

Данный файл представлен исключительно в ознакомительных целях.

Уважаемый читатель!

Если вы скопируете данный файл,

Вы должны незамедлительно удалить его сразу после ознакомления с содержанием.

Копируя и сохраняя его Вы принимаете на себя всю ответственность, согласно действующему международному законодательству .

Все авторские права на данный файл сохраняются за правообладателем.

Любое коммерческое и иное использование кроме предварительного ознакомления запрещено.

Публикация данного документа не преследует никакой коммерческой выгоды. Но такие документы способствуют быстрейшему профессиональному и духовному росту читателей и являются рекламой бумажных изданий таких документов.

## ЧАСТЬ 2

### Радиальная геофильтрация

#### Лекция № 9. Основы теории водопритока к совершенным скважинам

##### 9.1. Особенности радиальной и плано-радиальной фильтрации

Рассмотрим фильтрацию к скважине с точки зрения структуры и мерности потока.

Радиальная фильтрация возникает в том случае, если одиночная скважина работает в неограниченном в плане бассейне подземных вод с расходом  $Q_0$ . Линии тока-радиусы, по ним  $grad H \rightarrow \max$ . По линиям напора – окружностям - выполняются  $grad H = 0$ ,  $\mathcal{V}_\varphi = 0$  (рис. 9.1). В декартовой системе имеем двухмерную, в полярной системе - одномерную фильтрацию. Выполняется предпосылка Дюпюи  $\mathcal{V}_r \Big|_z = const$ . Начало координат задается в центре скважины.

Плано-радиальная фильтрация возникает под влиянием двух факторов: а) наличие границ пласта и б) наличие взаимодействующих скважин. Это уже не одномерная фильтрация даже в полярной системе координат, но, используя метод фрагментов и суперпозицию, оказывается можно эту фильтрацию свести к одномерной.

##### 9.2. Особенности формирования фильтрационного потока к скважине

Используя метод суперпозиции будем рассматривать не само положение уровня в пространстве и во времени, а только его изменение, называемое понижением, так что

$$S = H_{ст} - H_{дин} \quad , \quad (9.1.)$$

где  $H_{ст}$  - статический или естественный уровень воды до начала откачки,

$H_{дин}$  - динамический или измененный откачкой уровень воды.

Для одиночной скважины при наступлении стационарного режима фильтрации можно отметить следующее:

① Величина понижения уровня по координате  $r$  изменяется нелинейно, т.е.  $\frac{dS}{dr} = var$ . Так как поток сходящийся, площадь поперечного сечения  $F$  уменьшается, а расход  $Q = k \cdot I \cdot F$  неизменный, то  $I = \frac{dS}{dr}$  по пути к скважине должен возрастать (рис. 9.1).

② В процессе откачки воды из скважины в неограниченном пласте ее воздействие на пласт последовательно расширяется. Изменение уровня охватывает все новые области пласта. Назовем расстояние, на котором находится самая удаленная, значимая для расчетов, возмущенная точка пласта – радиусом влияния  $R_{вл}(t)$ . Теоретически эта величина последовательно возрастает, причем на  $R > R_{вл}(t) \rightarrow H = H_{ст}$  и  $S = 0$ .

③ Площадь, которая охвачена изменением уровня, равна  $\pi R_{вл}^2$ . В пределах этой площади идет либо осушение пласта (грунтовые воды), либо сработка уп-

ругих запасов пласта (напорные воды). Очевидно, чем больше площадь, на которой формируются запасы, тем меньше темп снижения уровня во времени,  $\Delta S/\Delta t$  ибо

$$Q_0 = \frac{\mu \cdot \pi \cdot R_{вл}^2 \cdot (t) \Delta S_{cp}}{\Delta t} \quad (9.2.)$$

Таким образом, рост величины понижения  $S$  во времени будет уменьшаться.

④. Может ли быть, чтобы рост величины понижения  $S$  прекратился во времени совсем. То есть при постоянном  $Q_0$  наступила стационарная фильтрация?

Может – если в процессе откачки ее влияние вызовет дополнительное поступление воды в пласт. И как только это дополнительное поступление воды в пласт сравняется с дебитом скважины, наступит стационарная фильтрация. В этом случае величина  $R_{вл}(t) = const(t)$  - стабилизируется – и может быть обозначена  $R_k$  (рис. 9.1).

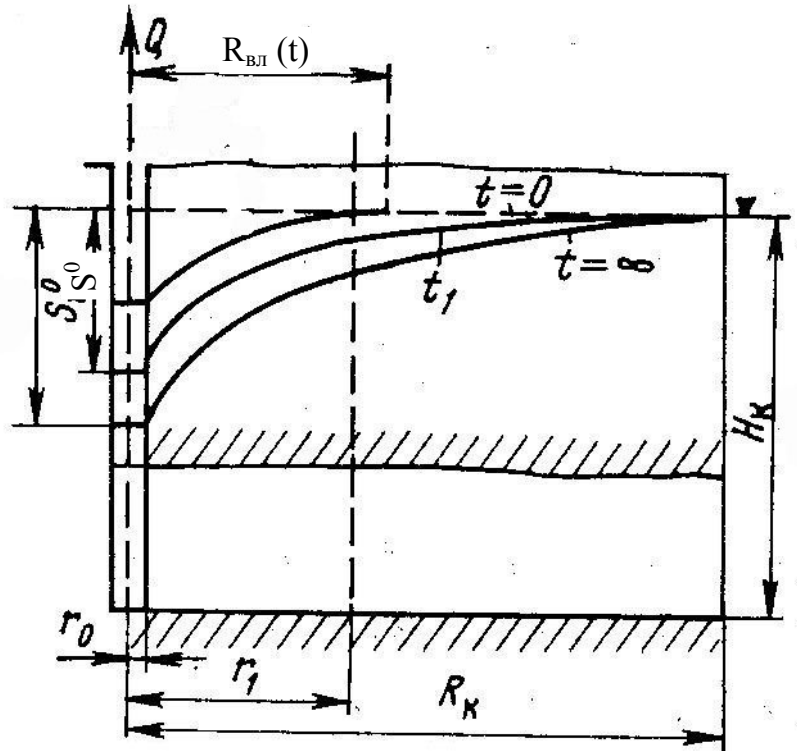


Рис. 9.1. Формирование депрессионной воронки в зоне действия скважины в пласте с ГУ - I

Факторы, которые могут привести к стационарной фильтрации: а) наличие контура постоянного напора, открытой границы – реки, каналы, водохранилища; б) наличие зоны разгрузки подземных вод в виде родников или подземного испарения (ГУ III рода), если  $Q_{разг} \geq Q_0$ . Произойдет инверсия разгрузки; в) наличие перетока через слабопроницаемые пласты в слоистой толще. При этом переток либо увеличивается, если откачка осуществляется в пласте с изначально меньшим напором, либо уменьшается переток из эксплуатируемого пласта (сокращается его разгрузка); г) искусственные факторы – орошение, ка-

нал, построенный после начала работы скважины, инфильтрационный бассейн. Инфильтрация, существующая до начала откачки, не приводит к стабилизации динамического уровня. В естественных условиях она формирует статический уровень  $H_{ст}$ .

⑤. При условии постоянного водоотбора  $Q_0 = const$  и отсутствии искусственных факторов (см. выше) величина понижения  $S$  постепенно увеличивается. Стабилизация величины  $S$  возможна, если в процессе откачки в пласт будет поступать дополнительное питание из реки, за счет перетекания, уменьшения разгрузки подземных вод или дополнительного инфильтрационного питания.

Стационарная фильтрация, если она наступила, в нестационарную может перейти только в случае, если изменились ГУ. Стационарная – частный случай нестационарной фильтрации.

⑥. Мы рассмотрели изменения понижения уровня во времени в самой скважине. Теперь рассмотрим как меняется  $S$  в любой точке пласта на расстоянии  $r$  от скважины. Пока  $R_{эл}(t)$  не достиг этой точки, очевидно, что  $S(r)=0$ , то есть изменений уровня нет. Далее закономерность изменения уровня аналогична уровню в скважине, однако, величина  $S(r) < S_0$  всегда. Т.о. понижение в пласте запаздывает тем больше, чем дальше рассматривается точка, и само понижение уровня с расстоянием уменьшается (рис. 9.1).

⑦. При постоянном водоотборе вокруг скважины формируется область, в пределах которой расход практически не меняется, то есть на границах этой области он почти такой же, что и в скважине (отличие менее 10%). В этой области возникает квазистационарный режим фильтрации. Область все время расширяется. В этой области  $Q_{r,t} = const$ . Следовательно во времени  $V_t = const$ ,  $I_t = const$  и уровень ПВ снижается параллельно себе без изменения углов наклона. Это значит, что кривые  $S-t$  на разные моменты времени параллельны друг другу.

⑧. Сравнивая откачку из скважин в грунтовых и напорных водах следует отметить, что:

а) величина понижения уровня при одинаковом водоотборе и равных значениях водопроводимости всегда больше в напорных водах, так как в формуле (9.2.)  $\mu^* < \mu$ .

б) скорость распространения влияния откачки в напорных водах всегда больше.

⑨. Если в процессе откачки в скважине поддерживать постоянным уровень ( $S = const$ ), то величина расхода  $Q_0$  поступающего к скважине будет уменьшаться, так как будет уменьшаться  $I = \frac{dS}{dr}$  за счет расширения зоны влияния.

В заключение отметим, что фильтрация в ограниченных пластах в начальный период времени идет как в бесконечных, до тех пор, пока  $R_{эл}(t) \leq L$  - расстояние скважины до границы.

9.3. Основные факторы, определяющие типовые расчетные схемы фильтрации воды к скважине:

1. По гидравлическому состоянию пласта (напорные, безнапорные).
2. По режиму фильтрации (нестационарная, квазистационарная, стационарная).
3. По влиянию внешних границ пласта (неограниченные, полуограниченные, ограниченные) и задаваемых на них ГУ ( $Q = 0, S = 0$ ).
4. По строению среды (изолированная однопластовая, с перетеканием слоистая и многопластовая, неоднородная в плане, гетерогенная).
5. По количеству взаимодействующих скважин.
6. По режиму водоотбора из скважин ( $Q_0 = const, Q_0 = var, S_0 = const$ ).
7. По характеру взаимодействия скважин с водоносным горизонтом (совершенные и несовершенные).
- 9.4. Формулировка задачи радиальной фильтрации

Запишем дифференциальные уравнения в полярных координатах:  
для стационарной фильтрации (Лапласа):

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dH}{dr} \right) = 0 \quad , \quad (9.3)$$

для нестационарной фильтрации (Фурье):

$$a \left( \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} \right) = \frac{\partial H}{\partial t} \quad . \quad (9.4)$$

Здесь в левой части (9.4) записано то же, что и в (9.3), но проведено дифференцирование по частям и деление на  $r$ .

Для понижения уровня дифференциальные уравнения имеют вид

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dS}{dr} \right) = 0 \quad (9.5)$$

$$\text{и } a \left( \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial r} \right) = \frac{\partial S}{\partial t} \quad , \quad (9.6)$$

$$\text{а ГУ на фильтре скважины } Q_0 = -2\pi T r \frac{\partial S}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = const \quad . \quad (9.7)$$

Условия однозначности:

для стационарной фильтрации  $r_0 \leq r \leq R_k$ ,

геометрические размеры пласта

для нестационарной фильтрации  $r_0 \leq r < \infty$ ,

$T = const, a = const$  физические параметры, однородная среда.

Для решения задачи в понижениях уровня используется метод суперпозиции

$$H(r, t) = H(r, 0) - S(r, t). \quad (9.8)$$

общее начальное понижение  
решение условия уровня

Преимущество такой постановки в том, что исключаются из рассмотрения начальные условия, которые нам известны и могут быть учтены после решения задачи. Поэтому начальные условия  $S(r, 0) = 0$ . Решаем задачу для бассейна подземных вод, без учета бытового (естественного) уклона  $I_0 = 0$ . Плос-

кость сравнения соответствует положению уровня подземных вод.

### 9.5. Постановка задачи для плано-радиальной фильтрации

Последовательно рассмотрим две постановки:

#### 9.5.1. Система взаимодействующих скважин (рис. 9.2)

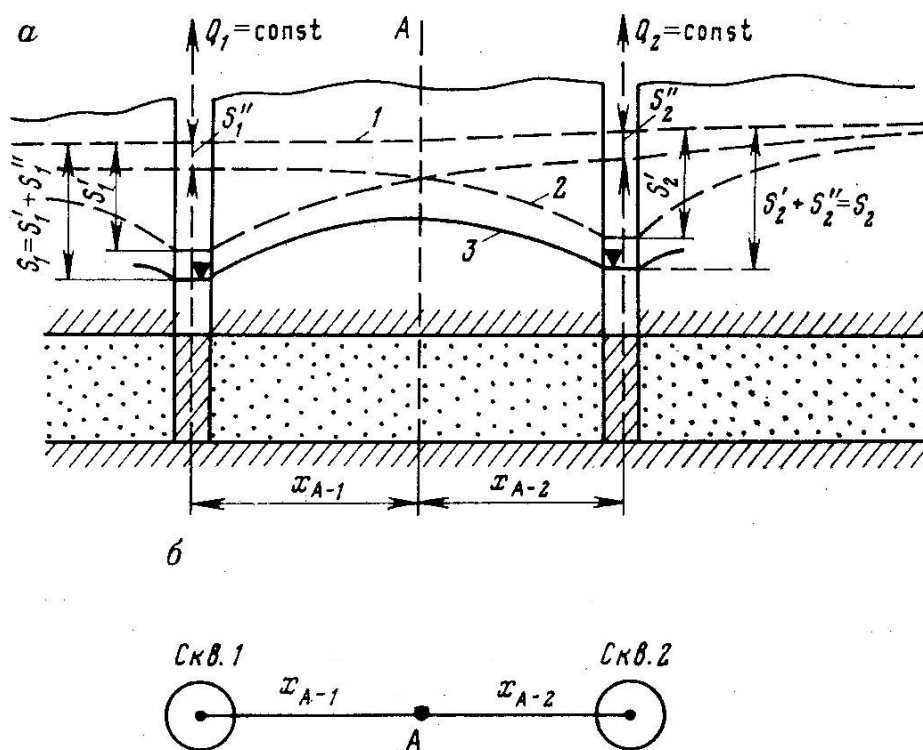


Рис. 9.2. Взаимодействующие скважины (а – разрез; б – план)

Положение уровня подземных вод: 1 – начальное; 2 – при работе каждой скважины как одиночной; 3 – при совместной работе скважин

Рассмотрим последовательно воздействие каждой скважины на пласт в предположении, что она работает как одиночная. Тогда под влиянием работы скв.1 – с расходом  $Q_1 \rightarrow$  имеем понижения уровня  $S_{11}(r_0)$  и  $S_{12}(r_{1-2})$ , а для скв.2-  $Q_2 \rightarrow S_{21}(r_{1-2})$  и  $S_{22}(r_0)$ .

Сложение полей двух скважин, работающих совместно с  $Q_1$  и  $Q_2$ , позволяет получить  $S_1 = S_{11} + S_{21}$  и  $S_2 = S_{12} + S_{22}$ .

В общем случае для  $n$  скважин имеем

$$S_i = \sum_{j=1}^n S_{ij}(r_{ij}), \quad (9.9)$$

где  $n$  -общее число скважин в пласте;

$S_{ij}$  - срезка формируемая в  $i$ -ой скважине от работы  $j$ -ой скважины;

$r_{ij}$  - расстояние между  $i$  и  $j$  скважинами, при  $i = j \rightarrow r_{ij} = r_0$ ;

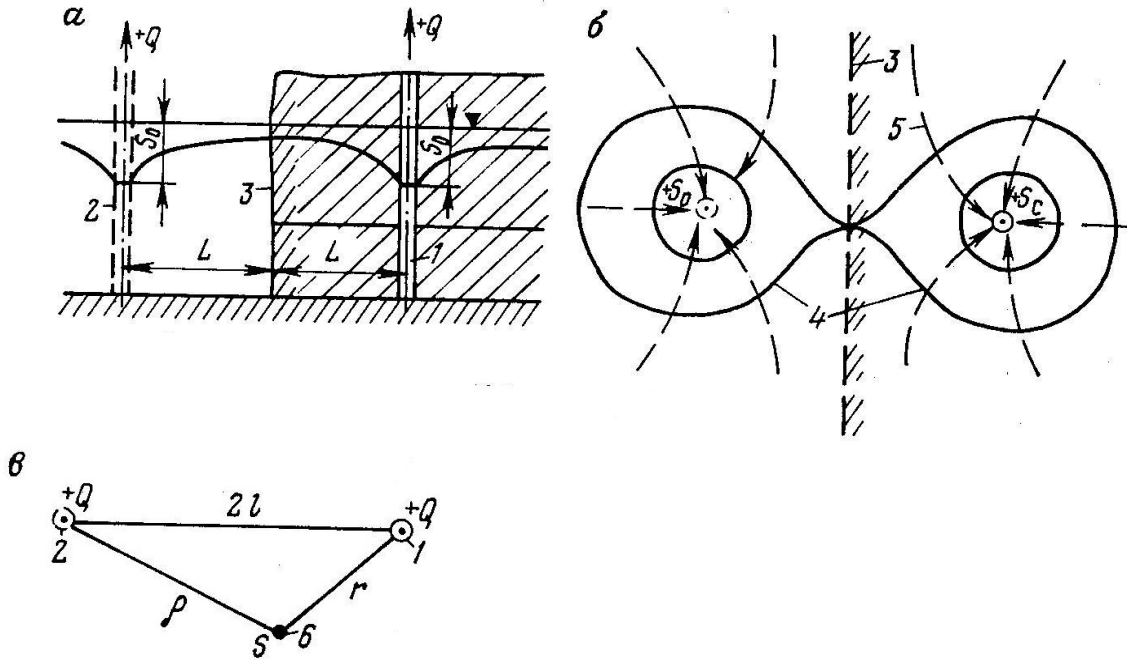
$S_i$  - общее понижение в  $i$ -ой скважине.

Таким образом, разделение задачи на фрагменты, в которых рассматривается только одна скважина (1, 2, 3 .....  $i$ ,  $n$ ), позволяет плано-радиальную фильтрацию свести к  $n$  радиальных задач. Общее решение – есть сумма частных решений. Главное условие использования метода суперпозиций – диффе-

ренциальные уравнения должны быть линейными.

### 9.5.2. Скважина вблизи границы

Оказывается и в этом случае можно использовать метод суперпозиции и свести задачу к радиальной. Из анализа гидродинамических сеток видно, что ЛТ и ЛН к скважине вблизи границы располагаются аналогично двум взаимодействующим скважинам, причем граница есть водораздельная линия (рис. 9.3).



**Рис. 9.3. Схема – скважины у линейного непроницаемого контура (по И.К. Гавич)**

(а – разрез; б – план; в – расчетная схема)

1,2 – реальная и отображенная скважины, соответственно; 3 – непроницаемая граница; 4 – линия напора; 5 – линия тока; 6 – расчетная точка

Используется метод отображения реальной скважины от границы (как в зеркале). На расчетной схеме появляется воображаемая скважина, которая эквивалентно заменяет границу пласта. Таким образом, на расчетной схеме полуограниченный пласт заменяется на неограниченный с дополнительной воображаемой скважиной. Используя (9.9), проводят расчет понижения уровня в скважине.

