и проходящего через отвесную линию в данной точке астрономического меридиана. Астрономические координаты определяют на местности из астрономических наблюдений.

Астрономические координаты отличаются от геодезических потому, что направления отвесных линий не совпадают с направлениями нормалей к поверхности эллипсоида. Угол между направлением нормали к поверхности эллипсоида и отвесной линией в данной точке земной поверхности называется *уклонением отвесной линии*.

Обобщением геодезических и астрономических координат является термин – *географические координаты*.

Плоские прямоугольные координаты. Для решения задач инженерной геодезии от пространственных и геодезических координат переходят к более простым – плоским координатам, позволяющим изображать местность на плоскости и определять положение точек двумя координатами x и y .

Поскольку выпуклую поверхность Земли изобразить на плоскости без искажений нельзя, введение плоских координат возможно только на

ограниченных участках, где искажения так малы, что ими можно пренебречь. В России принята система прямоугольных координат, основой которой является равноугольная поперечно–цилиндрическая проекция Гаусса. Поверхность эллипсоида изображается на плоскости по частям, называемым *зонами*. Зоны представляют собой сферические двугольники, ограниченные меридианами, и простирающиеся от северного полюса до южного (рис. 2.3). Размер зоны по долготе равен 6° . Центральный меридиан каждой зоны называется *осевым*. Нумерация зон идет от Гринвича к востоку.

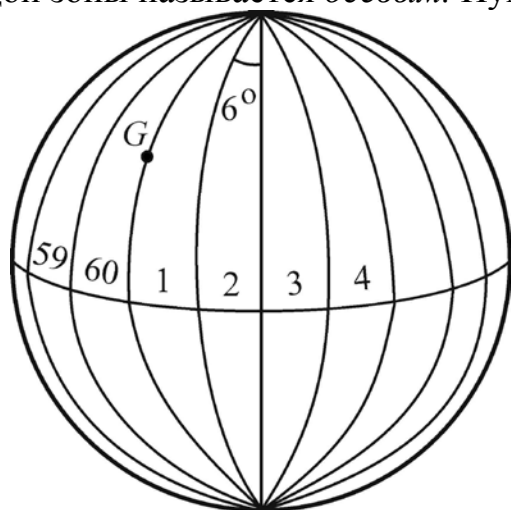


Рис. 2.3. Деление поверхности Земли на координатные зоны: *G* – Гринвич

Долгота осевого меридиана зоны с номером N равна:

$$\lambda_0 = 6^\circ \cdot N - 3^\circ.$$

Осевой меридиан зоны и экватор изображаются на плоскости прямыми линиями (рис. 2.4). Осевой меридиан принимают за ось абсцисс x , а экватор – за ось ординат y . Их пересечение (точка O) служит началом координат данной зоны.

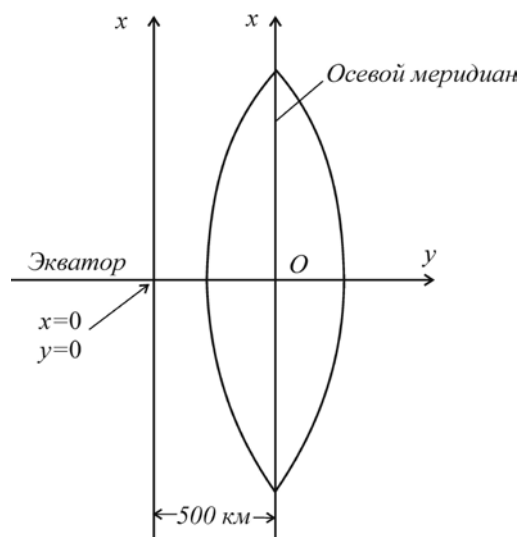


Рис. 2.4. Изображение координатной зоны на плоскости: O – начало координат ($x_0=0$; $y_0=500$ км).

Чтобы избежать отрицательных значений ординат, координаты пересечения принимают равными $x_0 = 0$, $y_0 = 500$ км, что равносильно смещению оси x к западу на 500 км.

Чтобы по прямоугольным координатам точки можно было судить, в какой зоне она расположена, к ординате у слева приписывают номер координатной зоны.

Пусть например, координаты точки A имеют вид:

$$x_A = 6\,276\,427 \text{ м}$$

$$y_A = 12\,428\,566 \text{ м}$$

Эти координаты указывают на то, что точка A находится на расстоянии 6276427 м от экватора, в западной части ($y < 500$ км) 12-ой координатной зоны, на расстоянии $500000 - 428566 = 71434$ м от осевого меридиана.

Для пространственных прямоугольных, геодезических и плоских прямоугольных координат в России принята единая система координат СК-95, закрепленная на местности пунктами государственной геодезической сети и построенная по спутниковым и наземным измерениям по состоянию на эпоху 1995 г.

Местные системы прямоугольных координат. При строительстве различных объектов часто используют местные (условные) системы координат, в которых направления осей и начало координат назначают, исходя из удобства их использования в ходе строительства и последующей эксплуатации объекта.

Так, при съемке железнодорожной станции ось y направляют по оси главного железнодорожного пути в направлении возрастания пикетажа, а ось x – по оси здания пассажирского вокзала.

При строительстве мостовых переходов ось x обычно совмещают с осью моста, а ось y идет в перпендикулярном направлении.

При строительстве крупных промышленных и гражданских объектов оси x и y направляют параллельно осям строящихся зданий.

2.3. Системы высот

Счет высот в инженерной геодезии ведут от одной из уровенных поверхностей.

Высотой точки называют расстояние по отвесной линии от точки до уровенной поверхности, принятой за начало счета высот.

Если высоты отсчитывают от основной уровенной поверхности, то есть от поверхности геоида, их называют *абсолютными высотами*. На рис. 2.5 отрезки отвесных линий Aa и Bb – абсолютные высоты точек A и B .

Если за начало счета высот выбрана какая-либо другая уровенная поверхность, то высоты называют *условными*. На рис. 2.5 отрезки отвесных линий Aa' и Bb' – условные высоты точек A и B .

В России принята *Балтийская система высот*. Счет абсолютных высот ведут от уровенной поверхности, проходящей через *нуль Кронштадтского футштока*.

Численное значение высоты принято называть *отметкой*. Например, если высота точки A равна $H_A = 15,378$ м, то говорят, что отметка точки равна 15,378 м.

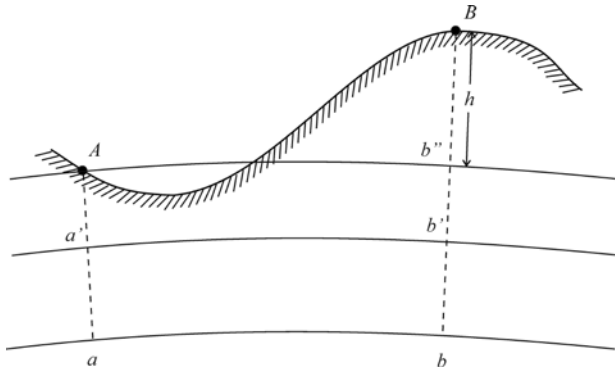


Рис. 2.5. Абсолютные и условные высоты: $a'b'$ – уровенная поверхность; ab – поверхность геоида; Ab'' – уровенная поверхность точки A ;

Разность высот двух точек называется *превышением*. Так, превышение точки B над точкой A равно

$$h_{AB} = H_B - H_A.$$

Зная высоту точки A , для определения высоты точки B на местности измеряют превышение h_{AB} . Высоту точки B вычисляют по формуле

$$H_B = H_A + h_{AB}.$$

Измерение превышений и последующее вычисление высот точек называется *нивелированием*.

Абсолютную высоту точки следует отличать от ее *геодезической* высоты, то есть высоты, отсчитываемой от поверхности земного эллипсоида (см. раздел 2.2). Геодезическая высота отличается от абсолютной высоты на величину отклонения поверхности геоида от поверхности эллипсоида.

В заключение отметим, что точное определение положения поверхности геоида в области материков невозможно. Поэтому в России принято отсчитывать высоты от близкой к геоиду, но доступной точному определению вспомогательной поверхности, названной *квазигеоидом*. Высоты, отсчитываемые от поверхности геоида, называются *ортометрическими* высотами, а отсчитываемые от поверхности квазигеоида – *нормальными* высотами. На результаты измерений, выполняемых в инженерной геодезии, различия в двух названных системах высот влияния не оказывают, и в дальнейшем мы их различать не будем, а будем пользоваться введенным выше обобщенным понятием – *абсолютные* высоты.

3. ОРИЕНТИРОВАНИЕ ЛИНИЙ. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ НА ПЛОСКОСТИ

3.1. Углы ориентирования

Ориентировать линию – значит определить её направление относительно исходного направления, например, меридиана или оси абсцисс x системы плоских прямоугольных координат.

Угол, измеряемый по ходу часовой стрелки от северного направления меридиана до заданного направления, называется азимутом.

Если исходным направлением служит геодезический меридиан, то азимут называют геодезическим азимутом. Если – астрономический, то – астрономическим азимутом. Обобщением обоих понятий служит термин – географический азимут или просто – азимут.

Значения азимута лежат в пределах от 0° до 360° . На рис. 3.1, а обозначено: С – северное направление меридиана, угол A_1 – азимут направления на точку 1 и A_2 – азимут направления на точку 2.

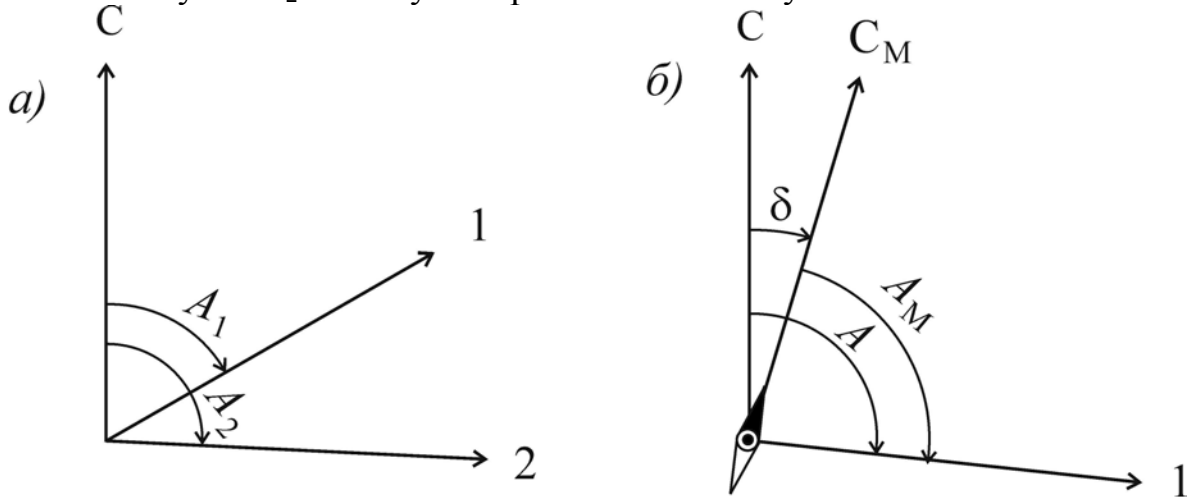


Рис. 3.1. Углы ориентирования: а – азимуты географические; б – магнитный азимут

На местности азимут заданного направления можно определить астрономическим методом – измерив горизонтальный угол между направлением на небесное светило (Солнце, звезду) и заданным направлением. Зная азимут светила, вычисляемый с использованием астрономического ежегодника, и измеренный угол, соотнобразуют азимут заданного направления.

Угол, отсчитываемый от северного направления магнитной стрелки до заданного направления, называется магнитным азимутом.

Магнитная стрелка компаса отклоняется от направления истинного меридиана на угол δ , который называется *склонением магнитной стрелки* (рис. 3.1, б).

Если северный конец магнитной стрелки отклоняется от меридиана к востоку, то склонение называют восточным и считают положительным, а если – к западу, то называют западным и считают отрицательным.

Азимут с магнитным азимутом связывает формула:

$$A = A_m + \delta;$$

где A – азимут, A_m – магнитный азимут и δ – склонение магнитной стрелки.

Магнитные азимуты в геодезии измеряют буссолью (рис. 3.2). Однако точность этих измерений невысока (несколько минут), так как склонение магнитной стрелки непостоянно. На территории России оно меняется от места к месту в пределах от -15° до 25° . В аномальных районах (на-

пример, в районе Курской магнитной аномалии) эти изменения так велики, что магнитной стрелкой пользоваться нельзя. Кроме того, склонение изменяется во времени, испытывая суточные, годовые и вековые изменения.

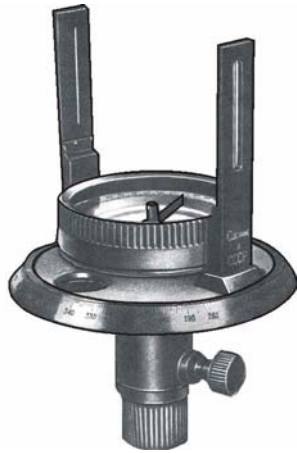


Рис. 3.2. Буссоль

Углом ориентирования, применяемым при использовании системы плоских прямоугольных координат Гаусса-Крюгера, является дирекционный угол.

Дирекционным углом называется угол между северным направлением осевого меридиана или линии ему параллельной и заданным направлением (рис. 3.3).

Угол γ между северным направлением меридиана и направлением оси абсцисс x прямоугольных координат (то есть линии, параллельной осевому меридиану) называется *сближением меридианов*.

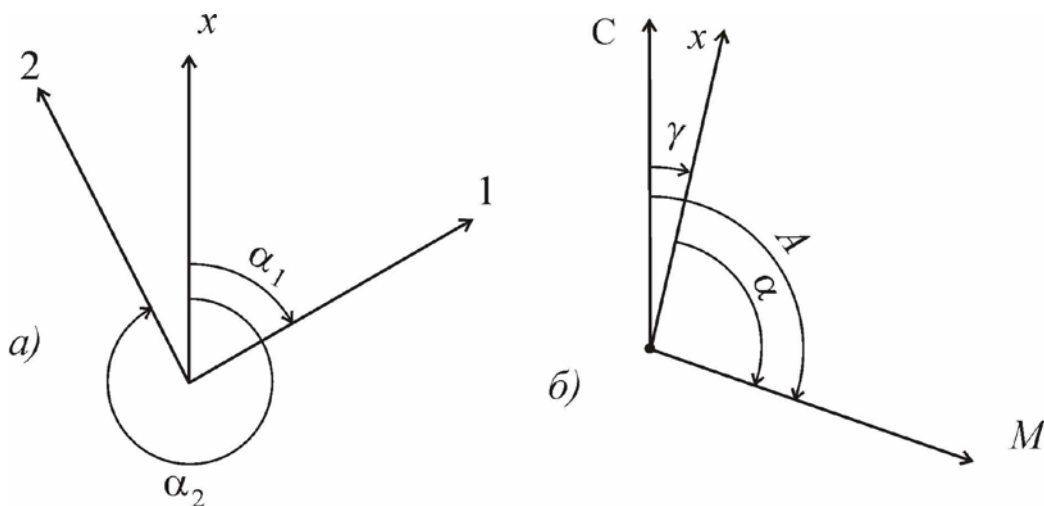


Рис. 3.3. Углы ориентирования: *а* – дирекционные углы α_1 , α_2 ; *б* – азимут A и дирекционный угол α

При отклонении оси абсцисс от меридиана к востоку, сближение меридианов считают положительным, а при отклонении к западу – отрицательным. При этом справедлива формула (рис. 3.3 б)

$$A = \alpha + \gamma,$$

где α – дирекционный угол, γ – сближение меридианов.

Приближенно сближение меридианов равно

$$\gamma = \Delta\lambda \sin\varphi,$$

где $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$, причем λ – долгота географического данной точки и λ_0 – долгота осевого меридиана; φ – широта точки.

На рис. 3.4 показано соотношение между азимутами и дирекционными углами в пределах одной координатной зоны. Легко заметить, что для точек, расположенных к востоку от осевого меридиана зоны, сближение меридианов положительное, а к западу – отрицательное. При этом дирекционные углы в разных точках прямой линии равны $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$. Поэтому обратный дирекционный угол в точке 3 отличается от прямого в точке 1 ровно на 180° , то есть $\alpha_{1-3} = \alpha_{3-1} \pm 180^\circ$. Азимуты же в разных точках прямой различаются: $A_1 \neq A_2 \neq A_3$, что обусловлено различием сближения меридианов. Поэтому и $A_{1-3} \neq A_{3-1} \pm 180^\circ$.

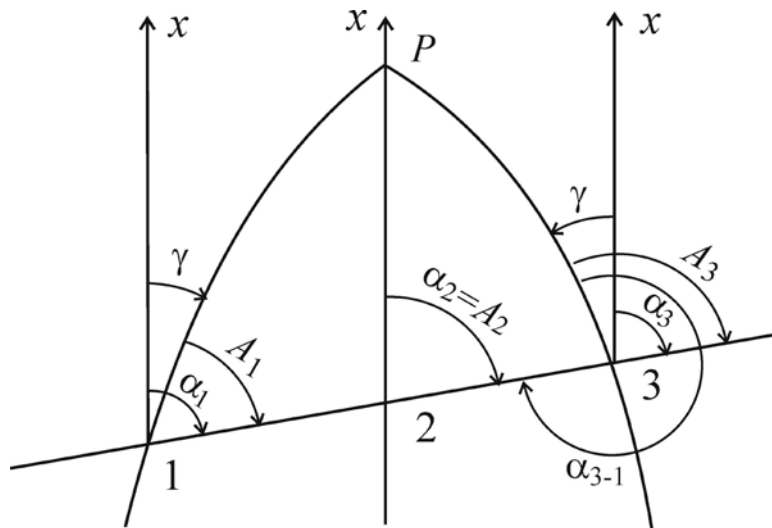


Рис. 3.4. Связь между азимутами и дирекционными углами: 1 – в западной половине зоны; 2 – на осевом меридиане; 3 – в восточной половине зоны; P – полюс; $1P$, $3P$ – меридианы; $2P$ – осевой меридиан.

При использовании местной системы прямоугольных координат направление оси абсцисс x не связано с направлением осевого меридиана координатной зоны, и тогда дирекционные углы отсчитывают от положительного направления оси абсцисс x .

В практике вычислений находят применение также вспомогательные углы ориентирования – *румбы*. Румбом называют острый угол, измеряемый от ближайшего направления меридиана (северного или южного). Румбу приписывают название координатной четверти (СВ, ЮВ, ЮЗ, СЗ), в которой расположено заданное направление. Например, для $\alpha = 240^\circ 36'$ румб равен $r = \text{ЮЗ: } 60^\circ 36'$.

3.2. Прямая и обратная геодезические задачи на плоскости

При вычислительной обработке выполненных на местности измерений, а также при проектировании инженерных сооружений и расчетах для перенесения проектов в натуру возникает необходимость решения прямой и обратной геодезических задач.

Прямая геодезическая задача. По известным координатам x_1 и y_1 точки 1, дирекционному углу α_{1-2} и расстоянию d_{1-2} до точки 2 требуется вычислить ее координаты x_2, y_2 .

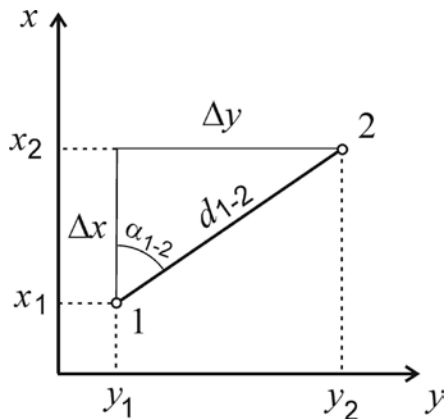


Рис. 3.5. К решению прямой и обратной геодезических задач

Координаты точки 2 вычисляют по формулам (рис. 3.5):

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + \Delta x; \\ y_2 &= y_1 + \Delta y; \end{aligned} \quad (3.4)$$

где $\Delta x, \Delta y$ – приращения координат, равные

$$\begin{aligned} \Delta x &= d_{1-2} \cdot \cos \alpha_{1-2}; \\ \Delta y &= d_{1-2} \cdot \sin \alpha_{1-2}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Обратная геодезическая задача. По известным координатам x_1, y_1 точки 1 и x_2, y_2 точки 2 требуется вычислить расстояние между ними d_{1-2} и дирекционный угол α_{1-2} .

Из формул (3.5) и рис. 3.5 видно, что

$$\operatorname{tg} \alpha_{1-2} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad (3.6)$$

Для определения дирекционного угла α_{1-2} воспользуемся функцией арктангенса. При этом учтем, что компьютерные программы и микрокалькуляторы выдают главное значение арктангенса

$$\omega = \operatorname{arctg} \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right),$$

лежащее в диапазоне $-90^\circ \leq \omega \leq +90^\circ$, тогда как искомый дирекционный угол α может иметь любое значение в диапазоне $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$.

Формула перехода от ω к α зависит от координатной четверти, в которой расположено заданное направление или, другими словами, от знаков разностей $\Delta y = y_2 - y_1$ и $\Delta x = x_2 - x_1$ (см. таблицу 3.1 и рис. 3.6).

Таблица 3.1

	I четверть	II четверть	III четверть	IV четверть
Δx	+	–	–	+
Δy	+	+	–	–
ω	+	–	+	–
Формулы	$\alpha = \omega$	$\alpha = \omega + 180^\circ$	$\alpha = \omega + 180^\circ$	$\alpha = \omega + 360^\circ$

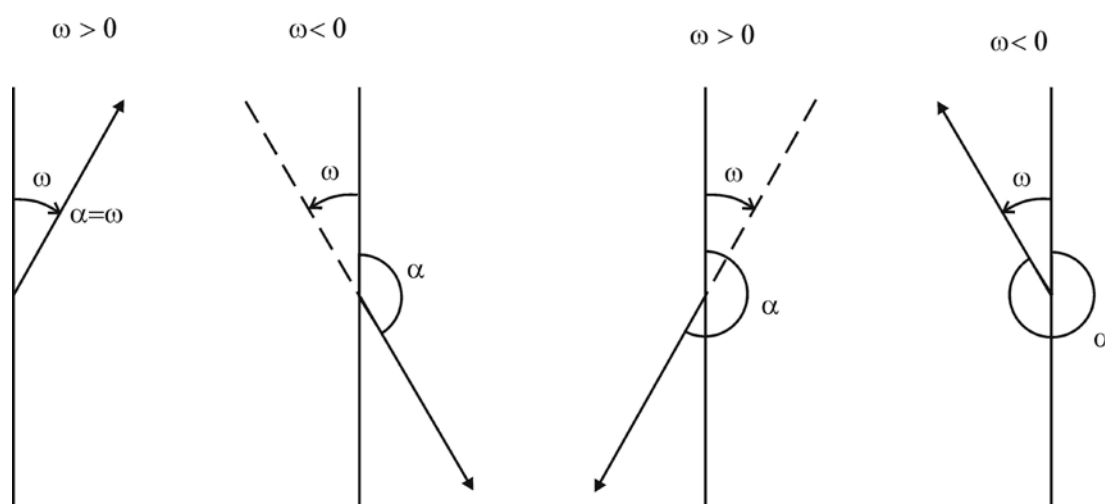


Рис. 3.6. Дирекционные углы и главные значения арктангенса в I, II, III и IV четвертях

Расстояние между точками вычисляют по формуле

$$d_{1-2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (3.6)$$

или другим путем – по формулам

$$d_{1-2} = \frac{y_2 - y_1}{\sin \beta_{1-2}} = \frac{x_2 - x_1}{\cos \beta_{1-2}}, \quad (3.7)$$

Программами решения прямых и обратных геодезических задач снабжены, в частности, электронные тахеометры, что дает возможность непосредственно в ходе полевых измерений определять координаты наблюдаемых точек, вычислять углы и расстояния для разбивочных работ.

4. ПЛАН И КАРТА

4.1. План, карта, цифровая модель местности

Планом называется уменьшенное подобное изображение горизонтальной проекции небольшого участка местности.

Для составления плана местности расположенные на ней точки проецируют на уровенную поверхность по направлению отвесных линий.

Ввиду малости участка отвесные линии оказываются практически параллельными, а фрагмент уровенной поверхности может рассматриваться как плоскость. Полученную проекцию местности уменьшают и изображают на плане. Степень уменьшения характеризуется масштабом плана.

Масштабом называется отношение длины отрезка на плане к длине горизонтальной проекции соответствующего отрезка местности. Масштаб записывают в виде дроби с числителем, равным единице, и знаменателем, показывающим, во сколько раз уменьшены на плане длины линий. При строительстве железных дорог для выбора варианта трассы используют планы масштабов 1:2000 и 1:5000, для рабочего проектирования – 1:1000 и 1:2000, для проектирования мостов, тоннелей, станций – 1:500 ÷ 1:2000.

Наряду с представлением масштаба в виде дроби (численного масштаба) пользуются именованным масштабом – его словесным описанием, например: “в одном сантиметре 20 метров”, что соответствует масштабу 1:2000.

Для измерения расстояний на плане, под его нижней рамкой, помещают линейный масштаб (рис. 4.1), на котором несколько раз отложено одно и то же расстояние, называемое основанием масштаба и равное обычно 2 см. Крайнее левое основание делят на более мелкие отрезки. Деления линейного масштаба оцифровывают в метрах.

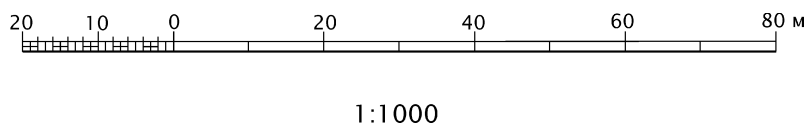


Рис. 4.1 Линейный масштаб

Картой называют уменьшенное и обобщённое изображение на плоскости всей земной поверхности или значительных её частей. Для изготовления карты объекты местности проецируют на поверхность земного эллипсоида и полученное изображение переносят на плоскость. Такой перенос невозможно выполнить без искажений. Каковы будут искажения, определяется *картографической проекцией* – законом перехода от геодезических координат объектов к плоским координатам карты. В геодезии чаще всего пользуются равноугольными (или иначе – конформными) проекциями, сохраняющими без искажений углы и очертания малых объектов. Карты различаются также по виду изображения на них меридианов и параллелей. В *конических* проекциях параллели изображаются концентрическими окружностями, а меридианы – радиальными прямыми, углы между которыми пропорциональны разностям долгот. Если при этом углы между изображениями меридианов равны разностям долгот, проекция называется *азимутальной*. В *цилиндрических* проекциях линии меридианов и параллелей изображаются взаимно перпендикулярными прямыми.