9.6. Решение задачи радиальной стационарной фильтрации (задачи Дюпюи)

Рассматривается напорный водоносный пласт, имеющий круговой контур постоянного уровня ( $S_k = 0$ ) на расстоянии  $R_k$  от скважины, из которой ведется откачка. Для произвольного сечения на расстоянии  $r$  от оси скважины запишем

$$Q = k \cdot I \cdot F = -k \frac{dS}{dr} 2\pi m r. \quad (9.10)$$

Разделяя переменные и интегрируя, имеем

$$\frac{Q}{2\pi k m} \int \frac{dr}{r} = -\int dS. \quad (9.11)$$

В качестве пределов интегрирования берем расстояние до кругового контура  $R_k$  и произвольное сечение  $r$ . Понижение уровня здесь, соответственно, 0 и  $S_r$  (рис. 9.4).

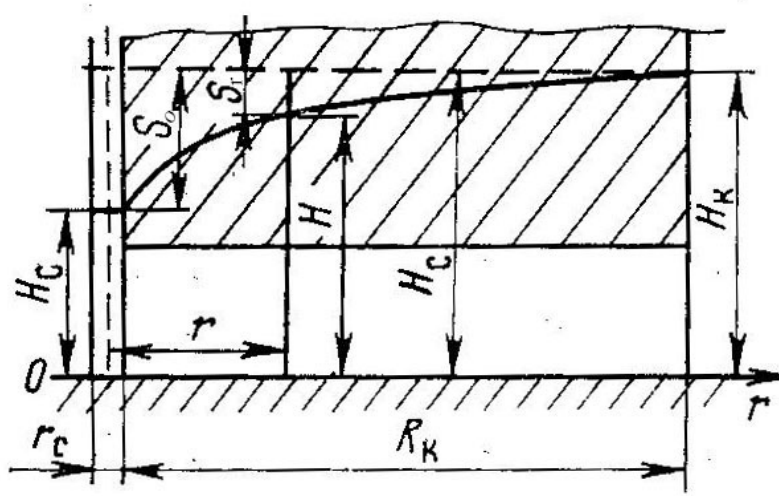


Рис. 9.4. Расчетная схема стационарной фильтрации в напорном пласте

Имеем

$$S_r = \frac{Q}{2\pi km} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (9.12)$$

где  $S_r$  - величина понижения в точке пласта, располагающейся на расстоянии  $r$  от скважины, из которой ведется откачка.

Получена формула Дюпюи для радиальной фильтрации. Эта формула используется для построения кривой депрессии.

Для двух произвольно взятых точек на расстояниях  $r_A$  и  $r_B$  получим

$$S_A - S_B = \frac{Q}{2\pi km} \ln \frac{r_B}{r_A}. \quad (9.13)$$

Если необходимо знать понижение уровня в самой скважине  $r \rightarrow r_0$ , тогда из (9.12) имеем

$$S_0 = \frac{Q}{2\pi km} \ln \frac{R_k}{r_0} \quad \text{или} \quad (9.14)$$

$$Q = \frac{2\pi km S_0}{\ln \frac{R_k}{r_0}}. \quad (9.15)$$

Для грунтовых вод вводим напорную функцию

$$u = m\Delta H = \frac{\Delta h^2}{2} \quad \text{или} \quad ms = \frac{s(h_{cm} + h_{дин})}{2} = \frac{s(2h - s)}{2}. \quad (9.16)$$

Формула справедлива только для горизонтального водоупора.

Если задано  $S_0$ , то можно определить расход скважины  $Q_0$ .

Отклонение от формулы Дюпюи.

В начале 30-х гг. Козени, исследуя приток воды к скважине на физиче-



ской модели (в грунтовом потоке), обнаружил, что кривая депрессии в грунтовых водах не примыкает к уровню воды в фильтре скважины, а находится выше, то есть на стенке фильтра скважины существует гидравлический скачок уровня ( $\Delta h_0$ ) (рис. 9.5).

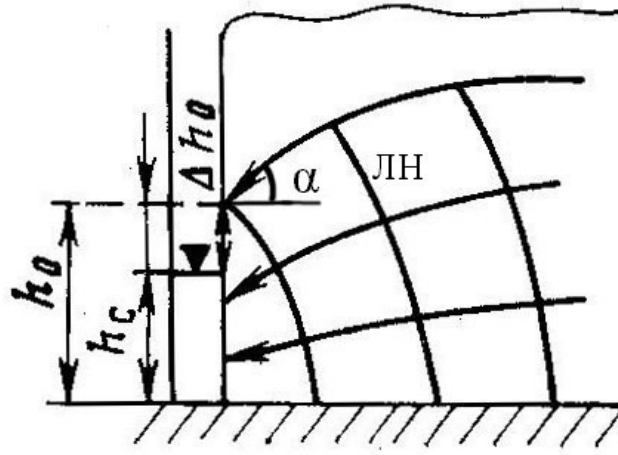


Рис. 9.5. Схема возникновения гидравлического скачка в фильтре скважины

Г.Н. Каменский, рассматривая этот вопрос, обратил внимание, что вблизи скважины нарушается предпосылка Дюпюи. Линии напора (ЛН) вблизи фильтра – кривые второго порядка, в расчетной же схеме они принимаются в виде образующей боковой поверхности цилиндра. Ошибка тем больше, чем больше напорный градиент, т.к. увеличивается угол  $\alpha$ .

Существуют эмпирические формулы для учета  $\Delta h_0$ . Для водозаборных скважин  $\Delta h_0$  обычно не велик и не всегда учитывается. Для определения  $\Delta h_0$  на практике бурятся затрубные скважины.

Исследуем изменение расхода от величины понижения уровня в скважине. Для этого введем понятие удельный дебит

$$q = \frac{Q_0}{S_0} \left[ \frac{м^3}{сут \cdot м} \right]. \quad (9.17)$$

Для напорных вод имеем

$$Q_0 = \frac{2\pi T S_0}{\ln \frac{R_k}{r_0}} \quad \text{и} \quad q = \frac{2\pi T}{\ln \frac{R_k}{r_0}}, \quad (9.18)$$

то есть линейная зависимость  $Q_0$  от  $S_0$  (рис. 9.6а).

Для безнапорных вод имеем:

$$Q_0 = \frac{\pi k (2h_{cm} - S_0) S_0}{\ln \frac{R_k}{r_0}}, \quad q = \pi k \frac{(2h_{cm} - S_0)}{\ln \frac{R_k}{r_0}}, \quad (9.19)$$

получим параболическую зависимость  $Q_0$  от  $S_0$  (рис. 9.6б).

В последнем случае при росте  $S_0$  величина  $q$  уменьшается. Теоретически  $Q_0$  – max при  $S_0 \rightarrow h_{cm}$ , но существует скачок  $\Delta h_0$ , поэтому  $Q_{max}$  достигает при

существенно меньших понижениях уровня.

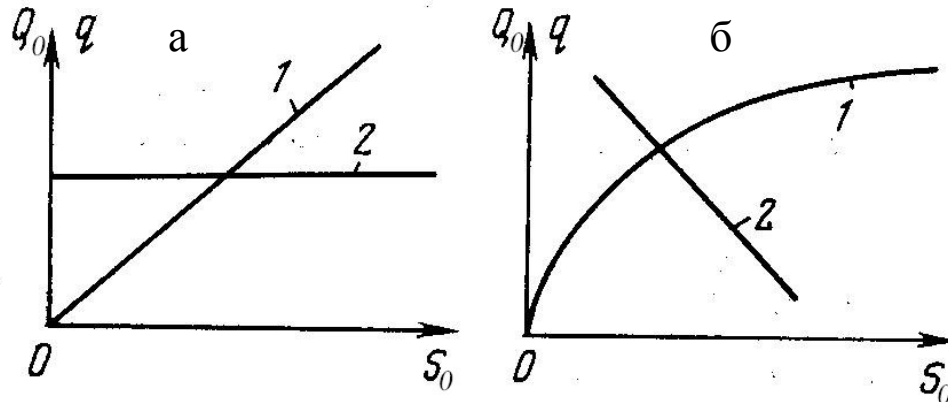


Рис. 9.6. Кривые зависимостей  $Q_0 = f(S)$  и  $q = f(S)$  для напорных (а) и грунтовых (б) вод

### 9.7. Вывод основных уравнений для плано-радиальной стационарной фильтрации

Рассмотрим систему из  $n$  взаимодействующих скважин, располагающихся в пласте, получающем дополнительное питание. Будем считать, расстояние между скважинами существенно меньше радиуса питания  $R_k$ , т.е. скважины взаимодействуют друг с другом. Дополнительное питание больше суммарного расхода скважин. Понижение в любой точке  $M$  может быть определено методом суперпозиции (рис. 9.7)

$$S_M = \sum_1^n S_i \quad (9.20)$$

В стационарном режиме решение для каждой скважины

$$S_1 = \frac{Q_1}{2\pi T} \ln \frac{R_{k1}}{r_1}$$

$$S_2 = \frac{Q_2}{2\pi T} \ln \frac{R_{k2}}{r_2} \quad (9.21)$$

$$S_n = \frac{Q_n}{2\pi T} \ln \frac{R_{kn}}{r_n}$$

В системе (9.21) при суммировании расходов получим

$$Q_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (9.22)$$

Введем показатель расхода  $i$ -ой скважины

$$\alpha_i = \frac{Q_i}{Q_{\text{сум}}} \quad (9.23)$$

Величина  $R_{ki}$  с величиной  $R_k$  всей системы скважин может быть связана по-разному. Если рассматриваем дополнительное питание из реки или переток из питающего пласта, то  $R_k = R_{ki}$ . Если это инверсия естественной разгрузки, то

$$R_k = \sqrt{\sum_{i=1}^n R_{ki}^2} \quad (9.24)$$

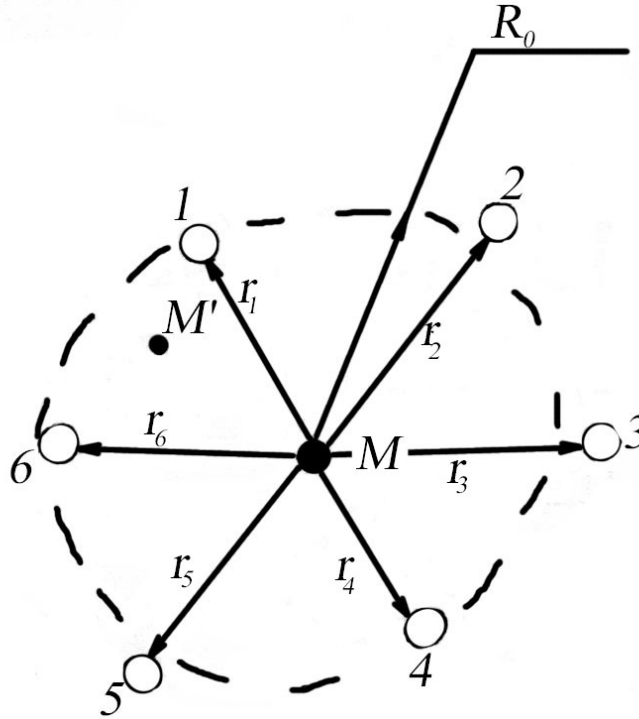


Рис. 9.7. Расчетная схема к формулам 9.25 и 9.30

Подставляя в (9.20) уравнение (9.21) с учетом (9.22), (9.23), (9.24), получим

$$S_m = \frac{Q_{\text{сум}}}{2\pi T} \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln \frac{R_k}{r_i} \quad (9.25)$$

Это уравнение Форхгеймера для системы взаимодействующих скважин.

Здесь  $r_i$  - расстояние от точки  $M$  до каждой скважины, м.

Для расчета водозаборов обычно принимают  $Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n$  (9.26).

Тогда  $\alpha = \frac{1}{n}$ , так как  $Q_{\text{сум}} = nQ$ . С учетом этого уравнение имеет вид

$$S_m = \frac{Q_{\text{сум}}}{2\pi T} \left( \ln R_k - \frac{1}{n} \ln r_1 r_2 \dots r_n \right) \quad (9.27)$$

Если ввести обозначения

$$\rho_s = \sqrt[n]{r_1 r_2 \dots r_n}, \quad (9.27)$$

где  $\rho_s$  - приведенный радиус водозабора, то уравнение (9.27) примет вид уравнения Дюпюи:

$$S_m = \frac{Q_{\text{сум}}}{2\pi T} \ln \frac{R_k}{\rho_s} \quad (9.29)$$

Если скважины расположены по кругу, то (9.29) перепишем в виде

$$S_m = \frac{Q_{\text{сум}}}{2\pi T} \ln \frac{R_k}{R_0}, \quad (9.30)$$

где  $R_0$  - радиус большого колодца (рис. 9.7)

Это формула “большого колодца”. Для всех точек  $M'$ , расположенных в пределах круга радиуса  $R_0$ , понижения уровня принимаются одинаковыми, т.е.  $S_{M'} = S_M$ . Таким образом, формула “большого колодца” предполагает равенство всех понижений уровня внутри контура скважин. В действительности имеются различия в понижениях, но они не очень существенные именно для круговой системы. Иногда формулу “большого колодца” используют и для произвольной системы скважин, например в (9.30)  $\rho_s \approx R_0$  для точки  $M$  в центре системы.

Здесь ошибки могут быть более значимыми. Часто определяют  $R_0 = \frac{P}{2\pi}$ , где  $P$

- периметр системы скважин.

### Вопросы к лекции №9

1. В каких условиях водопиток к скважине отвечает схеме плано-радиальной фильтрации? Покажите на примере сущность метода сложения течений (суперпозиции).
2. Каким образом изменяется площадь поперечного сечения потока и градиент при радиальной стационарной фильтрации к скважине?
3. Почему в процессе откачки уменьшается темп роста понижения уровня  $\Delta S/\Delta t$ ?
4. При каких нарушениях условий проведения откачки может наблюдаться уменьшение понижения во времени?
5. Какова последовательность вовлечения в процесс откачки из скважины отдельных зон водоносного пласта?
6. Перечислите основные факторы, определяющие типовые условия фильтрации воды к скважине.
7. Почему в напорных водах, в процессе откачки, при условии одинаковых расходов и водопроницаемости пласта, величина понижения уровня и радиус влияния больше, чем в грунтовых?
8. На основании анализа формул (9.18) и (9.19) покажите формальную аналогию между решениями идентичных задач стационарной фильтрации для напорных и безнапорных вод. Используйте для этого соотношение (9.16).
9. Объясните с физических позиций возникновение промежутка высачивания  $\Delta h_0$  на границе безнапорного потока. Как изменится величина  $\Delta h_0$  с а) увеличением расхода, б) коэффициента фильтрации пород, в) мощности потока вблизи границы, при прочих равных условиях?
10. С чем связано различие в характере изменения расхода и удельного дебита скважин для грунтовых и напорных вод?
11. Возможно ли использование метода суперпозиции для расчета взаимодействия двух скважин эксплуатирующихся с условием постоянного уровня в каждой из них? Почему?

## Лекция № 10. Основные уравнения нестационарной фильтрации к скважинам

### 10.1. Постановка задачи

Рассматривается приток воды к совершенной скважине с постоянным расходом ( $Q_0 = const$ ) в однородном, неограниченном в плане, изолированном, напорном пласте. Тогда на стенке фильтра скважины  $r = r_0$  имеем (9.7)

$$Q_0 = -2\pi kmr \frac{\partial S}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = const. \quad (10.1)$$

Дифференциальное уравнение имеет вид, аналогично (9.6)

$$a \left( \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S}{\partial r} \right) = \frac{\partial S}{\partial t}. \quad (10.2)$$

### 10.2. Нестационарный режим фильтрации

Фундаментальное решение этого уравнения для линейного источника

$$S(r, t) = \frac{Q_0}{4\pi km} \int_{\alpha}^{\infty} \frac{e^{-\alpha}}{\alpha} d\alpha, \quad (10.3)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{r^2}{4at}, \quad (10.4)$$

$r$  - расстояние до точки, в которой определяется понижение уровня от водозаборной скважины, для самой скважины  $r = r_0$ ;

$t$  - время от начала водоотбора до момента определения понижения  $S$ .

Интегрально-экспоненциальная функция

$$-E_i \left( -\frac{r^2}{4at} \right) = \int_{\alpha}^{\infty} \frac{e^{-\alpha}}{\alpha} d\alpha \quad (10.5)$$

табулирована в широком диапазоне значений  $\alpha$ . Ее называют “well-function”-функция колодца и обозначают  $W(\alpha) = -E_i(-\alpha)$ . Формула (10.3) предложена Ч. Тейсом в 30-х гг. и обычно записывается в виде

$$S(r, t) = \frac{Q_0}{4\pi km} \left[ -E_i \left( -\frac{r^2}{4at} \right) \right]. \quad (10.6)$$

Частные производные от этого решения по времени  $t$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{Q_0}{4\pi km t} e^{-\frac{r^2}{4at}} \quad (10.7)$$

и по расстоянию  $r$

$$\frac{\partial S}{\partial r} = -\frac{Q_0}{2\pi km r} e^{-\frac{r^2}{4at}}. \quad (10.8)$$

### Анализ полученных решений

### 10.3. Квазистационарный режим фильтрации

Функция  $E_i$  может быть разложена в бесконечный ряд:

$$[-E_i(-\alpha)] = \ln \frac{1}{\alpha} - 0,5772 + \alpha - \frac{\alpha^2}{4} + \frac{\alpha^3}{18} \dots \quad (10.9)$$

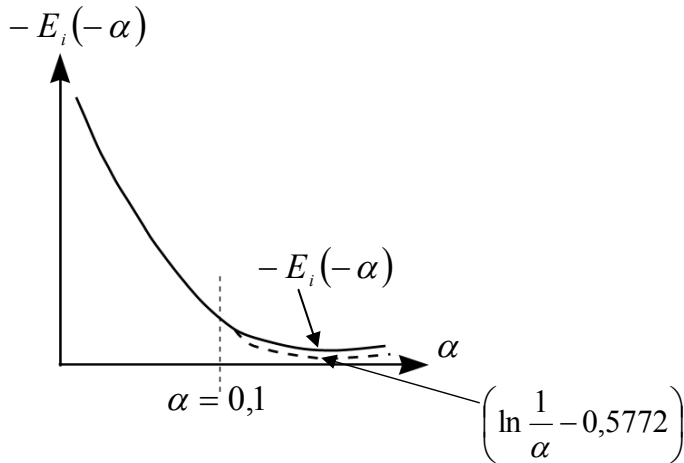


Рис. 10.1. Зависимости  $-E_i(\alpha)$  и  $\ln \frac{1}{\alpha} - 0,5772$

Здесь 0,5772 – постоянная Эйлера.

Ряд знакопеременный, следовательно, можно для оценки его суммы учесть конечное число членов. Ошибка не будет превышать первого из отброшенных членов ряда. Тогда имеем

$$\left[ -E_i \left( -\frac{r^2}{4at} \right) \right] = \ln \frac{4at}{r^2} - 0,5772 = \ln \frac{2,25at}{r^2}$$

или

$$S = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25at}{r^2}, \quad (10.10)$$

$$\text{с точностью не хуже 10\% при } \frac{r^2}{4at} \leq 0,1. \quad (10.11)$$

Кривая в (10.6)-экспоненциальная, а в (10.10) - логарифмическая (рис. 10.1). Частные производные по  $t$  и  $r$  в уравнении (10.10) имеют вид

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{Q_0}{4\pi km t} \quad (10.12)$$

и

$$\frac{\partial S}{\partial r} = -\frac{Q_0}{2\pi km r}, \quad (10.13)$$

то есть отличаются от точных решений в (10.7) и (10.8) на  $e^{-\frac{r^2}{4at}}$ . При выполнении условия (10.11)  $e^{-\frac{r^2}{4at}} \geq 0,9$  и ошибка в определении частных производных так же не превышает 10%. Зависимости (10.12) и (10.13) подтверждают сделанный в предыдущей лекции вывод об уменьшении темпа роста по-

нижения во времени и возрастании градиента напора при приближении к скважине.

Таким образом, в пределах области, где справедливо условие (10.11), не происходит изменения напорного градиента во времени (10.13), в сравнении (10.8), кривые депрессии на разные моменты времени параллельны друг другу. В этой области изменение расхода не превышает 10%, то есть 90% расхода формируется вне пределов этой области, согласно (10.8) и (10.13).

Окончательный вывод – в пределах области, где справедливо (10.11), имеем упорядоченный, квазистационарный режим фильтрации. Эта область расширяется в процессе откачки воды из скважины (рис. 10.2).

Определим разность в понижениях уровня в разных точках пласта, в пределах области квазистационарного режима фильтрации:

$$\Delta S_{AB} = S_A - S_B = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25at}{r_A^2} - \frac{Q}{4\pi km} \ln \frac{2,25at}{r_B^2} = \frac{Q_0}{2\pi km} \ln \frac{r_B}{r_A}. \quad (10.14)$$

Получили уравнение Дюпюи для радиальной стационарной фильтрации (9.13), которое справедливо в области наступившего квазистационарного режима.

Если обозначить через  $R_n^2(t) = 2,25at$ , то (10.10) превратится в

$$S(r, t) = \frac{Q_0}{2\pi km} \ln \frac{R_n(t)}{r}, \quad (10.15)$$

где  $R_n(t) = 1,5\sqrt{at}$  - приведенный радиус влияния. (10.16)

Уравнение Дюпюи  $S(r) = \frac{Q_0}{2\pi km} \ln \frac{R_k}{r}$  (9.12) отличается от (10.15) только тем, что  $R_k = const(t)$ , а  $R_n(t)$  увеличивается во времени.

Величина  $R_n(t)$  меньше расстояния, на которое распространяется влияние скважины на пласт. В пределах области, ограниченной  $R_n(t)$ , формируется менее 50% расхода скважин. Основной расход формируется в пределах  $R_{ext}(t) = 3\sqrt{at}$ . На контуре  $R_{ext}(t)$  величина понижения уровня в тысячи раз меньше, чем в скважине.

Вторая производная по времени от выражения для понижения уровня при нестационарной фильтрации (9.6) позволяет найти точку перегиба графика  $S = f(r)$ . При  $\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = 0$  или  $\frac{\partial S}{\partial t} \rightarrow \max$  имеем  $\frac{r^2}{4at} = 1$ , то есть  $r = 2\sqrt{at}$ . (10.16)

Тем не менее для практических расчетов в качестве радиуса влияния часто используют выражение  $R_n = 1,5\sqrt{at}$  по следующим причинам:

1. Величина понижения уровня на контуре  $R_n(t)$  составляет обычно не более 1% от понижения уровня в скважине при продолжительности водоотбора более 1000 суток.
2. Если на расстоянии  $R_n = 1,5\sqrt{at}$  существует граница пласта, то воздействие ее на работу скважины определяется равенством расстоя-

ния до зеркального отображенной скважины (двойное расстояние до границы) и  $R_{вн} = 3\sqrt{at}$ .

#### 10.4. Особенности формирования кривых депрессий уровня в неограниченном пласте

Для анализа формы кривых удобно использовать малый параметр Фурье или “безразмерное” время  $f_0 = \frac{at}{r^2}$ ,

$$(10.17)$$

$$\text{а так же } \bar{S} = \frac{4\pi kmS}{Q_0} = W(\alpha) \approx \ln \frac{2,25at}{r^2}, \quad (10.18)$$

$$\text{имея ввиду } \alpha = \frac{1}{4f_0}. \quad (10.19)$$

Кривые отвечающие уравнению (10.18) показаны на рис. 10.2. Из уравнения (10.10) видно, что величина понижения уровня линейно зависит от логарифма времени и логарифма расстояния  $r$ . Эти обстоятельства используют при анализе решений, получаемых для области квазистационарного режима фильтрации (рис. 10.3).

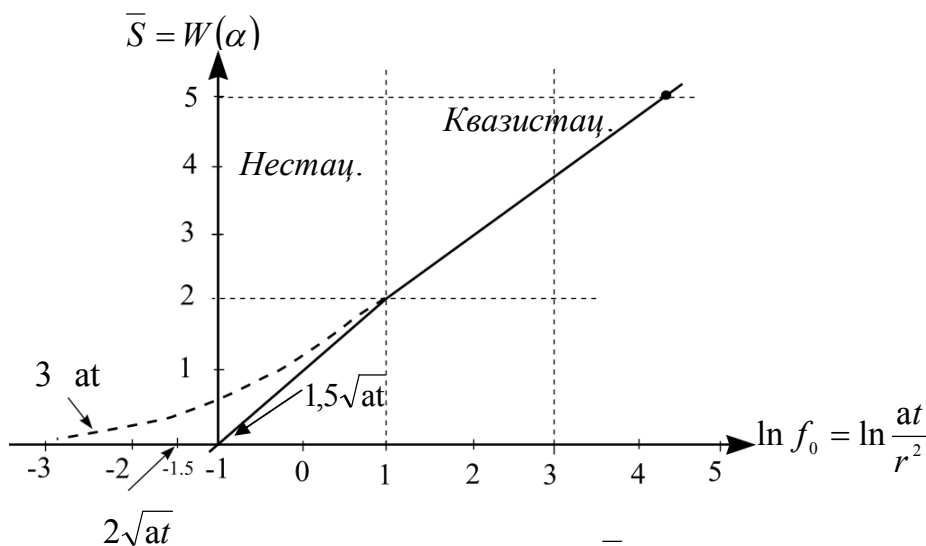


Рис. 10.2. Зависимость  $\bar{S} = W(\alpha)$  от  $\ln f_0$

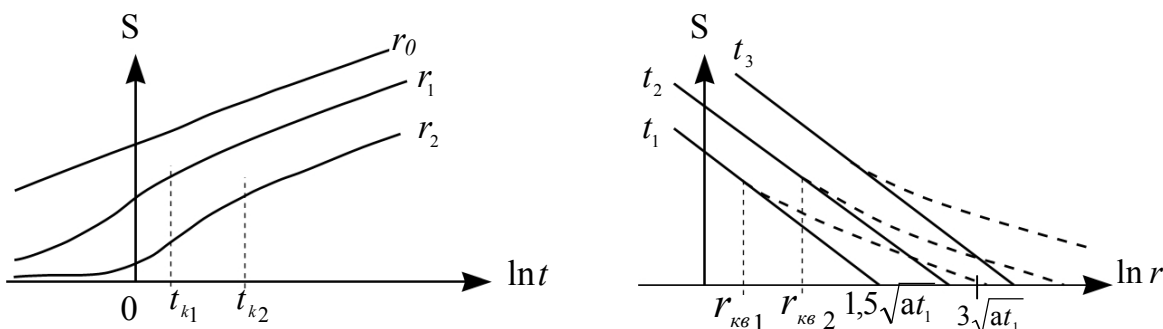


Рис. 10.3. Временное и площадное прослеживание положения уровня при нестационарном и квазистационарном режимах фильтрации



### 10.5. Вывод основных уравнений плано-радиальной нестационарной фильтрации

Для системы взаимодействующих скважин, включенных в работу одновременно (рис. 10.4), уравнение аналогично тому, которое записано (Лекция №

$$8) \text{ для стационарной фильтрации } S_M = \sum_{i=1}^n S_{M_i}, \quad (10.20)$$

$$\text{то есть } S_M = \frac{Q_{\text{сум}}}{4\pi km} \sum_{i=1}^n \alpha_i \left[ -E_i \left( -\frac{r_i^2}{4at} \right) \right], \quad (10.21)$$

причем  $\alpha_i$  определяется по (9.23)

$$\text{Если соблюдается условие } \frac{r_{\text{max}}^2}{4at} \leq 0,1, \quad (10.22)$$

то (10.21) переходит в следующее уравнение

$$S_M = \frac{Q_{\text{сум}}}{4\pi km} \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln \frac{2,25at}{r_i^2}. \quad (10.23)$$

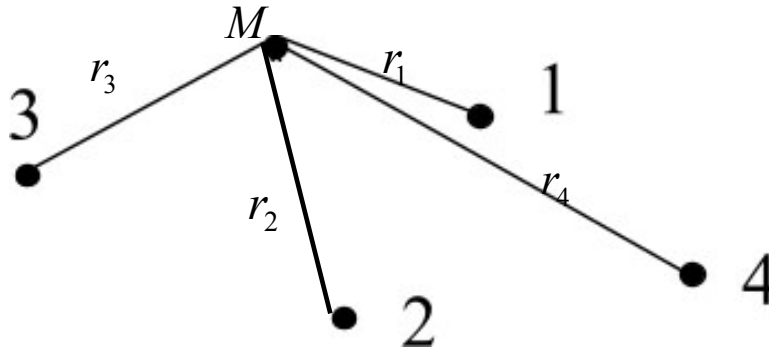


Рис. 10.4. План расположения взаимодействующих скважин

При равенстве расходов скважин и их кольцевом расположении (большой колодец)

$$S = \frac{Q_{\text{сум}}}{4\pi km} \ln \frac{2,25at}{R_0^2}, \quad (10.24)$$

где  $R_0$  - радиус большого колодца, аналогично (9.30).

### 10.6. Скважина у контура питания ( $H_k = \text{const}$ или $S_k = 0$ )

Для определения понижения в произвольной точке  $M$  (рис. 10.5) используем метод зеркального отражения реальной скважины от границы и метод суперпозиций  $S_M = S_{M_1} + S_{M_2}$  (10.25)

Понижение от реальной скважины:

$$S_{M_1} = \frac{Q_0}{4\pi km} W(\alpha_1), \quad \alpha_1 = \frac{r^2}{4at}. \quad (10.26)$$

Понижение от отраженной скважины, работающей как нагнетательная с расходом ( $-Q_0$ )

$$S_{M_2} = -\frac{Q_0}{4\pi km} W(\alpha_2), \quad \alpha_2 = \frac{\rho^2}{4at}. \quad (10.27)$$

Общее понижение в точке  $M$

$$S_M = \frac{Q_0}{4\pi km} [W(\alpha_1) - W(\alpha_2)] \quad (10.28)$$

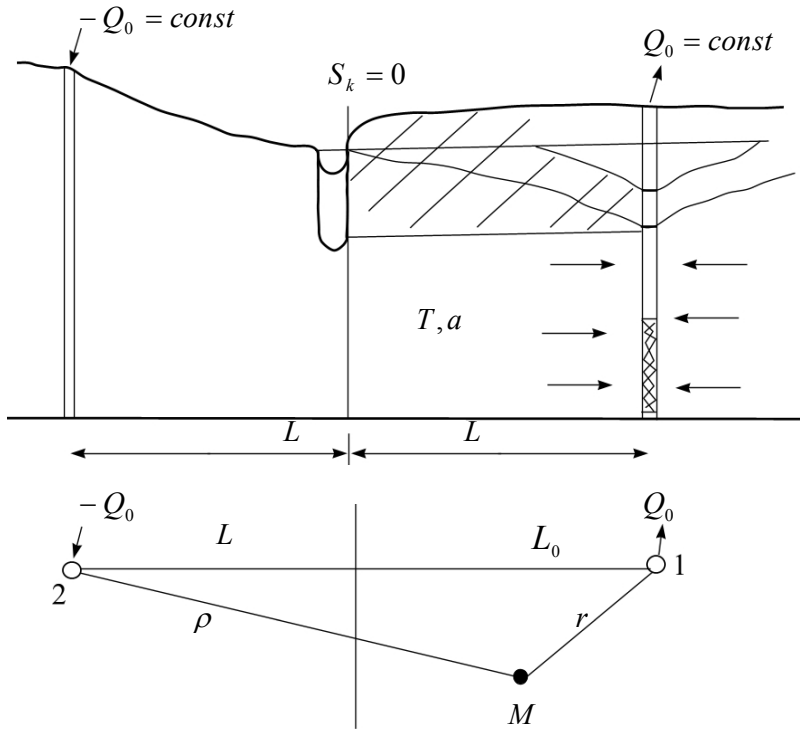


Рис. 10.5. Скважины у контура питания

При  $\frac{\rho_{\max}^2}{4at} \leq 0,1$  (10.29)

имеем:  $S_M = \frac{Q_0}{4\pi km} \left[ \ln \frac{2,25at}{r^2} - \ln \frac{2,25at}{\rho^2} \right] = \frac{Q_0}{2\pi km} \ln \frac{\rho}{r}$ . (10.30)

Наступает стационарная фильтрация, то есть понижение  $S(r)$  от  $t$  не зависит. Для скважины при  $r=r_0$  и  $\rho=2L$ :

$$S_0 = \frac{Q}{2\pi km} \ln \frac{2L}{r_0} \quad \text{уравнение Форхгеймера.} \quad (10.31)$$

### 10.7. Скважина у непроницаемого контура ( $Q=0$ )

На контуре имеем,  $Q=0$  (рис. 9.6) и  $S$  будет увеличиваться во времени.

Аналогично предыдущему имеем  $S_M = S_{M1} + S_{M2}$ . (10.32)

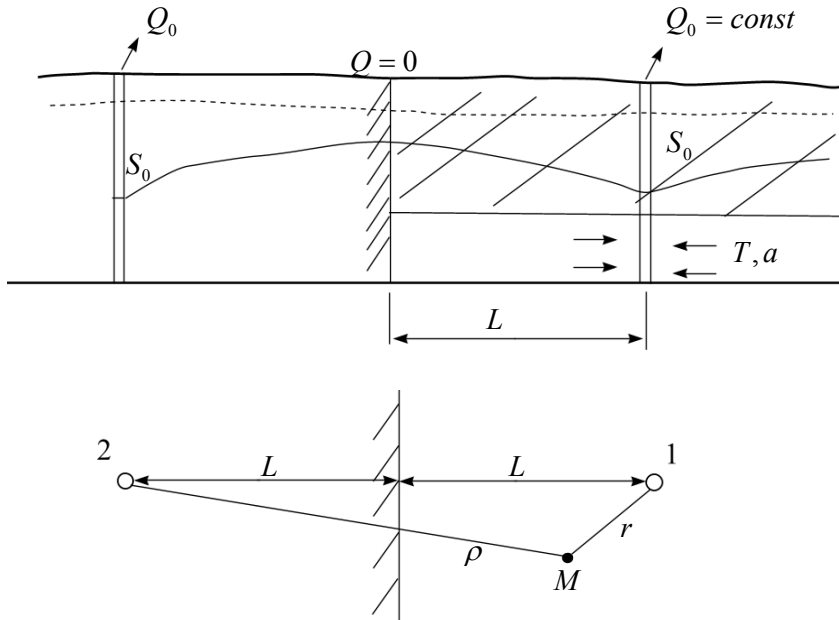
$$S_{M1} = \frac{Q_0}{4\pi km} W(\alpha_1) \quad , \quad (10.33)$$

$$S_{M2} = \frac{Q_0}{4\pi km} W(\alpha_2) \quad , \quad (10.34)$$

$$S_M = \frac{Q_0}{4\pi km} [W(\alpha_1) + W(\alpha_2)] \quad , \quad (10.35)$$

при  $\frac{\rho^2}{4at} \leq 0,1$  (10.36)

$$\text{имеем } S_m = \frac{Q_0}{4\pi km} \left( \ln \frac{2,25at}{r^2} + \ln \frac{2,25at}{\rho^2} \right) = \frac{Q_0}{2\pi km} \ln \frac{2,25at}{r\rho} \quad (10.37)$$



**Рис 10.6. Скважины у непроницаемого контура**

Здесь стационарной фильтрации не наступит. Для скважины при  $r=r_0$  и  $\rho=2L$

$$\text{получим: } S_0 = \frac{Q}{2\pi km} \ln \frac{1,12at}{r_0 L} \quad (10.38)$$

10.8. Анализ формирования депрессионных кривых в ограниченных пластах

Последовательно выделяются несколько этапов в формировании уровня в пласте (точка  $M$ ):

I этап. Период нестационарной фильтрации в неограниченном пласте

$$\text{Для } \frac{0,1r^2}{a} < t \leq \frac{2,5r^2}{a} \text{ имеем } S = \frac{Q_0}{4\pi km} W\left(\frac{r^2}{4at}\right) \quad (10.39)$$

II этап. Квазистационарная фильтрация в неограниченном пласте

$$\text{Для } \frac{2,5r^2}{a} < t \leq \frac{0,1\rho^2}{a} \text{ имеем } S = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln\left(\frac{2,25at}{r^2}\right) \quad (10.40)$$

III этап. Нестационарная фильтрация в полуограниченном пласте

$$\text{Для } \frac{0,1\rho^2}{a} < t \leq \frac{2,5\rho^2}{a} \text{ имеем } S = \frac{Q_0}{4\pi km} \left[ \ln \frac{2,25at}{r^2} \pm W\left(\frac{\rho^2}{4at}\right) \right] \quad (10.41)$$

IV этап. Квазистационарная фильтрация в полуограниченном пласте

$$\text{Для } \frac{2,5\rho^2}{a} < t < \infty \text{ имеем } S = \frac{Q_0}{4\pi km} \left[ \ln \frac{2,25at}{r^2} \pm \ln \frac{2,25at}{\rho^2} \right] \quad (10.42)$$

$$\text{Возле закрытой границы имеем } \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{Q_0}{2\pi rmt} \quad (10.43)$$

то есть темп роста  $S$  возле закрытой границы увеличивается в 2 раза по сравнению с неограниченным пластом (рис. 10.7).

Нестационарная фильтрация переходит в стационарную только за счет привлечения дополнительного питания подземных вод, возникающего в процессе снижения уровня при откачке. Это может произойти в следующих случаях.

1. Скважина расположена на расстоянии  $L$  от реки. Тогда дополнительным источником питания является приток из реки и

$$R_k = 2L \quad . \quad (10.44)$$

2. Скважина эксплуатирует грунтовые воды, разгружающиеся путем испарения или родников, рассредоточенных по площади. Тогда дополнительным источником питания является перехват (инверсия) этой разгрузки и

$$R_k = \sqrt{\frac{Q}{\pi W}} \quad , \quad (10.45)$$

где  $W$  - интенсивность разгрузки подземных вод, м/сут.

3. Скважина эксплуатирует водоносный пласт, имеющий гидравлическую связь с вышележащим через слабопроницаемый водоупор. Тогда при откачке либо увеличивается приток из этого пласта, либо сократится отток в него. В любом случае эксплуатируемый пласт получает компенсацию расхода откачки и тогда

$$R_k = 1,12B \quad , \quad (10.46)$$

$$\text{где } B = \sqrt{\frac{km \cdot m_0}{k_0}} \quad , \quad (10.47)$$

причем  $m_0$  и  $k_0$  - мощность и коэффициент фильтрации слабопроницаемого водоупора.