Топографические карты в России издают в поперечной цилиндрической проекции Гаусса – равноугольной проекции, в которой прямыми линиями без искажений изображаются осевой меридиан зоны и экватор.

В условиях применения компьютерных технологий, наряду с изображениями местности на бумажных носителях – картами и планами, используются их цифровые аналоги.

Цифровой моделью местности (ЦММ) называется представленное в виде цифровых кодов и хранимое на магнитных носителях логико-математическое описание местности, адекватное по содержанию плану местности. Основным содержанием ЦММ является топографическая информация: координаты и высоты точек, очертания объектов, их свойства. ЦММ содержит и общую информацию – название участка, систему координат и высот и др.

Цифровой картой называют цифровую модель значительного участка земной поверхности, сформированную с учётом генерализации изображаемых объектов и принятой картографической проекции.

Электронной картой называется изображение местности на экране дисплея, полученное на основе цифровой карты.

4.2. Разграфка и номенклатура топографических карт и планов

Топографические карты издают на листах со сторонами 40–50 см. В основу разграфки (нарезки) карт положена карта масштаба 1:1000000. Она издаётся на листах размерами 4° по широте и 6° по долготе. Множество листов такой карты по направлению параллелей образует ряды шириной по 4°, а по направлению меридианов – колонны шириной по 6°.

Таблица 4.1

Обозначение ряда	Границы ряда по широте	Обозначение ряда	Границы ряда по широте	Обозначение ряда	Границы ряда по широте
<i>A</i>	0° – 4°	<i>I</i>	32° – 36°	<i>Q</i>	64° – 68°
<i>B</i>	4 – 8	<i>J</i>	36 – 40	<i>R</i>	68 – 72
<i>C</i>	8 – 12	<i>K</i>	40 – 44	<i>S</i>	72 – 76
<i>D</i>	12 – 16	<i>L</i>	44 – 48	<i>T</i>	76 – 80
<i>E</i>	16 – 20	<i>M</i>	48 – 52	<i>U</i>	80 – 84
<i>F</i>	20 – 24	<i>N</i>	52 – 56	<i>Y</i>	84 – 88
<i>G</i>	24 – 28	<i>O</i>	56 – 60	<i>Z</i>	88 – 90
<i>H</i>	16 – 20	<i>P</i>	60 – 64		

Ряды обозначают заглавными буквами латинского алфавита *A, B, C, D, ...*, начиная от экватора по направлениям к северу и югу (табл. 4.1). Колонны нумеруют арабскими цифрами 1, 2, ..., 60, начиная от меридиана 180° в направлении с запада на восток. Каждому листу карты масштаба

1:1000000 присвоен номенклатурный номер, состоящий из буквы соответствующего ряда и номера колонны, например, М-42.

Для карт масштаба 1:500000 лист масштаба 1:1000000 меридианом и параллелью делят на 4 листа, обозначая их прописными буквами А, Б, В, Г. Номенклатурные номера листов карты образуют добавлением соответствующей буквы к номенклатурному номеру листа масштаба 1:1000000 (например, М-42-Г).

Для карт масштаба 1:200000 лист масштаба 1:1000000 делят на 36 листов, нумеруя их римскими цифрами I, II, ... , XXXVI.

Для карт масштаба 1:100000, разделив лист масштаба 1:1000000 по широте и долготе на 12 частей, получают границы 144 листов (рис. 4.2, а), которые нумеруют цифрами 1, 2, ... , 144. Номенклатура каждого листа складывается из номенклатуры листа масштаба 1:1000000 и номера листа. На рисунке выделен лист М-37-87.

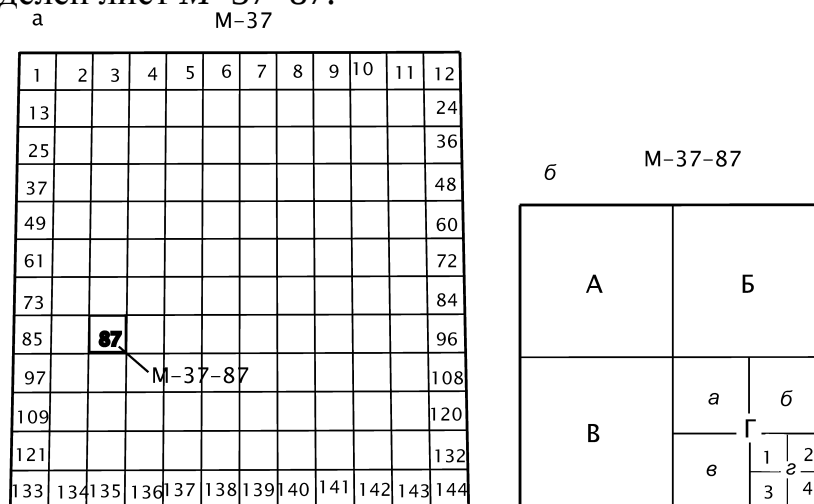


Рис. 4.2. Разграфка листов карт масштабов: а – 1:100000; б – 1:50000, 1:25000, 1:10000.

Разграфка карт масштабов 1:50000, 1:25000 и 1:10000 формируется делением на четыре части листа более мелкого масштаба (соответственно – 1:100000, 1:50000, 1:25000) и добавлением к номенклатуре предыдущего масштаба соответствующего знака, как показано на рис. 4.2, б и в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Масштаб	Номенклатура (последнего листа карты)	Число листов карты	Размеры листа	
			По Широте	по долготе
1:1000000	М-37	–	4°	6°
1:100000	М-37-144	12×12=144	20′	30′
1:50000	М-37-144-Г	2×2=4	10′	15′
1:25000	М-37-144-Г-г	2×2=4	5′	7′30″
1:10000	М-37-144-Г-г-4	2×2=4	2′30″	3′45″

Для планов масштабов 1:5000 и 1:2000 применяется два вида разграфки – трапецевидная, в которой рамками планов служат параллели и меридианы, и прямоугольная, в которой рамки совмещают с линиями сетки прямоугольных координат.

При трапецевидной разграфке границы листов планов масштаба 1:5000 получают делением листа масштаба 1:100000 на 256 частей (16×16), которые нумеруют от 1 до 256. Номенклатура, например листа №70, записывается так М-37-87(70).

Разграфку листов масштаба 1:2000 получают делением листа масштаба 1:5000 на 9 частей (3×3) и обозначают добавлением буквы русского алфавита, например, М-37-87(70-и).

Прямоугольная разграфка применяется для планов населённых пунктов и для участков площадью менее 20 км², а также для планов масштабов 1:1000 и 1:500.

При съёмке отдельного участка план может быть составлен и на листе нестандартного формата.

4.3. Условные знаки топографических карт и планов

Рамки карты и координатные линии. Листы топографических карт имеют три рамки: внутреннюю, минутную и внешнюю. Внутреннюю рамку образуют отрезки параллелей, ограничивающих площадь карты с севера и юга, и отрезки меридианов, ограничивающих её с запада и востока. Значения широт и долгот на линиях внутренней рамки связаны с номенклатурой карты и написаны в каждом её углу.

Между внутренней и внешней рамками помещена минутная рамка, на которой нанесены деления, соответствующие одной минуте широты (слева и справа) и долготы (наверху и внизу). Точками на рамке отмечены десятки секунд.

Система прямоугольных координат на карте представлена километровой сеткой, образованной проведенными через 1 км координатными линиями x и y . Значения x и y , выраженные в километрах, надписаны на выходах линий за внутреннюю рамку карты.

Планы масштабов 1:5000–1:500 с прямоугольной разграфкой имеют только сетку прямоугольных координат. Ее линии проведены через 10 см.

Условные знаки. На планах и картах объекты местности изображают условными знаками.

Условные знаки различают контурные, немасштабные и линейные.

Контурными условными знаками изображают объекты, форма и размеры которых могут быть переданы в масштабе плана (карты). К ним относятся земельные угодья (леса, сады, пашни, луга), водоёмы, а для более крупных масштабов – здания, сооружения. Очертания объектов (контуры) на плане показывают точечным пунктиром или линиями определённой

толщины и цвета. Внутри контура помещают знаки, указывающие характер объекта.

Внемасштабными условными знаками изображают объекты, которые необходимо нанести на план, но невозможно изобразить в масштабе (бензоколонки, колодцы, пункты геодезической сети и др.).

Линейными условными знаками изображают объекты, длина которых выражается в масштабе плана, а ширина не выражается (линии электропередач и связи, трубопроводы, ограды, тропы).

Для отражения характеристик изображаемых объектов многие условные знаки сопровождаются пояснительными подписями. Так, при изображении железной дороги указывают высоту насыпи и глубину выемки, ширину колеи на узкоколейной дороге. При изображении шоссе указывают его ширину и материал покрытия; при изображении линий связи – число проводов и их назначение; при изображении лесов – породу деревьев, среднюю высоту, толщину стволов и расстояние между деревьями.

Изображение рельефа. На картах и планах рельеф изображают с помощью горизонталей, высотных отметок и условных знаков.

Горизонтالي – линии сечения земной поверхности равноотстоящими уровнями поверхностями. Иными словами, горизонтали – это линии равных высот. Горизонтали, подобно другим точкам местности, проецируют на уровенную поверхность Q и наносят на план (рис. 4.3).

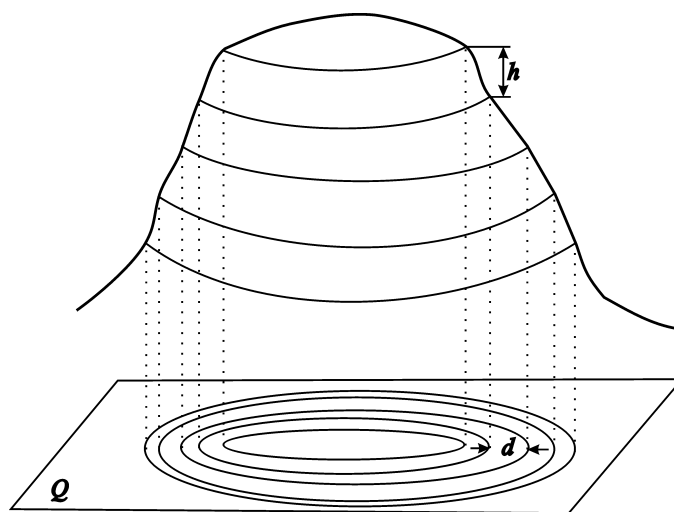


Рис. 4.3. Горизонтали: h – высота сечения рельефа; d – заложение

Разность h высот смежных горизонталей, равная расстоянию между секущими поверхностями, называется *высотой сечения рельефа*. Значение высоты сечения подписывают у нижней рамки плана.

Горизонтальное расстояние между соседними горизонталями называется *заложением*. Минимальным в данном месте является заложение, перпендикулярное к горизонталям, – *заложение ската*. Чем меньше заложение ската, тем круче скат.

Направление ската указывают *бергштрихами* – короткими штрихами у некоторых горизонталей, направленными в сторону спуска. На отдельных горизонталях в их разрывах пишут их высоту так, чтобы верх цифр указывал в сторону подъёма.

Горизонтали с круглыми значениями высот делают утолщёнными, а для отражения деталей рельефа используют *полугоризонтали* – штриховые линии, соответствующие половине высоты сечения рельефа, а также *вспомогательные горизонталю* с короткими штрихами, проводимые на произвольной высоте.

Изображение рельефа горизонталями дополняется вписыванием на план отметок высот около характерных точек рельефа и специальными условными знаками, изображающими обрывы, скалы, овраги и т. п.

Основными формами рельефа являются гора, котловина, хребет, лощина и седловина (рис. 4.4).

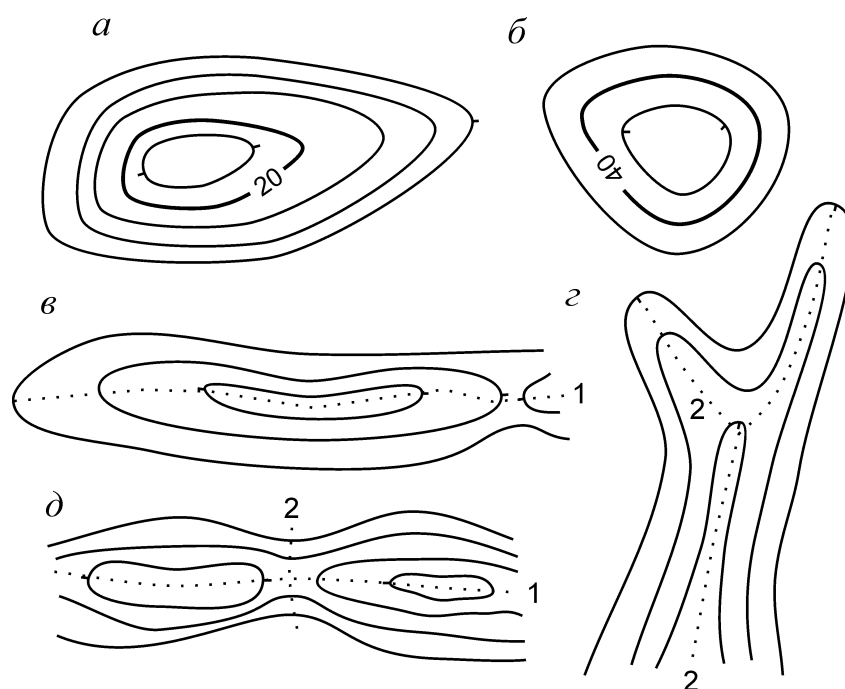


Рис. 4.4. Основные формы рельефа: а – гора; б – котловина; в – хребет; г – лощина; д – седловина; 1 – водораздельная линия; 2 – водосливная линия.

Гора (возвышенность, холм, курган, сопка) изображается замкнутыми горизонталями с бергштрихами, обращёнными наружу (рис. 4.4, а). Характерными точками горы являются её вершина и точки у подошвы.

Котловина (впадина) тоже изображается замкнутыми горизонталями, но с бергштрихами, обращёнными внутрь (рис. 4.4, б). Характерными точками котловины являются точки на её дне и вдоль бровки.

Хребет – вытянутая возвышенность. Изображается огибающими гребень хребта и идущими по его скатам вытянутыми горизонталями (рис.

4.4, в). Бергштрихи, как и у горы, обращены наружу. Характерной линией хребта является проходящая вдоль его гребня *водораздельная линия*.

Лощина (долина, ущелье, овраг, балка) – вытянутое в одном направлении углубление. Изображается вытянутыми, горизонталями с бергштрихами, обращёнными внутрь (рис. 4.4, г). Характерной линией лощины является *водосливная линия* (тальвег) – линия, по которой сбегает вода.

Седловина (перевал) – понижение между двумя возвышенностями (рис. 4.4, д). По обе стороны к седловине примыкают лощины. Седловина – это место пересечения водораздельной и водосливной линий.

4.4. Решение задач по топографической карте

Измерение расстояний на картах и планах. Для измерения расстояния на карте его берут на циркуль-измеритель и переносят на помещённый под южной рамкой карты линейный масштаб.

Более точно расстояние измеряют линейкой с миллиметровыми делениями. Отсчёт по линейке, выраженный в сантиметрах, умножают на число метров, указанное в именованном масштабе карты.

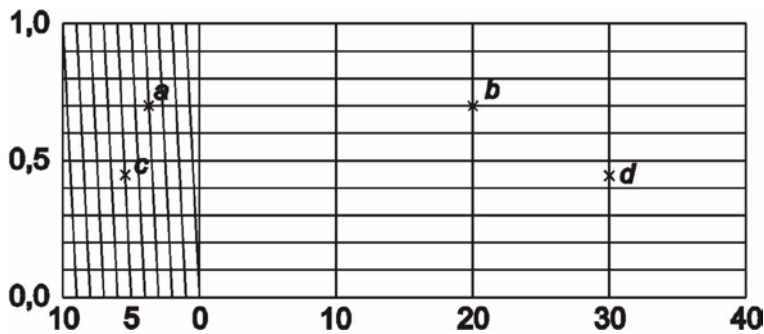


Рис. 4.5. Поперечный масштаб

Ещё точнее измерения выполняются с применением *поперечного масштаба* (рис. 4.5.). На металлической линейке через m интервалов выгравированы параллельные линии – горизонтالي (обычно $m = 10$). К ним восставлены перпендикуляры – вертикали, расстояние между которыми называют основанием масштаба δ (обычно $\delta = 2$ см). Крайнее левое основание разделено на n частей и через полученные точки проведено n наклонных линий – трансверселей (обычно $n = 10$ или 5). Длины отрезков, параллельных основанию, на поперечном масштабе равны: между соседними вертикалями – δ , между соседними трансверселями – δ/n . Длины отрезков между вертикалью и исходящей из той же точки трансверсалью изменяются в пределах от 0 до δ/n . Наименьшее деление поперечного масштаба, определяющее его точность, равно $\delta/(mn)$.

Для удобства пользования поперечным масштабом деления основания и горизонтали оцифровывают в соответствии с масштабом плана. Оцифровка на рисунке соответствует масштабу 1:500.

Для измерения расстояния берут его в раствор циркуля-измерителя. Правую его ножку ставят на одну из вертикалей поперечного масштаба, а левую – на одну из трансверсалий, но так, чтобы обе ножки оказались на одной и той же горизонтали. Измеренное расстояние равно сумме расстояний, соответствующих числу охваченных раствором циркуля целых оснований, десятых долей основания и сотых, оцениваемых по положению ножки циркуля на трансверсали. На рисунке отрезок ab имеет длину $20+3+0,7=23,7$ м. Длина отрезка cd равна $30+5+0,45=35,45$ м. Из второго примера видно, что длину отрезка удаётся измерить с точностью половины наименьшего деления (в данном случае 0,05 м).

Для измерения длин извилистых линий служит специальный прибор - курвиметр, снабжённый колёсиком, которое прокатывают вдоль измеряемой линии. Вращение передаётся на стрелку циферблата, по которому прочитывают измеренное расстояние.

Определение координат точек. Для определения географических координат служит минутная рамка карты. Через круглые значения минут широты на западной и восточной рамках южнее определяемой точки прочерчивают линию. На рис. 4.6, *а* показан отрезок такой линии с широтой $57^{\circ}20'$. Взяв на циркуль-измеритель расстояние a от определяемой точки M до прочерченной линии, откладывают его на рамке карты и, по десятисекундным делениям соображают число секунд. На рисунке широта точки M равна $57^{\circ}20'32''$.

Для определения долготы через одинаковые значения минут на северной и южной рамках прочерчивают вертикальную линию. Расстояние от точки до линии переносят измерителем на северную или южную рамку и соображают число секунд.

Прямоугольные координаты определяют, пользуясь километровой сеткой, линии которой параллельны координатным осям x и y . Координаты точки P (рис. 4.6, *б*) определяются по формуле

$$x_P = x_{Ю} + \Delta x, \quad y_P = y_З + \Delta y,$$

где $x_{Ю}$ и $y_З$ – значения координат на линиях сетки, проходящих южнее и западнее точки P . Они подписаны (в километрах) на выходах линий за рамку. Отрезки Δx и Δy измеряют.

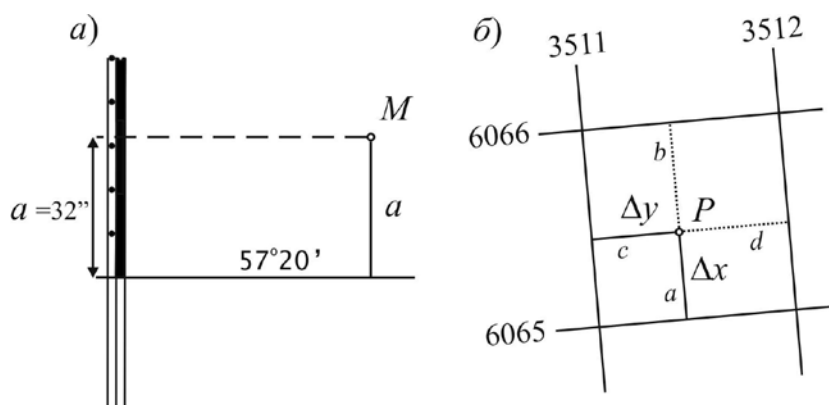


Рис. 4.6. Определение координат точек: *а* – географических; *б* – прямоугольных.

Повысить точность определения координат точки *P* можно, измерив расстояния *a* и *b* до ближайших южной и северной линий сетки, а также расстояния *c* и *d* до ближайших западной и восточной линий сетки. Отрезки Δx и Δy , выраженные в метрах, вычисляют по формулам

$$\Delta x = 1000 \frac{a}{a+b}, \quad \Delta y = 1000 \frac{c}{c+d}, \quad (4.1)$$

где множитель 1000 – длина стороны квадрата километровой сетки в метрах.

Дополнительный эффект измерения отрезков *a*, *b*, *c*, *d* и использования формул (4.1) состоит в ослаблении погрешностей, вызванных деформацией бумаги. Такой же прием может быть применен и при определении географических координат.

Определение углов ориентирования. Дирекционный угол направления отрезка на карте измеряют транспортиром как угол, отсчитываемый по направлению часовой стрелки от северного направления линии километровой сетки до направления отрезка. При необходимости перед измерением отрезок удлиняют до пересечения с линией сетки.

Для определения азимута *A* направления сначала измеряют его дирекционный угол α . Затем вычисляют азимут: $A = \alpha + \gamma$, где γ – сближение меридианов, значение которого подписано под южной рамкой карты и показано на помещённой там же схеме.

Можно азимут измерить и непосредственно. Через одноименные значения минут долготы проводят вертикальную линию – меридиан. Угол между северным направлением меридиана и направлением отрезка и есть азимут.

Под южной рамкой карты и на схеме указано также склонение магнитной стрелки δ , позволяющее вычислить магнитный азимут направления по формуле $A_m = A - \delta$.

Определение высот точек. Высота точки, лежащей на горизонтали, равна высоте горизонтали. Высоты отдельных горизонталей подписаны в их разрыве. Высоты других горизонталей легко сообразить, зная высоту

сечения рельефа, а также высоты подписанных горизонталей и высоты тех характерных точек рельефа, у которых подписаны их отметки. При этом учитывают, что высоты горизонталей кратны высоте сечения рельефа.

Высота точки M , расположенной между двумя горизонталями (рис. 4.7) определяется по формуле

$$H_M = H_r + h \frac{b}{a},$$

где H_r – высота меньшей горизонтали, h – высота сечения рельефа, а отрезки a и b – заложение ската и расстояние от точки до горизонтали, измеряемые по карте линейкой.

Построение профиля. Для построения профиля по линии, проведенной на карте, определяют высоты точек в местах её пересечения с горизонталями, водораздельными и водосливными линиями. Измеряют горизонтальные расстояния до них от начальной точки линии. При построении профиля по горизонтальной оси откладывают расстояния, а по вертикальной – высоты. Для наглядности вертикальный масштаб принимают крупнее горизонтального (в 10, а то и в 50 раз).

Определение уклонов и углов наклона. Отрезки линий на земной поверхности обычно имеют наклон, отчего начало и конец отрезка находятся на разных высотах. Разность их высот – превышение, а проекция отрезка на горизонтальную плоскость – его горизонтальное проложение.

Уклоном i линии называется отношение превышения h к горизонтальному проложению d :

$$i = h / d. \quad (4.2)$$

Для определения по карте уклона линии на участке KL между двумя горизонталями (рис. 4.7) измеряют его горизонтальное проложение – заложение d . Поскольку концы отрезка лежат на смежных горизонталях, превышение h между ними равно высоте сечения рельефа, подписанному под южной рамкой карты. Воспользовавшись формулой (4.2), вычисляют уклон, который принято выражать в тысячных. Если, например, $h=1$ м, $d=48$ м, то уклон равен $i=1 \text{ м} / 48 \text{ м} = 0,021=21\text{‰}$.

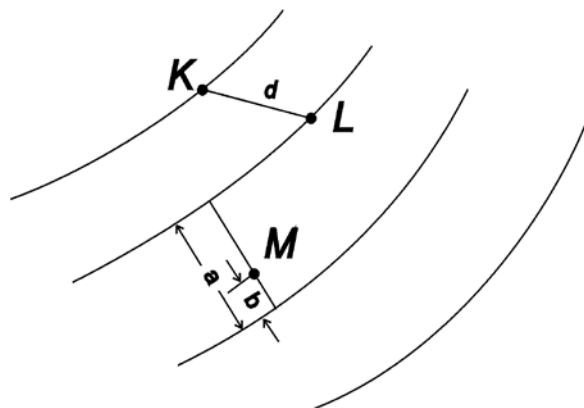


Рис. 4.7. Определение высоты точки M и уклона на отрезке KL

С другой стороны, отношение превышения h к горизонтальному проложению d равно тангенсу угла ν наклона линии. Поэтому

$$i = \operatorname{tg} \nu,$$

что позволяет, вычислив уклон определить по нему угол наклона.

При пользовании картой углы наклона не вычисляют, а определяют с помощью графика заложений (рис. 4.8), расположенного под южной рамкой карты. По горизонтальной оси графика отложены углы наклона, а по вертикальной – соответствующие этим углам заложения d , выраженные в масштабе карты и рассчитанные по формуле

$$d = h / (M \operatorname{tg} \nu),$$

где h – высота сечения рельефа, а M – знаменатель масштаба карты.

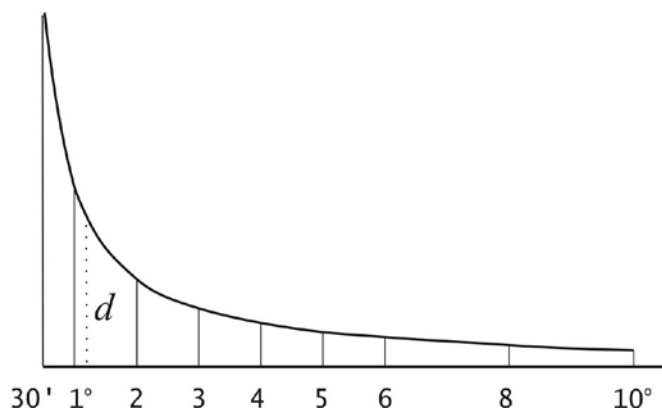


Рис. 4.8. График заложений

Для определения угла наклона отрезка KL (рис. 4.7), расположенного между горизонталями, берут его в раствор циркуля и на графике заложений (рис. 4.8) находят такой угол, над которым ордината равна раствору циркуля d . Это и есть искомый угол наклона.

При необходимости многократного определения уклонов пользуются графиком уклонов, построенным аналогично графику заложений, но с отложением по горизонтальной оси не углов наклона, а уклонов.

Проведение линии с уклоном, не превышающим заданного предельного. Необходимость решения такой задачи возникает, например, при выборе трассы для будущей дороги. Вычисляют соответствующее заданному предельному уклону $i_{\text{пр}}$ заложение, выраженное в масштабе карты,

$$d = \frac{h}{M \cdot i_{\text{пр}}} \text{ (здесь } M \text{ – знаменатель масштаба).}$$

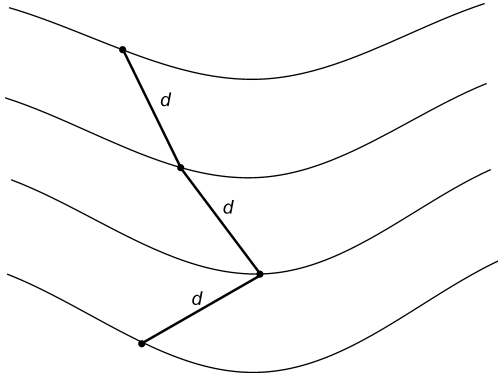


Рис. 4.9. Построение линии с заданным уклоном

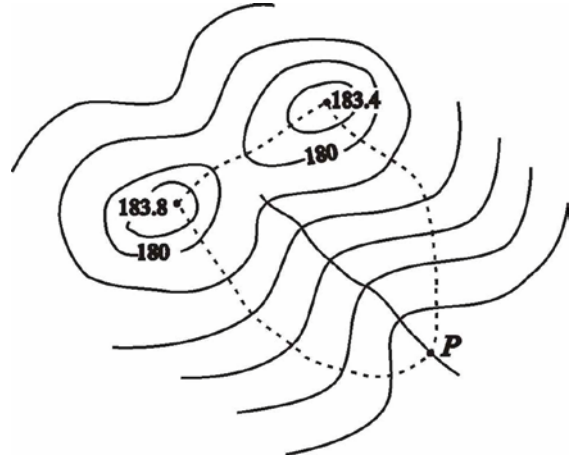


Рис. 4.10. Водосборная площадь

Чтобы уклон линии не превосходил $i_{\text{пр}}$, ни одно заложение на ней не должно быть меньше, чем рассчитанное d . Если расстояние между горизонталями больше рассчитанного, направление линии можно выбирать произвольно. В противном случае в раствор циркуля берут отрезок, равный d , и строят ломаную линию, уместая между горизонталями рассчитанное предельное заложение (рис. 4.9).

Определение границ водосборной площади (бассейна). Водосборной называют площадь, с которой дождевые и талые воды поступают в данное русло. Определение водосборной площади необходимо, например, при проектировании дороги для расчёта отверстия моста или трубы.

Для определения границ водосборной площади на карте проводят водораздельные линии, а затем от проектируемого сооружения к водораздельным линиям проводят линии наибольшего ската, перпендикулярные горизонталям.

Например, водосборная площадь, для точки P , где предстоит строительство трубы, (рис. 4.10), ограничена штриховой линией, образованной водораздельной и двумя линиями наибольшего ската.

4.5. Определение площадей по картам и планам

Аналитический способ. Если участок представляет собой замкнутый многоугольник, то, сняв с плана прямоугольные координаты его вершин, площадь участка вычисляют по формуле:

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} x_i (y_{i+1} - y_{i-1}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} y_i (x_{i-1} - x_{i+1}),$$

где i - номера вершин многоугольника, пронумерованных по ходу часовой стрелки.

По этой же формуле можно вычислить площадь с криволинейными границами, если координаты точек границы сняты так часто, что отрезки

между точками можно считать прямыми. В последнем случае съём координат выполняют с помощью специального прибора – дигитайзера, а вычисления выполняют на ЭВМ.

Графические способы. Участок на плане разбивают на простые геометрические фигуры (обычно – треугольники), элементы которых измеряют с помощью измерителя и поперечного масштаба, а площади вычисляют по известным формулам и суммируют.

Разбиение площади на простые фигуры выполняют также, применяя палетки. Палетка – лист прозрачного материала (восковки, лавсана, пластика), на который нанесена сетка квадратов размером 2×2 мм или система равноотстоящих параллельных линий. Наложив палетку с квадратами на план, подсчитывают число квадратов, уместившихся в измеряемой площади, оценивая дробные части квадратов на краях участка на глаз. Результат подсчёта умножают на площадь одного квадрата.

Палеткой с параллельными линиями площадь делится на трапеции, в каждой из которых измеряют длину средней линии. Суммируя площади трапеций, равные произведению длины средней линии на расстояние между линиями, определяют площадь участка.

Точность определения площади с помощью палеток - 1/50.

Полярный планиметр. Планиметрами называются приборы для измерения площадей. Наиболее распространён полярный планиметр (рис. 4.11). Он состоит из двух рычагов – полюсного 1 и обводного 4, соединяемых шарниром 8. Полюс планиметра (массивный цилиндр 2 с иглой, втыкаемой в бумагу) в процессе измерения площади остается неподвижным. На конце длинного плеча обводного рычага укреплен шпиль 3 (или лупа с маркой в виде креста в ее центре), которым обводят контур измеряемой площади. На коротком плече обводного рычага крепится каретка с мерным колесиком 6, опирающимся на поверхность бумаги, и счетным механизмом. Когда обводной шпиль 3 (или марка) перемещается по линии контура перпендикулярно рычагу, мерное колесико 6 катится по бумаге. При перемещении обводного шпиля по направлению рычага колесико скользит по бумаге, не вращаясь. При перемещении шпиля в иных направлениях происходит и вращение, и скольжение. Суммарное число оборотов колесика, накопленное при обводке шпилем контура, пропорционально площади, ограниченной контуром.

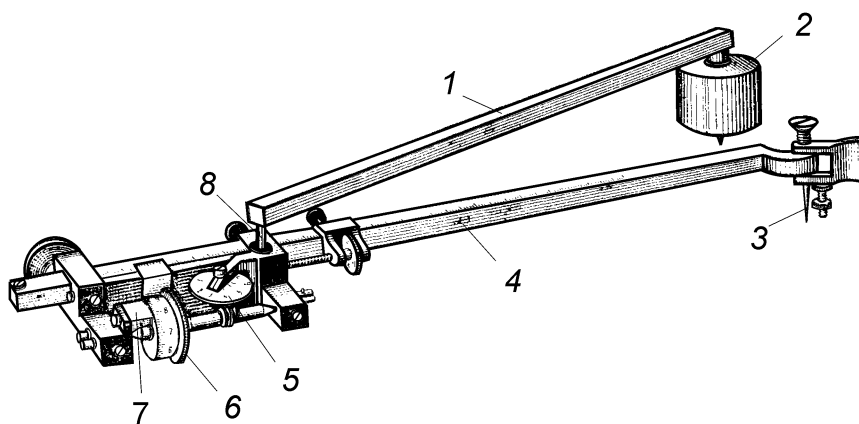


Рис. 4.11. Полярный планиметр

Для подсчета числа оборотов вращение колесика передается на циферблат 5. По ободу колесика нанесено 100 делений. Отсчеты по шкале обода берут с помощью верньера 7. Отсчет по планиметру (рис. 4.12) состоит из отсчета числа целых оборотов колесика по циферблату (на рисунке – цифра 6), отсчета десятых и сотых долей оборота – по шкале обода против нуля верньера (цифры 4 и 2) и тысячных долей оборота – по номеру штриха верньера, совпадающего со штрихом на шкале обода (цифра 2).

Для измерения площади, обводят её контур, делая при этом два отсчёта по планиметру: один n_1 – до обвода, другой n_2 – после. Площадь вычисляют по формуле

$$S = c \cdot (n_2 - n_1), \quad (4.3)$$

где c – цена деления планиметра. Для надёжности площадь измеряют 3 – 5 раз и полученные результаты осредняют.

Если во время измерений полюс планиметра располагался внутри измеряемой площади, то вместо формулы (4.3) используют формулу

$$S = c \cdot (n_2 - n_1 + Q),$$

где Q – постоянная планиметра.

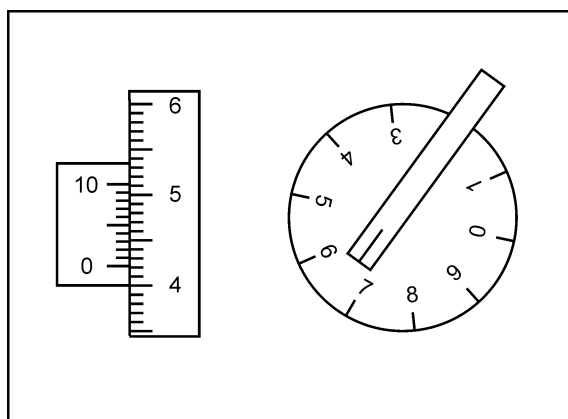


Рис. 4.12. Отсчет по планиметру: 6422.

Цена деления планиметра c зависит от длины обводного рычага и регулируется перемещением по нему каретки с мерным колёсиком и счётным механизмом. Перед измерением площади цену деления планиметра определяют. При этом, расположив полюс в стороне, обводят фигуру, площадь S_0 которой известна (например, квадрат километровой сетки на карте) и вычисляют цену деления

$$c = S_0 / (n_2 - n_1).$$

Для определения постоянной Q обводят фигуру с известной площадью, поместив полюс внутри этой площади, после чего вычисляют

$$Q = (S_0 / c) - (n_2 - n_1).$$

Точность определения площади планиметром – 1/300.

Электронные планиметры. Электронный полярный планиметр устроен подобно механическому, но имеет электронное счетное устройство и жидкокристаллический дисплей.

Электронный роликовый планиметр катится на двух высокофрикционных абразивных роликах, измеряющих смещения по направлению качения. Поворотная штанга с курсором, перемещаемым по контуру площади, измеряет смещения в поперечном направлении. Счетное устройство вычисляет площадь и высвечивает ее величину на дисплее.

Электронный роликовый планиметр-дигитайзер позволяет, кроме измерения площади, снимать координаты точек и решать некоторые задачи – определение радиуса окружности, длины дуги, площади сегмента и др. Возможна связь с компьютером через стандартный интерфейс.

5. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1 Погрешности измерений

Геодезические работы связаны с выполнением измерений различных величин – расстояний, превышений, углов и др. Измерения могут выполняться непосредственным сравнением измеряемой величины с единицей меры – *прямые измерения*, и посредством ее вычисления как функции других непосредственно измеренных величин – *косвенные измерения*.

Результаты измерений всегда содержат некоторые погрешности. Погрешностью Δ называют отклонение результата измерения l от истинного значения измеряемой величины X .

$$\Delta = l - X \quad (5.1)$$

Погрешности проявляются, например, при многократном измерении одной и той же величины – получаемые результаты всегда несколько раз-

личаются между собой, и значит, неизбежно отличаются от истинного значения, т.е. содержат погрешности.

Причинами, порождающими погрешности результатов измерений, являются несовершенство измерительных приборов, несовершенство органов чувств наблюдателя, внешние условия, влияющие на измерения.

Измерения, выполненные однотипными приборами, одинаковыми методами и в одинаковых условиях, принято считать *равноточными*, а выполненные разными приборами и методами, в разных условиях считают *неравноточными*.

Различают три основных вида погрешностей: *случайные*, *систематические* и *грубые*.

Грубые погрешности – необычно большие погрешности, вызванные небрежностью наблюдателя, неисправностью прибора или резким отклонением от нормы условий измерений. Грубые погрешности выявляют путем выполнения и анализа избыточных измерений. Результаты измерений, содержащие грубые погрешности, отбрасывают, бракуют.

Систематические погрешности – такие, которые при повторных измерениях остаются постоянными, или изменяются закономерным образом.

Причины и закономерности появления систематических погрешностей должны быть изучены, и сами погрешности исключены из результатов измерений путем введения соответствующих поправок, применением надлежащих методик измерений, юстировкой приборов.

Случайные погрешности – такие, которые при повторных измерениях изменяются случайным образом. Ни знак, ни значение случайной погрешности предвидеть невозможно. Поэтому невозможно исключить случайные погрешности из результатов измерений. Можно лишь при обработке измерений ослабить их влияние. Пути к такому ослаблению указывает теория погрешностей измерений.

В дальнейшем будем полагать, что результаты измерений свободны от грубых и систематических и содержат только случайные погрешности.

5.2 Свойства случайных погрешностей

Теоретические исследования и опыт измерений показывают, что случайные погрешности обладают следующими основными свойствами:

- при определенных условиях измерений, случайные погрешности по абсолютной величине не могут превышать известного предела;
- малые по абсолютной величине погрешности появляются чаще, чем большие.
- положительные погрешности встречаются так же часто, как и отрицательные;
- среднее арифметическое из всех случайных погрешностей равноточных измерений одной и той же величины при неограниченном возрастании числа измерений n стремится к нулю, т.е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \dots + \Delta_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta]}{n} = 0, \quad (5.2)$$

где $[\]$ – обозначение суммы.

Формула (5.2) выражает свойство компенсации случайных погрешностей. Этим свойством обладает и сумма попарных произведений случайных погрешностей

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta_i \Delta_j]}{n} = 0, \quad (i, j = 1, 2, 3 \dots n; i \neq j). \quad (5.3)$$

5.3 Характеристики точности измерений

Каждая погрешность в отдельности не может характеризовать точность измерений, поскольку она случайна. Нужна такая оценка, которая характеризует точность в среднем.

Общепринятой характеристикой точности является предложенная К.Ф. Гауссом средняя квадратическая погрешность

$$m = \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 + \dots + \Delta_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}, \quad (5.4)$$

где $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ – случайные погрешности измерений. Достоинством этой характеристики является ее устойчивость, независимость от знаков отдельных погрешностей и усиленное влияние больших погрешностей.

Теоретически строгим значением средней квадратической погрешности считают оценку, получаемую по формуле (5.4) при бесконечно большом числе измерений, то есть при $n \rightarrow \infty$. Такую строгое значение средней квадратической погрешности часто именуют термином *стандарт*.

На практике приходится пользоваться ограниченным числом измерений, отчего оценки, вычисленные по формуле (5.4) вследствие случайного характера погрешностей Δ_i отличаются от строгой оценки – стандарта. Средняя квадратическая погрешность определения m по формуле (5.4)

приблизительно равна $m_m \approx \frac{m}{\sqrt{2n}}$.

Формула (5.4) находит применение при исследовании точности геодезических приборов и методов измерений, когда известно достаточно точное, близкое к истинному, значение X измеряемой величины. Но обычно значение измеряемой величины заранее неизвестно. Тогда вместо формулы Гаусса пользуются формулой Бесселя (см. раздел 5.5), определяющей среднюю квадратическую погрешность по отклонениям результатов измерений от среднего.

В большинстве случаев погрешности измерений распределены по нормальному закону, установленному Гауссом. Это означает, что в интервал от $-m$ до $+m$ попадает 68,27% результатов повторных измерений од-

ной и той же величины. В интервал от $-2 m$ до $+2 m$ попадает 95,45%, а в интервал от $-3 m$ до $+3 m$ попадает 99,73%.

Таким образом, вероятность того, что случайная погрешность превышает $2 m$, равна 4,5%, а что она превышает $3 m$ – лишь 0,27%. Поэтому погрешности, большие $2 m$, считают практически невероятными и относят к числу грубых погрешностей, промахов.

Величину $2 m$ называют *предельной погрешностью* и используют как *допуск* при отбраковке некачественных результатов измерений.

$$\Delta_{\text{пред}} = 2 m.$$

В ряде случаев за предельно допустимую погрешность принимают величину $3 m$.

Величины Δ , m , $\Delta_{\text{пред}}$, выражаемые в единицах измеряемой величины, называются *абсолютными погрешностями*.

Наряду с абсолютными применяются также и *относительные погрешности*, представляющие собой отношение абсолютной погрешности к измеряемой величине. Относительную погрешность принято выражать в виде простой дроби с единицей в числителе, например

$$\frac{m}{l} = \frac{1}{N},$$

где l – значение измеряемой величины, а N – знаменатель дроби.

Относительные погрешности используют, например, когда точность результата измерения зависит от измеряемой величины. Так при одинаковой абсолютной погрешности двух измеренных линий точнее измерена та, длина которой больше.

5.4 Средняя квадратическая погрешность функции измеренных величин.

В практике геодезических измерений определяемые величины обычно являются функциями других, непосредственно измеряемых величин. Рассмотрим функцию u независимых переменных $x, y, z, \dots$

$$u = f(x, y, z, \dots). \quad (5.5)$$

Продифференцируем функцию (5.5) по всем переменным и заменим дифференциалы $du, dx, dy, dz, \dots$ погрешностями $\Delta u, \Delta x, \Delta y, \Delta z, \dots$

$$\Delta u = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \Delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) \Delta y + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right) \Delta z + \dots$$

Получили выражение случайной погрешности Δu в зависимости от случайной комбинации погрешностей $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \dots$. Положим, что имеем n таких комбинаций, которым соответствует n выражений:

$$\Delta u_i = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \Delta x_i + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) \Delta y_i + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right) \Delta z_i + \dots \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Возведем полученные выражения в квадрат, сложим и разделим на n :

$$\begin{aligned} \frac{[\Delta u^2]}{n} = & \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \frac{[\Delta x^2]}{n} + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \frac{[\Delta y^2]}{n} + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 \frac{[\Delta z^2]}{n} + \dots \\ & + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) \frac{[\Delta x \Delta y]}{n} + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right) \frac{[\Delta x \Delta z]}{n} + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right) \frac{[\Delta y \Delta z]}{n} + \dots, \end{aligned}$$

где квадратными скобками обозначены суммы.

Устремим число комбинаций в бесконечность ($n \rightarrow \infty$) и, воспользовавшись выражениями (5.4) и (5.3), получим: $\frac{[\Delta u^2]}{n} = m_u^2$, $\frac{[\Delta x^2]}{n} = m_x^2$, $\frac{[\Delta y^2]}{n} = m_y^2$, $\frac{[\Delta z^2]}{n} = m_z^2$, $\frac{[\Delta x \Delta y]}{n} = \frac{[\Delta x \Delta z]}{n} = \frac{[\Delta y \Delta z]}{n} = 0$. И окончательно

$$m_u^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 m_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 m_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 m_z^2 \dots \quad (5.6)$$

Итак, квадрат средней квадратической погрешности функции общего вида равен сумме квадратов произведений частных производных по каждой переменной, умноженных на их средние квадратические погрешности.

Частные случаи.

1. Функция u является суммой переменных x, y, z :

$$u = x + y + z.$$

В этом случае $\frac{\partial f}{\partial x} = 1$, $\frac{\partial f}{\partial y} = 1$, $\frac{\partial f}{\partial z} = 1$. Следовательно

$$m_u^2 = m_x^2 + m_y^2 + m_z^2.$$

2. Функция u является разностью переменных x и y :

$$u = x - y.$$

В этом случае $\frac{\partial f}{\partial x} = 1$, $\frac{\partial f}{\partial y} = -1$. Следовательно

$$m_u^2 = m_x^2 + m_y^2.$$

3. Функция u имеет вид:

$$u = k \cdot x,$$

где k – постоянный множитель. Теперь $\frac{\partial f}{\partial x} = k$, поэтому $m_u^2 = k^2 \cdot m_x^2$ и

$$m_u = k \cdot m_x.$$

4. Функция u является линейной функцией от $x, y, z, \dots$:

$$u = k_1 x + k_2 y + k_3 z \dots,$$

где k_i постоянные множители. Теперь частные производные равны $\frac{\partial f}{\partial x} = k_1$,

$$\frac{\partial f}{\partial y} = k_2, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = k_3. \text{ Поэтому}$$

$$m_u^2 = k_1^2 m_x^2 + k_2^2 m_y^2 + k_3^2 m_z^2.$$

Рассмотрим примеры.

Пример 1. Определить среднюю квадратическую погрешность превышения, вычисленного по горизонтальному расстоянию $d=124,16$ м и углу наклона $\nu=2^\circ 16'$, если $m_d=0,06$ м, а $m_\nu = 1'$.

Превышение вычисляют по формуле

$$h = d \operatorname{tg} \nu.$$

Продифференцируем формулу по переменным d и ν :

$$\frac{\partial h}{\partial d} = \operatorname{tg} \nu, \quad \frac{\partial h}{\partial \nu} = \frac{d}{\cos^2 \nu}.$$

Используя формулу общего вида (5.6) получим

$$m_h^2 = (\operatorname{tg} \nu \cdot m_d)^2 + \left(\frac{d}{\cos^2 \nu} m_\nu \right)^2$$

Подставляя исходные данные, найдем

$$m_h^2 = (0,0396 \cdot 0,06)^2 + \left(\frac{124,16}{0,9999} \cdot \frac{1'}{3438'} \right)^2 = 0,00131 \text{ м}^2$$

где $3438'$ – число минут в радиане. И окончательно $m_h=0,036$ м.

Пример 2. При геометрическом нивелировании (см. раздел 9.2) превышение вычисляют как разность отчетов по рейкам

$$h = a - b.$$

Отчеты берут с точностью $m_a = m_b = 2$ мм. Находим среднюю квадратическую погрешность превышения

$$h = \sqrt{m_a^2 + m_b^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2,8 \text{ мм}$$

Пример 3. Выведем формулу допустимой угловой невязки замкнутого теодолитного хода (см. раздел 9.4). Невязку вычисляют по формуле

$$f_\beta = \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_n - 180^\circ(n - 2),$$

где β_i – измеренные углы ($i = 1, 2, \dots, n$) и n – их число.

Невязка – результат погрешностей в углах β_i . Поэтому средняя квадратическая погрешность невязки равна

$$m_f = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2} = m\sqrt{n},$$

где $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$ – средняя квадратическая погрешность измерения угла. Примем ее равной $m = 0,5'$.

Допуском угловой невязки $(f_\beta)_{\text{доп}}$ служит предельная погрешность $(f_\beta)_{\text{пред}} = 2m_f$. Получаем формулу

$$(f_\beta)_{\text{доп}} = 1' \sqrt{n}.$$

5.5 Математическая обработка результатов прямых равноточных измерений

Арифметическая середина результатов равноточных измерений.

Пусть имеем результаты многократных равноточных измерений одной величины: $l_1, l_2, \dots, l_n$. Рассмотрим их среднее арифметическое

$$L = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n}. \quad (5.7)$$

Из (5.1) следует $l_i = X + \Delta_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Поэтому напомним

$$L = \frac{(X - \Delta_1) + (X - \Delta_2) + \dots + (X - \Delta_n)}{n} = X - \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n}{n}.$$

Согласно (5.2) с увеличением числа измерений сумма случайных погрешностей, деленная на их число, стремится к нулю, и, следовательно, среднее арифметическое L стремится к истинному значению X . Поэтому значение определяемой величины принимают равным среднему арифметическому.

Средняя квадратическая погрешность арифметической середины. Пусть точность результатов измерений $l_1, l_2, \dots, l_n$ характеризуется средними квадратическими погрешностями

$$m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$$

и требуется найти среднюю квадратическую погрешность M арифметической середины.

Представим формулу (5.7) в следующем виде:

$$L = \frac{1}{n}l_1 + \frac{1}{n}l_2 + \dots + \frac{1}{n}l_n.$$

Среднюю квадратическую погрешность арифметической середины найдем как погрешность функции измеренных величин по формуле (5.6)

$$M^2 = \frac{1}{n^2}m_1^2 + \frac{1}{n^2}m_2^2 + \dots + \frac{1}{n^2}m_n^2 = \frac{m^2}{n}$$

или

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}} \quad (5.8)$$

Формула (5.8) показывает, что погрешность арифметической средней с ростом числа измерений убывает пропорционально квадратному корню из этого числа. Так, чтобы погрешность среднего арифметического уменьшить в 2 раза, число измерений надо увеличить в 4 раза.

Обработка результатов равноточных измерений. Математическая обработка ряда результатов $l_1, l_2, \dots, l_n$ прямых равноточных измерений одной величины выполняется в следующей последовательности:

1. Вычисляют среднее арифметическое L

$$L = \frac{[l]}{n}.$$

2. Вычисляют поправки к v_i результатам измерений

$$v_i = L - l_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Контролем правильности вычислений служит сумма поправок, которая должна быть близка к нулю.

3. Вычисляют среднюю квадратическую погрешность одного измерения по формуле Бесселя:

$$m = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}.$$

Значение m вычисляют с двумя-тремя значащими цифрами.

4. Вычисляют среднюю квадратическую погрешность среднего арифметического

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}}.$$

5.6 Математическая обработка результатов прямых неравноточных измерений

Веса измерений. *Неравноточными* называют измерения, выполненные приборами различной точности, разным числом приемов, в различных условиях.

При неравноточных измерениях точность каждого результата измерений характеризуется своей среднеквадратической погрешностью. Наряду со средней квадратической погрешностью при обработке неравноточных измерений пользуются относительной характеристикой точности – весом измерения. Вес i -го измерения вычисляют по формуле

$$p_i = \frac{c}{m_i^2} \quad (5.9)$$

где c – произвольная постоянная, назначаемая вычислителем, m_i – средняя квадратическая погрешность i -го измерения.

Так, имея ряд результатов измерений $l_1, l_2, \dots, l_n$, со средними квадратическими погрешностями $m_1, m_2, \dots, m_n$, определяют их веса:

$$p_1 = c / m_1^2, \quad p_2 = c / m_2^2, \quad \dots, \quad p_n = c / m_n^2.$$

Часто постоянную c для удобства дальнейших вычислений назначают так, чтобы веса p_i оказались целыми числами.

Рассмотрим смысл произвольной постоянной c . Предположим, что в результате фиксирования значения c вес j -го измерения стал равен 1, то есть $p_j = c / m_j^2 = 1$. Отсюда находим $c = m_j^2$. Следовательно, постоянная c есть квадрат средней квадратической погрешности μ^2 такого измерения, вес которого принят за единицу ($c = \mu^2$).