Во всех случаях понижение уровня в водозаборной скважине и ее окрестностях при условии  $r/R_k \leq 0,3$  определяется уравнением Дюпюи (9.12). Условия наступления стационарного режима фильтрации определяется

$$t_c = \frac{2,5R_k^2}{a} \quad , \quad (10.48)$$

т.е. аналогично условию (10.11), где вместо  $r$  принимается  $R_k$ .

### 10.9. Принцип построения расчетных схем в сложных условиях

Рассмотрим схему: пласт-квадрант с двумя контурами питания ( $H = const$ ) (рис. 10.8).

В пласте работает скважина с расходом  $Q_0 = const$ . Проводим последовательное отражение скважины относительно границ пласта. Относительно 1-ой границы отражается реальная скважина на нагнетательную скважину. Относительно 2-ой границы отражаются две скважины – реальная и воображаемая. Всего получаем 4 скважины - 2 нагнетательные, 2 водозаборные, работающие в неограниченном пласте.

Рассмотрим схему пласта-полосы с закрытыми границами (долина реки с малым поверхностным стоком).

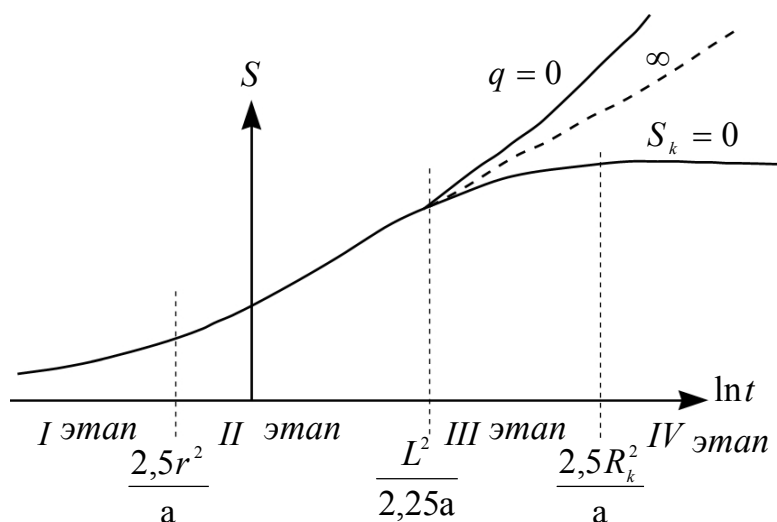


Рис. 10.7. Развитие понижения уровня в неограниченном ( $\infty$ ), полузакрытом ( $q = 0$ ) и полуоткрытом ( $S_k = 0$ ) пластах

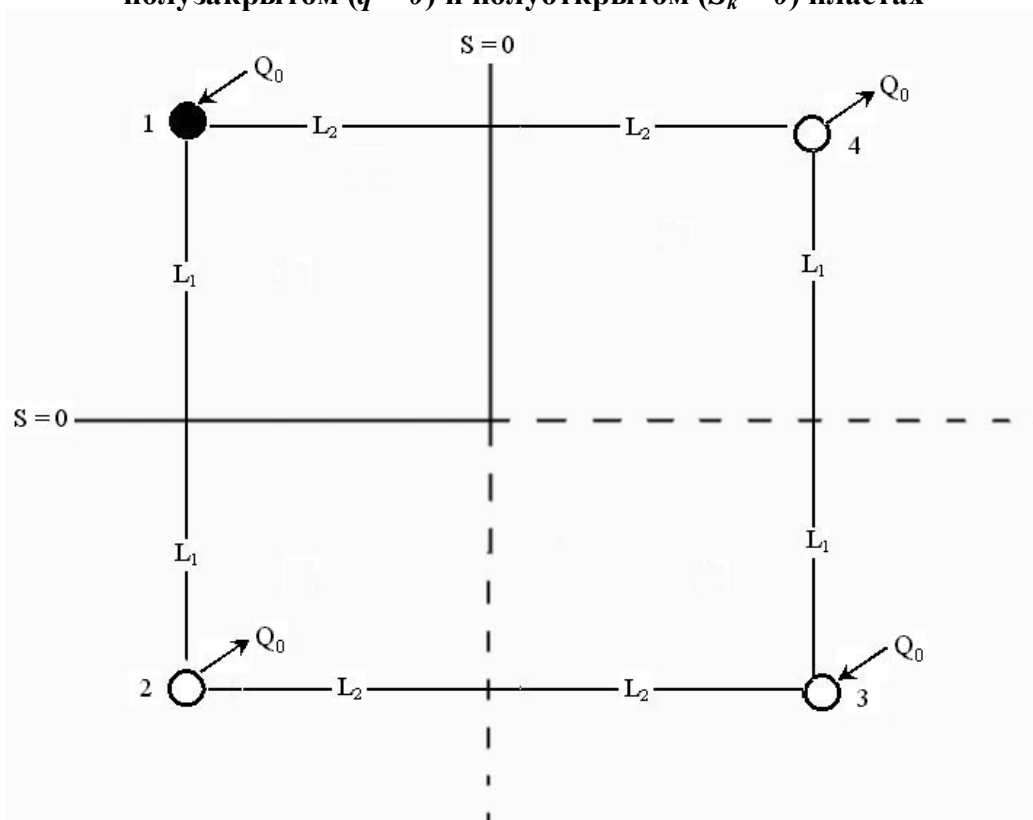


Рис. 10.8. Учет зеркально отображенных скважин в пласте-квадранте  
1 – реальная скважина; 2, 3, 4 – отображенные скважины

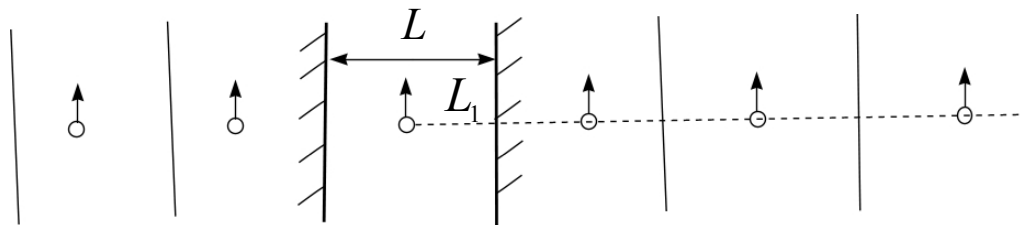


Рис. 10.9. Учет зеркально отображенных скважин в пласте-полосе

Получаем бесконечный ряд скважин в безграничном пласте. Ф.М. Бочев [3] вывел формулу, учитывающую 6 источников в этом бесконечном ряду скважин (рис. 10.9):

$$S_0 = \frac{Q_0}{2\pi km} \left( 3,55\sqrt{F_0} + \ln \frac{0,16L}{r_0 \sin \frac{\pi L_1}{L}} \right), \quad (10.49)$$

где  $F_0 = \frac{at}{L^2}$  - большой параметр Фурье или “безразмерное” время.

#### 10.10. Учет изменения дебита и числа скважин в водозаборе

Рассмотрим откачку из одиночной скважины в неограниченном пласте. До момента времени  $t \leq t_1$  дебит скважины  $Q = Q_1$ , при  $t > t_1$  дебит скважины резко скачкообразно увеличивается  $Q = Q_2$ . Необходимо определить понижение уровня в точке  $M$ .

Задача решается методом суперпозиции (рис. 10.10).

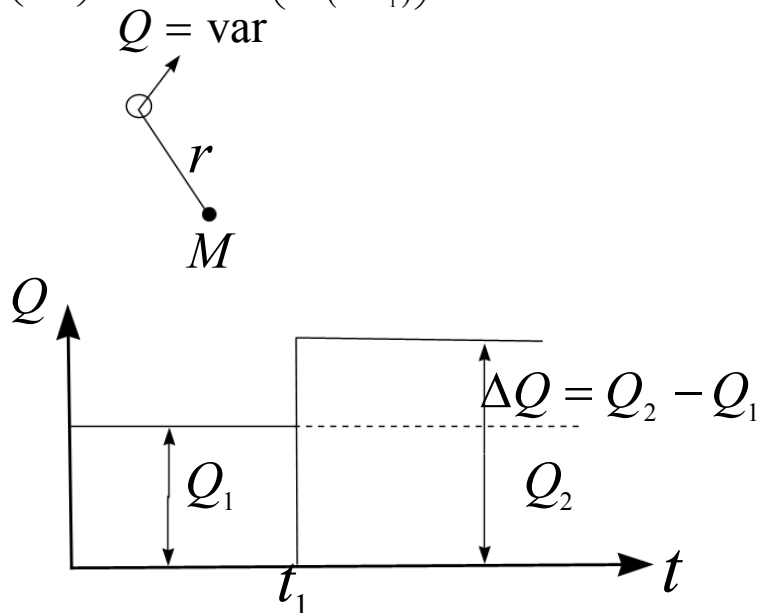
Будем считать, что в точке расположения скважины работают два стока.

I-ый весь период  $t$  с расходом  $Q_1$

II-ой начиная с  $t_1$  с расходом  $\Delta Q = Q_2 - Q_1$ .

При сложении этих двух стоков получим реальный переменный водоотбор из скважины. Таким образом

$$S_{M,t} = \frac{Q_1}{4\pi km} W\left(\frac{r^2}{4at}\right) + \frac{Q_2 - Q_1}{4\pi km} W\left(\frac{r^2}{4a(t-t_1)}\right) \quad (10.50)$$



**Рис. 10.10. Ступенчатое изменение величины водоотбора из скважины**

Если изменение дебита многократное, то количество членов уравнения (10.50) соответственно увеличивается.

$$\text{Обозначим } \alpha_i = \frac{\Delta Q_i}{Q_1}, \quad (10.51)$$

$$\text{тогда } S_{M,t} = \frac{Q_1}{4\pi km} \left[ W\left(\frac{r^2}{4at}\right) + \sum_{i=1}^n \alpha_i W\left(\frac{r^2}{4a(t-t_i)}\right) \right] \quad (10.52)$$

$\Delta Q_i = Q_i - Q_{i-1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  - количество изменений дебита скважины.

В том случае, если скважина остановлена с некоторого момента  $t_1$ :  $Q = 0$ .

Тогда в уравнении (10.50)  $Q_2 = 0$  и получим

$$S_{M,t} = \frac{Q_1}{4\pi km} \left[ W\left(\frac{r^2}{4at}\right) - W\left(\frac{r^2}{4a(t-t_1)}\right) \right] \quad (10.53)$$

$$\text{при } \frac{r^2}{4a(t-t_1)} \leq 0,1 \quad (10.54)$$

$$S_{M,t} = \frac{Q_1}{4\pi km} \ln \frac{t}{t-t_1} \quad (10.55)$$

Рассмотрим более общий случай, когда в пласте работают несколько скважин, включенных в разное время и работающих с разными  $Q$  (рис. 10.11).

$$\text{Величина } S_M = S_{M_1} + S_{M_2} \quad (10.56)$$

$$S_{M_1} = \frac{Q_1}{4\pi km} W\left(\frac{r_1^2}{4a(t-t_1)}\right) \quad (10.57)$$

$$S_{M_2} = \frac{Q_2}{4\pi km} W\left(\frac{r_2^2}{4a(t-t_2)}\right) \quad (10.58)$$

Окончательно имеем:

$$S = \frac{Q_1}{4\pi km} W\left(\frac{r_1^2}{4a(t-t_1)}\right) + \frac{Q_2}{4\pi km} W\left(\frac{r_2^2}{4a(t-t_2)}\right) \quad (10.59)$$

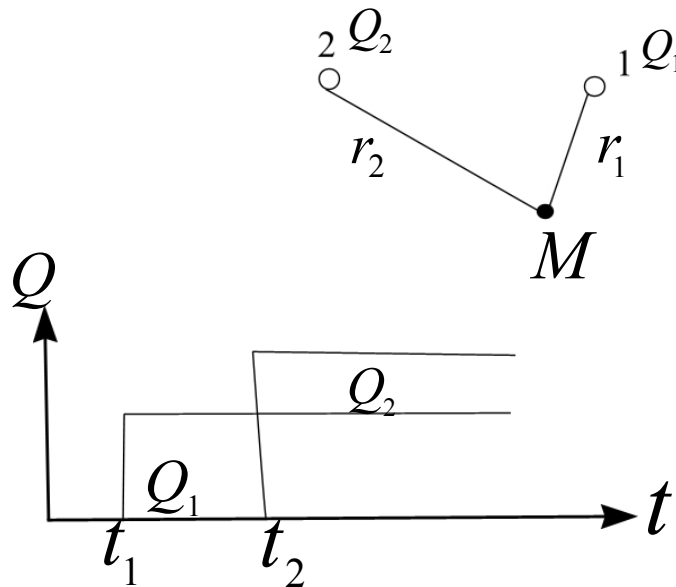


Рис. 10.11. Схема работы взаимодействующих скважин с разными режимами водоотбора

### Вопросы к лекции №10

1. В каких породах (с большей или меньшей водопроницаемостью при одинаковой величине водоотдачи) понижение уровня в скважине будет больше? Зависит ли радиус влияния откачки от величины водоотбора? Доказать это путем анализа формул.
2. Можно ли формулу (9.12) использовать для расчета понижения уровня в скважине, расположенной в изолированном неограниченном пласте? Каким образом?
3. Используя уравнение (10.13) найти аналитическое выражение для оценки зависимости скорости фильтрации от расстояния до скважины. Объяснить физический смысл полученной зависимости, сравнив его с уравнением (3.1).
4. Запишите и объясните математические выражения для краевых условий следующих расчетных схем:
  - а) откачка из скважины в условиях стационарной фильтрации,
  - б) откачка из скважины в условиях нестационарной фильтрации.
5. Опишите расчетную схему, для которой получена формула Тейса. Изменяется ли в этих условиях величина водопритока в разных сечениях по направлению к скважине? В пределах какой зоны формируется 90% водопритока?
6. В чем принципиальное отличие метода отражения в расчетных схемах откачки из скважины у непроницаемой границы и у реки?
7. Почему в реальных условиях в неограниченном пласте при откачке радиус влияния скважины, достигая некоторой величины, обычно далее не увеличивается?
8. В каких условиях работы водозабора неустановившееся движение перейдет в установившееся? Как определить, когда это произойдет?
9. В чем отличие уравнения водопритока к скважине в неограниченном напорном пласте для нестационарной и квазистационарной фильтрации?
10. По какому критерию можно определить время начала квазистационарной фильтрации и зону ее развития на заданный момент времени?
11. Что такое метод “большого колодца”? По какому критерию следует оценивать время, начиная с которого для данного  $R_0$  погрешности в оценке  $S_0$  будут менее 5%?
12. Назовите особенности квазистационарной фильтрации, подтвердите их математически.
13. Каков гидродинамический смысл метода зеркальных отображений?
14. С каким начальным условием решена задача нестационарного водопритока к скважине, если искомой функцией является  $S_{r,t}$ ? Как перейти к функции  $H_{r,t}$ ?
15. Назовите диагностические признаки, которыми различаются процессы формирования понижения уровня воды в скважине и соответствующие им графики  $S - \ln t$  для схем неограниченного и полуограниченного пластов вблизи реки и вблизи закрытой границы.



16. Как оценить погрешность в расчете понижений, если для скважины, работающей в грунтовых водах, использовано уравнение, полученное для напорных вод?
17. Какие из рассмотренных расчетных схем характерны для условий работы водозаборных скважин в потоках речных долин и артезианских бассейнов (использовать рисунки, приведенные в лекции № 1)?
18. Запишите уравнения (9.29), (10.21), (10.31), (10.42), (10.44) для грунтовых вод, используя напорную функцию (9.16).
19. Укажите основные случаи использования метода суперпозиции при расчетах скважин с переменным водоотбором в ограниченных пластах.

**Лекция № 11 Водоприток к скважинам в гидравлически связанных пластах (радиально-пространственная фильтрация в многопластовых системах)**

11.1. Рассмотрим факторы, формирующие условия водопритока и особенности фильтрации.

- а) пространственная радиальная структура потока;
- б) скважина вскрывает не всю проницаемую толщину, а только один слой-пласт;
- в) воздействие откачки распространяется как по пласту, так и через слабопроницаемые прослои, вовлекая в возмущение всю многопластовую систему;
- г) при наличии пластов с весьма малым  $k_0$  может быть нарушение закона Дарси (вязко-пластичное движение);
- д) при наличии питающего пласта с высокими фильтрационными и емкостными свойствами, много больше, чем в эксплуатационном пласте, первый пласт может проявить себя как ГУ-I рода.

Основные предпосылки:

- ① Закон Дарси в разделяющих толщах не нарушается, т.е. коэффициент фильтрации не зависит от градиента напора.
- ② Соотношение коэффициентов фильтрации проницаемых и разделяющих толщ более 100. Тогда возможно использовать предпосылку Мятлева-Гиринского: в хорошо проницаемых пластах движение горизонтальное, в слабопроницаемых – вертикальное.

11.2. Общая постановка задачи.

Рассмотрим трехслойную систему: два хорошо проницаемых пласта и один разделяющий – плохо проницаемый пласт (рис. 11.1).

Откачка осуществляется из нижнего, хорошо проницаемого пласта. Считаем, что в каждом из трех рассматриваемых слоев действуют упругие силы, то есть происходит изменение напора во времени в любой точке этой системы.

Введем обозначения для Лапласиана радиальной фильтрации

$$\nabla^2(H) = \frac{\partial^2(H)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial(H)}{\partial r} \quad (11.1)$$

Для каждого слоя можно записать

$$\textcircled{1} \quad (km)_1 \nabla^2 H_1 - k_0 \frac{\partial H_0}{\partial z} = \mu_1 \frac{\partial H_1}{\partial t} \quad \left. \begin{array}{l} \text{только} \\ \text{горизонтальное} \end{array} \right\} \text{ (11.2)}$$

*переток в нижний пласт*

$$\textcircled{2} \quad (km)_2 \nabla^2 H_2 + k_0 \frac{\partial H_0}{\partial z} = \mu_2 \frac{\partial H_2}{\partial t} \quad \left. \begin{array}{l} \text{только} \\ \text{горизонтальное} \end{array} \right\} \text{ (11.3)}$$

*переток из верхнего пласта*

$$\textcircled{1^0} \quad k_0 m_0 \frac{\partial^2 H_0}{\partial z^2} = \mu_0 \frac{\partial H_0}{\partial t} \quad \left. \begin{array}{l} \text{только} \\ \text{вертикальное} \end{array} \right\} \text{ (11.4)}$$

*для отдельного слоя*

Эта система решается при известных граничных условиях на скважине

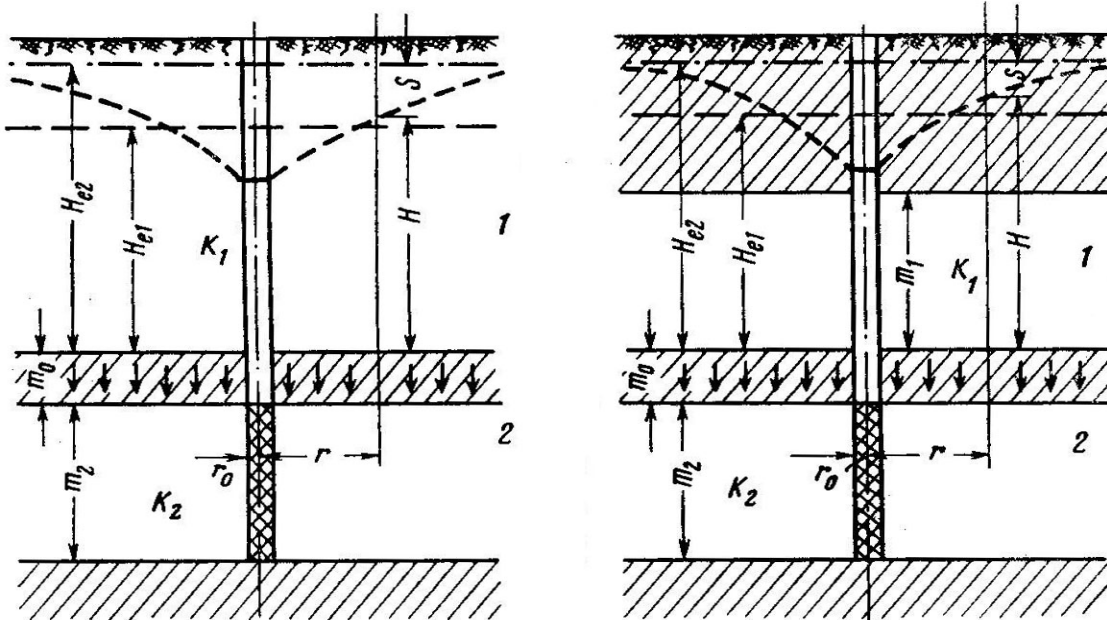
$$Q_0 = 2 \cdot \pi \cdot k \cdot m \cdot r \frac{\partial H}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = const \quad \text{(11.5)}$$

и начальных условиях в каждом из трех рассматриваемых слоев.

11.3. Рассмотрим возможные упрощения этой сложной системы.

Упругие свойства разделяющих толщ оказывают существенное влияние на перераспределение уровней только в начальный период работы скважины. Поэтому, в практических расчетах пренебрегают упругими свойствами разделяющих пластов, то есть  $\mu_0 \rightarrow 0$ . Тогда из (11.4) имеем

$$k_0 \frac{\partial^2 H_0}{\partial z^2} = 0 \quad \text{или} \quad k_0 \frac{\partial H_0}{\partial z} = W_{zn} \quad \text{(11.6)}$$



**Рис. 11.1. Типовая схема двухпластовой системы с перетеканием**  
Разделяя переменные и интегрируя  $H_0$  от  $H_1$  до  $H_2$  и  $z$  от  $m_0$  до  $0$ , полу-

чим

$$W_{zn} = k_0 \frac{H_1 - H_2}{m_0} \quad \text{(11.7)}$$

Таким образом, раздельный слой работает как транзитный, уровни  $H_0$  распределены в нем по линейному закону, а градиент напора в раздельной толще не меняется и может быть определен (11.7).

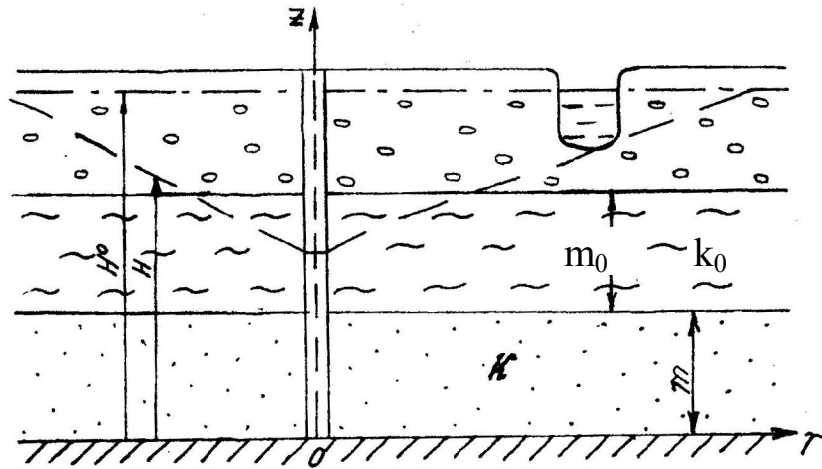
Величина  $W_{zt}$  характеризует взаимосвязь между горизонтами, причем, так как  $H_1$  и  $H_2$  изменяются во времени, величина  $W_{zt}$  так же является переменной во времени.

В рассмотренной постановке задачи решены Шестаковым, Бочевером, Чарным.

На практике часто приходится рассматривать двухпластовую систему, в которой верхний пласт – грунтовые воды, характеризуется высокими емкостными свойствами ( $\mu \gg \mu^*$ ) по сравнению с нижним напорным пластом. Кроме того, грунтовые воды могут быть связаны с поверхностными водотоками, то есть будут характеризоваться лучшими условиями дополнительного питания по сравнению с нижележащими напорными водами. В этом случае может быть принято допущение, что в грунтовых водах

$$H_1 = const \quad (11.8)$$

Тогда уравнение (11.2) для верхнего пласта лишено смысла и остается одно уравнение (11.3), для эксплуатируемого водоносного горизонта. Получаем самую простую расчетную схему (рис. 11.2).



**Рис. 11.2. Типовая схема перетекания с  $H = const$  в питающем пласте**

Перепишем уравнение (11.3) с учетом принятых допущений

$$a \nabla^2 H + \frac{W_{zt}}{\mu} = \frac{\partial H}{\partial t} \quad (11.9), \text{ где } W_{zt} = k_0 \frac{H^0 - H}{m_0} \quad (11.10)$$

В понижениях уровня (11.9) и (11.10) имеют вид *граничное условие III рода.*

$$a \nabla^2 S - \frac{k_0}{\mu m_0} S = \frac{\partial S}{\partial t} \quad (11.11)$$

$$\text{учитывая что } W_{zt} = k_0 \frac{S^0 - S}{m_0} \quad (11.12)$$

но  $S^0 = 0$ , т.к.  $H^0 = const$ .

$$\text{Введем обозначения } b = \frac{k_0}{\mu m_0}, \quad (11.13)$$

$$\text{тогда из (11.11) имеем } a\nabla^2 S - bS = \frac{\partial S}{\partial t}. \quad (11.14)$$

Начальные условия:  $t = 0$ ,  $S(r, 0) = 0$ .

Граничные условия на скважине

$$Q_0 = -2 \cdot \pi \cdot k \cdot m \cdot r \frac{\partial S}{\partial r} \Big|_{r=0} = const. \quad (11.15)$$

11.4. Для рассматриваемой постановки решение имеет вид

$$S(r, t) = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot k \cdot m} W\left(\alpha, \frac{r}{B}\right), \quad (11.16)$$

где  $W\left(\alpha, \frac{r}{B}\right)$  - функция перетока,

$$B = \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{k \cdot m \cdot \mu \cdot m_0}{\mu \cdot k_0}} = \sqrt{\frac{k \cdot m \cdot m_0}{k_0}} - \text{параметр перетекания.} \quad (11.17)$$

$\alpha = \frac{r^2}{4at}$  - известный аргумент.

Проанализируем функцию  $W\left(\alpha, \frac{r}{B}\right)$ . При условии  $f_0 > 2,5$ ,  $t_{кв} \geq 2,5 \frac{r^2}{a}$  - аналогично квазистационарному режиму фильтрации:

$$W\left(\alpha, \frac{r}{B}\right) \cong 2K_0\left(\frac{r}{B}\right) - I_0\left(\frac{r}{B}\right) \cdot \left[-E_i\left(-\frac{at}{B^2}\right)\right]. \quad (11.18)$$

Здесь  $2K_0\left(\frac{r}{B}\right)$  - не зависит от времени,

$I_0\left(\frac{r}{B}\right) \cdot \left[-E_i\left(-\frac{at}{B^2}\right)\right]$  - зависит от времени;  $K_0$  и  $I_0$  - функции Бесселя 1-го и 2-го рода от мнимого аргумента. Бесселевы функции табулированы.

Уравнение (11.18) свидетельствует об аналогичности  $W\left(\alpha, \frac{r}{B}\right)$  и  $[-E_i - (-\alpha)]$ .

$$\text{При } t \geq \frac{3 \div 5}{b} \quad (11.19)$$

имеем  $\left[-E_i\left(-\frac{at}{B^2}\right)\right] = 0$  и весь второй член (11.18) равен 0. Тогда фильтрация становится стационарной. Уравнение (11.16) преобразуется в следующее

$$S(r, t) = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot m} K_0\left(\frac{r}{B}\right), \quad (11.20)$$

причем, если  $\frac{r}{B} < 0,3$  , (11.21)

то есть рассматривается область пласта вблизи скважины, из которой идет откачка, то

$$K_0\left(\frac{r}{B}\right) \approx \ln \frac{2B}{r} e^{-0,5772} = \ln \frac{1,12B}{r} , \quad (11.22)$$

т.е. функция Бесселя хорошо аппроксимируется логарифмом. Условие (11.21) всегда выполняется в самой скважине

$$S_0 = \frac{Q_0}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot m} \ln \frac{1,12B}{r_0} . \quad (11.23)$$

Эта формула аналогична формуле Дюпюи при  $R_x = 1,12B$  . (11.24)

11.5. В заключении проанализируем кривые  $W\left(\alpha, \frac{r}{B}\right)$  (рис. 11.3), где

$$\alpha = \frac{1}{4F_0} .$$

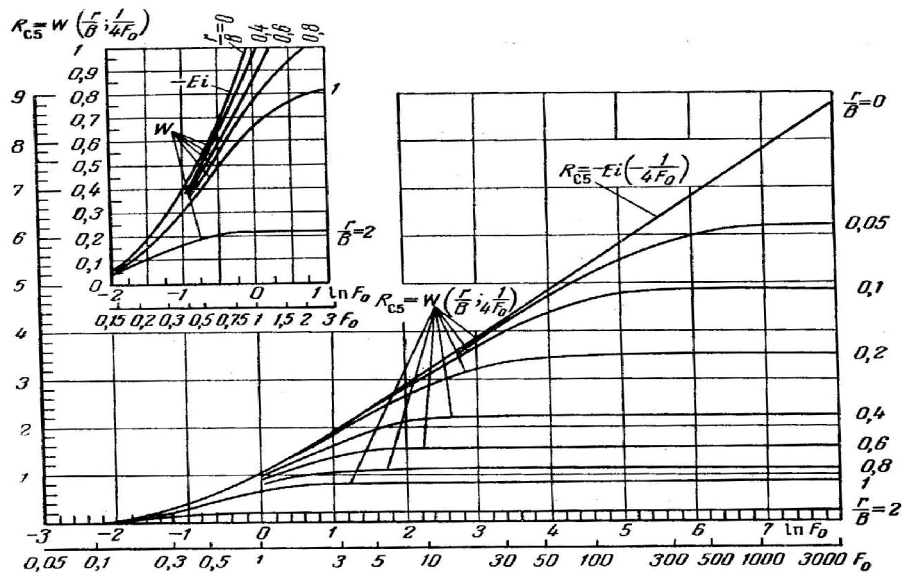


Рис. 11.3. Графики безразмерного сопротивления  $W\left(\alpha, \frac{r}{B}\right)$

Стационарная фильтрация наступает при условии

$$t \geq \frac{3 \div 5}{b} \quad \text{или} \quad t \geq \frac{4B^2}{a} \quad \text{или} \quad \frac{B^2}{4at} \leq 0,06 \quad \text{и} \quad \frac{(1,12B)^2}{4at} \leq 0,1 . \quad (11.25)$$

Обращает на себя внимание сходство зависимости (11.25) с (10.11), причем здесь  $r = 1,12B = R_x$  .

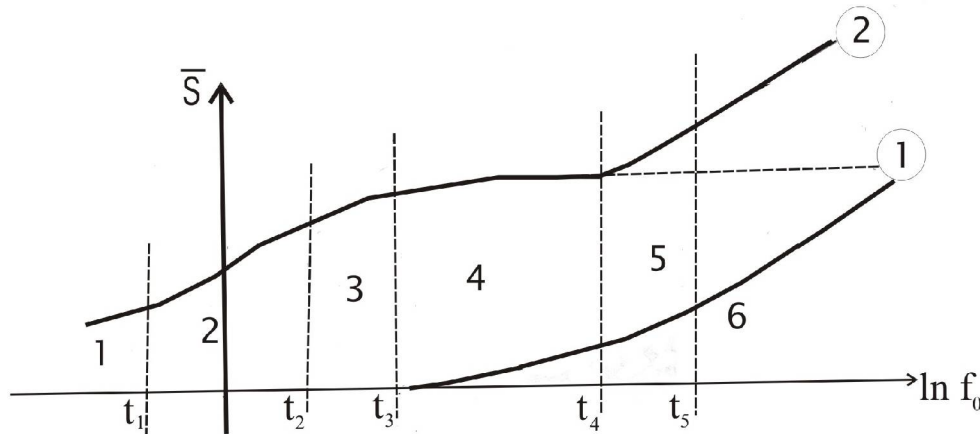
Из последнего выражения следует, что стационарная фильтрация в пласте, получающем дополнительное питание, наступит тогда, когда в пределах всего пласта произойдет практическая стабилизация расхода воды, то есть реализуется условие квазистационарной фильтрации.

Зависимость (11.25) можно переписать для оценки времени наступления стационарного режима фильтрации

$$t_c = \frac{2,5R_k^2}{a} \quad (11.26)$$

11.6. В том случае, если в верхнем водоносном горизонте (рис. 11.1) уровень воды снижается под воздействием перетекания в нижний эксплуатируемый пласт, стационарная фильтрация не наступает. Зависимость изменения понижения уровня в верхнем питающем (1) и нижнем эксплуатируемом пластах имеет вид (рис. 11.4).

Здесь, выделяются 6 последовательных этапов формирования понижения уровня. На 1 этапе – нестационарная, на 2 этапе – квазистационарная фильтрация в изолированном пласте, на 3 этапе – нестационарная, на 4 этапе “ложно” стационарная фильтрация в пласте с перетеканием, приближенно определяемые зависимостью (11.18). На 4 этапе начинает формироваться понижение уровня в



**Рис. 11.4. Изменения уровней подземных вод в питающем (1) и эксплуатируемом (2) пластах**

питающем пласте (1). Вследствие этого на этапе 5 наступает нестационарная фильтрация, которая затем переходит в квазистационарную на 6 этапе. Снижение уровня на этапе (6) в пластах (1) и (2) происходит с одинаковым темпом, так как эти пласты эксплуатируются как единая гидродинамическая система и понижение уровня в пласте (2) отвечает уравнению Тейса

$$S = \frac{Q}{4\pi(km_{об})} \ln \frac{2,25a_{об}}{r^2}, \quad (11.27)$$

где  $km_{об} = km_1 + km_2$  и (11.28)

$$a_{об} = \frac{km_{об}}{\mu_1 + \mu_2}. \quad (11.29)$$

Временные границы выделенных этапов приближенно определяются зависимостями

$$t_1 = \frac{2,5r^2}{a_2}, \quad t_2 = \frac{0,06m_0\mu_2}{k_0}, \quad t_3 = \frac{4m_0\mu_2}{k_0}, \quad t_4 = \frac{0,06m_0(\mu_1 + \mu_2)}{k_0}, \quad t_5 = \frac{4m_0(\mu_1 + \mu_2)}{k_0}. \quad (11.30)$$

### Вопросы к лекции №11

1. Чем принципиально по своей физической постановке расчетная схема откачки в слоистом пласте отличается от откачки из изолированного, неограниченного в плане пласта?
2. Для каких условий справедлива формула (11.23) для скважины с перетеканием. Перечислите все ограничения на ее использование. Как меняется а) градиент потока, б) расход потока в зависимости от расстояния до скважины на небольшом удалении от нее ( $r/B \leq 0,3$ )?
3. Нарисуйте эпюру распределения напоров по вертикали в однородном разделяющем слое при перетекании для случаев: а) жесткого режима фильтрации, б) с учетом упругой водоотдачи глин.
4. Из анализа рис. 11.3 определите от каких факторов зависит различие величин понижения для схем изолированного пласта и пласта с перетеканием?
5. Как изменяется величина перетекания во времени для расчетной схемы отвечающей уравнению (11.18)? Каким образом темп ее изменения зависит от параметра перетекания  $B$ ?
6. Каким уравнением надо воспользоваться для определения максимального во времени понижения уровня в пласте с перетеканием на значительном удалении от скважины ( $r/B > 0,3$ )?
7. При каких значениях параметра перетекания  $B$  изменения уровней в пластах скорее будут соответствовать рис. 11.4 (при прочих равных условиях)?
8. В каких случаях при откачке из скважины в слоистой толще может не наступить стационарный режим фильтрации? Какое уравнение для определения понижения уровня в этом случае следует использовать?
9. По какой причине концевые участки графиков 1 и 2 на рис. 11.4 параллельны друг другу?
10. Из анализа графиков на рис. 11.3 определите, ориентировочно, на какое расстояние от скважины в пласте с перетеканием распространяется влияние откачки.

### Лекция № 12. Основы теории водопритока к несовершенным скважинам

12.1 Факторы определяющие несовершенство скважин:

а) несовершенство по степени вскрытия пласта связано с тем, что длина фильтра скважины существенно меньше мощности водоносного горизонта. Вблизи фильтра скважины (в радиусе не больше мощности пласта) происходит искривление линий тока, возникают дополнительные фильтрационные сопро-

тивления и дополнительные потери напора. Этот вид несовершенства скважин обозначим  $\xi_1(l, r_0, m)$ ;

б) несовершенство по характеру вскрытия пласта связано с ухудшением проницаемости водоприемной части скважины (фильтра), вследствие кольматации или зарастания отверстий. Обозначим его  $\xi_2$  (скважность фильтра, его состояние);

в) гидравлические потери напора в водоподъемных трубах в скважине. Они зависят от диаметра труб, их шероховатости, расхода воды. Определяются уравнением Дарси-Вейсбаха, или по таблице Шевелева. Обозначим этот вид несовершенства  $\xi_3(d^5, Q^2, \lambda, l)$ ;

г) “скин”-эффект – эффект оболочки, проявляется изменением фильтрационных свойств в прифильтровой части скважины, то есть в пласте вблизи фильтра. Этот вид несовершенства связан либо с уплотнением породы за счет привноса из пласта мелких частиц и осаждения их вблизи фильтра, либо с разрыхлением и выносом мелких частиц в ствол скважины. В последнем случае говорят об отрицательном “скин”-эффекте, т.е. скважина более совершенная. Обозначим  $\xi_4(k_2, r_2)$ .

Общий показатель несовершенства скважин  $\xi_{об} = \sum \xi_{1-4}$ . Величина  $\xi_1$  может быть оценена гидродинамическим методом,  $\xi_3$  гидравлическим расчетом,  $\xi_2$  и  $\xi_4$  - только экспериментально. На практике обычно определяют  $\xi_{об}$  - экспериментально и называют его “скин”-эффект. Аналитически будем рассматривать только несовершенство по степени вскрытия пласта  $\xi_1$ .

12.2 Особенности фильтрации к несовершенным по степени вскрытия скважинам

Выделяются две принципиально различные схемы формирования структуры потока вблизи несовершенной скважины.

1. Несовершенная скважина с достаточно длинным фильтром  $l \gg r_0$ . Возникает пространственная структура потока вблизи концевых участков фильтра. В центральной части фильтра структура близка к плановой. В цилиндрической системе координат – двумерная фильтрация, по осям  $\mathcal{V}_z$  и  $\mathcal{V}_r$ . Зона деформации ЛТ и ЛН локализуется вблизи скважины и распространяется по пласту на расстояние не превышающее мощности пласта ( $r_n \leq m$ ), если пласт однородный.