Теперь (5.9) можем записать так

$$P_i = \frac{\mu^2}{m_i^2}. \quad (5.10)$$

Кратко μ называют средней квадратической погрешностью единицы веса.

Вес арифметической середины. Рассмотрим вес арифметической середины равноточных измерений. Примем в формуле (5.8) за единицу вес одного измерения, то есть $\mu = m$, и запишем $M = m / \sqrt{n}$.

Тогда согласно (5.10) вес P арифметической середины L будет равен

$$P = \frac{\mu^2}{M^2} = n. \quad (5.11)$$

Вывод. Если за единицу веса принят вес одного измерения, то согласно (5.11) вес арифметической середины равен числу измерений.

Следствие. Если результат l измерения имеет вес p , то можем считать, что l является средним арифметическим из p измерений с весом 1.

Общая арифметическая середина результатов неравноточных измерений. Пусть имеем результаты многократных неравноточных измерений одной величины: $l_1, l_2, \dots, l_n$, выполненных с весами $p_1, p_2, \dots, p_n$.

Представим каждый из результатов l_i ($i = 1, 2, \dots, n$) как среднее из p_i результатов с весом 1. Получим такой ряд результатов равноточных измерений:

$$\begin{aligned} l_1 & - \text{результат } p_1 \text{ измерений с весом 1,} \\ l_2 & - \text{результат } p_2 \text{ измерений с весом 1,} \\ & \dots\dots\dots \\ l_n & - \text{результат } p_n \text{ измерений с весом 1,} \end{aligned}$$

где общее число измерений с весом 1 равно $p_1 + p_2 + \dots + p_n$.

Нами составлен ряд результатов равноточных измерений, позволяющий найти окончательное значение измеряемой величины как среднее арифметическое из всех результатов измерений

$$L_0 = \frac{p_1 l_1 + p_2 l_2 + \dots + p_n l_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{[pl]}{[p]}. \quad (5.12)$$

Значение, вычисляемое по формуле (5.12), называют *общей арифметической серединой* или *весовым средним*.

Оценки точности результатов неравноточных измерений. Приведем без вывода формулы характеристик точности, используемых при обработке прямых неравноточных измерений.

Средняя квадратическая погрешность μ измерения, имеющего вес, равный единице:

– формула Гаусса: $\mu = \sqrt{\frac{[p\Delta^2]}{n}}.$

Формула применяется, когда известно достаточно точное, близкое к истинному, значение X измеряемой величины.

– формула Бесселя: $\mu = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-1}},$

где v_i – поправки к результатам измерений:

$$v_1 = L_0 - l_1; \quad v_2 = L_0 - l_2; \quad v_n = L_0 - l_n.$$

Средняя квадратическая погрешность общей арифметической середины

$$M_0 = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}}$$

Обработка результатов неравноточных измерений. Математическая обработка ряда результатов прямых неравноточных измерений одной величины выполняется в следующей последовательности.

1. Вычисление весового среднего (общей арифметической середины)

$$L_0 = \frac{[pl]}{[p]}.$$

2. Вычисление поправок к результатам измерений:

$$v_i = L_0 - l_i \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Контролем правильности вычислений служит равенство

$$[pv] \approx 0$$

3. Вычисление средней квадратической погрешности одного измерения по отклонениям от арифметической середины, используя формулу Бесселя для неравноточных измерений:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-1}}.$$

4. Вычисление средней квадратической погрешности весового среднего

Достоинством метода наименьших квадратов по сравнению с другими методами является получение искомых параметров с минимальными средними квадратическими погрешностями.

6. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЕТИ

Геодезической сетью называют совокупность пунктов на земной поверхности, закрепленных специальными центрами, положение которых определено в общей для них системе координат и высот.

Различают плановые, высотные и пространственные сети. *Плановые сети* – это такие, в которых определены плановые координаты (плоские – x, y или геодезические – широта B и долгота L) пунктов. В *высотных сетях* определяют высоты пунктов относительно отсчетной поверхности, например, поверхности геоида (а точнее – квазигеоида). В *пространственных сетях* определяют пространственные координаты пунктов, например, прямоугольные геоцентрические X, Y, Z или геодезические B, L, H .

6.1. Методы построения плановых сетей

При построении плановых сетей отдельные пункты сети служат исходными – их координаты должны быть известны. Координаты остальных пунктов определяют с помощью измерений, связывающих их с исходными. Плановые геодезические сети создают следующими методами.

Триангуляция – метод определения планового положения геодезических пунктов путем построения на местности сети треугольников, в которых измеряют углы, а также длины некоторых сторон, называемых базисными сторонами (рис. 6.1).

Положим, что в треугольнике ABP известны координаты пунктов $A (x_A, y_A)$ и $B (x_B, y_B)$. Это позволяет путем решения обратной геодезической задачи определить длину стороны $AB = b$ и дирекционный угол β_{AB} направления с пункта A на пункт B . Длины двух других сторон треугольника ABP могут быть вычислены по теореме синусов

$$d_1 = b \cdot \sin \beta_1 / \sin \beta_3 ; \quad d_2 = b \cdot \sin \beta_2 / \sin \beta_3 .$$

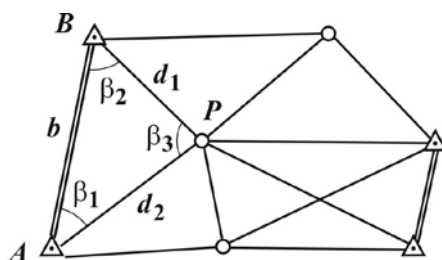


Рис. 6.1. Схема сети триангуляции

Продолжая подобным образом, вычисляют длины всех сторон сети. Если, кроме базиса b известны другие базисы (на рис. 6.1 базисы показаны двойной линией), то длины сторон сети можно вычислить с контролем.

Дирекционные углы сторон AP и BP треугольника ABP равны

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} + \beta_1; \quad \alpha_{BP} = \alpha_{AB} \pm 180^\circ - \beta_2.$$

Координаты пункта P определяются по формулам прямой геодезической задачи

$$x_P = x_A + d_2 \cos \beta_{AP}; \quad y_P = y_A + d_2 \sin \beta_{AP}.$$

Аналогично вычисляют координаты всех остальных пунктов.

Трилатерация – метод определения планового положения геодезических пунктов путем построения на местности сети треугольников, в которых измеряют длины их сторон.

Если в треугольнике ABP (рис. 6.1) известен базис b и измерены стороны $BP = d_1$ и $AP = d_2$, то на основе теоремы косинусов, можно вычислить углы треугольника;

$$\begin{aligned} \cos \beta_1 &= (b^2 + d_2^2 - d_1^2) / 2bd_2; \\ \cos \beta_2 &= (b^2 + d_1^2 - d_2^2) / 2bd_1; \\ \cos \beta_3 &= (d_1^2 + d_2^2 - b^2) / 2d_1d_2. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Так же вычисляют углы всех треугольников, а затем, как и в триангуляции, – координаты всех пунктов.

Линейно-угловая сеть строится, как правило, как сеть треугольников, в которых измеряют углы и длины сторон. Такие сети имеют большое число избыточных измерений и поэтому отличаются высокой надежностью.

Полигонометрия – метод определения планового положения геодезических пунктов путем проложения ломаной линии (полигонометрического хода) или системы связанных между собой ломаных линий (сети полигонометрии), в которых измеряют углы поворота и длины сторон.

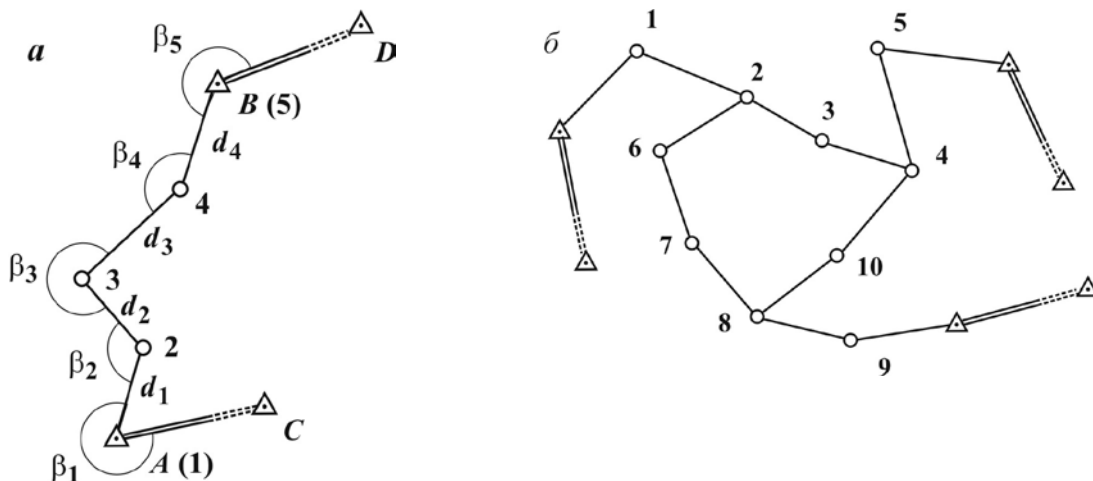


Рис. 6.2. Полигонометрия: a – полигонометрический ход; b – система ходов

Схема полигонометрического хода показана на рис. 6.2 a , где A и B – исходные пункты; CA и BD – исходные направления, дирекционные углы

которых известны; 1, 2, 3, 4, 5 – точки (вершины) хода; β_i – измеренные горизонтальные углы; d_i – измеренные длины сторон ($i = 1, 2, \dots$).

На рис. 6.2 б показана схема системы полигонометрических ходов. Точки 2, 4, 8, где соединяются разные ходы, называются узловыми.

Спутниковый метод определения координат геодезических пунктов основан на измерениях по сигналам спутников навигационных систем ГЛОНАСС (Россия) и GPS (США), выполняемых двумя (и более) наземными приемниками. По результатам измерений с высокой точностью определяют разности ΔX , ΔY , ΔZ геоцентрических координат между пунктами. Если координаты одного из пунктов известны, то, прибавив к ним измеренные разности, находят координаты остальных пунктов. Затем координаты преобразуют в геодезические или плоские прямоугольные.

6.2. Основные виды плановых геодезических сетей

Геодезические сети по назначению классифицируют на государственные геодезические сети, геодезические сети сгущения, геодезические сети специального назначения и съемочные сети.

Государственная геодезическая сеть. Государственная геодезическая сеть покрывает всю территорию Российской Федерации и служит ее главной геодезической основой.

Государственная геодезическая сеть (ГГС) предназначена для решения следующих основных задач, имеющих хозяйственное, научное и оборонное значение: установление и распространение единой системы координат на всю территорию страны и поддержание ее на уровне современных и перспективных требований; геодезическое обеспечение картографирования территории страны и акваторий окружающих ее морей; геодезическое обеспечение изучения земельных ресурсов и землепользования, кадастра, строительства, разведки и освоения природных ресурсов; обеспечение геодезическими данными средств наземной, морской и аэрокосмической навигации, аэрокосмического мониторинга природной и техногенной среды; изучение поверхности и гравитационного поля Земли и их изменений во времени; изучение геодинамических явлений; метрологическое обеспечение высокоточных технических средств определения местоположения и ориентирования.

Положение пунктов ГГС определено сочетанием методов триангуляции, полигонометрии, астрономических и спутниковых измерений. Каталоги координат пунктов в системе СК-95 (координатная система 1995 года) хранятся в территориальных аэрогеодезических предприятиях Федерального Агентства «Роскартография».

По мере совершенствования средств измерений и накопления новых данных ГГС модернизируется. Создаваемая в настоящее время сеть согласно «Основным положениям о государственной геодезической сети

Российской Федерации” включает: фундаментальную астрономо-геодезическую сеть, высокоточную геодезическую сеть, спутниковую геодезическую сеть 1 класса, а также астрономо-геодезическую сеть и геодезические сети сгущения.

Фундаментальная астрономо-геодезическая сеть (ФАГС) – сеть пунктов, геоцентрические координаты которых определяются методами космической геодезии относительно центра масс Земли с погрешностью не более 10-15 см. Расстояния между пунктами 650 – 1000 км.

Высокоточная геодезическая сеть (ВГС) обеспечивает распространение на всю территорию страны геоцентрической системы координат и уточнение параметров связи геоцентрической системы с действующей системой координат СК-95. Пункты ВГС определяются по наблюдениям спутников навигационных систем ГЛОНАСС и GPS. Расстояния между пунктами 150 – 300 км.

Спутниковая геодезическая сеть 1 класса (СГС-1) – сеть, создаваемая по мере необходимости по наблюдениям спутников систем ГЛОНАСС и GPS. Расстояния между пунктами 25 – 35 км.

Характеристики точности рассмотренных выше сетей представлены в табл. 6.1, где D – расстояние между пунктами в км.

Таблица 6.1

Сеть	Расстояние между смежными пунктами, км	Погрешность взаимного положения пунктов	
		По плановым координатам	По высоте
ФАГС	650-1000	2 см	3 см
ВГС	150-300	$3 \text{ мм} + 0,05 \text{ мм} \cdot D$	$5 \text{ мм} + 0,07 \text{ мм} \cdot D$
СГС-1	25-35	$3 \text{ мм} + 0,1 \text{ мм} \cdot D$	$5 \text{ мм} + 0,2 \text{ мм} \cdot D$

Астрономо-геодезическая сеть включает ранее созданные сети 1 и 2 классов. Сети 1 класса создавались в виде звеньев длиной 200 – 250 км, расположенных главным образом вдоль меридианов и параллелей и образующих замкнутые полигоны периметром 800 – 1000 км. Сеть 2 класса – сплошная сеть внутри полигонов. Сети 3 и 4 классов опираются на пункты 1 и 2 классов и служат сгущению сети.

Сети сгущения. Там, где требуется дальнейшее сгущение сети (например, в населенных пунктах), опираясь на государственную геодезическую сеть, развивают *сети сгущения 1 и 2 разряда*, чем достигается плотность на 1 км^2 не менее 4 пунктов на застроенной территории и 1 пункт на незастроенной территории.

Геодезические сети специального назначения создают в тех случаях, когда требуется особо высокая точность геодезической сети. Геодезическую сеть специального назначения строят в государственной или в местной системе координат. Примерами таких сетей являются создаваемые

на железных дорогах реперные системы, которые должны служить основой для всех съемочных и разбивочных геодезических работ, возникающих при проектировании, строительстве и текущем содержании железных дорог, а также для мониторинга пути и сооружений, межевания земель и кадастровой съемки в пределах полосы отвода.

Съемочную сеть создают при выполнении съемки местности. Она развивается от пунктов государственной геодезической сети и сетей сгущения 1 и 2 разрядов. Но при съемке отдельных участков съемочная сеть может быть и самостоятельной, построенной в местной системе координат. В съемочных сетях, как правило, одновременно определяют положение пунктов в плане и по высоте.

Предельные погрешности планового положения пунктов съемочной сети относительно исходных пунктов не должны превышать на открытой местности и на застроенной территории 0,2 мм в масштабе плана и 0,3 мм на местности, закрытой древесной и кустарниковой растительностью.

Координаты пунктов съемочных сетей определяют проложением теодолитных ходов, построением триангуляции, засечками, спутниковым методом и др. Наиболее распространены теодолитные ходы.

6.3. Закрепление пунктов плановых геодезических сетей

Пункты геодезических сетей закрепляют на местности специальными знаками – центрами, призванными обеспечить устойчивость и длительную сохранность пунктов.

Вид центра зависит от назначения сети и характера грунта. Официальными нормативными документами [16, 17, 21] установлены типовые конструкции центров, зависящие от класса пункта и местных условий. Они различны для районов сезонного промерзания грунтов, для районов многолетней мерзлоты, для районов распространения подвижных песков.

На рис. 6.3 показан центр пункта государственной геодезической сети 1 - 4 классов для районов сезонного промерзания грунта. Центр представляет собой железобетонный пилон сечением 16×16 см и скрепленный с ним цементным раствором якорь диаметром 50 см и высотой 20 см. Основание центра располагают на 50 см ниже границы наибольшего промерзания грунта, но во всех случаях не менее 1,5 м от поверхности земли. На верху пилон крепится (цементным раствором или приваривается) чугунная марка, на верхней поверхности которой отмечена точка, к которой относятся координаты пункта.

В 1,5 м устанавливают способствующий отысканию центра опознавательный знак – железобетонный столб с укрепленной на нем металлической охранной плитой, обращенной в сторону центра.

До внедрения в геодезическое производство спутниковых технологий над центрами геодезических пунктов устанавливались наружные геодезические знаки – деревянные или металлические сооружения, служащие

объектом визирования на пункт и для подъема геодезических приборов над землей. Основными типами наружных знаков являлись пирамида и сигнал (рис. 6.4).

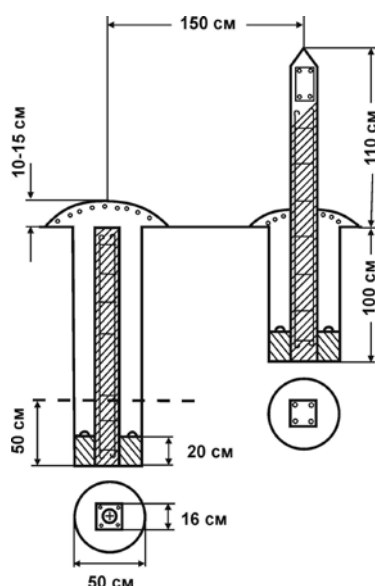


Рис. 6.3. Центр геодезического пункта:
- - - - - граница промерзания грунта

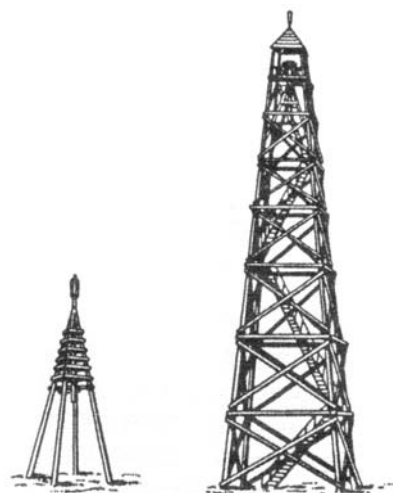


Рис. 6.4. Геодезические знаки: слева
– пирамида; справа – сигнал

6.4. Создание съемочных сетей проложением теодолитных ходов

Теодолитные ходы. Теодолитным ходом называют ход полигонометрии, выполненный методами, достаточными для обеспечения точности, требуемой в съемочных сетях.

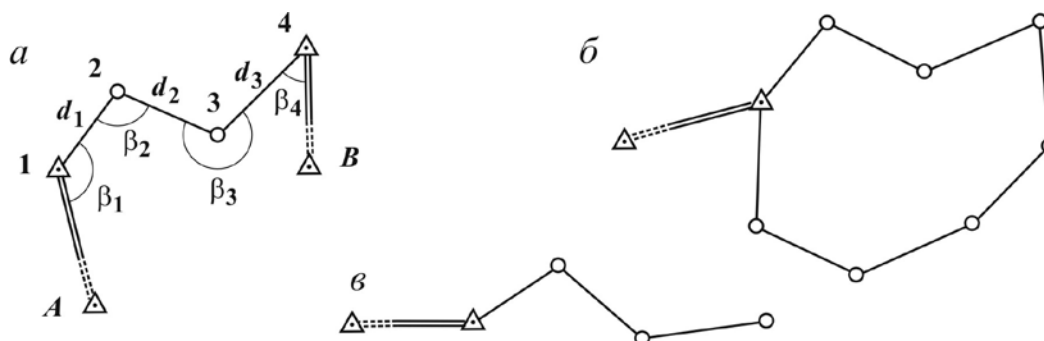


Рис. 6.5. Схемы теодолитных ходов: *а* – разомкнутого; *б* – замкнутого; *в* – висячего.

По форме теодолитный ход может быть разомкнутым – опирающимся на два исходных пункта и два исходных направления (рис. 6.5 *а*); замкнутым – опирающимся на один исходный пункт и одно направление (рис. 6.5 *б*); висячим – разомкнутым ходом, опирающимся на один исходный пункт и одно направление (рис. 6.5 *в*). Теодолитные ходы могут образовать

систему теодолитных ходов с узловыми точками в местах их соединения (см. рис. 6.2 б).

Проект съемочной сети составляют на топографической карте или плане. Но часто положение ходов выбирают непосредственно на местности в процессе рекогносцировки. При этом учитывают ограничения на длину хода между исходными пунктами, приведенные в табл. 6.2. Длины ходов, опирающихся на узловые точки, уменьшают на 30%.

Таблица 6.2

Масштаб съемки	Открытая местность, застроенная территория			Закрытая местность	
	Допустимые относительные невязки				
	1/3000	1/2000	1/1000	1/2000	1/1000
	Допустимая длина теодолитного хода, км				
1:5000	6,0	4,0	2,0	6,0	3,0
1:2000	3,0	2,0	1,0	3,6	1,5
1:1000	1,8	1,2	0,6	1,5	1,5
1:500	0,9	0,6	0,3	-	-

Места для точек хода выбирают так, чтобы обеспечить взаимную видимость между ними, благоприятные условия для съемки окружающей местности, удобства установки геодезических приборов и сохранность точек.

Точки ходов закрепляют деревянными кольями, костылями, металлическими трубами и т.п. Часть точек закрепляют знаками долговременной сохранности – столбами, бетонными монолитами.

Углы поворота теодолитного хода измеряют электронным тахеометром или теодолитом. При этом следят, чтобы на всех точках хода измерялись только правые, или только левые по ходу углы.

Для измерения угла в его вершине устанавливают прибор, а в соседних точках – визирные цели. Угол измеряют одним приемом.

Длины сторон измеряют электронным тахеометром или светодальномером, а при их отсутствии – землемерной лентой.

Результаты измерения углов и расстояний записывают в журналы установленной формы. При выполнении измерений тахеометром запись результатов измерений выполняется автоматически – в памяти прибора, откуда в последующем они вводятся для обработки в компьютер.

Обработка разомкнутого теодолитного хода. Исходными данными в разомкнутом ходе (рис. 6.5 а) являются координаты начального и конечного пунктов 1 и 4 ($X_{\text{нач}}$, $Y_{\text{нач}}$, $X_{\text{кон}}$, $Y_{\text{кон}}$) и дирекционные углы начального А-1 и конечного 4-В направлений ($\alpha_{\text{нач}}$ и $\alpha_{\text{кон}}$).

При обработке вручную записи ведут в ведомость установленной формы (табл. 6.3). В графу 1 вписывают названия или номера точек. Впи-

сывают исходные данные: в соответствующие строки графы 3 – начальный и конечный дирекционные углы, а в графы 7 и 8 – координаты начального и конечного пунктов (исходные данные в таблице выделены жирным шрифтом). Вписывают результаты измерений: измеренные углы – в графу 2, горизонтальные проложения сторон хода – в графу 4.

Уравнивание углов. Подсчитывают сумму измеренных углов $\sum \beta$. Теоретически эта сумма должна быть равна:

$$\text{для правых углов} - \sum \beta_{\text{теор}} = \alpha_{\text{нач}} - \alpha_{\text{кон}} + n \cdot 180^\circ;$$

$$\text{для левых углов} - \sum \beta_{\text{теор}} = \alpha_{\text{кон}} - \alpha_{\text{нач}} + n \cdot 180^\circ,$$

где n – число измеренных углов. В табл. 6.3 углы – правые.

Отличие фактической суммы углов от теоретической представляет угловую невязку хода:

$$f_{\beta} = \sum \beta - \sum \beta_{\text{теор}}. \quad (6.2)$$

Таблица 6.3

Ведомость вычисления координат точек теодолитного хода

Названия точек	Измеренные углы	Дирекционные углы	Длины сторон, м	Приращения координат, м		Координаты, м	
				Δx	Δy	x	y
1	2	3	4	5	6	7	8
A							
	-0,3'	349° 50,0'					
I	113° 26,0'			-0,03	+0,04	6322,70	4057,25
	-0,3	56 24,3	138,56	+76,67	+115,42		
II	85 07,5			-0,03	+0,03	6399,34	4172,71
	-0,3	151 17,1	116,30	-102,00	+55,88		
III	211 44,5			-0,04	+0,05	6297,31	4228,62
	-0,3	119 32,9	197,24	-97,27	+171,59		
IV	56 33,2					6200,00	4400,26
		243 00,0					
B							
$\Sigma\beta = 466^{\circ}51,2'$		$P = \Sigma d = 452,10$		$\Sigma\Delta x = -122,60$	$\Sigma\Delta y = +342,89$		
$\Sigma \mathbf{B}_{\text{теор}} = (\alpha_{\text{нач}} - \alpha_{\text{кон}} + n \cdot 180^{\circ}) = 349^{\circ}50,0' - 243^{\circ}00,0' + 4 \cdot 180^{\circ} - 360^{\circ} = 466^{\circ}50,0'$ $f_{\mathbf{B}} = \Sigma \mathbf{B} - \Sigma \mathbf{B}_{\text{теор}} = +1,2'$ $f_{\beta_{\text{доп}}} = 1' \sqrt{n} = 1' \sqrt{4} = 2,0'$			$x_{\text{кон}} - x_{\text{нач}} = -122,70; \quad y_{\text{кон}} - y_{\text{нач}} = 343,01;$ $f_x = \Sigma \Delta x - (x_{\text{кон}} - x_{\text{нач}}) = -122,60 + 122,70 = +0,10 \text{ м}$ $f_y = \Sigma \Delta y - (y_{\text{кон}} - y_{\text{нач}}) = +342,89 - 343,01 = -0,12 \text{ м}$ $f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{(+0,10)^2 + (-0,12)^2} = 0,16 \text{ м}$ $\frac{f}{P} = \frac{0,16}{452,10} = \frac{1}{2800} < \frac{1}{2000}$				

Вычисленную угловую невязку сравнивают с допустимой

$$f_{\beta_{\text{доп}}} = 1' \sqrt{n}.$$

Если угловая невязка меньше допустимой, что указывает на доброкачественность угловых измерений и правильность вычислений, то невязку f_β распределяют поровну во все измеренные углы со знаком, противоположным знаком невязки. Полученные при этом поправки

$$\delta_\beta = -\frac{f_\beta}{n}$$

вписывают над измеренными углами в графу 2. Невязка редко делится на число углов без остатка. Поэтому поправки округляют, вводя бо'льшие в углы с более короткими сторонами. При этом сумма поправок должна равняться невязке с обратным знаком: $\sum \delta_\beta = -f_\beta$.