Искривление линий тока приводит к увеличению потерь напора. Поэтому, если сравнивать совершенную и несовершенную скважины, то  $S_c < S_{нс}$ , то есть понижение уровня в несовершенной скважине всегда больше.

2. Несовершенная скважина с коротким фильтром  $l \sim r_0$ . Фильтрация пространственная, сферическая. Если рассматривать в сферической системе координат, то фильтрация одномерная.

12.3 Основные расчетные схемы и методы решения



Различают следующие расчетные схемы по мощности пласта, длине фильтра и его расположению относительно кровли и подошвы пласта (рис. 12.1)

Введем обозначения:  $m$  - мощность пласта,  $l_0$  - длина фильтра,  $c_1$  - расстояние между верхним концом фильтра и кровлей пласта,  $c_2$  - тоже между нижним концом фильтра и подошвой пласта. На рисунке 12.1 имеем:

а - неограниченный по мощности пласт  $m > 3l_0, m > 3c_1, m > 3c_2$ , фильтр в центральной части пласта;

б - полуограниченный в разрезе пласт  $m > 3l_0$ , фильтр смещен к кровле ( $m < 3c_1$ ) или к подошве  $m < 3c_2$  пласта;

в - ограниченный пласт  $m < 3l_0, m < 3c_1, m < 3c_2$ .

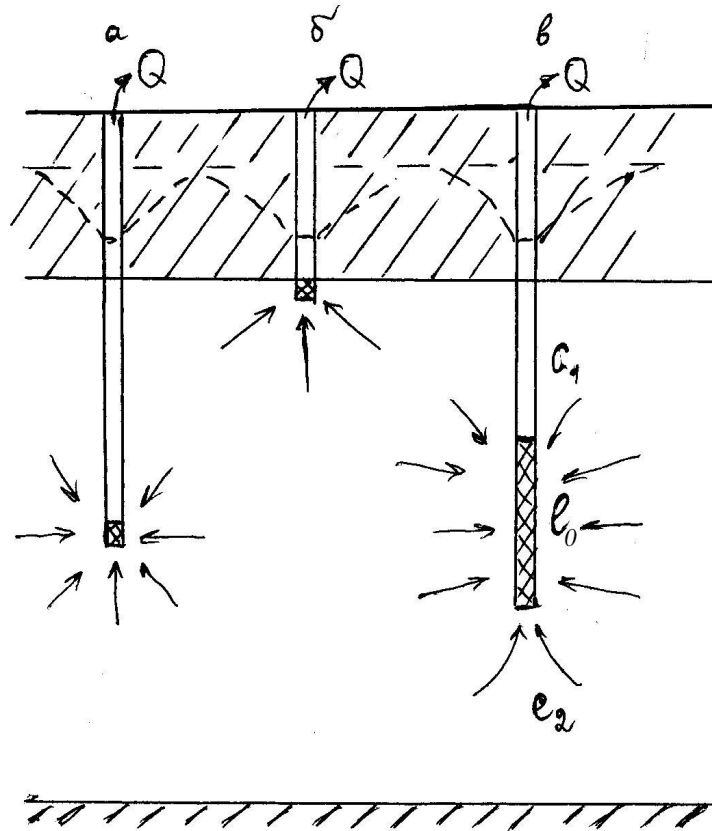


Рис. 12.1. Типовые схемы несовершенства скважин по степени вскрытия пласта

12.4 Основные уравнения водопритока к несовершенной скважине при стационарной фильтрации имеют следующий вид:

1) Короткий фильтр, неограниченный по мощности пласт  $l_0 \sim r_0, m \gg l_0$  (рис.12.1 а).

Вывод уравнения Форхгеймера. Рассмотрим точечный сток в пространстве не имеющем границ, то есть рассматриваем часть пласта вблизи скважины (рис. 12.2). Скорость фильтрации к точечному стоку согласно закону Дарси

$$Q = v'_\rho \cdot F, \quad (12.1)$$

$$F_{\text{сферы}} = 4\pi r^2 \quad (12.2)$$

$$\text{или } Q = 4\pi\rho^2 v_\rho \quad (12.3)$$

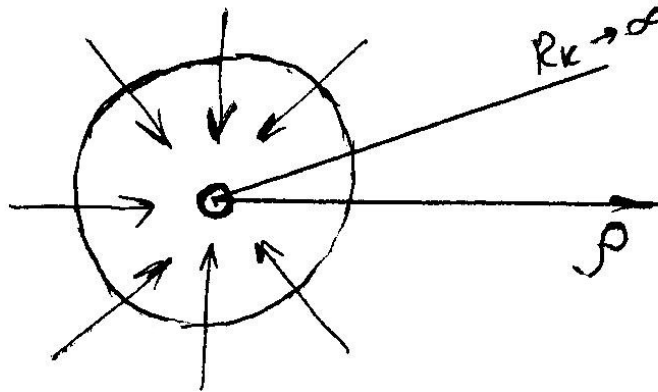


Рис. 12.2. Расчетная схема точечного стока в пространстве

$$\text{Можно выразить скорость через градиент напора } v_\rho = -k \frac{ds}{d\rho} \quad (12.4)$$

Приравнявая (12.3) и (12.4) и разделяя переменные, имеем

$$\frac{Q}{4\pi k} \int_{R_k}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho^2} = - \int_0^s ds \quad (12.5)$$

$$\text{Тогда } S = \frac{Q}{4\pi k} \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{R_k} \right) \quad (12.6)$$

$$\text{т.к. } R_k \rightarrow \infty \text{ то } \frac{1}{R_k} \rightarrow 0. \text{ Имеем окончательно } S = \frac{Q}{4\pi k \rho} \quad (12.7)$$

Понижение уровня в любой точке пласта при  $\rho \ll m$ , в том числе и для скважины  $\rho = r_0$ .

2) Короткий фильтр, примыкающий к водоупору в неограниченном по мощности пласте (рис. 12.1 б). Заменяем верхний водоупор отраженным коротким фильтром в неограниченном пласте. Расход воды из двух фильтров в 2 раза больше.

$$\text{Тогда } S = \frac{Q}{2\pi k \rho} \quad (12.8)$$

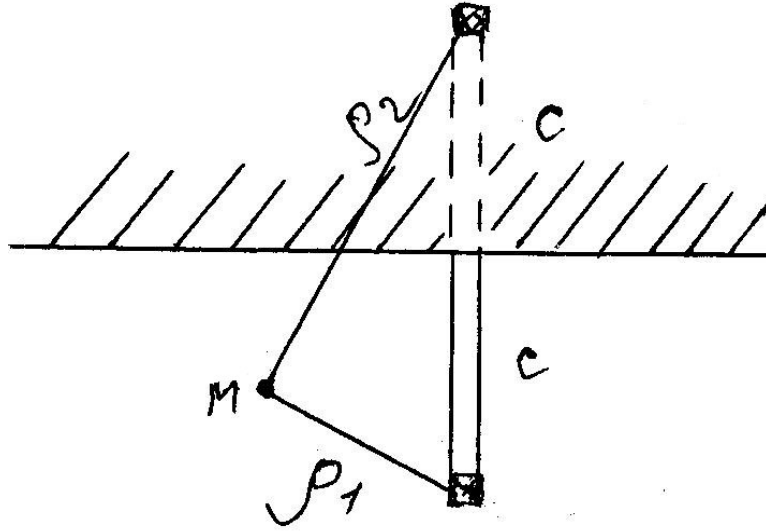
3) Короткий фильтр, расположенный на некотором расстоянии  $c$  от верхнего водоупора (рис. 12.3).

Используя методы отражения и суперпозиции можно получить формулу для понижения уровня и в этом случае  $S = S_1 + S_2$  или (12.9)

$$S = \frac{Q}{4\pi k} \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) = \frac{Q(\rho_1 + \rho_2)}{4\pi k \rho_1 \cdot \rho_2} \quad (12.10)$$

$$\text{при } c > 5\rho_1 \text{ имеем } S = \frac{Q}{4\pi k \rho_1} \quad (12.11)$$

то есть решение для неограниченного по мощности пласта без учета влияния кровли.



**Рис. 12.3.** Расчетная схема короткого фильтра в ограниченном по мощности пласте

12.5 Вывод основных уравнений водопритока к несовершенной скважине с длинным фильтром ( $l \gg r_0$ ) в условиях стационарной фильтрации

12.5.1. Рассмотрим пласт неограниченной мощности.

Скважину с длинным фильтром заменим линейным стоком ( $r_0 \rightarrow 0$ ,  $l_0 = 2l$ ) такой же длины, что и реальный фильтр (рис. 12.4).

Фильтрация двумерная в цилиндрической системе координат  $z$  и  $r$ .

Расход в линейном стоке  $q = \frac{Q}{2l}$  . (12.12)

Задача решена С.К. Абрамовым, В.Д. Бабушкиным. В точной постановке Н.Н. Веригиным. Выделим на расстоянии  $\eta$  от центра фильтра участок  $d\eta$ . Этот участок можно представить как точечный сток, который формирует в точке  $M$  понижение  $dS$ . Используем за основу уравнение для точечного стока

$$dS = \frac{dQ}{4\pi k \rho} , \quad (12.13)$$

где  $dQ$  - расход точечного стока  $d\eta$ .

$$dQ = q \cdot d\eta = \frac{Q}{2l} d\eta . \quad (12.14)$$

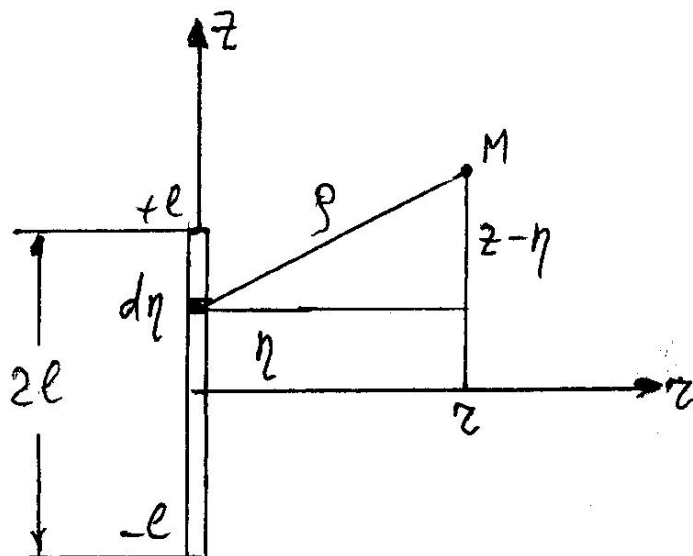
$$\text{Величина } \rho = \sqrt{r^2 + (z - \eta)^2} . \quad (12.15)$$

Подставим (12.14) и (12.15) в (12.13). Имеем

$$dS = \frac{Q d\eta}{8\pi k l \sqrt{r^2 + (z - \eta)^2}} , \text{ интегрируем } \int_0^S dS = \frac{Q}{8\pi k l} \int_{-l}^{+l} \frac{d\eta}{\sqrt{r^2 + (z - \eta)^2}} \quad (12.16)$$

$$S_M = \frac{Q}{8\pi k l} \left( \text{Arsh} \frac{z+l}{r} - \text{Arsh} \frac{z-l}{r} \right) \quad (12.17)$$

$Arsh$  - гиперболический синус (ареосинус) – табулирован.



**Рис. 12.4.** Расчетная схема притока к несовершенному фильтру

При гидродинамических расчетах обычно точка  $M$  берется в интервале расположения фильтра на оси  $r$ , то есть  $z = 0$ . Учитывая, что  $Arsh(-x) = -Arshx$ , то есть функция нечетная, в этом случае из (12.17) получим:

$$S_M = \frac{Q}{4\pi kl} Arsh \frac{l}{r} \quad (12.18)$$

$$\text{Приближенно } Arshx = \ln 2x \quad (12.19)$$

Тогда из (12.18) получим

$$S_M = \frac{Q}{4\pi kl} \ln \frac{2l}{r} \quad \begin{array}{l} \text{длина фильтра} \\ \text{расстояние до точки } M \end{array} \quad (12.20)$$

$$\text{или } S_M = \frac{Q}{2\pi kl_0} \ln \frac{l_0}{r} \quad (12.21)$$

При определении величины понижения уровня в самой скважине необходимо учитывать несоответствие площади поперечного сечения потока к линейному источнику (эллипсоид вращения) и к реальной скважине – цилиндрическая поверхность. Это несоответствие вызывает ошибку, которая учитывается коэффициентом  $\alpha = 0,66 - 0,8$ . Тогда

$$S_0 = \frac{Q}{2\pi kl_0} \ln \frac{0,7l_0}{r_0} \quad (12.22)$$

12.5.2. Рассмотрим условия работы скважины, фильтр которой примыкает к кровле неограниченного по мощности пласта. Используем метод отражения и суперпозиции

$$S_M = \frac{Q}{2\pi kl_0} \ln \frac{1,4l_0}{r_0} \quad (12.23)$$

12.6 Учет несовершенства скважин методами фрагментации потока и фильтрационных сопротивлений

Используем метод сложения течений:

$$\left. \begin{aligned} S_{об} &= S_{сов} + \Delta S_{нс} \\ f_{об} &= f_{сов} + \Delta f_{нс} \end{aligned} \right\} \quad (12.24)$$

$$S_{об} = \frac{Q}{2\pi km} f_{сов} + \frac{Q}{2\pi km} f_{нс} \quad \text{или} \quad S = \frac{Q}{2\pi km} (f_{сов} + f_{нс}) \quad , \quad (12.25)$$

$$\text{где } f_{сов} = \ln \frac{R_k}{r_0} \quad . \quad (12.26)$$

Величина  $f_{нс}$  определяется по разному, но всегда зависит  $f_{нс} = f\left(\frac{l}{m}, \frac{m}{r}, C\right)$

$C$  - положение фильтра относительно кровли и подошвы пласта.

По Веригину Н.Н.  $f_{нс} = \xi_{нс}$ , где  $\xi_{нс} = f\left(\frac{l}{m}, \frac{m}{r}, C\right)$  определяется по таблице. Шестаков В.М. ввел  $r_{np} = \alpha \cdot r_0$  - приведенный радиус скважины (12.27).

В этом случае на расчетной схеме реальный радиус фильтра скважины заменяется фиктивным, приведенным. Величина искажения радиуса зависит от параметра несовершенства. Уменьшение радиуса фильтра эквивалентно учитывает дополнительные потери возникающие за счет несовершенства скважин, то есть

$$f_{нс} = \ln \frac{r_0}{r_{np}} = \ln \frac{r_0}{\alpha \cdot r_0} = -\ln \alpha, \quad \text{тогда } \alpha = e^{-f_{нс}} \quad . \quad (12.28)$$

Формула (12.25) позволяет рассчитать несовершенную скважину так же как совершенную, вводя в расчет либо  $f_{нс}$ , либо  $\alpha$ .

Учет несовершенства осуществляется для центральной скважины, из которой осуществляется водоотбор, а также при расчетах понижений в наблюдательных скважинах в пределах зоны деформированных линий тока. Размеры этой зоны не превышают ( $r_{нс} \leq m$ ) мощности пласта. Величина  $f_{нс}$  для этой зоны определяется аналогичным образом по таблицам. При очень больших  $m$  размер области деформаций линий тока равен  $r_{нс} \leq (3 \div 8)l_0$ .

### Вопросы к лекции №12

1. Какие основные факторы определяющие несовершенство скважины, вы знаете?
2. В чем заключаются особенности гидродинамической структуры потока вблизи несовершенной по степени вскрытия пласта скважины по сравнению с совершенной скважиной?
3. Какими расчетными схемами представляется водоприток к несовершенным скважинам?
4. Для каких расчетных схем несовершенной скважины целесообразно использовать метод отображений?
5. В чем принципиальная разница учета несовершенства скважин методами Н.Н. Веригина и В.М. Шестакова?

6. Как изменяется величина дополнительных потерь напора за счет несовершенства водозаборной скважины при удалении от нее?
7. Запишите уравнение водопритока к несовершенной скважине, работающей в пласте, имеющим гидравлическую связь с вышележащим пластом и получающим питание из него, используя метод фильтрационных сопротивлений.

### Лекция № 13. Теоретические основы определения гидродинамических параметров по данным откачек

13.1. Опытно-фильтрационные работы (ОФР) – один из основных методов определения гидродинамических параметров пласта. Эта задача относится к категории обратных. Для ее решения должны быть известны основные показатели процесса фильтрации: расход скважины и положение уровня в разных точках пласта в разные моменты времени. Это задача эпигноза, то есть рассматривается прошлый опыт воздействия на пласт. В качестве ОФР могут быть организованы опытные откачки или использован существующий опыт эксплуатации действующего водозабора.

Опытные откачки могут быть одиночными или кустовыми. В последнем случае рядом с центральной скважиной, из которой ведется откачка, бурят дополнительные скважины для наблюдения за изменением уровня. Эти скважины следует располагать по лучу и отбор воды из них не проводится (рис. 13.1).

Рассмотрим самую простую и наиболее распространенную схему откачки: однородный, изолированный, неограниченный, напорный пласт, из которого ведется откачка с постоянным расходом ( $Q_0 = const$ ). Обработка возможна графоаналитическими и аналитическими методами. Первые являются более распространенными.

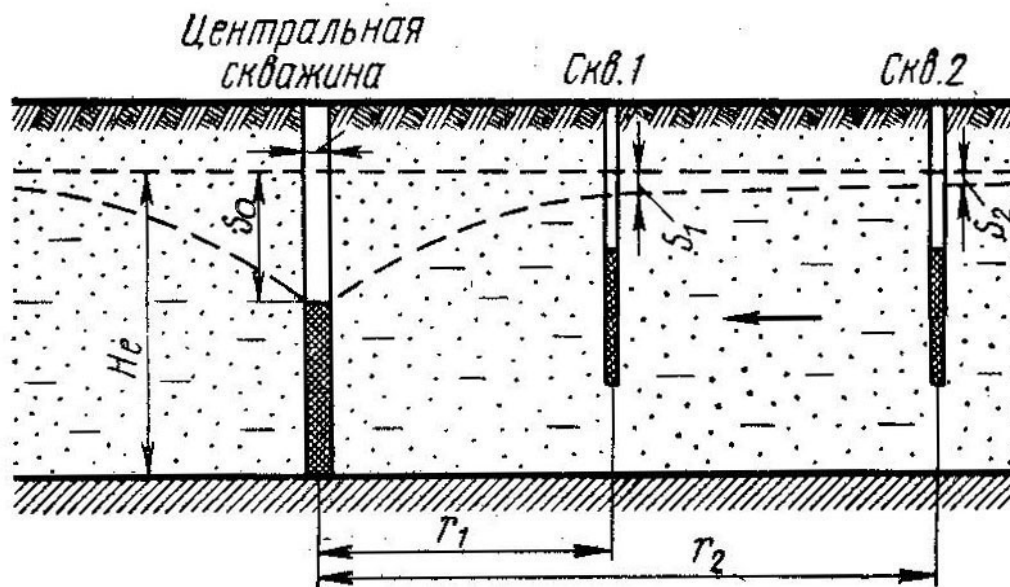


Рис. 13.1. Схема размещения наблюдательных скважин в пласте при опытной откачке

Рассмотрим случай, когда наступила квазистационарная фильтрация, т.е.  $\frac{r^2}{4at} \leq 0,1$ , или, что то же самое  $t \geq \frac{2,5r^2}{a}$ , или  $r \leq 0,6\sqrt{at}$  (13.1)

Последовательно выполним преобразования формулы Тейса

$$S = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25at}{r^2} \quad (13.2)$$

таким образом, чтобы результат откачки можно было бы отобразить в виде прямых линий, используя координаты  $S - \ln t$  (временное),  $S - \ln r$  (площадное) и  $S - \ln t/r^2$  (комбинированное) прослеживание понижения уровня.