Вычисление дирекционных углов. Дирекционные углы вычисляют, используя начальный дирекционный угол $\alpha_{\text{нач}}$ и измеренные углы β_i , исправленные поправками δ_β , по формулам:

$$\text{для правых углов} - \quad \bar{\alpha}_i = \bar{\alpha}_{i-1} \pm 180^\circ - (\beta_i + \delta_\beta);$$

$$\text{для левых углов} - \quad \bar{\alpha}_i = \bar{\alpha}_{i-1} \pm 180^\circ + (\beta_i + \delta_\beta).$$

Здесь индексы $i = 1, 2, \dots, n$ соответствуют номерам углов и сторон на рис. 6.5 а, причем $\alpha_0 = \alpha_{\text{нач}}$ и $\alpha_n = \alpha_{\text{кон}}$.

Контролем правильности вычислений служит равенство вычисленного и заданного значений конечного дирекционного угла.

Вычисление приращений координат выполняют по дирекционным углам и длинам сторон хода (графы 5 и 6).

$$\Delta x_i = d_i \cos \alpha_i; \quad \Delta y_i = d_i \sin \alpha_i \quad (i = 1, 2, \dots, n-1).$$

Вычислив суммы приращения абсцисс $\sum \Delta x$ и ординат $\sum \Delta y$, находят координатные невязки

$$f_x = \sum \Delta x - (x_{\text{кон}} - x_{\text{нач}}), \quad f_y = \sum \Delta y - (y_{\text{кон}} - y_{\text{нач}}). \quad (6.3)$$

Вычисляют абсолютную невязку $f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ и относительную невязку хода f/P , где $P = \sum d$ – длина хода. Если относительная невязка не превосходит допустимой (обычно, $1/2000$), то невязки f_x и f_y распределяют (см. записи курсивом в графах 5 и 6), в виде поправок к приращениям координат, пропорциональных длинам сторон, и со знаками, противоположными знакам невязок:

$$\delta x_i = -\frac{f_x}{P} d_i; \quad \delta y_i = -\frac{f_y}{P} d_i. \quad (6.4)$$

Суммы поправок должны равняться невязкам с обратным знаком:

$$\sum \delta_x = -f_x; \quad \sum \delta_y = -f_y.$$

Если из-за выполненных округлений равенства нарушаются, поправки, вычисленные по формулам (6.4), несколько изменяют, добиваясь соблюдения равенств.

Вычисление координат точек теодолитного хода выполняют по формулам (см. графы 7 и 8)

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_i + dx_i; \quad y_{i+1} = y_i + \Delta y_i + dy_i \quad (i = 1, 2, \dots, n-1).$$

Контролем правильности вычислений служит совпадение вычисленных и заданных координат последней точки теодолитного хода.

Обработка замкнутого теодолитного хода.

Последовательность обработки замкнутого хода такая же как и разомкнутого. Но исходными в замкнутом теодолитном ходе служат координаты одного из пунктов хода и дирекционный угол одной из сторон. Это накладывает на обработку замкнутого хода следующие особенности.

Угловая невязка вычисляется по формуле (6.2), в которой в отличие от разомкнутого хода

$$\sum \beta_{\text{теор}} = 180^\circ (n - 2),$$

где n – число углов в полигоне.

После распределения угловой невязки и вычисления дирекционных углов сторон хода контролируют правильность вычислений – в конце должно быть получено то же значение дирекционного угла, которое было исходным.

Невязки в координатах находят по формулам:

$$f_x = \sum \Delta x, \quad f_y = \sum \Delta y.$$

Эти соотношения следуют из формул (6.3), где в данном случае $x_{\text{нач}} = x_{\text{кон}}, y_{\text{нач}} = y_{\text{кон}}$. Распределив невязки f_x и f_y и вычислив координаты точек хода, контролируют правильность вычислений – вычисленные в конце координаты начальной точки хода должны равняться исходным.

6.5. Определение координат засечками

Засечкой называется метод определения координат отдельной точки измерением элементов, связывающих ее положение с исходными пунктами.

Для определения планового положения точки необходимо измерить два элемента. Для контроля, кроме необходимых, выполняют избыточные измерения. Засечки различают прямые, обратные и комбинированные. В прямой засечке измерения выполняют на исходных пунктах (рис. 6.6 а, з); в обратной – на определяемом пункте (рис. 6.6 б, д); в комбинированной – на исходных и определяемом пунктах (рис. 6.6 в). В зависимости от вида измерений засечки бывают угловые (рис. 6.6 а, б, в), линейные (рис. 6.6 з), линейно-угловые (рис. 6.6 д). Измеренные углы на рис. 6.6 отмечены дугами, измеренные расстояния – двумя штрихами.

Рассмотрим вычисление координат в некоторых засечках.

Прямая угловая засечка. На исходных пунктах A и B с координатами x_A, y_A, x_B, y_B . (рис. 6.6 *a*) измеряют углы β_1 и β_2 . При обработке измерений сначала вычисляют дирекционные углы направлений AP и BP :

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - \beta_1; \quad \alpha_{BP} = \alpha_{BA} + \beta_2.$$

Дирекционные углы с координатами связаны формулами обратной геодезической задачи

$$\operatorname{tg} \alpha_{AP} = \frac{y_P - y_A}{x_P - x_A}; \quad \operatorname{tg} \alpha_{BP} = \frac{y_P - y_B}{x_P - x_B}.$$

Решая эти уравнения относительно x_P и y_P , получим формулы, по которым вычисляют координаты определяемой точки P (формулы Гаусса):

$$x_P = \frac{x_A \operatorname{tg} \alpha_{AP} - x_B \operatorname{tg} \alpha_{BP} + y_B - y_A}{\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP}}; \quad (6.5)$$

$$y_P = y_A + (x_P - x_A) \operatorname{tg} \alpha_{AP}.$$

Для контроля ординату y_P вычисляют вторично по формуле:

$$y_P = y_B + (x_P - x_B) \operatorname{tg} \alpha_{BP}.$$

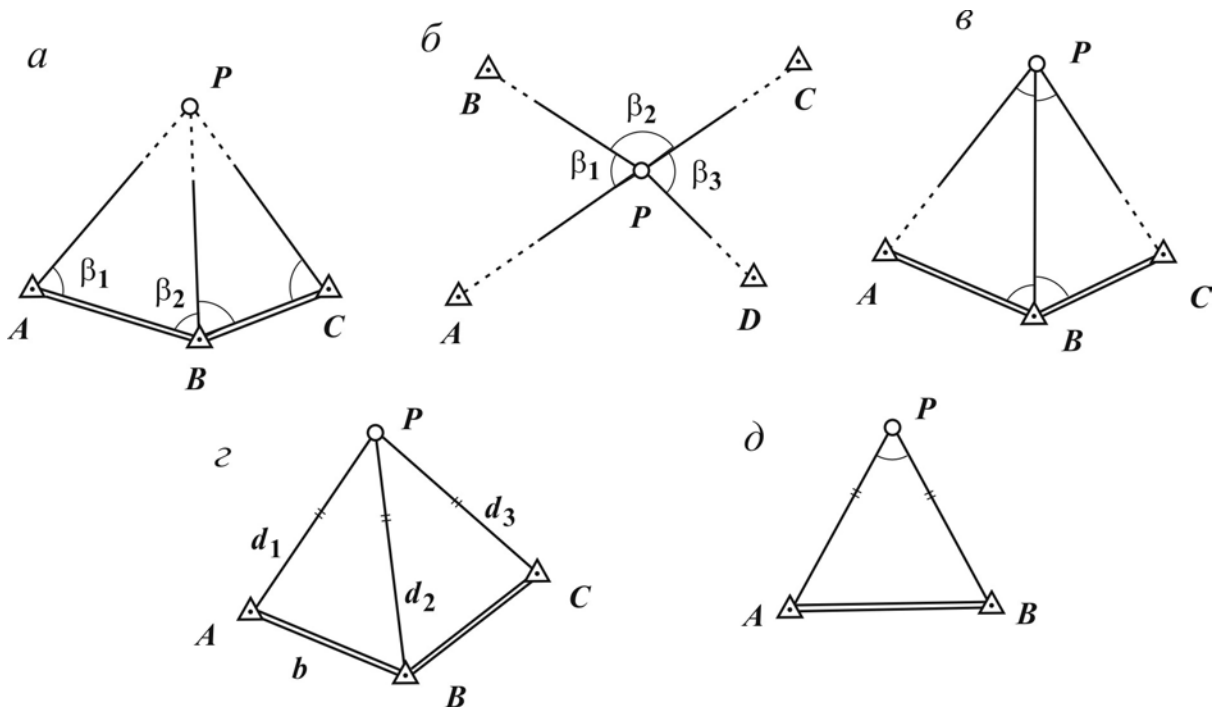


Рис. 6.6. Схемы засечек: *a* – прямая угловая; *б* – обратная угловая; *в* – комбинированная угловая; *г* – линейная; *д* – линейно-угловая

Если один из дирекционных углов α_{AP} или α_{BP} близок к 90° или 270° , то вместо формул (6.5 – 6.7) вычисления выполняют по формулам

$$y_P = \frac{y_A \operatorname{ctg} \beta_{AP} - y_B \operatorname{ctg} \beta_{BP} + x_B - x_A}{\operatorname{ctg} \beta_{AP} - \operatorname{ctg} \beta_{BP}};$$

$$x_P = x_A + (y_P - y_A) \operatorname{ctg} \beta_{AP} = x_B + (y_P - y_B) \operatorname{ctg} \beta_{BP}.$$

Для контроля аналогичные измерения и вычисления выполняют, опираясь на другую исходную сторону BC . За окончательные значения координат определяемой точки принимают средние.

Существуют и иные формулы решения прямой угловой засечки, например, формулы котангенсов углов треугольника (формулы Юнга):

$$x_P = \frac{x_A \operatorname{ctg} \beta_2 + x_B \operatorname{ctg} \beta_1 + y_B - y_A}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}; \quad y_P = \frac{y_A \operatorname{ctg} \beta_2 + y_B \operatorname{ctg} \beta_1 + x_A - x_B}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}.$$

Обратная угловая засечка. На определяемой точке P (рис. 6.6 б) измеряют углы β_1 и β_2 между направлениями на исходные пункты A, B и C . При этом исходные пункты выбирают такие, чтобы они с точкой P не оказались на одной окружности или вблизи нее. Координаты точки P вычисляют по формулам Гаусса (6.5 – 6.7), предварительно вычислив дирекционные углы:

$$\operatorname{tg} \beta_{BP} = \frac{y_A \operatorname{ctg} \beta_1 - y_B (\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2) + y_C \operatorname{ctg} \beta_2 + x_A - x_C}{x_A \operatorname{ctg} \beta_1 - x_B (\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2) + x_C \operatorname{ctg} \beta_2 - y_A + y_C}; \quad \alpha_{AP} = \alpha_{BP} - \beta_1.$$

Для контроля измеряют избыточный угол β_3 и вычисляют координаты, используя другую пару измеренных углов.

Линейная засечка. Для определения координат точки P (рис. 6.6 г) измеряют расстояния d_1, d_2 . По формуле косинусов (6.1) находят углы треугольника APB . Вычисляют дирекционный угол $\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - \angle A$, а затем по формулам прямой геодезической задачи – искомые координаты

$$x_P = x_A + d_1 \cos \alpha_{AP}; \quad y_P = y_A + d_1 \sin \alpha_{AP}.$$

Для контроля измеряют избыточное расстояние $\underline{d}_3$ и вычисляют координаты из другого треугольника BPC .

7. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ

7.1. Определения

Горизонтальным углом называют проекцию β пространственного угла $\angle CAB$ (рис. 7.1) на горизонтальную плоскость P . Для измерения горизонтального угла, образуемого направлениями AC и AB , необходимо круг с делениями расположить горизонтально, совместив его центр с отвесной линией AA' , проходящей через вершину угла A , и определить число делений круга между проекциями направлений AC и AB на плоскость круга.

Вертикальные углы – это углы, расположенные в вертикальной плоскости (рис. 7.2). *Углом наклона* линии называют угол ν между направлением линии и её проекцией на горизонтальную плоскость. Углы наклона

выше горизонта – положительные, ниже горизонта – отрицательные. *Зенитное расстояние* – угол z между направлением в зенит и направлением линии.

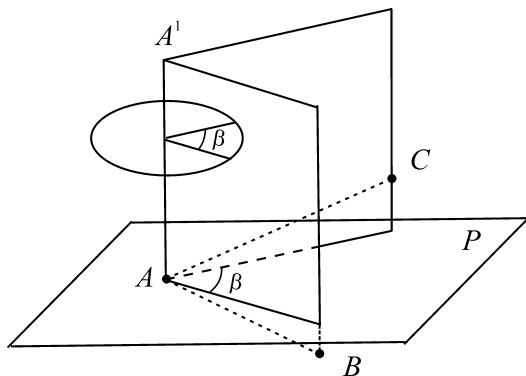


Рис. 7.1. Горизонтальный угол'

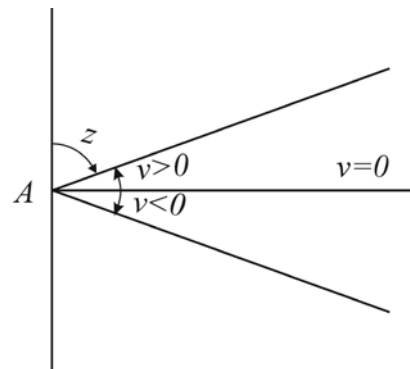


Рис. 7.2. Вертикальные углы

Горизонтальные и вертикальные углы измеряют теодолитами.

7.2. Устройство теодолитов

Принципиальная схема устройства теодолита показана на рис. 7.3. В отверстие подставки 2, опирающейся на три подъёмных винта 1, входит ось вращения лимба 3, в которую в свою очередь входит ось алидады 4.

Рис. 7.3. Схема устройства теодолита: ii – ось вращения алидады; tt – ось вращения трубы; ss – визирная ось трубы; uu – ось уровня алидады.

Лимб это стеклянный круг, по скошенному краю которого нанесены деления с оцифровкой от 0 до 360° по часовой стрелке.

Алидада – верхняя часть прибора, расположенная соосно с лимбом. Алидада несет стойки 6, на которые опирается ось tt вращения зрительной трубы 8 с вертикальным кругом 7. Установка оси ii вращения алидады в отвесное положение выполняется тремя подъёмными винтами подставки по цилиндрическому уровню 5.

Вращающиеся части теодолита снабжены закрепительными винтами для их установки в неподвижное положение и наводящими винтами для плавного их вращения.

Зрительная труба служит для обеспечения точности наведения на визирные цели. Трубы бывают с прямым и обратным изображением.

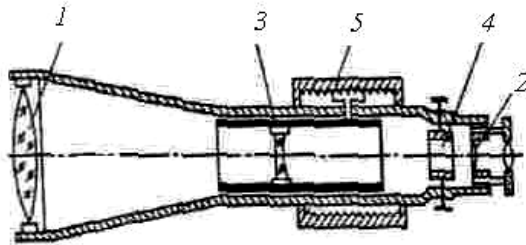


Рис. 7.4. Зрительная труба

Оптическая система трубы (рис. 7.4.) состоит из объектива 1, окуляра 2 и фокусирующей линзы 3, которую с помощью специального устройства – кремальеры 5, перемещают вдоль геометрической оси трубы. Между фокусирующей линзой и окуляром помещена сетка нитей 4 – деталь, несущая стеклянную пластину с нанесёнными на нее вертикальными и горизонтальными штрихами. При измерении углов перекрестие штрихов – центр сетки нитей, наводят на изображение визирной цели.

Сетка нитей имеет четыре исправительных винта, позволяющих перемещать ее в горизонтальном и вертикальном направлениях.

Линия, проходящая через оптический центр объектива и перекрестие сетки нитей, называется *визирной осью*.

Увеличением трубы называется отношение угла, под которым изображение предмета видно в трубе, к углу, под которым предмет виден невооружённым глазом. Практически увеличение трубы равно отношению фокусного расстояния объектива к фокусному расстоянию окуляра. Трубы геодезических приборов имеют увеличение от $15^{\times}$ до $50^{\times}$ и более.

Поле зрения трубы называется пространство, видимое в трубу при её неподвижном положении. Обычно оно бывает от 1 до 2° .

Визированием называют наведение трубы на цель. *Точность визирования* зависит от увеличения трубы и приближенно равна

$$t_v = \frac{60''}{v^{\times}},$$

где $v^{\times}$ – увеличение зрительной трубы, а $60''$ – средняя разрешающая способность глаза.

Для визирования трубу фокусируют “по глазу” и “по предмету”. При этом, глядя в трубу, вращением диоптрийного кольца окуляра добиваются чёткого изображения сетки нитей, а перемещением фокусирующей линзы 3 – чёткого изображения наблюдаемого предмета.

Отсчётные устройства служат для взятия отсчетов по горизонтальному и вертикальному кругам. Они снабжены отсчетными микроскопами.

Различают микроскопы штриховые, шкаловые и микроскопы с оптическими микрометрами.

В штриховом микроскопе отсчет с точностью $1'$ берут по положению нулевого штриха алидады a (рис. 7.5, a), интерполируя минуты на глаз.

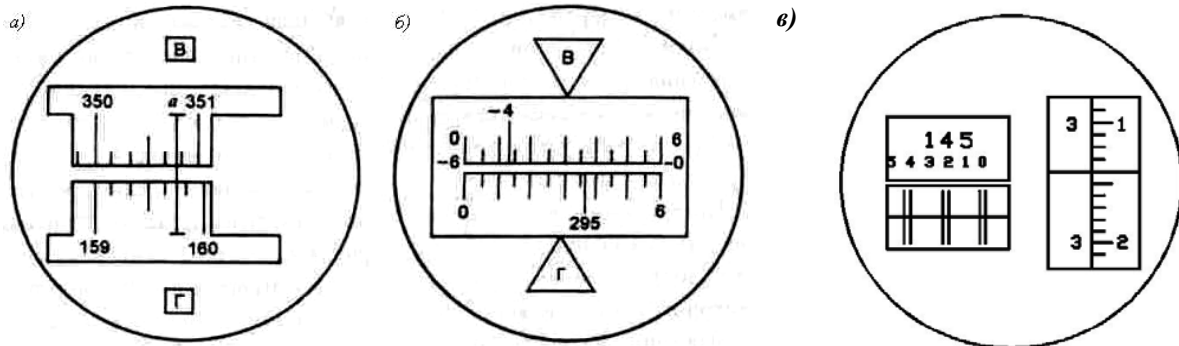


Рис. 7.5. Поле зрения отсчётных микроскопов:

a – штрихового (отсчёт по горизонтальному кругу $159^{\circ}46'$, по вертикальному $350^{\circ}48'$);
 $б$ – шкалового (отсчёт по горизонтальному кругу $295^{\circ}36'$, по вертикальному $-4^{\circ}47'$);
 $в$ – оптического микрометра (отсчет $145^{\circ}23'14''$).

Шкаловый микроскоп имеет две шкалы, совмещённые с лимбами вертикального и горизонтального кругов (рис. 7.5, б). Отсчёты берут по градусным штрихам лимбов. Шкала вертикального круга теодолита 2Т30 имеет два ряда подписей. Если перед градусным делением отсутствует знак, отсчёт делают так же, как и по горизонтальному кругу. Если перед цифрой градусов стоит минус, то минуты считывают по шкале от -0 до -6 (справа налево).

Точные теодолиты снабжены микроскопами с оптическим микрометром (рис. 7.5, в). Градусы отсчитывают по основной шкале после совмещения верхнего и нижнего изображений штрихов горизонтального (или вертикального) круга, а минуты и секунды читают по шкале микрометра.

Эксцентриситет алидады. Несовпадение оси вращения алидады C_A (рис. 7.6) с центром лимба C_L называется эксцентриситетом алидады и является причиной систематических погрешностей при измерении углов. Так, при повороте алидады на угол β (рис. 7.6 а) вместо верной разности отсчетов по лимбу $O_2 - O_1$ из-за эксцентриситета алидады будет получена разность $M_2 - M_1$.

При отсутствии эксцентриситета поворот алидады на 180° (см. рис. 7.6 б) вызывает изменение отсчета на 180° . А при наличии эксцентриситета отсчеты до и после поворота различаются не ровно на 180° , так как содержат одинаковые погрешности эксцентриситета ε , но с разным знаком. Так на рис. 7.6 б отсчет M_1 больше верного отсчета O на угол ε , а отсчет M_2 меньше верного отсчета на угол ε .

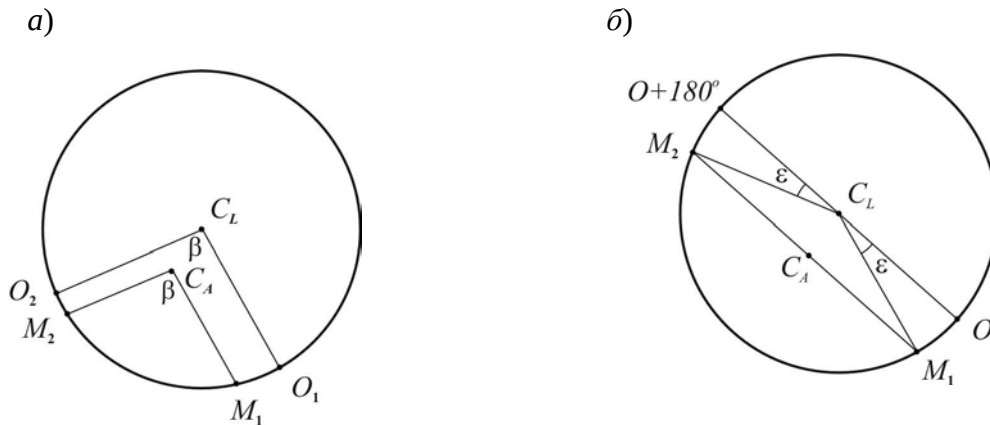


Рис. 7.6. Эксцентриситет алидады: *а* – влияние на результат измерения угла; *б* – исключение влияния; C_L – центр лимба; C_A – ось вращения алидады.

Для исключения погрешности эксцентриситета горизонтальные углы измеряют при двух положениях вертикального круга – круг слева и круг справа. При этом отсчётное устройство обеспечивает взятие отсчетов на противолежащих частях лимба. Среднее из результатов, полученных при круге слева и круге справа, свободно от ошибки эксцентриситета.

Высокоточные теодолиты имеют двухсторонние отсчетные устройства, обеспечивающие одновременное взятие отсчетов по противоположным частям лимба.

Уровни служат для приведения осей и плоскостей приборов в горизонтальное или вертикальное положение. По конструкции они бывают цилиндрические и круглые.

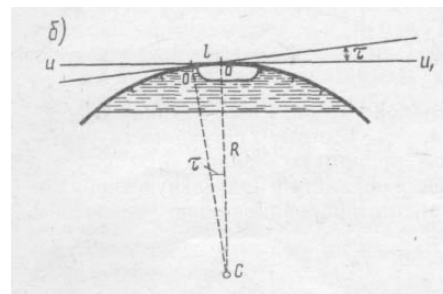
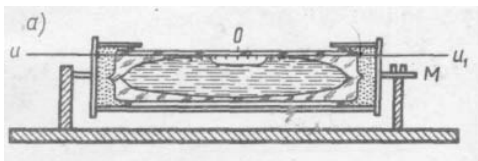


Рис. 7.7. Цилиндрический уровень:
а – общий вид; *б* – цена деления уровня.

Цилиндрический уровень (рис. 7.7.) состоит из стеклянной ампулы, верхняя внутренняя поверхность которой отшлифована по дуге окружности определённого радиуса. При изготовлении уровня её заполняют горячим эфиром или спиртом и запаивают. При охлаждении в ампуле образуется небольшое пространство, заполненное парами жидкости и называемое пузырьком уровня. Ампула помещается в металлическую оправу, снабжённую исправительными винтами для регулировки положения уровня (на рис. 7.7, *а* – винт M). На внешней поверхности ампулы нанесена шкала со штрихами через 2 мм. Точка в середине шкалы называется нульпунктом уровня. Касательная к внутренней поверхности ампулы в нульпункте на-

зывается осью уровня. Пузырёк уровня занимает в ампуле наивысшее положение, поэтому, когда его концы расположены симметрично относительно нуля, ось уровня горизонтальна.

Центральный угол τ (рис. 7.7, б), соответствующий одному делению шкалы, называется ценой деления уровня. Цена деления уровня, выраженная в секундах, определяется по формуле

$$\phi = \frac{l}{R} \rho,$$

где l – длина деления шкалы; R – радиус внутренней поверхности ампулы; ρ – число секунд в радиане. В разных типах теодолита цена деления цилиндрического уровня бывает от 15" до 60".

У *круглого уровня* (рис. 7.8.) внутренняя поверхность верхней стеклянной части ампулы имеет сферическую поверхность. Шкала уровня имеет вид окружностей с общим центром, который служит нулевым пунктом.

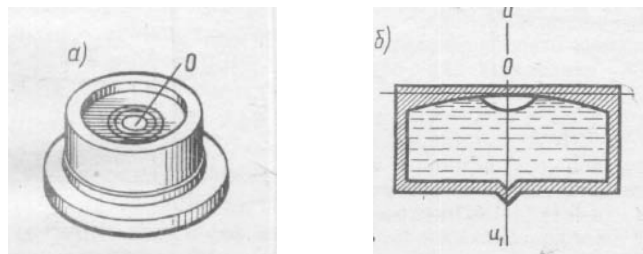


Рис. 7.8. Круглый уровень:
а – вид сверху; б – разрез и ось уровня

Нормаль к внутренней сферической поверхности ампулы в нулевом пункте называется осью круглого уровня. При расположении пузырька уровня в нулевом пункте ось уровня занимает отвесное положение. Цена деления круглого уровня бывает в пределах 3 – 15'. Круглые уровни служат для предварительной установки прибора в рабочее положение.

Разновидности теодолитов. В зависимости от точности теодолиты подразделяют на высокоточные (Т1), точные (Т2, Т5) и технические (Т15, Т30, Т60). Цифрами здесь указана точность измерения горизонтального угла одним приемом в лабораторных условиях, выраженная в секундах.

Различаются теодолиты и по конструкции.

Так, для измерения вертикальных углов точные теодолиты снабжены уровнем при вертикальном круге. У технических теодолитов такого уровня нет, его роль выполняет уровень при алидаде горизонтального круга. Есть теодолиты, в которых уровень при вертикальном круге заменен автоматическим компенсатором углов наклона (теодолиты Т5К, Т15К).

Теодолиты бывают с трубами прямого и обратного изображения. В первом случае в шифр теодолита добавляют букву П (Т5КП, Т15КП, Т15МКП). Маркшейдерские теодолиты (Т30М, Т15М), предназначенные

для подземных работ, где возможно наличие взрывоопасного газа метана, изготавливают в специальном исполнении.

Электронные теодолиты (например, Т5Э) обеспечивают автоматическое считывание отсчетов по горизонтальному и вертикальному кругам. Угломерная часть электронного теодолита представляет собой растровый датчик накопительного типа. Датчиком угла служит стеклянный круг с нанесенным на него штрих-кодом. Сигнал, прочитанный фотоприемником, поступает в электронную часть датчика угла, обрабатывается и выводится в градусной мере на дисплей и в память прибора. Наличие двухосевого компенсатора обеспечивает автоматический ввод поправок за наклон в отсчеты по горизонтальному и вертикальному кругам.

Электронный теодолит является важной частью современного универсального прибора – электронного тахеометра.

7.3. Измерение горизонтальных углов

Измерение горизонтального угла выполняют способом приемов. При измерении нескольких углов, имеющих общую вершину, применяют способ круговых приемов.

Работу начинают с установки теодолита над центром знака (например, колышка), закрепляющим вершину угла, и визирных целей (вех, специальных марок на штативах) на концах сторон угла.

Установка теодолита в рабочее положение состоит из центрирования прибора, горизонтирования его и фокусирования зрительной трубы.

Центрирование выполняют с помощью отвеса. Устанавливают штатив над колышком так, чтобы плоскость его головки была горизонтальна, а высота соответствовала росту наблюдателя. Закрепляют теодолит на штативе, подвешивают отвес на крючке станového винта и, ослабив его, перемещают теодолит по головке штатива до совмещения острия отвеса с центром колышка. Точность центрирования нитяным отвесом 3 – 5 мм.

Пользуясь оптическим центриром, теодолита (если такой у теодолита имеется), сначала надо выполнить горизонтирование, а затем центрирование. Точность центрирования оптическим центриром 1 – 2 мм.

Горизонтирование теодолита выполняют в следующем порядке. Поворачивая алидаду, устанавливают ее уровень по направлению двух подъемных винтов, и, вращая их в разные стороны, приводят пузырёк уровня в нуль-пункт. Затем поворачивают алидаду на 90° и третьим подъёмным винтом снова приводят пузырёк в нуль-пункт.

Фокусирование зрительной трубы выполняют “по глазу” и “по предмету”. Фокусируя “по глазу”, вращением диоптрийного кольца окуляра добиваются четкого изображения сетки нитей. Фокусируя “по предмету”, вращая рукоятку кремальеры, добиваются четкого изображения наблюдаемого предмета. Фокусирование должно быть выполнено так, чтобы при

покачивании головы наблюдателя изображение не перемещалось относительно штрихов сетки нитей.

Измерение угла способом приемов. Прием состоит из двух полуприемов. *Первый полуприем* выполняют при положении вертикального круга слева от зрительной трубы. Закрепив лимб и открепив алидаду, наводят зрительную трубу на правую визирную цель. После того как наблюдаемый знак попал в поле зрения трубы, зажимают закрепительные винты алидады и зрительной трубы и, действуя наводящими винтами алидады и трубы, наводят центр сетки нитей на изображение знака и берут отсчёт по горизонтальному кругу. Затем, открепив трубу и алидаду, наводят трубу на левую визирную цель и берут второй отсчёт. Разность первого и второго отсчётов даёт величину измеряемого угла. Если первый отсчёт оказался меньше второго, то к нему прибавляют 360° .

Второй полуприем выполняют при положении вертикального круга справа, для чего переводят трубу через зенит. Чтобы отсчёты отличались от взятых в первом полуприеме, смещают лимб на несколько градусов. Затем измерения выполняют в той же последовательности, как в первом полуприеме.

Если результаты измерения угла в полуприёмах различаются не более двойной точности прибора (то есть $1'$ для теодолита ТЗ0), вычисляют среднее, которое и принимают за окончательный результат.

Понятие об измерении способом круговых приемов нескольких углов, имеющих общую вершину. Одно из направлений принимают за начальное. Поочередно, по ходу часовой стрелки, при круге слева наводят трубу на все визирные цели и берут отсчеты. Последнее наведение вновь делают на начальное направление. Затем, переведя трубу через зенит, вновь наблюдают все направления, но в обратном порядке – против часовой стрелки. Из отсчетов при круге слева и круге справа находят средние и вычитают из них среднее значение начального направления. Получают список направлений – углов, отсчитываемых от начального направления.

7.4. Измерение вертикальных углов

Для измерения вертикальных углов служит вертикальный круг теодолита, жестко укрепленный на оси зрительной трубы и вращающийся вместе с ней.

В точных теодолитах соосно с вертикальным кругом крепится алидада вертикального круга с отсчетным устройством и собственным уровнем или компенсатором углов наклона, его заменяющим.

В теодолитах ТЗ0 отсчетное устройство вертикального круга укреплено неподвижно в стойке теодолита, а его уровнем служит уровень при алидаде горизонтального круга. При измерении вертикального угла пузырек уровня приводят в нульпункт подъемными винтами подставки.

Вертикальные круги разных типов теодолитов оцифрованы различно, отчего различаются формулы вычисления вертикальных углов по полученным в ходе измерений отсчетам. Рассмотрим измерение углов наклона теодолитом Т30.

Отсчет при трубе, расположенной горизонтально, и пузырьке уровня в нульпункте называется *местом нуля вертикального круга* (M_0).

Для измерения вертикального угла наводят трубу на визирную цель при двух положениях вертикального круга (слева и справа) и, приводя каждый раз пузырек уровня в нульпункт, берут отсчеты по вертикальному кругу: Л (лево) и П (право).

Очевидно, что угол наклона равен разности отсчетов при трубе, наведенной на цель и при трубе, расположенной горизонтально. Поэтому для круга слева напишем

$$v = Л - M_0. \quad (7.1)$$

Аналогично, учитывая оцифровку вертикального круга Т30, где при круге справа отсчеты сопровождаются противоположным знаком (положительные углы знаком минус и наоборот), напишем

$$v = M_0 - П \quad (7.2)$$

Из формул (7.1) и (7.2) находим формулы угла наклона и места нуля.

$$v = \frac{Л - П}{2};$$

$$M_0 = \frac{Л + П}{2}. \quad (7.3).$$

В ряде случаев, определяя углы наклона, ограничиваются измерениями при одном положении вертикального круга (слева или справа). Тогда пользуются формулой (7.1) или (7.2), для чего предварительно необходимо определить место нуля, измерив какой-нибудь угол при двух положениях вертикального круга и вычислив место нуля по формуле (7.3).

Вычисления по формулам (7.1) – (7.2) упрощаются, когда $M_0=0$. Поэтому, если место нуля велико, его исправляют. При круге слева и пузырьке уровня в нульпункте наводят трубу на точку, по которой определяли место нуля. Вращением наводящего винта трубы устанавливают на вертикальном круге отсчет, равный углу наклона v . При этом изображение точки сместится из центра сетки нитей. Действуя вертикальными исправительными винтами сетки нитей, смещают сетку так, чтобы изображение точки оказалось в центре сетки. Учитывая что теперь труба наведена на точку с углом наклона v , и отсчет по вертикальному кругу равен $Л = v$ из равенства (7.1) видим, что место нуля стало равно нулю $M_0 = 0$.

7.5. Поверки теодолита

Поверки теодолита выполняют для контроля соблюдения в приборе верного взаиморасположения его осей. Основными поверками являются следующие.

Проверка уровня. *Ось цилиндрического уровня на алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна к оси вращения алидады.*

Перед выполнением проверки выполняют горизонтирование теодолита. Затем устанавливают уровень по направлению двух подъёмных винтов и с их помощью приводят пузырёк в нульпункт. Поворачивают алидаду на 180° . Если пузырёк уровня остался в нульпункте, то требуемое условие выполнено – ось уровня перпендикулярна к оси вращения алидады. Если пузырёк уровня ушёл из нульпункта, исправительными винтами уровня изменяют его наклон, перемещая пузырёк в сторону нульпункта на половину отклонения.

Проверку повторяют, добиваясь, чтобы смещение пузырька было меньше одного деления.

Проверка сетки нитей. *Вертикальный штрих сетки нитей должен быть перпендикулярен к оси вращения зрительной трубы.*

Наводят вертикальный штрих сетки нитей на точку и наводящим винтом трубы изменяют ее наклон. Если изображение точки не скользит по штриху, сетку нитей надо повернуть. Для этого поворачивают корпус окуляра, ослабив четыре винта его крепления к зрительной трубе (рис. 7.9).

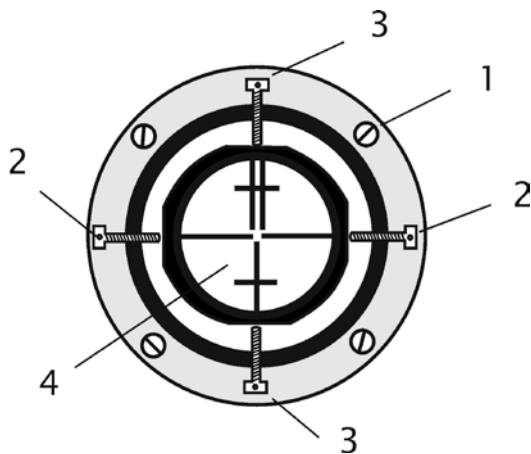


Рис. 7.9. Крепление сетки нитей: 1 – крепёжный винт окуляра; 2, 3 – горизонтальные и вертикальные исправительные винты сетки нитей; 4 – сетка нитей.

Проверка визирной оси. *Визирная ось трубы должна быть перпендикулярна к оси вращения трубы.*

Если визирная ось перпендикулярна к оси вращения трубы, то отсчёты по горизонтальному кругу при разных положениях вертикального круга (круг слева и круг справа) и наведении на одну и ту же точку будут различаться ровно на 180° . Если разность отчётов отличается от 180° , то ось вращения трубы не перпендикулярна к визирной оси (рис. 7.10). При этом соответствующие отсчёты Л и П отличаются от правильных значений на одинаковую величину s , получившую название коллимационной ошибки.

При выполнении проверки визируют на удалённую точку при двух положениях круга и берут отсчёты Л и П. Вычисляют коллимационную погрешность $s = (Л - П \pm 180^\circ) / 2$, которая не должна превышать двойной точности теодолита.

Если коллимационная погрешность велика, то наводящим винтом алидады устанавливают на горизонтальном круге верный отсчёт, равный $(Л - c)$ или $(П + c)$. При этом центр сетки нитей сместится с изображения точки. Отвинчивают колпачок, закрывающий винты сетки нитей, ослабляют один из вертикальных исправительных винтов, и, действуя горизонтальными исправительными винтами, совмещают центр сетки нитей с изображением точки. Закрепив ослабленные винты, поверку повторяют.

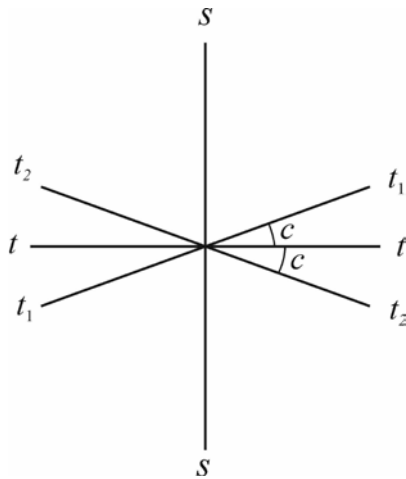


Рис. 7.10. Поверка визирной оси: ss – визирная ось; tt – верное положение оси вращения трубы; t_1t_1 , t_2t_2 – положение оси вращения трубы при круге право и круге лево.

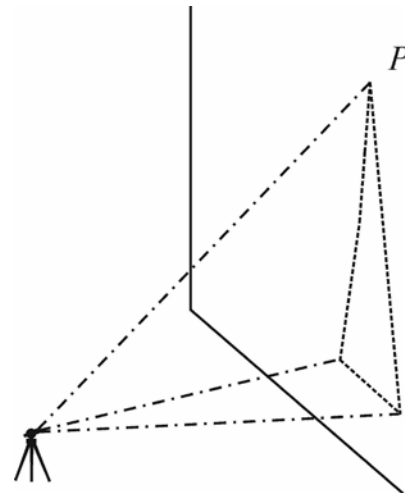


Рис. 7.11. Поверка оси вращения зрительной трубы

Поверка оси вращения трубы. *Ось вращения трубы должна быть перпендикулярна к оси вращения алидады.*

Установив теодолит вблизи стены здания, визируют на высоко расположенную под углом наклона $25 - 30^\circ$ точку P (рис. 7.11). Наклоняют трубу до горизонтального положения и отмечают на стене проекцию центра сетки нитей. Переводят трубу через зенит, вновь визируют на точку P и отмечают её проекцию. Если изображения обеих проекций точки не выходят за пределы биссектора сетки нитей, требование считают выполненным. В противном случае необходимо исправить положение оси вращения трубы. Исправление выполняют в мастерской, изменяя наклон оси.

8. ИЗМЕРЕНИЕ ДЛИН ЛИНИЙ

8.1. Измерение длин линий мерными лентами и рулетками

Мерные приборы. Расстояния в геодезии измеряют мерными приборами и дальномерами. Мерными приборами называют ленты, рулетки, проволоки, которыми расстояние измеряют путём укладки мерного прибора в створе измеряемой линии. Дальномеры применяют оптические и светодальномеры.

Мерные ленты типа ЛЗ изготавливают из стальной полосы шириной до 2,5 см и длиной 20, 24 или 50 м. Наиболее распространены 20-метровые ленты. На концах лента имеет вырезы для фиксирования концов втыкаемыми в землю шпильками. На ленте отмечены метровые и дециметровые деления. Для хранения ленту наматывают на специальное кольцо. К ленте прилагается комплект из шести (или одиннадцати) шпилек.

Рулетки – узкие (до 10 мм) стальные ленты длиной 20, 30, 50, 75 или 100 м с миллиметровыми делениями. Для высокоточных измерений служат рулетки, изготовленные из инвара – сплава (64% железа, 35,5% никеля и 0,5% различных примесей), имеющего малый коэффициент линейного расширения. Для измерений пониженной точности применяют тесьмяные и фиброгласовые рулетки.

Компарирование. До применения мерных приборов их компарируют. Компарированием называется сравнение длины мерного прибора с другим прибором, длина которого точно известна.

Для компарирования ленты ЛЗ на ровной поверхности (например, досчатой, каменной) с помощью выверенной образцовой ленты отмеряют отрезок номинальной длины (20 м) и укладывают на том же месте проверяемую рабочую ленту. Совместив нулевой штрих ленты с началом отрезка, закрепляют конец ленты в этом положении. Затем ленту растягивают и линейкой измеряют величину несовпадения конечного штриха ленты с концом отрезка, то есть отличие Δl длины ленты от номинала. В последующем эту величину используют для вычисления *поправок за компарирование*. Ими исправляют результаты измерений лентой. Если Δl не превышает 1–2 мм, поправкой за компарирование пренебрегают.

Для компарирования ленты в полевых условиях на ровной местности закрепляют концы базиса. Базис измеряют более точным прибором (светодальномером, рулеткой или лентой, проверенной на стационарном компараторе), а затем компарируемой лентой. Из сравнения результатов измерений получают поправку Δl . Измерения выполняют несколько раз и за окончательный результат принимают среднее.

Рулетки, предназначенные для высокоточных измерений, компарируют на стационарных компараторах, где по результатам проверки длины ленты при разных температурах выводят уравнение её длины:

$$l = l_0 + \Delta l + \alpha l_0 (t - t_0). \quad (8.1)$$

Здесь l – длина ленты при температуре t ; l_0 – номинальная длина; Δl – поправка к номинальной длине при температуре компарирования t_0 ; α – температурный коэффициент линейного расширения. Для новых рулеток уравнение длины указывают в паспорте прибора.

Вешение линии. Перед измерением длины линии на её концах устанавливают вехи. Если длина линии превышает 100 м или на каких-то её участках не видны установленные вехи, то в их створе ставят дополни-

тельные вехи (створом двух точек называют проходящую через них вертикальную плоскость). Вешение обычно ведут «на себя». Наблюдатель становится на провешиваемой линии у вехи *A* (рис. 8.1, *a*), а рабочий по его указаниям ставит веху 1 так, чтобы она закрыла собой веху *B*. Таким же образом последовательно устанавливают вехи 2, 3 и т. д. Установка вех в обратном порядке, то есть «от себя», является менее точной, так как ранее выставленные вехи закрывают видимость на последующие.

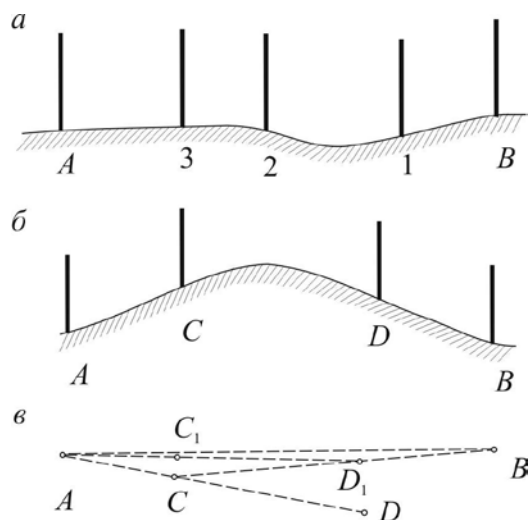


Рис. 8.1. Вешение линии: *a* – «на себя»; *б* – через препятствие; *в* – то же (вид в плане).

Если точки *A* и *B* недоступны или между ними расположена возвышенность (рис. 8.1, *б*, *в*), то вехи ставят примерно на линии *AB* на возможно большем расстоянии друг от друга, но так, чтобы в точке *C* увидеть вехи *B* и *D*, а в точке *D* – вехи *A* и *C*. При этом рабочий в точке *C* по указаниям рабочего в точке *D* ставит свою веху в створ линии *AD*. Затем рабочий в точке *D* по указаниям рабочего в точке *C* переносит свою веху в точку *D*₁, то есть в створ точек *C* и *B*. Затем из точки *C* веху переносят в точку *C*₁ и так далее до тех пор, когда обе вехи окажутся в створе *AB*.

Измерение длин линий лентой. Ориентируясь по выставленным вехам, два мерщика откладывают ленту в створе линии, фиксируя концы ленты втыкаемыми в землю шпильками. По мере продвижения измерений задний мерщик вынимает из земли использованные шпильки и использует их для подсчета числа отложенных лент. Измеренное расстояние равно $D=20n+r$, где n – число отложенных целых лент и r – остаток (отсчет по последней ленте, меньший 20 м).

Длину измеряют дважды – в прямом и обратном направлениях. Расхождение не должно превышать 1/2000 (при неблагоприятных условиях – 1/1000). За окончательное значение принимают среднее.

Введение поправок. Измеренные расстояния исправляют поправками за компарирование, за температуру и за наклон.

Поправка за компарирование определяется по формуле

$$\Delta_k = n \Delta l ,$$

где Δl – отличие длины ленты от 20 м и n – число уложенных лент. При длине ленты больше номинальной – поправка положительная, при длине меньше номинальной – отрицательная. Поправку за компарирование вводят в измеренные расстояния, если $\Delta l > 2$ мм.

Поправка за температуру определяется по формуле

$$\Delta_t = \alpha D(t-t_0)$$

где α – термический коэффициент расширения (для стали $\alpha = 0,0000125$); t и t_0 – температура ленты во время измерений и при компарировании. Поправку Δ_t учитывают, если $|t-t_0| > 10^\circ$.

Поправка за наклон вводится для определения горизонтального проложения d измеренного наклонного расстояния D

$$d = D \cos v , \quad (8.2)$$

где v – угол наклона. Вместо вычисления по формуле (8.2) можно в измеренное расстояние D ввести поправку за наклон: $d=D+\Delta v$, где

$$\Delta_v = d - D = D (\cos v - 1) = -2D \sin^2 \frac{v}{2}. \quad (8.3)$$

По формуле (8.3) составляют таблицы, облегчающие вычисления.

Поправка за наклон имеет знак минус. При измерениях лентой ЛЗ поправку учитывают, когда углы наклона превышают 1° .

Если линия состоит из участков с разным уклоном, то находят горизонтальные проложения участков и результаты суммируют.

Углы наклона, необходимые для приведения длин линий к горизонту, измеряют эклиметром или теодолитом.

Эклиметр имеет внутри коробки 5 (рис. 8.2, а) круг с градусными делениями на его ободе. Круг вращается на оси и под действием укреплённого на нём груза 3 занимает положение, при котором нулевой диаметр круга горизонтален. К коробке прикреплена визирная трубка с двумя диоптрами – глазным 1 и предметным 4.

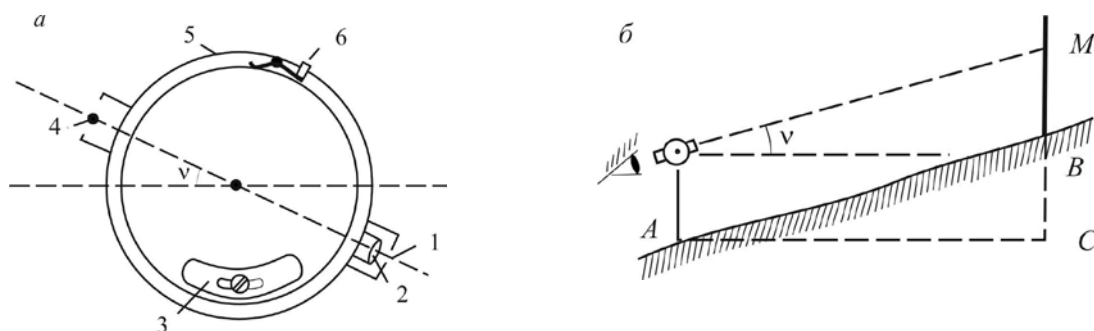


Рис. 8.2. Эклиметр: а – устройство; б – измерение угла наклона

Для измерения угла наклона ν в точке B (рис. 8.2, б) ставят вежу с меткой M на высоте глаза. Наблюдатель (в точке A), глядя в трубку 2 эклиметра, наводит её на точку M и нажатием кнопки 6 освобождает круг. Когда нулевой диаметр круга примет горизонтальное положение, против нити предметного диоптра 4 берут отсчёт угла наклона. Точность измерения угла эклиметром $15 - 30'$.

Поверку эклиметра выполняют измерением угла наклона одной и той же линии в прямом и обратном направлениях. Оба результата должны быть одинаковы. В противном случае надо переместить груз 3 в такое положение, при котором отсчёт будет равен среднему из прямого и обратного измерений.

Точность измерений лентой в разных условиях различна и зависит от многих причин – неточное укладывание ленты в створ, ее непрямолинейность, изменения температуры ленты, отклонения угла наклона ленты от измеренного эклиметром, неодинаковое натяжение ленты, ошибки фиксирования концов ленты, зависящие от характера грунта и др.

Приблизённо точность измерений лентой ЛЗ считают равной 1:2000. При благоприятных условиях она в 1,5 – 2 раза выше, а при неблагоприятных – около 1:1000.

Измерение расстояний рулетками. Измерения рулеткой, выполняемые для составления плана местности, аналогичны измерениям лентой ЛЗ. Для измерений с более высокой точностью, необходимой, например, в разбивочных работах, выполняемых при строительстве сооружений, измеряемую линию расчищают, выравнивают и разбивают на отрезки по длине рулетки, забивая в створе линии до уровня земли колья и отмечая створ втыкаемыми в них иглами или ножами. При неровной поверхности на неё укладывают доски или даже делают мостки. Для измерения пролёта между соседними иглами (ножами) рулетку укладывают вдоль пролёта и натягивают с той же силой (50 или 100 Н), что и при компарировании, используя для этого динамометр. Отсчёты по рулетке берут одновременно по команде против двух игл (лезвий ножей). Длину пролёта d_i определяют по формуле

$$d_i = \Pi - 3,$$

где Π и 3 – передний (большой) и задний отсчёты по шкале рулетки. Полученный результат исправляют поправками за компарирование и температуру, используя уравнение длины рулетки (8.1).

Если линия имеет наклон, необходимо учесть поправку

$$\Delta_h = -\frac{h^2}{2d_i} - \frac{h^4}{8d_i^3},$$

где h – превышение между концами пролёта, измеряемое нивелиром.

Длина линии определится как сумма длин пролётов. Относительные ошибки расстояний при такой методике измерений 1:5000 – 1:10000.

8.2. Определение недоступных расстояний

Если препятствие (река, обрыв, здание) делает расстояние недоступным для измерения лентой, то его измеряют косвенным методом.

Так, для определения недоступного расстояния d измеряют лентой длину базиса b (рис. 8.3, а, б) и углы α и β . Из $\triangle ABC$ находят

$$d = b \sin \alpha / \sin (\alpha + \beta),$$

где учтено, что $\sin \gamma = \sin (180^\circ - \alpha - \beta) = \sin (\alpha + \beta)$.