13.2. Временное прослеживание уровня.

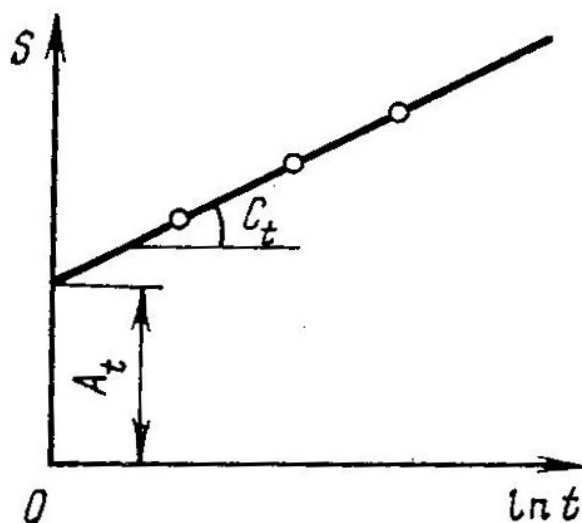


Рис.13.2. Типовой график временного прослеживания понижения уровня

Разложим (13.2):

$$S = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25a}{r^2} + \frac{Q_0}{4\pi km} \ln t \quad (13.3)$$

$$\text{Обозначим } A_t = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25a}{r^2}, \quad C_t = \frac{Q_0}{4\pi km} \quad (13.4)$$

$$\text{тогда } S = A_t + C_t \cdot \ln t \text{ - прямая линия} \quad (13.5)$$

в полулогарифмических координатах, отсекающая на оси ординат отрезок  $A_t$ . Значение  $C_t$  определяется из соотношения (рис. 13.2)

$$C_t = \frac{S_2 - S_1}{\ln t_2 - \ln t_1} \quad (13.6)$$

где  $S_2$  и  $S_1$  - два любых понижения на соответствующие моменты времени  $t_2$  и  $t_1$ .

Параметры водоносного пласта находим по уравнениям

$$km = \frac{Q_0}{4\pi C_t}, \quad \ln a = \frac{A_t}{C_t} - 0,82 + 2 \ln r \quad (13.7)$$

где  $r$  - расстояние от наблюдательной скважины до центральной.

Графики для разных наблюдательных скважин должны быть параллельны друг другу, если пласт однородный.

Для центральной скважины определяем показатель несовершенства

$$\alpha = \frac{r_{np}}{r_0} \quad , \quad (13.8)$$

$$\text{причем } \ln r_{np} = \frac{1}{2} \left( \ln a + 0,82 - \frac{A_t^0}{C_t^0} \right) \quad , \quad (13.9)$$

где  $\ln a$  - определяется по данным измерений уровня в наблюдательных скважинах,

$A_t^0$  и  $C_t^0$  - коэффициенты уравнения (13.5) для центральной скважины,

$r_0$  - радиус центральной скважины.

13.3. Площадное прослеживание уровня.

Разложим (13.2) в виде:

$$S = \frac{Q_0}{2\pi km} \ln 1,5\sqrt{at} - \frac{Q_0}{2\pi km} \ln r \quad . \quad (13.10)$$

$$\text{Обозначим } A_r = \frac{Q_0}{2\pi km} \ln 1,5\sqrt{at} \quad , \quad C_r = \frac{Q_0}{2\pi km} \quad , \quad (13.11)$$

тогда  $S = A_r - C_r \ln r$  (13.12) - прямая линия в полулогарифмических координатах, отсекающая на оси ординат отрезок  $A_r$ . Эта прямая пересекается

с осью абсцисс ( $S = 0$ ) в точке  $\ln R_n(t) = \ln(1,5\sqrt{at})$  , (13.13)

причем  $R_n$  - приведенный радиус влияния (10.16).

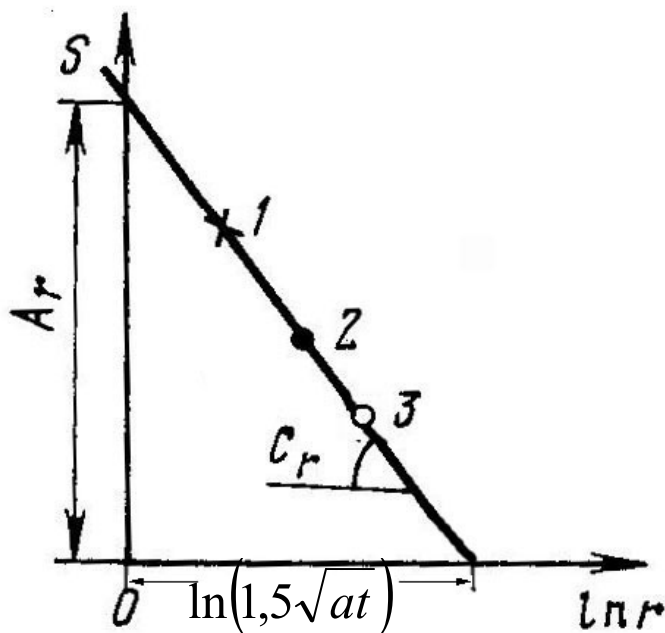


Рис.13.3. Типовой график площадного прослеживания понижения уровня

График площадного прослеживания строится с использованием данных только по наблюдательным скважинам.



Значение  $C_r$  определяется из соотношения (рис. 13.3):

$$C_r = \frac{A_r}{\ln R_n(t)} \quad (13.14)$$

Параметры водоносного горизонта находим по уравнениям

$$km = \frac{Q_0}{2\pi C_r}, \quad a = \frac{R_n^2(t)}{2,25t} \quad (13.15)$$

где  $t$  соответствует времени измерений понижения уровня, используемых для построения графика  $S - \ln r$ .

Для правильного выбора времени предварительно следует проанализировать графики в координатах  $S - \ln t$  и выбрать период, в пределах которого все фактические точки ложатся на прямые параллельные друг другу. Это является подтверждением наступления квазистационарного режима фильтрации и отсутствия влияния внешних границ.

Показатель несовершенства центральной скважины определяется путем совмещения значения понижения  $S_0$  на выбранный момент времени  $t$  с продолжением прямой графика  $S - \ln r$ . Из точки их пересечения опускается перпендикуляр на ось абсцисс и определяется  $\ln r_{np}$ , а затем  $r_{np}$ .

Графики площадного прослеживания уровня на разные моменты времени должны быть параллельны, если пласт однородный и нет влияния внешних границ.

13.4. Комбинированное прослеживание уровня. Разложим (13.2):

$$S = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln 2,25a + \frac{Q_0}{4\pi km} \ln(t/r^2) \quad (13.16)$$

$$\text{Обозначим } A_k = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln 2,25a, \quad C_k = \frac{Q_0}{4\pi km} \quad (13.17)$$

тогда  $S = A_k + C_k \ln(t/r^2)$  (13.18) – прямая линия в осях  $S - \ln(t/r^2)$ , отсекающая на оси ординат отрезок  $A_k$ . Теоретически все точки наблюдения должны располагаться на одной прямой.

Значение  $C_k$  определяется из соотношения (рис.13.4):

$$C_k = \frac{S_2 - S_1}{\ln(t/r^2)_2 - \ln(t/r^2)_1} \quad (13.19)$$

где  $S_2$  и  $S_1$  два любых понижения на прямой линии, соответствующие абсциссам  $\ln(t/r^2)_1$  и  $\ln(t/r^2)_2$ .

Параметры водоносного пласта находим по уравнениям

$$km = \frac{Q_0}{4\pi C_k}, \quad \ln a = \frac{A_k}{C_k} - 0,82 \quad (13.20)$$

Если центральная скважина характеризуется несовершенством водоприемной части, то точки, соответствующие этой скважине на графике комбинированного прослеживания, располагаются в виде прямой, параллельной основному графику  $S \div \ln t/r^2$ , причем график по центральной скважине отсекает на

оси ординат отрезок  $A_k^0$ . Определение показателя несовершенства центральной скважины осуществляется аналогично методике, описанной для временного прослеживания уровня.

$$\ln \alpha = \frac{A_k - A_k^0}{2C_k} \quad , \quad (13.21)$$

где  $\alpha$  соответствует (13.8).

### 13.5. Восстановление уровня после откачки

Величина понижения уровня после завершения откачки определяется уравнением

$$S_s = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25a(t_0 + t_s)}{r^2} + \frac{-Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25at_s}{r^2} \quad , \quad (13.22)$$

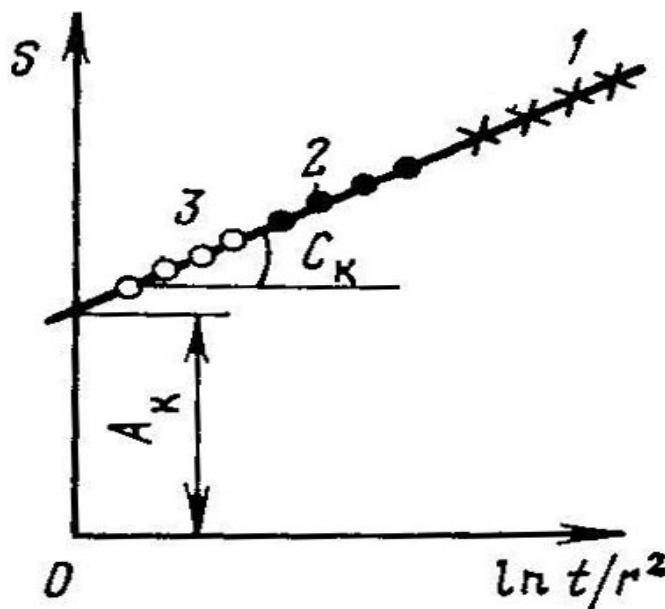
где  $t_0$  - продолжительность откачки,

$t_s$  - продолжительность восстановления уровня.

Здесь первый член уравнения определяет рост понижения за счет постоянного  $(t_0 + t_s)$  водоотбора из скважины с расходом  $Q_0$ , а второй член – восстановление уровня за счет нагнетания  $(-Q_0)$  воды в течение периода  $t_s$  (рис. 13.5).

После сокращения в (13.22) получим

$$S_s = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{t_0 + t_s}{t_s} \quad . \quad (13.23)$$



**Рис.13.4.** Типовой график комбинированного прослеживания понижения уровня

В координатах  $S_s \div \ln \frac{t_0 + t_s}{t_s}$  получим прямую линию, теоретически проходящую через начало координат. В начале координат имеем  $S \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$  и  $\ln \frac{t_0 + t_s}{t_s} \rightarrow 0$ . Реальный график через начало координат обычно не проходит

вследствие колебаний статического положения уровня в течение откачки и восстановления. При этом оказывается, что  $S_e$  может существенно отличаться от нуля.

По графику определяем угловой коэффициент

$$C_e = \frac{S_1 - S_2}{\ln\left(\frac{t_0 + t_e}{t_e}\right)_1 - \ln\left(\frac{t_0 + t_e}{t_e}\right)_2} \quad (13.24)$$

и находим водопроницаемость

$$km = \frac{Q_0}{4\pi C_e} \quad (13.25)$$

Величина пьезопроводности определяется по конечному максимальному понижению уровня при откачке -  $S_0$  по следующей зависимости:

$$\ln a = \frac{S_0}{C_B} + 2 \ln r - \ln 2,25 t_0 \quad (13.26)$$

Темп снижения уровня за счет откачки ( $+Q_0$ ) в период восстановления уровня равен

$$\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_0 = \frac{Q_0}{4\pi km(t_0 + t_e)} \quad (13.27)$$

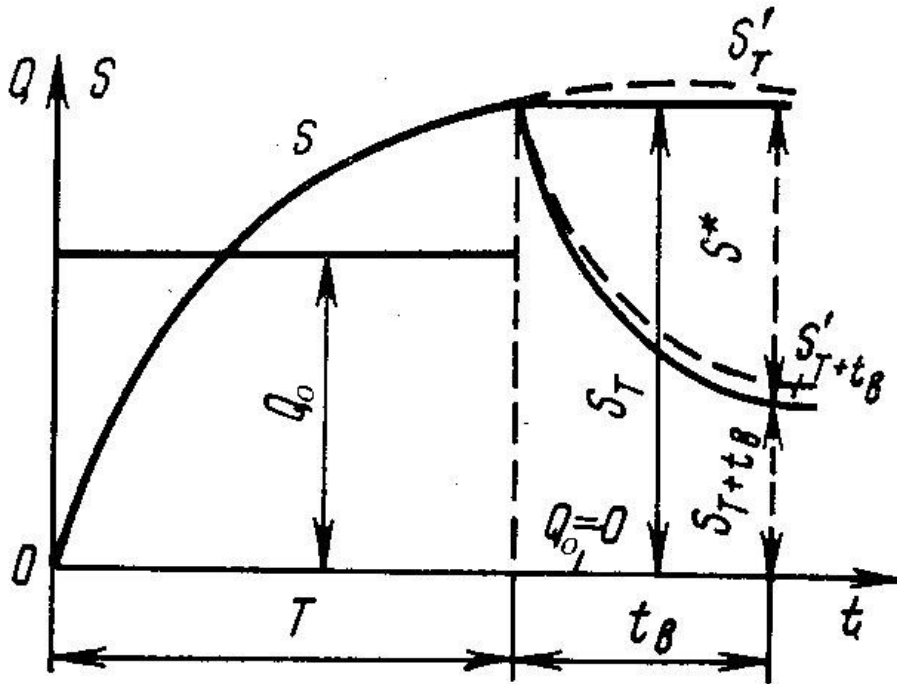


Рис.13.5. Типовой график восстановления уровня после откачки

тот же темп за счет восстановления уровня ( $-Q_0$ ) равен

$$\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_e = \frac{-Q_0}{4\pi km t_e} \quad (13.28)$$

Очевидно, что при  $t_e \leq 0,1t_0$  выражение (13.27) составляет не более 10% от выражения (13.28) и можно считать  $\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)_0 = 0$ , то есть

$$S_0 = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25a(t_0 + t_e)}{r^2} = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25at_0}{r^2} = const \quad (13.29)$$

Тогда изменение уровня при восстановлении  $\Delta S_e$  определяется по (13.22):

$$\Delta S_e = S_0 - S_e = \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25at_e}{r^2} \quad (13.30)$$

и может быть обработано изложенным выше методом временного прослеживания уровня с определением  $km$ , а и  $r_{np}$  (13.4)-(13.9).

13.6. Одиночная скважина, то есть отсутствуют наблюдательные скважины. Обработка откачки возможна только в координатах  $S - \ln t$ . При этом определяются водопроницаемость  $km$  и обобщенный параметр  $(\ln a/r_{np}^2)$ . В том случае, если для данного пласта известна величина  $a$ , определенная на близко расположенных участках, может быть определено  $r_{np}$ .

13.7. В грунтовых (безнапорных водах) при значительных величинах понижений уровня ( $S \geq 0,25h_e$ ) обработка ведется в координатах  $(2h_e - S)S \div \ln t$ ,  $(2h_e - S)S \div \ln r$  и  $(2h_e - S)S \div \ln t/r^2$ , используя замену, согласно напорной функции  $2mS = (2h_e - S)S$ . При этом формула для определения параметров изменяется только для коэффициента фильтрации  $k = \frac{Q_0}{2\pi C_t}$  - временное прослеживание уровня.

$$k = \frac{Q_0}{2\pi C_t} \quad (13.31)$$

$$\text{Водопроницаемость } T = k \cdot h_e \quad (13.32)$$

Для графика площадного прослеживания

$$k = \frac{Q_0}{\pi C_r} \quad (13.33)$$

комбинированного прослеживания

$$k = \frac{Q_0}{2\pi C_k} \quad (13.34)$$

Значение пьезопроводности  $a^*$  и  $r_{np}$  определяется по выше приведенным формулам (13.7), (13.9), (13.15), (13.20), (13.21).

13.8. При наступлении стационарной фильтрации в качестве графоаналитического используется только метод площадного прослеживания уровня в координатах  $S - \ln r$ . При этом график является единственным и пересекает ось абсцисс  $\ln r$  в точке соответствующей  $\ln R_k$ , где  $R_k$  - радиус контура питания в формуле Дюпюи (9.12):

$$S = \frac{Q_0}{2\pi km} \ln \frac{R_k}{r} \quad (13.35)$$

Для построения графика используются данные только по наблюдательным скважинам расположенным вблизи от центральной, так что  $r_i \leq 0,3R_k$ .

Для разных природных условий (расчетных схем) величина  $R_k$  определяется:

при перетекании  $R_k = 1,12B$ ,

для откачки вблизи реки  $R_k = 2(d + \Delta L)$ ,

при инверсии разгрузки родников или испарения, исходя из балансового уравнения  $Q_0 = \pi W_p \cdot R_k^2$ , получим  $R_k = \sqrt{\frac{Q_0}{\pi W_p}}$ .

Следовательно, оценка  $R_k$  по данным откачки позволяет определить:

$$\text{в условиях перетекания } B = \frac{R_k}{1,12} \text{ и } \frac{k_0}{m_0} = \frac{km}{B^2}, \quad (13.36)$$

$$\text{в условиях полуоткрытого пласта } \Delta L = \frac{R_k}{2} - d, \quad (13.37)$$

$$\text{в условиях инверсии разгрузки } W_p = \frac{Q_0}{\pi R_k^2}, \quad (13.38)$$

где  $k_0$  и  $m_0$  - коэффициент фильтрации и мощность разделяющего слоя, через который осуществляется перетекание, м/сут, м;

$\Delta L$  и  $d$  - несовершенство вреза реки и расстояние от центральной скважины до реки, м;

$W_p$  - модуль родниковой разгрузки или испарения, м/сут.

Параметры водопроницаемости  $km$  и приведенный радиус скважины  $r_{np}$  определяется аналогично п.3 настоящей лекции.

Для грунтовых вод при обработке данных надо иметь в виду п.7 настоящей лекции.

13.9. В тех случаях, когда имеются данные только по удельному дебиту, как результат откачки из одиночной скважины в условиях стационарной фильтрации, можно ориентировочно определить только величину  $km$ . Для его определения используется эмпирическая формула

$$km = A \cdot q, \quad (13.39)$$

где  $q = Q_0/S_0$  - удельный дебит скважины.

Для совершенной скважины с радиусом фильтра  $r_0 = 0,1$  м, принимая радиус контура питания  $R_k = 1000$  м, из формулы (13.35)

$$\text{получаем } km = 130q, \quad (13.40)$$

где  $q$  имеет размерность л/сек,  $km$  - м<sup>2</sup>/сут.

Реальные значения  $A$  находятся в диапазоне 80-160 и зависят от степени совершенства водопринимной части скважины.

13.10. В условиях нестационарной фильтрации  $\left(\frac{r^2}{4at} > 0,1\right)$  в качестве графоаналитического используется метод эталонной кривой.