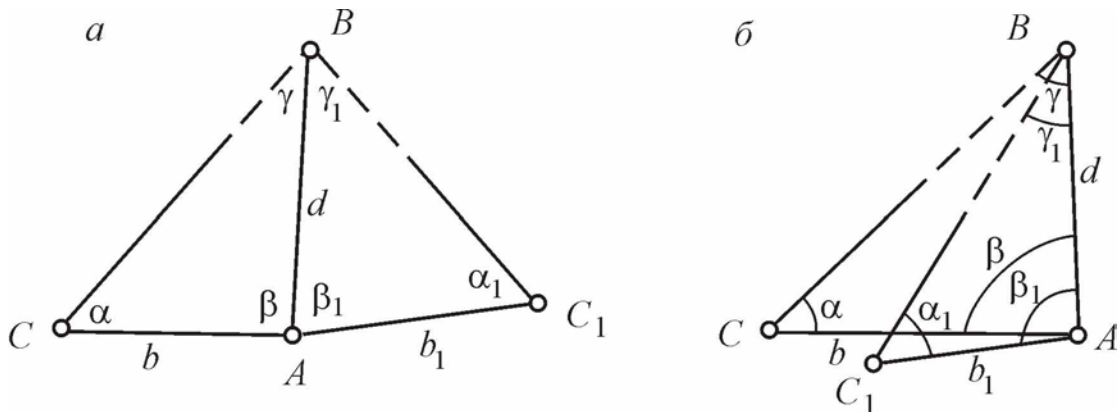


Рис. 8.3. Определение недоступного расстояния

Для контроля расстояние d определяют ещё раз из треугольника ABC_1 и при отсутствии недопустимых расхождений вычисляют среднее.

8.3. Нитяной дальномер

Теория нитяного дальномера. Зрительные трубы многих геодезических приборов снабжены нитяным дальномером. Сетка нитей зрительной трубы, кроме основных штрихов (вертикальных и горизонтальных), имеет дальномерные штрихи a и b (рис. 8.4, а). Расстояние D от оси вращения прибора MM (рис. 8.4, б) до рейки AB равно

$$D = L + f + \delta,$$

где L – расстояние от фокуса объектива до рейки; f – фокусное расстояние; δ – расстояние между объективом и осью вращения прибора.

Лучи, идущие через дальномерные штрихи сетки a и b параллельно оптической оси, преломляются объективом, проходят через его фокус F и проецируют изображения дальномерных штрихов на точки A и B , так что дальномерный отсчёт по рейке равен n . Обозначив расстояние между дальномерными штрихами p , из подобных треугольников ABF и $a'b'F$ находим $L = n f / p$. Обозначив $f / p = K$ и $f + \delta = c$, получаем

$$D = K n + c,$$

где K – коэффициент дальномера и c – постоянная дальномера.

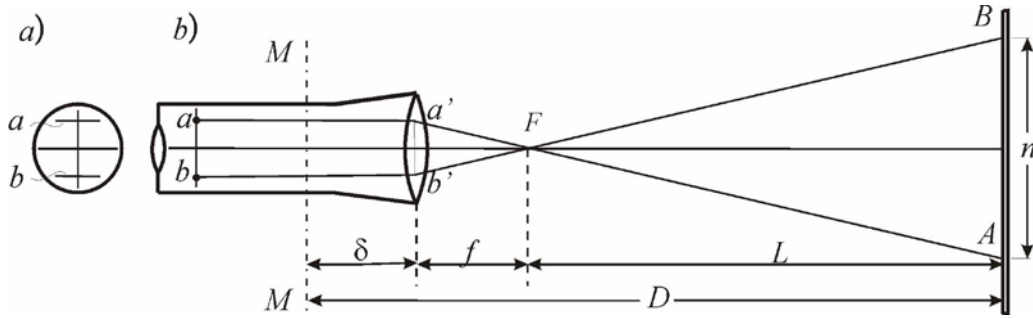


Рис. 8.4. Нитяной дальномер: а) – сетка нитей; б) – схема определения расстояния

При изготовлении прибора f и p подбирают такими, чтобы $K=100$, а постоянная c была близкой к нулю. Тогда $D = 100 n$.

Точность измерения расстояний нитяным дальномером $\approx 1/300$.

Определение горизонтального проложения линии, измеренной нитяным дальномером. При измерении наклонной линии отсчёт по рейке это отрезок $n = AB$ (рис. 8.5). Если бы рейку наклонить на угол v , то отсчёт был бы равен $n_0 = A_0B_0 = n \cos v$ и наклонное расстояние $D = Kn_0 + c = Kn \cos v + c$.

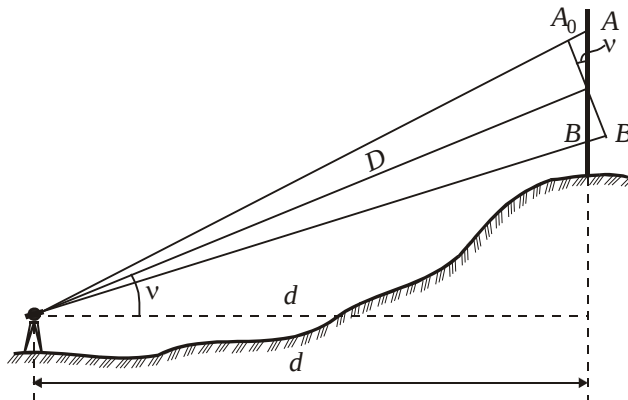


Рис. 8.5. Измерение нитяным дальномером наклонного расстояния

Умножив наклонное расстояние D на $\cos v$, получим горизонтальное расстояние $d = K n \cos^2 v + c \cos v$.

Прибавив и отняв $c \cdot \cos^2 v$, после преобразований получим

$$d = (Kn + c) \cos^2 v + 2c \cos v \sin^2(v/2).$$

Вторым слагаемым по его малости пренебрежем. Получим

$$d = (Kn + c) \cos^2 v.$$

Вычисления упрощаются, если воспользоваться составленными с использованием этой формулы «Тахеометрическими таблицами».

8.4. Светодалымеры, электронные тахеометры

Светодалымер – прибор, измеряющий расстояние по времени прохождения его световым сигналом.

В комплект светодальномера входят приёмопередатчик и отражатель. Приёмопередатчик 1 (рис. 8.6) устанавливают на штативе на одном конце измеряемой линии, а отражатель 2 на специальной вешке или тоже на штативе – на другом.

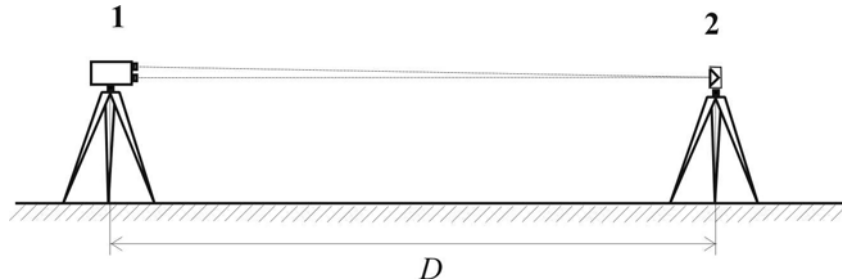


Рис. 8.6. Измерение расстояния светодальномером

Приёмопередатчик излучает световой сигнал, принимает его после возвращения от отражателя, измеряет время t , прошедшее от излучения до приёма, и вычисляет расстояние

$$D = vt/2.$$

Здесь v – скорость света (при средних условиях $v \approx 299710$ км/с).

Время t необходимо измерять с высокой точностью. Так, для точности в расстоянии 1 см время надо знать с ошибкой не более 10^{-10} с. Измерение времени выполняется фазовым или импульсным методом.

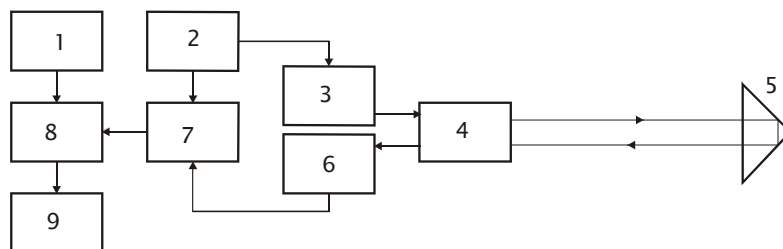


Рис. 8.7. Схема импульсного светодальномера

В импульсном светодальномере (рис. 8.7) лазерный источник излучения 3 под воздействием генератора импульсов 2 периодически посылает через объектив 4 световой импульс. Одновременно переключатель 7 запускает счётчик 8 временны'х импульсов, поступающих от высокочастотного генератора 1. Световой импульс, отразившись от отражателя 5, поступает на преобразователь 6, который через переключатель 7 останавливает счётчик 8. Число импульсов, сосчитанное счётчиком 8, пропорционально прошедшему времени и, следовательно, измеряемому расстоянию. Для повышения точности измерения выполняются многократно и результаты осредняются процессором 9. Измеренное расстояние высвечивается на табло.

Измеренное расстояние исправляют поправками за атмосферное давление, температуру и влажность воздуха, влияющие на скорость света. Для получения горизонтального проложения вводят поправку за наклон.

Конструктивно приемопередатчик представляет собой отдельный прибор, насадку на теодолит или блок, входящий в состав электронного тахеометра.

По их назначению принято различать светодальномеры для построения государственных геодезических сетей, светодальномеры для прикладной геодезии и маркшейдерии и светодальномеры для топографических съёмок.

Точность топографических светодальномеров 2 – 3 см, а применяемых в прикладной геодезии 2 – 3 мм.

Отражатели бывают призмённые и плёночные. Основным элементом призмённого отражателя (рис. 8.8 б) является стеклянная трипель-призма отражающая световые лучи в тех направлениях, откуда они пришли. Для увеличения дальности измерений изготавливают многопризмённые отражатели.

Плёночный отражатель представляет собой отражающую свет пластиковую плёнку размером 1×1 см и больше, на которую нанесены штрихи (например, вертикальный и горизонтальный). Дальность измерений с плёночными отражателями меньше, чем с призмённым. Но зато плёночный отражатель можно закрепить там, где установить призмённый отражатель невозможно, например – приклеить в нужном месте на сооружение. Кроме того, плёночные отражатели гораздо дешевле призмённых. При выполнении угловых измерений центр штрихов на отражателе служит визирной целью.

Существуют светодальномеры, использующие диффузное отражение сигнала от предметов и не требующие отражателя. Таким дальномером является "лазерная рулетка" Disto фирмы Leica (Швейцария). Прибор используют без штатива, с руки. Световой луч наводят на нужные объекты и на шкале читают расстояния до 200 м с точностью 1,5 мм.

Электронные тахеометры. Электронным тахеометром (рис. 8.8) называется прибор, объединяющий в себе светодальномер, электронный теодолит и микро-ЭВМ. Светодальномер прибора измеряет расстояние до отражателя. Датчики горизонтального и вертикального кругов электронного теодолита выдают отсчеты по кругам. Отсчеты расстояния и углов передаются на индикацию и регистрацию. Микро-ЭВМ обеспечивает возможность решения целого ряда стандартных геодезических задач, для чего прибор снабжен набором необходимых прикладных программ. Полученная в результате измерений и вычислений информация высвечивается на цифровом табло, а также регистрируется во внутренней памяти прибора и на флэш-картах для последующего ввода в компьютер для дальнейшей обработки.

Электронный тахеометр имеет, как правило, две панели управления, расположенные с обеих сторон прибора. На панели управления расположены дисплей и клавиатура для управления процессом измерений и ввода

информации вручную. Ввод информации и управление возможны и с дистанционного пульта управления (контроллера). Тахеометр может иметь световой указатель створа, облегчающий установку вехи с отражателем на линию, по которой направлена труба прибора.

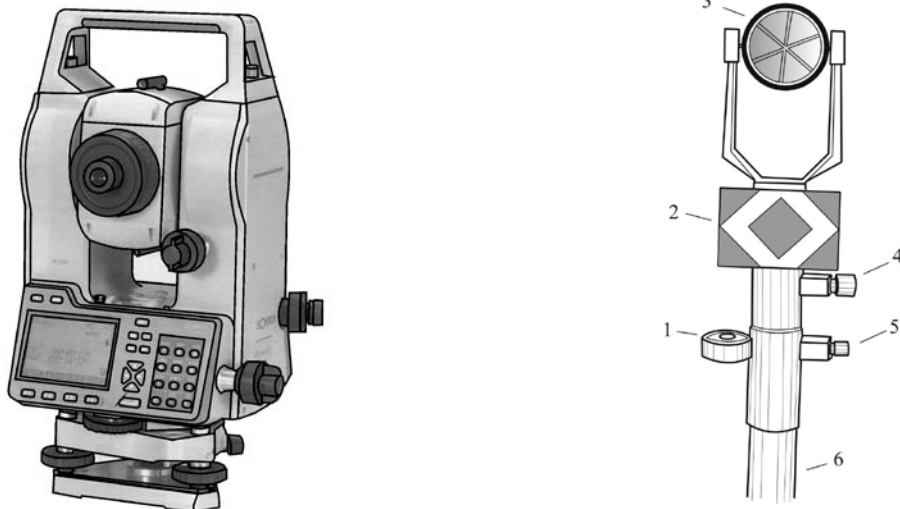


Рис. 8.8. Электронный тахеометр: а) – основной прибор; б) – однопризменный отражатель: 1 – уровень; 2 – визирная марка; 3 – призма; 4, 5 – закрепительные винты; 6 – штанга.

Программное обеспечение электронных тахеометров поддерживает решение достаточно широкого круга задач. Обычно бывает предусмотрен ввод и сохранение данных о станции: ее координат, номера точки, высоты прибора, имени оператора, даты, времени, сведений о погоде (ветре, температуре, давлении). По результатам измерений выполняется вычисление горизонтальных и вертикальных углов, дирекционных углов линий, горизонтальных проложений, превышений, высот точек, где установлен отражатель, приращений координат, плоских и пространственных координат наблюдаемых точек. Предусмотрена возможность вычисления координат по результатам засечек, вычисления расстояния до недоступной для установки отражателя точки и координат недоступной точки, определения высоты недоступного объекта. Для обеспечения разбивочных работ служат программы вычисления угла и расстояния для выноса точки с заданными координатами. При решении задач учитывается рефракция световых лучей в атмосфере.

В настоящее время на рынке имеется широкий выбор электронных тахеометров, выпускаемых разными фирмами, в числе которых Уральский оптико-механический завод (Россия), *Sokkia* (Япония), *Trimble* (США), *Leica* (Швейцария) и др. Характеристики приборов разных марок различаются. Средние квадратические погрешности измерения углов тахеометров лежат в пределах от 1" до 6". Максимальные дальности измерения расстояний на однопризменный отражатель различаются от 1600 до 5000 м. При этом, точность измерений в среднем характеризуется ошибкой $2 \text{ мм} + 2 \times 10^{-6} D$, где D – расстояние. Многие из электронных тахеометров позво-

ляют измерять расстояния без отражателя. Дальность таких измерений меняется в разных приборах в пределах 70 – 350 м.

Использование электронных тахеометров значительно повышает производительность труда, упрощает и сокращает время на обработку результатов измерений, исключает такие ошибки исполнителя, которые имеют место при визуальном взятии отсчетов, при записи результатов измерений в журналы, в вычислениях. При работе с электронным тахеометром отпадает необходимость иметь калькулятор для выполнения полевых вычислений.

9. НИВЕЛИРОВАНИЕ

9.1. Методы нивелирования

Нивелированием называется измерение превышений с целью определения высот точек. Путем нивелирования значения высот передают от исходных точек с известными высотами на точки, высоты которых надо определить.

В зависимости от применяемых приборов и методов различают следующие виды нивелирования.

Геометрическое нивелирование – метод определения превышений путем взятия отсчетов по вертикальным рейкам при горизонтальном луче визирования. Это – основной метод нивелирования. Методом геометрического нивелирования создана государственная нивелирная сеть, создаются инженерно-геодезические высотные сети различного назначения.

Тригонометрическое нивелирование – метод определения превышения путем измерения вертикального угла и расстояния. Метод используют при создании высотного обоснования топографических съемок, а также при определении превышений и передаче высот на строительных площадках.

Барометрическое нивелирование основано на зависимости между высотой и атмосферным давлением. Для определения превышений измеряют атмосферное давление и температуру в точке с известной высотой и в точках, высоты которых определяют. По разностям давлений вычисляют превышения. Метод применяют при работах в труднодоступной местности, им пользуются геологи, геофизики. Точность измерений этим методом невысокая: на равнинной местности – 0.5 м, в горной – 1.5 м.

Гидростатическое нивелирование основано на свойстве жидкости в сообщающихся сосудах устанавливаться на одном уровне. Простейший гидростатический нивелир представляет собой два сосуда с делениями, соединенные шлангом. Систему заполняют дистиллированной водой. Точность метода очень высокая (0,1 мм), поэтому он применяется при монтаже и выверке конструкций по высоте, особенно при работе в стесненных

условиях, при передаче отметок через водные преграды, для наблюдений за деформациями сооружений (плотин, мостов, ускорителей частиц и пр.).

Определение превышений и высот точек с помощью спутниковых измерений. Автономное определение высот точек аппаратурой ГЛОНАСС и GPS выполняется с точностью нескольких метров, а определение превышений между точками – с точностью 10 – 15 мм.

9.2. Геометрическое нивелирование

Геометрическое нивелирование выполняют, используя нивелир и нивелирные рейки. Нивелир – прибор, в котором визирный луч приводится в горизонтальное положение. Отсчеты берут по шкалам устанавливаемых вертикально нивелирных реек. Оцифровка шкал на рейках возрастает от пятки рейки вверх. Если на пятке рейки расположен ноль шкалы, то отсчет по рейке равен расстоянию от пятки до луча визирования.

Геометрическое нивелирование выполняют двумя способами – “из середины” и “вперед”.

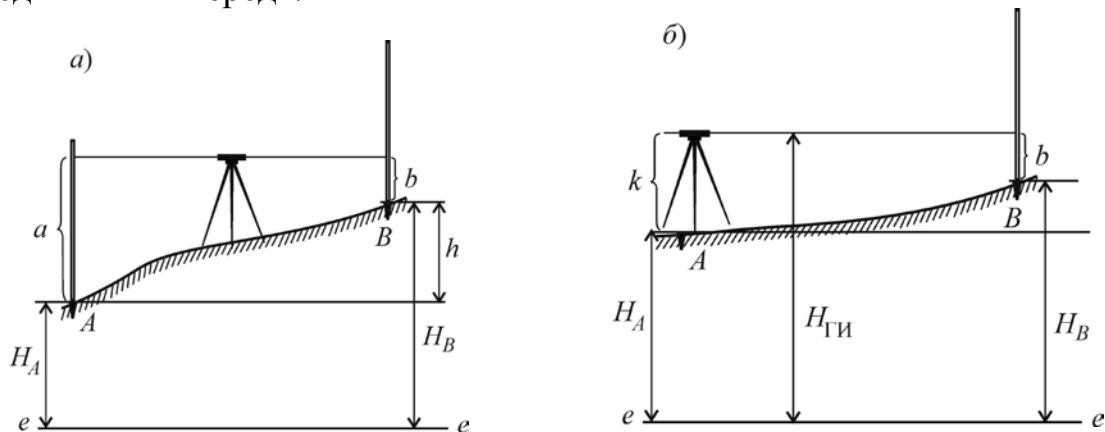


Рис. 9.1. Нивелирование: а – из середины; б – вперед; ее – исходная уровенная поверхность

Нивелирование из середины – основной способ. Для измерения превышения точки B над точкой A (рис. 9.1 а) нивелир устанавливают в середине между точками (как правило, на равных расстояниях) и приводят его визирную ось в горизонтальное положение. На точках A и B устанавливают нивелирные рейки. Берут отсчет a по задней рейке и отсчет b по передней рейке. Превышение вычисляют по формуле

$$h = a - b$$

Обычно для контроля превышение измеряют дважды – по черным и красным сторонам реек. За окончательный результат принимают среднее.

Если известна высота H_A точки A, то высоту H_B точки B вычисляют по формуле

$$H_B = H_A + h_{AB}. \quad (9.1)$$

При *нивелировании вперед* (рис. 9.1 б) нивелир устанавливают над точкой A и измеряют (обычно с помощью рейки) высоту прибора k . В точке B , высоту которой требуется определить, устанавливают рейку. Приведя визирную ось нивелира в горизонтальное положение, берут отсчет b по черной стороне рейки. Вычислив превышение

$$h = k - b,$$

по формуле (9.1) находят высоту точки B .

На строительной площадке, где на земляных работах, укладке бетона или асфальта и пр. требуется с одной стоянки нивелира определить высоты многих точек, сначала вычисляют общую для всех точек высоту $H_{\text{ГИ}}$ горизонта инструмента, то есть высоту визирной оси нивелира

$$H_{\text{ГИ}} = H_A + k,$$

а затем – высоты определяемых точек

$$H_1 = H_{\text{ГИ}} - b_1, \quad H_2 = H_{\text{ГИ}} - b_2, \quad \dots,$$

где 1, 2, ... – номера определяемых точек.

Если точки A и B , расположены так, что измерить между ними превышение с одной установки нивелира невозможно, превышение измеряют по частям, то есть прокладывают *нивелирный ход* (рис. 9.2).

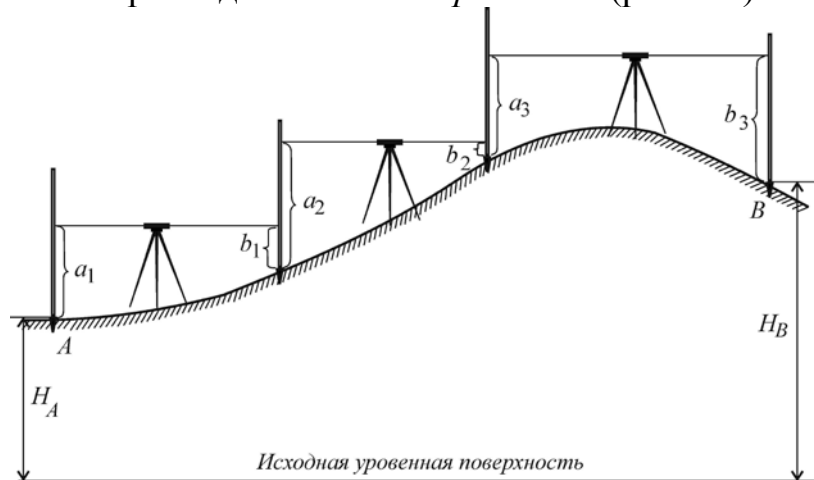


Рис. 9.2. Нивелирный ход

Превышения вычисляют по формулам (см. рис. 9.2):

$$h_1 = a_1 - b_1;$$

$$h_2 = a_2 - b_2;$$

$$h_3 = a_3 - b_3;$$

Превышение между конечными точками хода A и B равно сумме вычисленных превышений

$$h_{AB} = h_1 + h_2 + h_3,$$

а высота точки B определится по формуле (9.1).

9.3. Нивелиры

Отечественная и зарубежная промышленность выпускает приборы различной конструкции и точности.

По устройству различают следующие типы нивелиров.

Нивелиры с уровнем при трубе снабжены точным цилиндрическим уровнем, приводимым для измерений вместе со зрительной трубой в горизонтальное положение вручную. Нивелирами с уровнем при трубе являются нивелиры российского производства Н-3, Н-05, 3Н5Л и др.

Нивелиры с компенсатором углов наклона отличаются наличием устройства, автоматически приводящего визирную ось зрительной трубы в горизонтальное положение. Компенсатор работает в пределах $12 - 15'$, поэтому прибор предварительно устанавливают в рабочее положение по круглому уровню. Такими нивелирами являются Н-3К, 3Н2КЛ и др.

Нивелиры с оптическим микрометром (например, нивелир Н-05) имеют перед объективом стеклянную пластину, повороты которой вокруг ее горизонтальной оси смещают лучи света параллельно самим себе. Это позволяет наводить визирную ось точно на штрих рейки. Величина смещения измеряется оптическим микрометром, чем достигается высокая точность отсчета по рейке.

Лазерные нивелиры излучают видимый пучок света. Отсчет берут по световому пятну на рейке.

Цифровые нивелиры автоматически формируют отсчет по рейке, шкала которой представляет собой штриховой код. Снабжены компенсатором углов наклона. Отсчеты по рейкам регистрируются на магнитном носителе. Примером такого прибора является нивелир *SDL30M*, Япония.

По точности нивелиры делят на *высокоточные, точные и технические* в зависимости от величины средней квадратической погрешности m_h измерения превышения на 1 км двойного хода (табл. 9.1).

Таблица 9.1

Типы нивелиров	Точность	Примеры нивелиров
Высокоточные	$m_h \leq 0,5 \text{ мм}$	Н-05 (Россия), PL1 (Япония)
Точные	$m_h \leq 3 \text{ мм}$	3Н2КЛ, Н-3, Н-3К (Россия), С300 (Япония), DSZ3(Китай)
Технические	$m_h \leq 5 \text{ мм}$	3Н5Л (Россия), АТ20D (Китай)

9.4. Нивелир с уровнем при трубе

Нивелиром с уровнем при трубе является, например, нивелир Н-3. Его устройство показано на рис. 9.3.

Для выполнения измерений нивелир устанавливают на штативе и подъемными винтами 7 приводят в нульпункт пузырек круглого уровня 5. Пользуясь закрепительным 3 и наводящим 4 винтами, наводят зрительную трубу на рейку. Вращением диоптрийного кольца окуляра 10 фокусируют

трубу “по глазу” и вращением головки фокусирующего винта 2 – “по предмету”. В поле зрения трубы будут видны штрихи сетки нитей, изображение нивелирной рейки и в отдельном окошке – изображения двух половинок цилиндрического уровня (рис. 9.4).

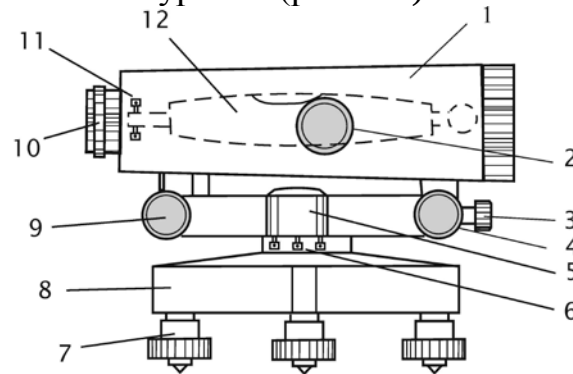


Рис. 9.3. Устройство нивелира Н-3:

1 – зрительная труба; 2 – фокусирующий винт зрительной трубы; 3, 4 – закрепительный и наводящий винты; 5 – круглый уровень; 6 – исправительные винты круглого уровня; 7 – подъемные винты; 8 – подставка; 9 – элевационный винт; 10 – окуляр с диоптрийным кольцом для фокусировки трубы по глазу; 11 – исправительные винты цилиндрического уровня; 12 – цилиндрический уровень.

Вращая элевационный винт 9 (рис. 9.3), изменяющий наклон трубы 1 и цилиндрического уровня 12, приводят ось уровня в горизонтальное положение. Ось уровня горизонтальна, если его пузырек находится в нуль-пункте, на что указывает совмещение концов изображений половинок уровня в поле зрения трубы (рис. 9.4). Отсчет берут по среднему штриху сетки нитей.

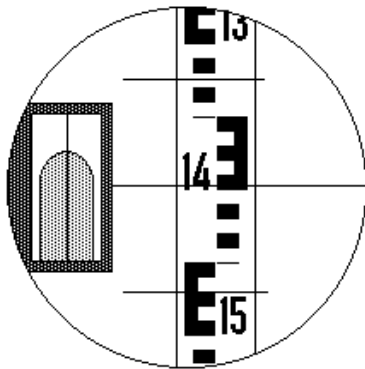


Рис. 9.4. Поле зрения зрительной трубы нивелира: отсчет по рейке равен 1449 мм

9.5. Поверки нивелира

Необходимая точность нивелирования может быть достигнута только в том случае, если обеспечено верное взаиморасположение основных осей нивелира. Для контроля предъявляемых к прибору требований в на-

чале и периодически в ходе работ выполняют поверки нивелира. Основными поверками являются следующие.

Поверка круглого уровня. *Ось круглого уровня должна быть параллельна оси вращения прибора.*

Подъемными винтами нивелира приводят пузырек круглого уровня в нульпункт. Поворачивают нивелир на 180° вокруг оси его вращения ii (рис. 9.5). Если после поворота пузырек остался в нульпункте, проверяемое условие выполнено – ось круглого уровня ee параллельна оси вращения прибора ii .

Если пузырек ушел из нульпункта, исправительными винтами 2 изменяют наклон уровня так, чтобы пузырек сместился в сторону нульпункта на половину отклонения. Для поворота исправительных винтов пользуются шпилькой.

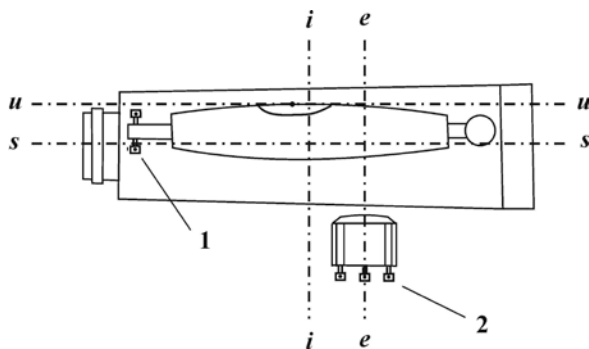


Рис. 9.5. Оси и исправительные винты нивелира: ss – визирная ось зрительной трубы; ii – ось вращения прибора; uu – ось цилиндрического уровня; ee – ось круглого уровня; 1 – исправительные винты цилиндрического уровня; 2 – исправительные винты круглого уровня

Поверка цилиндрического уровня. *Ось цилиндрического уровня должна быть параллельна визирной оси зрительной трубы.*

У высокоточных и точных нивелиров проекция на отвесную плоскость угла между осью цилиндрического уровня и визирной осью не должна превышать $10''$. Это означает, что при расстоянии до рейки $d = 100$ м допустима ошибка в отсчете по рейке из-за непараллельности оси уровня и визирной оси, не превышающая $\frac{10''}{\rho} d = 5$ мм, где $\rho = 206\,265''$ – число секунд в одном радиане.

Поверка выполняется путем измерения одного и того же превышения дважды – из середины и с неравными расстояниями до реек.

На расстоянии 75 – 100 м друг от друга закрепляют две точки, на которые устанавливают рейки (рис. 9.6). В середине, на равных расстояниях от реек устанавливают нивелир и, приводя пузырек цилиндрического уровня в нульпункт, берут отсчеты a и b по рейкам и вычисляют превышение $h = a - b$.

Если визирная ось трубы не параллельна оси уровня и потому наклонена на угол i , то вместо верных отсчетов a и b будут прочтены отсчеты a_1 и b_1 . Вследствие равенства расстояний до реек ошибки в обоих отсчетах

будут одинаковыми, $\Delta a = \Delta b$. Вычисленное при этом превышение будет равно

$$h = a_1 - b_1 = (a + \Delta a) - (b + \Delta b) = a - b.$$

Следовательно, несмотря на ошибки отсчетов, вызванные непарallelностью оси уровня и визирной оси трубы, превышение, вычисленное по измерениям из середины – верное.

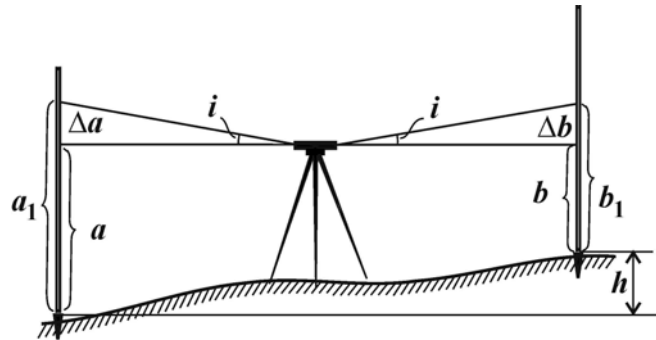


Рис. 9.6. Поверка цилиндрического уровня. Измерения из середины

Нивелир переносят и устанавливают на расстоянии 2–3 м от одной из реек (рис. 9.7). Берут отсчет b_2 по ближней рейке. Ввиду малости расстояния до рейки погрешность в отсчете b_2 , вызванная наклоном луча визирования, мала. Поэтому отсчет b_2 считают безошибочным.

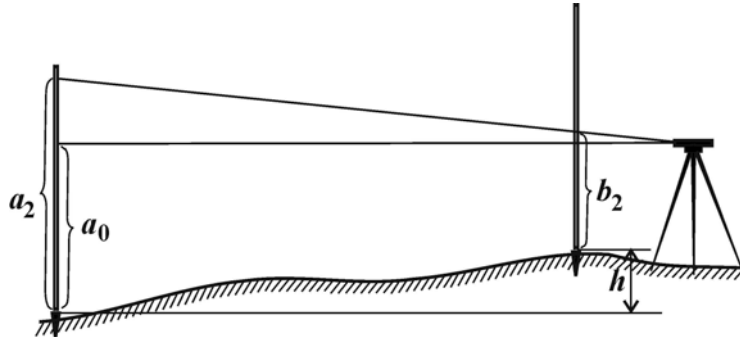


Рис. 9.7. Поверка цилиндрического уровня. Измерения с неравными расстояниями до реек

Вычисляют отсчет, который должен быть на дальней рейке, если луч визирования горизонтален: $a_0 = b_2 + h$.

Наводят нивелир на дальнюю рейку и берут фактический отсчет a_2 . Сравнивают вычисленный и фактический отсчеты.

Если вычисленный a_0 и фактический a_2 отсчеты различаются меньше, чем на 5 мм, то считают, что ось цилиндрического уровня uu (рис. 9.5) параллельна визирной оси ss .

Если вычисленный и фактический отсчеты различаются больше, чем на 5 мм, то положение цилиндрического уровня необходимо исправить.

Для этого элевационным винтом наводят средний штрих сетки нитей на отсчет a_0 по дальней рейке. При этом пузырек цилиндрического уровня уйдет из нуля. Вертикальными исправительными винтами приводят пузырек цилиндрического уровня в нульпункт, совмещая изображения концов половинок пузырька в поле зрения трубы.

У нивелиров с компенсатором углов наклона цилиндрического уровня нет, и при выполнении поверки добиваются выполнения следующего условия.

Визирная ось зрительной трубы должна быть горизонтальна в пределах работы компенсатора.

Поверка выполняется в том же порядке, как и поверка цилиндрического уровня. Но при этом различие вычисленного a_0 и фактического a_2 отсчетов указывает на негоризонтальность визирной оси трубы.

Для исправления снимают колпачок, закрывающий исправительные винты сетки нитей зрительной трубы, и с помощью вертикальных исправительных винтов, наводят среднюю нить сетки нитей на отсчет по дальней рейке, равный вычисленному отсчету a_0 .

9.6. Нивелирные рейки

Для высокоточного нивелирования служат цельные трехметровые инварные рейки. На рейке крепится круглый уровень, используемый для установки рейки в вертикальное положение.

Для точного и технического нивелирования служат трехметровые цельные или складные деревянные рейки. На двух сторонах рейки нанесены шкалы с сантиметровыми делениями в виде шашек, на одной стороне – черных, на другой – красных. Установка таких реек в вертикальное положение выполняется по круглому уровню или на глаз.

При измерениях цифровыми нивелирами пользуются специальными рейками со шкалой в виде штрих-кода.

Поверки реек состоят в определении с помощью контрольной линейки длины метровых и дециметровых интервалов, определении разности нулей пары реек, поверке установки круглого уровня на рейке.

9.7. Влияние кривизны Земли и рефракции на результаты нивелирования

На рис. 9.8 *а, б* показаны: точка 1 – отсчет по рейке B в том случае, если бы луч света распространялся прямолинейно; точка 2 – фактический отсчет по рейке; точка 3 – место пересечения рейки уровенной поверхностью.

Из треугольника $\Delta O1I$ (рис. 9.8 *б*) имеем $(R + \Delta h)^2 = d^2$, где R – радиус Земли и d – расстояние до рейки. Следовательно, кривизна Земли изменяет отсчет по рейке на величину $\Delta h \approx d^2/(2R)$.

Радиус кривизны светового луча равен R/k , где k — коэффициент рефракции. Поэтому аналогично предыдущему получаем $r \approx kd^2/(2R)$.

Совместное влияние кривизны Земли и рефракции равно

$$f = \Delta h - r = \frac{(1-k) \cdot d^2}{2R}.$$

В среднем в земной атмосфере $k = 0,14$. При этом $f = 0,43d^2/R$. Так, если $d = 300$ м, то $f = 6$ мм.

а)

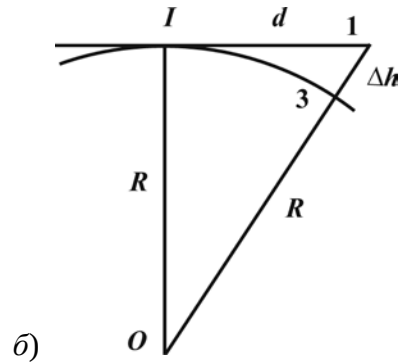
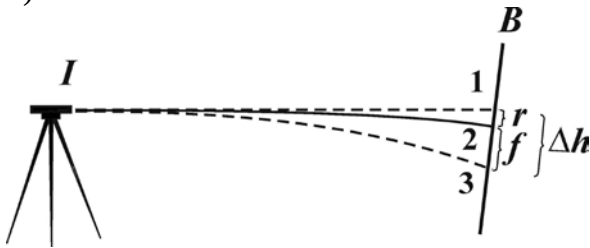


Рис. 9.8. К влиянию кривизны Земли и рефракции: а — схема влияния (I — нивелир, B — рейка); б — кривизна Земли и расстояние d до рейки.

При нивелировании из середины влияние кривизны Земли полностью, а влияние рефракции в значительной степени нейтрализуется.

Вблизи к земной поверхности рефракция значительно возрастает, поэтому высоту луча визирования менее 0,2 м не допускают.

9.8. Нивелирные сети

Нивелирная сеть представляет собой совокупность закрепленных на местности точек, высоты которых определены путем геометрического нивелирования.

Основой для определения высот пунктов в России служит *государственная нивелирная сеть* I, II, III и IV классов.

Главной высотной основой страны является государственная нивелирная сеть I и II классов, назначением которой является распространение единой системы высот на территорию всей страны. Нивелирные сети I и II классов используются также для решения таких научных задач, как изучение фигуры физической поверхности Земли и ее гравитационного поля, определение разностей высот уровней морей и океанов, изучение вертикальных движений земной коры и др.

Государственная нивелирная сеть I класса имеет наивысшую точность и служит исходной для сетей следующих классов. Нивелирная сеть II класса опирается на пункты I класса, является ее сгущением. Невязки в сетях I и II классов не должны превышать соответственно $3\text{мм} \cdot \sqrt{L}$ и $5\text{мм} \cdot \sqrt{L}$, где L — длина нивелирного хода, выраженная в километрах.

Нивелирные сети III и IV классов опираются на сеть I и II классов и служат основой для создания высотного обоснования топографических съемок местности и решения различных инженерных задач. Невязки в таких сетях не должны превышать соответственно $10\text{мм} \cdot \sqrt{L}$ и $20\text{мм} \cdot \sqrt{L}$.

Пункты государственной нивелирной сети надежно закрепляют на местности с помощью знаков – *реперов*. В зависимости от условий местности и характера грунта реперы бывают грунтовые, скальные и стенные.

Грунтовый репер состоит из железобетонного пилона сечением 16x16 см с маркой вверху и бетонной плитой (якорем) внизу. Марка должна находиться на 0,5 м ниже поверхности земли, а якорь – не менее чем на 0,5 м ниже глубины сезонного промерзания грунта.

Скальный репер представляет собой вцементированную в скалу чугунную марку.

Стенной репер – представляет собой вцементированную в стену чугунную марку с выступом для установки на него нивелирной рейки или отверстием для ее подвешивания. Стенные реперы закладывают в цокольной части фундаментальных зданий или сооружений (опора моста, здание пассажирского вокзала, водонапорная башня).

На застроенной территории реперы закладывают не реже, чем через 5 км, а на незастроенной – не реже, чем через 7 км.

Нивелирование с точностью II, III и IV класса применяется не только в государственной нивелирной сети, но и при геодезическом обеспечении строительства и эксплуатации различных сооружений. Так, на железных дорогах с помощью геометрического нивелирования решаются такие задачи, как съемка профиля пути на станциях и перегонах, контроль проектного уклона путей на сортировочных горках, съемка продольного и поперечных профилей на вновь сооружаемых и реконструируемых железных дорогах, создание высотных съемочных сетей для съемки станций и узлов, создание высотной основы для строительства мостов и тоннелей и др.

Нивелирование II класса используют при наблюдениях за осадками зданий и сооружений.

Техническое нивелирование. На изысканиях железных дорог и других линейных сооружений, при создании высотного съемочного обоснования выполняют *техническое нивелирование*.

Ход технического нивелирования начинают и заканчивают на пунктах более высокого класса. По форме такие ходы бывают разомкнутыми или замкнутыми.

Для измерения превышений используются точные или технические нивелиры (табл. 9.1).

Ход прокладывают в одном направлении.

Нивелир устанавливают по возможности на равных расстояниях от передней и задней реек (см. рис. 9.2). При этом расстояния до реек не должны превышать 150 м.

Отсчеты по рейкам берут по среднему штриху сетки нитей, придерживаясь следующей последовательности – отсчет по черной стороне задней рейки, отсчет по черной стороне передней рейки, отсчет по красной стороне передней рейки, отсчет по красной стороне задней рейки.

Вычитая из отсчетов по задней рейке отсчеты по передней рейке, вычисляют превышения по черным и красным сторонам, а затем – среднее превышение h_{cp} . Контролем правильности измерений служит разность между превышениями, полученными по черным и красным сторонам реек. Расхождение не должно превышать 5 мм.

Контролем точности измерений в ходе служит невязка f_h , которую вычисляют по формулам:

- в разомкнутом ходе

$$f_h = \sum h_{cp} - (H_{кон} - H_{нач}); \quad (9.2)$$

- в замкнутом ходе

$$f_h = \sum h_{cp}. \quad (9.3)$$

Здесь $\sum h_{cp}$ – сумма средних превышений в ходе; $H_{кон}$ и $H_{нач}$ – высоты конечного и начального реперов.

Невязка f_h считается допустимой, если она не превышает $50\text{мм} \cdot \sqrt{L}$, где L – длина хода, выраженная в километрах.

Невязку равномерно распределяют в измеренные превышения. Поправку к превышению вычисляют по формуле $\delta_h = -f_h/n$, где n – число превышений в ходе. Поправками исправляют измеренные превышения: $h'_i = h_i + \delta_h$. Используя исправленные превышения, последовательно вычисляют отметки всех точек нивелирного хода.

$$H_{i+1} = H_i + h'_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

9.9. Тригонометрическое нивелирование

Тригонометрическое нивелирование – определение превышений по измеренным вертикальным углам и расстояниям.

Для определения превышения между точками A и B (рис. 9.9) на точке A устанавливают теодолит, а на точке B – рейку. Теодолитом измеряют угол наклона v .

Если известно горизонтальное расстояние d между точками A и B , то превышение h вычисляют по формуле:

$$h = d \cdot \operatorname{tg} v + k - l, \quad (9.4)$$

где v – угол наклона, k – высота прибора, l – высота визирования.

Если расстояние AB измерено нитяным дальномером, то горизонтальное расстояние равно $d = Kn \cos^2 v$, где K – коэффициент дальномера и n – отсчет по рейке. Подставляя это выражение для d в (9.4) получаем $h = Kn \cos 2v \operatorname{tg} v + k - l$ и окончательно

$$h = \frac{1}{2} Kn \sin 2v + k - l \quad (9.5)$$

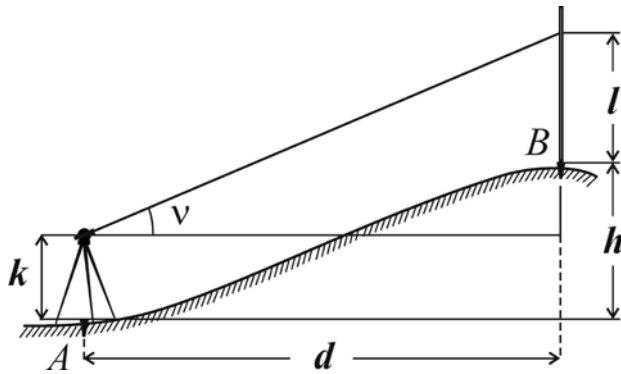


Рис. 9.9. Тригонометрическое нивелирование

Формула (9.5) находит применение при тахеометрической съемке местности и носит название тахеометрической формулы для превышений.

9.10. Теодолитно-высотные и тахеометрические ходы.

Теодолитно-высотный ход представляет собой теодолитный ход, в котором кроме определения координат точек хода методом тригонометрического нивелирования определяют их высоты. Измерения и вычисления, выполняемые с целью определения плановых координат x , y , рассмотрены в разделе 5. Рассмотрим определение высот.

На каждой стороне хода теодолитом технической точности измеряют углы наклона. Измерение угла выполняют одним приемом. Превышение вычисляют по формуле (9.4). Для контроля и повышения точности каждое превышение определяют дважды – в прямом и обратном направлениях. Прямое и обратное превышения, имея разный знак, не должны различаться по абсолютной величине больше чем на 4 см на каждые 100 м длины линии. За окончательное значение превышения принимают среднее, со знаком прямого.

Теодолитно-высотные ходы начинаются и заканчиваются на исходных пунктах, высоты которых известны. По форме ход может быть замкнутым (с одним исходным пунктом) или разомкнутым (с двумя исходными пунктами).

Теоретически, сумма средних превышений высотного хода должна равняться разности высот исходных точек хода – конечной и начальной. Но из-за погрешностей измерений, это равенство не соблюдается, и возникает высотная невязка, вычисляемая по формулам (9.2) и (9.3)

Величину допустимой невязки вычисляют по формуле: $f_{h_{\text{доп}}} = \frac{0,04P_c}{\sqrt{n}}$,

где P_c – длина хода (в сотнях метров) и n – число сторон хода.

Если невязка f_h не превышает допуска, то средние превышения исправляют поправками, вычисляемыми по формуле

$$\delta_{hi} = -(f_h/P) \cdot d_i,$$

где i – номер стороны хода, P – длина хода, d_i – длина i -ой стороны.

Поправками исправляют измеренные превышения: $h'_i = h_i + d_h$. Используя исправленные превышения, последовательно вычисляют отметки всех точек нивелирного хода.

$$H_{i+1} = H_i + h'_i \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Тахеометрический ход – это ход, в котором теодолитом измеряют горизонтальные и вертикальные углы, а длины сторон – нитяным дальномером. Длины сторон и углы наклона по каждой линии измеряют прямо и обратно. Горизонтальные расстояния и превышения вычисляют по тахеометрическим формулам.

Относительная погрешность измерения расстояний нитяным дальномером равна 1/300. Поэтому относительная погрешность 1/300 служит допуском для расхождений результатов прямого и обратного измерения длин линий, а также для относительной невязки хода. Остальные допуски и порядок вычислений такие же, как в теодолитно-высотном ходе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Визгин А.А., Коугия В.А., Хренов Л.С. Практикум по инженерной геодезии. Учебное пособие для вузов.. – М.: Недра, 1989. – 285 с.
2. Генике А.А., Побединский Г.Г. Глобальные спутниковые системы определения местоположения и их применение в геодезии. Изд. 2-е. – М.: Картгеоцентр, 2004. – 355 с.
3. Геодезия. Термины и определения. ГОСТ 22268-76. – М.:Госстандарт СССР, 1976. – 32 с.
4. Геодезия. Топографические съемки: Справочное пособ. / Ю.К. Неумывакин, Е. И. Халугин, П. Н. Кузнецов и А. В. Бойко – М.: Недра, 1991. – 317 с.: ил.
5. Геодезические работы при строительстве мостов / В.А.Коугия, В.В. Грузинов, О.Н. Малковский, В.Д. Петров. – М.: Недра, 1986. – 248 с.
6. Изыскания и проектирование железных дорог. Учеб. для вузов ж.-д. трансп. / И.В. Турбин, А.В. Гавриленков, И.И. Кантор и др.; под ред. И.В. Турбина. – М.: Транспорт, 1989. – 479 с.
7. Инженерная геодезия. Учеб. для вузов ж.-д. трансп./ Г.С. Бронштейн, В.Д. Власов, Н.С. Зайцева и др.; под ред. С.И. Матвеева. – М.; 1999. – 455 с.
8. Инженерная геодезия. Учеб. для вузов / Под ред. Д.Ш. Михелева. – Изд. 2-е – М.: Высш. шк., 2001 – 464 с.
9. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. – М.: Недра, 1990. – 167 с.
10. Инструкция по топографической съемке в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. – М.: Недра, 1985. – 152 с.
11. Инструкция по топографо-геодезическим работам при инженерных изысканиях для промышленного, сельскохозяйственного, городского и поселкового строительства. СН-212-73. – М.: Стройиздат, 1974. – 152 с.
12. Коськов Б. И. Справочное пособие по съемке городов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1986. – 334 с.
13. Лобанов А.Н. Аэрофототопография. – М.: Недра, 1978. – 576 с.
14. Матвеев С.И., Коугия В.А., Цветков В.Я. Геоинформационные системы и технологии на железнодорожном транспорте: Учебное пособие для вузов ж.-д. трансп. / Под ред. С.И. Матвеева. – М.: УМК МПС России, 2002. – 288 с.

15. Основные положения о государственной геодезической сети Российской Федерации. ГКИНТП (ГНТА) – 01 – 006 – 03. – М.: Федеральная служба геодезии и картографии России, 2004. – 28 с.

16. Правила закладки центров и реперов на пунктах геодезической и нивелирной сетей. – М.: “Картгеоцентр-Геодезиздат”, 1993.

17. Правила закрепления центров пунктов спутниковой геодезической сети. – М.: ЦНИИГАиК, 2001. – 51 с.

18. СНиП №.01.03.-84. Геодезические работы в строительстве. – М.: ЦНИТП Госстроя СССР. – 1985. – 28 с.

19. Спутниковая технология геодезических работ. Термины и определения / Руководящий технический материал. – М.: ЦНИИГАиК, 2001. – 28 с.

20. Условные знаки для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500. – М.: Недра, 1989. – 286 с.

21. Центры геодезических пунктов для территории городов, поселков и промышленных площадок. – М.: Недра, 1972. – 24 с.

Содержание

1. Предмет инженерной геодезии.....	3
2. Форма и размеры Земли. Системы координат. Высоты.....	5
2.1. Форма и размеры Земли.....	5
2.2. Системы координат, применяемые в геодезии.....	6
2.3. Системы высот.....	9
3. Ориентирование линий. Прямая и обратная геодезические задачи на плоскости.....	10
3.1. Углы ориентирования.....	10
3.2. Прямая и обратная геодезические задачи на плоскости.....	14
4. План и карта.....	15
4.1. План, карта, цифровая модель местности.....	15
4.2. Разграфка и номенклатура топографических карт и планов.....	17
4.3. Условные знаки топографических карт и планов.....	20
4.4. Решение задач по топографической карте.....	22
4.5. Определение площадей по картам и планам.....	27
5. Математическая обработка результатов геодезических измерений.....	30
5.1. Погрешности измерений.....	30
5.2. Свойства случайных погрешностей.....	31
5.3. Характеристики точности измерений.....	32
5.4. Средняя квадратическая погрешность функции измеренных величин.....	33
5.5. Математическая обработка результатов прямых равноточных измерений ..	36
5.6. Математическая обработка результатов прямых неравноточных измерений.....	37
5.7. Понятие об уравнивании геодезической сети.....	40
6. Геодезические сети	41
6.1. Методы построения плановых сетей.....	41
6.2. Основные виды плановых геодезических сетей.....	43
6.3. Закрепление пунктов плановых геодезических сетей.....	45
6.4. Создание съёмочных сетей проложением теодолитных ходов.....	46
6.5. Определение координат засечками.....	50
7. Измерение углов.....	52
7.1. Определения	52
7.2. Устройство теодолитов	53

7.3. Измерение горизонтальных углов.....	58
7.4. Измерение вертикальных углов.....	59
7.5. Поверки теодолита	60
8. Измерение длин линий.....	62
8.1. Измерение длин линий мерными лентами и рулетками	62
8.2. Определение недоступных расстояний.....	67
8.3. Нитяной дальномер.....	67
8.4. Светодальномеры, электронные тахеометры	68
9. Нивелирование.....	72
9.1. Методы нивелирования.....	72
9.2. Геометрическое нивелирование.....	73
9.3. Нивелиры	75
9.4. Нивелир с уровнем при трубе	75
9.5. Поверки нивелира.....	76
9.6. Нивелирные рейки.....	79
9.7. Влияние кривизны Земли и рефракции на результаты нивелирования.....	79
9.8. Нивелирные сети.....	80
9.9. Тригонометрическое нивелирование	82
9.10. Теодолитно-высотные и тахеометрические ходы.....	83
Литература.....	84