Прологарифмируем уравнение Тейса  $S = \frac{Q_0}{4\pi km} W(\alpha)$  и  $\frac{1}{\alpha} = \frac{4at}{r^2}$  так, что

$$\ln S = \ln \frac{Q_0}{4\pi km} + \ln W(\alpha) \quad (13.41)$$

$$\ln \frac{1}{\alpha} = \ln \frac{4a}{r^2} + \ln t \quad (13.42)$$

$$\text{Обозначим } \ln S^0 = \ln \frac{Q_0}{4\pi km} \text{ и } \ln t^0 = \ln \frac{r^2}{4a} \quad (13.43)$$

и перепишем (13.41) и (13.42):

$$\ln S = \ln S^0 + \ln W(\alpha) \quad (13.44)$$

$$\ln t = \ln t^0 + \ln \frac{1}{\alpha} \quad (13.45)$$

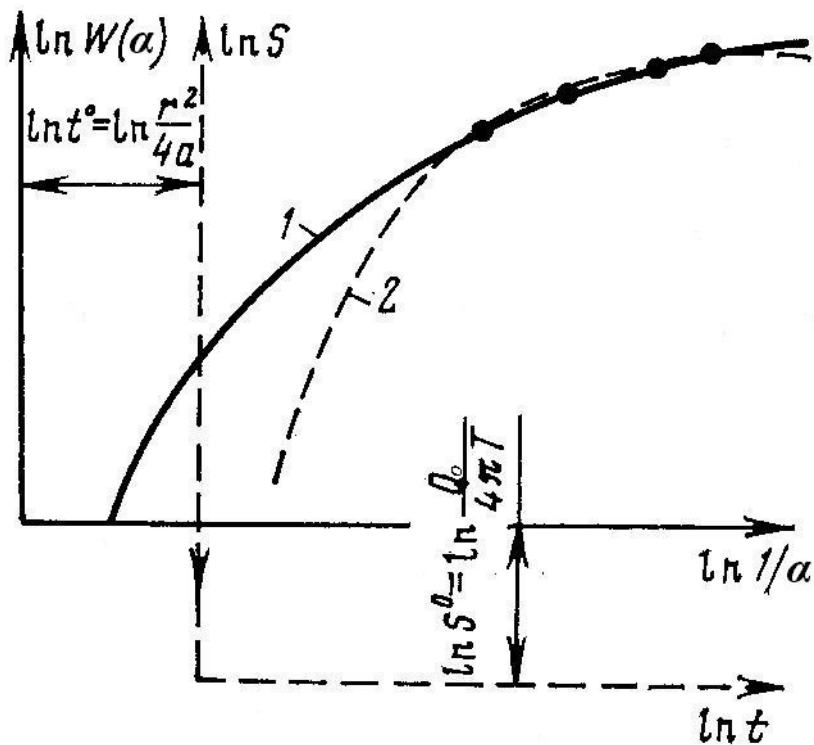


Рис. 13.6. Определение параметров пласта методом эталонной кривой

Эталонная кривая строится в координатах  $\ln W(\alpha) - \ln \frac{1}{\alpha}$  (рис. 13.6 – 1).

Данные опытной откачки представляются в виде графика в координатах  $\ln S - \ln t$  (рис. 13.6 – 2). При наложении этих кривых и параллельном перемещении осей координат добиваются их совмещения по значительному числу точек. При этом кривые окажутся сдвинутыми согласно (13.44) и (13.45) на величины  $\ln S^0$  и  $\ln t^0$  (рис. 13.6).

Определив значения  $t^0$  и  $S^0$ , находим

$$km = \frac{Q_0}{4\pi S^0} \text{ и } a = \frac{r^2}{4t^0} \quad (13.46)$$

где  $r$  - расстояние от центральной скважины до наблюдательной, по которой построен график  $\ln S - \ln t$ .

13.11. В условиях нестационарной фильтрации  $\left(\frac{r^2}{4at} > 0,1\right)$  используется так же аналитический метод определения параметров (метод подбора).

Величина понижения определяется по известной формуле Тейса

$$S = \frac{Q}{4\pi km} \left[ -E\left(-\frac{r^2}{4at}\right) \right] \quad (13.47)$$

Для определения коэффициента  $a$  возьмем отношение двух понижений  $S'$  и  $S''$ , замеренных в одной наблюдательной скважине на разные моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ .

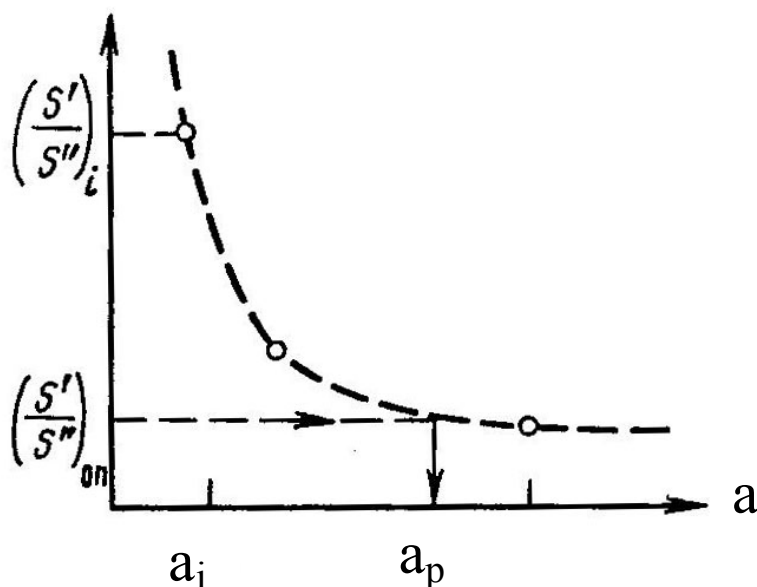


Рис.13.7. Определение параметров пласта методом подбора

После сокращения получим

$$\frac{S'}{S''} = \frac{E_i\left(-\frac{r^2}{4at_1}\right)}{E_i\left(-\frac{r^2}{4at_2}\right)}, \quad (13.48)$$

где  $r$  - расстояние от наблюдательной скважины до опытной.

Величина  $a$  определяется подбором. В правую часть выражения (13.48) подставляем некоторые значения  $a$  в диапазоне их возможного изменения в рассматриваемых гидрогеологических условиях. В результате для каждого значения  $a_i$  определяется отношение  $(S'/S'')_i$  и строится график, отражающий результаты расчетов (рис. 13.7). На этом графике находят точку, соответствующую фактическому отношению  $(S'/S'')_{on}$ , которое отвечает определенному значению  $a_p$ . Далее подставляя в формулу (13.47) найденное  $a_p$  определяют величину  $km$ .

13.12. Диагностика и интерпретация данных наблюдений понижения уровня  $S$  при откачках выполняется в индикаторных графиках, характеризующих изменение величины  $S$  для типовых расчетных схем. Основными индикаторными кривыми являются графики временного, площадного и комбинированного прослеживания.

Под интерпретацией понимают анализ опытных данных для выявления главных факторов, определяющих изменение  $S$  при откачке и установление типовых периодов формирования этого изменения, отвечающих действию конкретной расчетной схемы. Диагностика – это сопоставление вида теоретических и опытных кривых, в результате которого на индикаторных графиках выделяются расчетные участки и устанавливаются соответствующие им расчетные схемы и формулы для оценки параметров пласта. После этого границы выделенных расчетных участков подтверждаются временными критериями, оценивающими период действия данной расчетной схемы. Например,  $t_{вл} = 0,45 \frac{L^2}{a}$  - влияние внешней границы на расстоянии  $L$  от скважины, (13.49)

$t_{ка} = 2,5 \frac{r^2}{a}$  - наступление квазистационарного режима в наблюдательной скважине на расстоянии  $r$  от центральной. (13.50)

Более информативными являются индикаторные графики по кустовым откачкам продолжительностью несколько суток. Наибольшей информативностью обладают наблюдения за режимом эксплуатации подземных вод.

К факторам, осложняющим интерпретацию и диагностику опытных индикаторных графиков, могут быть отнесены следующие:

1. Несоблюдение условий наступления квазистационарной фильтрации, что вызывает на графиках  $S - \ln t$  отклонение начальных точек от прямой линии.

2. Наличие в окрестностях опытного куста скважин открытых границ (река), перетекания из соседних водоносных пластов, зон перехода напорных вод в грунтовые или зон с повышенной водопроницаемостью, а в грунтовых водах наличие инверсии родниковой разгрузки или испарения. Все это приводит к выполаживанию концевых участков графиков  $S - \ln t$ , при этом наблюдается перегиб и появляется более пологий второй участок или прямая параллельная оси абсцисс (стационарная фильтрация).

3. Наличие в окрестностях опытного куста скважин непроницаемых границ или зон с малой водопроницаемостью, что приводит к увеличению темпа снижения уровня и на графике  $S - \ln t$  прослеживается перегиб, а уклон следующего прямолинейного участка увеличивается.

4. Изменение расхода воды из опытной скважины во времени откачки. Постоянство дебита – одно из обязательных условий достоверного расчета параметров. С целью исключения влияния незакономерных небольших и кратковременных изменений дебита в процессе откачки графики строят в координатах  $S/Q - \ln t$ , то есть используют относительное понижение.



5. Наличие в окрестностях (зоне влияния) опытного куста скважин водозаборов с неравномерным режимом работы. Влияние этих водозаборов может приводить к самым неожиданным изменениям в понижениях уровня, вплоть до его восстановления в процессе откачки в случае остановки эксплуатационных скважин.

На графиках  $S - \ln t$  при откачках из грунтовых вод большой мощности и пластов с гетерогенно-блоковым строением выделяется ложностационарный участок (рис. 13.8) Левая крутая ветвь графика (участок 1) соответствует периоду фильтрации при водоотдаче, определяемой либо упругими свойствами пласта, либо водоотдачей крупных трещин. Длительность периода, соответствующая участку 1, может измеряться часами и даже сутками. Если этот период достаточно длительный, по нему можно определить параметры  $T$  и  $a^*$  для напорного пласта или среды, представленной крупными трещинами. Важно ложностационарный участок не принять ошибочно за проявление стационарного режима фильтрации.

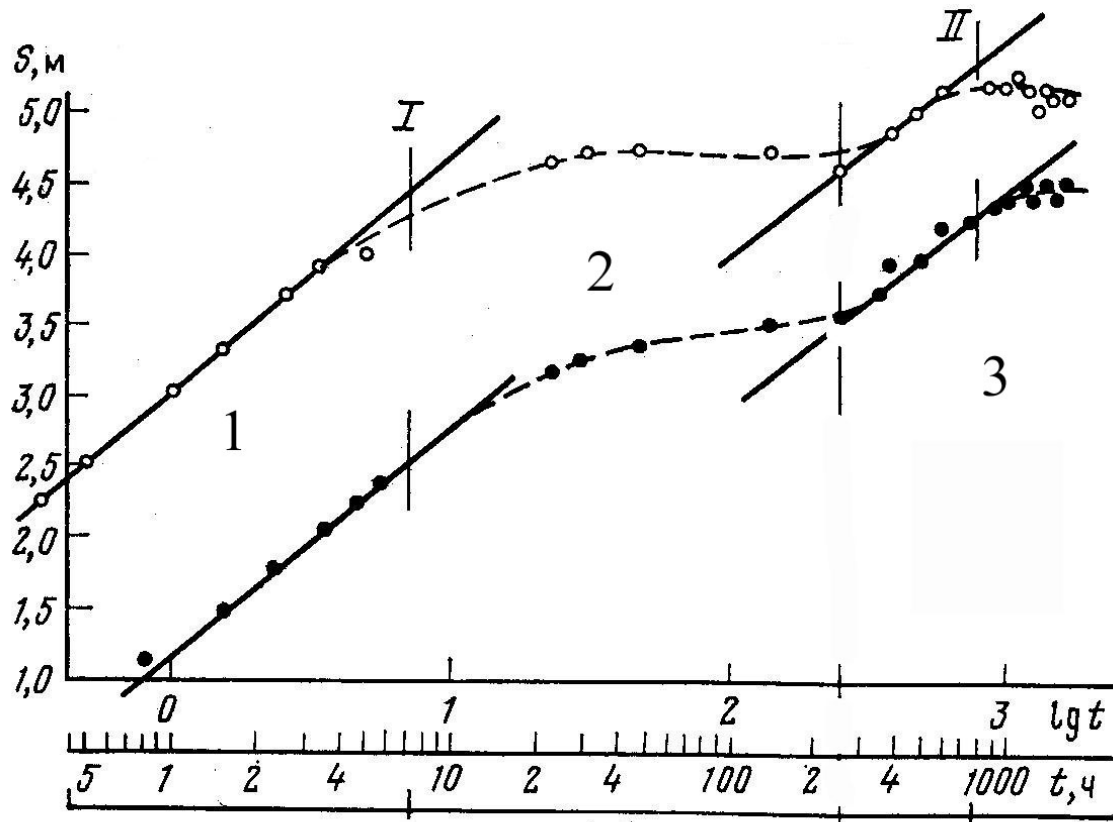


Рис. 13.8. Графики временного прослеживания для гетерогенного строения пласта

При значительной длительности откачки или эксплуатации водозабора проявляется третий прямолинейный участок. Этот участок отвечает условиям фильтрации в среде с обобщенными параметрами, то есть  $T = km_1 + km_2$  и  $\mu = \mu_1^* + \mu_2$ ,

$$(13.51)$$

где  $km_1$  и  $\mu_1^*$  - параметры напорного пласта или среды, отвечающей крупным трещинам,

$km_2$  и  $\mu_2$  - тоже для питающего пласта или слоя и среды, отвечающей мелкотрещиноватым блокам.

Аналогичную форму имеет вид графика откачки грунтовых вод, если фильтр скважины располагается значительно ниже уровня воды. В первый период откачки снижение уровня определяется проявлением упругих свойств пласта и формируется участок 1, затем начинает сказываться влияние процесса осушения грунтовых вод и переформирование капиллярной каймы (эффект Болтона), см. лекцию 3. В этот период скорость снижения уровня существенно уменьшается и на границе появляется ложностационарный участок 2. При достаточной длительности откачки на графике появляется участок 3, который определяется величиной полной водоотдачи пласта.

### Вопросы к лекции №13

1. Дайте отличия для понятий: гидродинамические параметры породы, гидродинамические параметры пласта и параметры скважины.
2. На какие группы можно разделить все методы определения параметров по откачкам?
3. В чем суть методов подбора и линейных графиков? Какой из них достовернее?
4. В чем суть диагностики и идентификации данных опытных откачек?
5. Запишите формулу, пользуясь которой можно определить по кустовой откачке параметр  $\Delta L_{но}$  реки, и приведите ее к виду (13.10).
6. Почему не рекомендуется определять пьезопроводность по данным центральной скважины?
7. Определите различия в уклонах начального и конечного участков графика временного прослеживания уровня для опытной скважины, расположенной вблизи непроницаемой прямолинейной границы.
8. Определите различия в уклонах начального и конечного участков графика временного прослеживания уровня при откачке в двухпластовой системе в условиях снижения уровня в питающем пласте (рис. 11.4).
9. Какие природные и технические факторы наиболее заметно искажают графики временного прослеживания уровня при откачке?
10. Какие изменения в графике временного, площадного и комбинированного прослеживания наблюдаются при сравнении данных откачек а) из совершенной и несовершенной скважин? б) скважина в неограниченном пласте и возле реки? в) скважина в неограниченном пласте и возле закрытой границы?
11. Каким параметром определяется интенсивность перетекания через относительный водоупор? Что представляют собой параметры  $\Delta L_{нс}$  и  $r_{пр}$ ?
12. Для каких по своему расположению наблюдательных скважин следует использовать методы подбора или эталонной кривой? Почему?

13. Какие параметры пласта и скважины могут быть определены по данным кустовой откачки в условиях стационарного режима фильтрации?
14. Какие природные факторы способствуют возникновению на графиках  $S - \ln t$  участков ложнестационарного режима фильтрации?
15. С чем связано ограничение  $t_e \leq 0,1t_0$  по использованию данных восстановления уровня после откачки путем обработки в осях  $\Delta S_e \div \ln t_e$ ?
16. Для какой наблюдательной скважины в первую очередь следует проверять условие наступления квазистационарного режима фильтрации при построении графика площадного прослеживания  $S - \ln r$ ?
17. При построении графика  $S - \ln t$  использованы значения  $S$  и  $t$  измеренные в метрах и часах. Какая будет получена размерность расчетных коэффициентов  $km$ , а, определяемых по этому графику?
18. Какие параметры пласта могут быть определены по результатам одиночной откачки в условиях нестационарного? стационарного режима фильтрации? Дайте оценку достоверности этим определениям.
19. Какие соображения позволяют использовать уравнение Тейса на период восстановления уровня в пласте после окончания откачки из скважины?

#### Лекция № 14. Обобщенные системы скважин

14.1. Метод обобщенных систем скважин используется при гидродинамических расчетах водозаборов и дренажей со значительным количеством скважин, эксплуатирующихся с одинаковыми расходами  $Q_0$  и располагающихся на равных расстояниях  $2\sigma$ . В этом случае метод дискретного учета влияния водозабора из каждой скважины связан с громоздкими расчетами, а метод “большого колодца” не обеспечивает точного решения задачи. Особенно это актуально для ограниченных пластов, расчеты в которых связаны с использованием метода “зеркальных” отображений.

Сущность этого метода заключается в том, что реальная группа скважин заменяется бесконечным множеством источников с постоянным расходом, равномерно распределенным по линии или площади, соответствующим действительному расположению скважин. Суммарный расход этих источников принимается равным расходу реальных скважин:

$$Q_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^n Q_i = qw \quad , \quad (14.1)$$

где  $Q_i$  - расход  $i$ -ой реальной скважины ( $n$  - общее их число);

$q$  – расход на единицу длины контура или площади  $w$ , в пределах которого располагаются скважины.

Таким образом, большое количество скважин заменяется одним укрупненным сооружением типа горизонтальной дрены с равномерно распределенным ( $q(w) = \text{const}$ ) водоотбором по всей площади ее распространения. В данном случае влияние скважин друг на друга оценивается суммарно не только в удаленных точках, как в методе “большого колодца”, но и на самих участках расположения скважин, ибо взаимодействие бесконечного числа скважин оказывается тождественно взаимодействию реальных скважин.

Решения для обобщенных систем скважин могут быть найдены из исходных дифференциальных уравнений фильтрации (лекция № 7), если в них в качестве граничного условия принять интенсивность инфильтрации  $q$  на соответствующем участке расположения водозаборов.

Понижение уровня подземных вод, вызванное действием обобщенных систем, естественно меньше понижения уровня в самих скважинах, поскольку при этом из рассмотрения исключаются зоны наибольшей деформации депрессионной поверхности вблизи каждой скважины. Однако, пользуясь методом фильтрационных сопротивлений, величину дополнительного понижения уровня в скважинах можно определить отдельно. Тогда полное понижение выразится суммой

$$S = S_W + \Delta S_{\text{скв}} \quad (14.2)$$

где  $S_W$  - понижение уровня, обусловленное действием обобщенной системы, зависящее от суммарного водоотбора, размера и формы площади, занятой скважинами, влияния внешних границ пласта, времени эксплуатации скважин и положения точки, где определяется понижение;

$\Delta S_{\text{скв}}$  - дополнительное понижение в самой скважине, зависит от расхода одной скважины, расстояния между скважинами, радиуса фильтра и несовершенства скважины.

Решения получены для систем скважин, имеющих вид прямой линии (галереи), ограниченных и неограниченных размеров, кольца и ограниченной площадки. Полные решения для любой точки пласта приведены в монографии Ф.М. Бочевера [3].

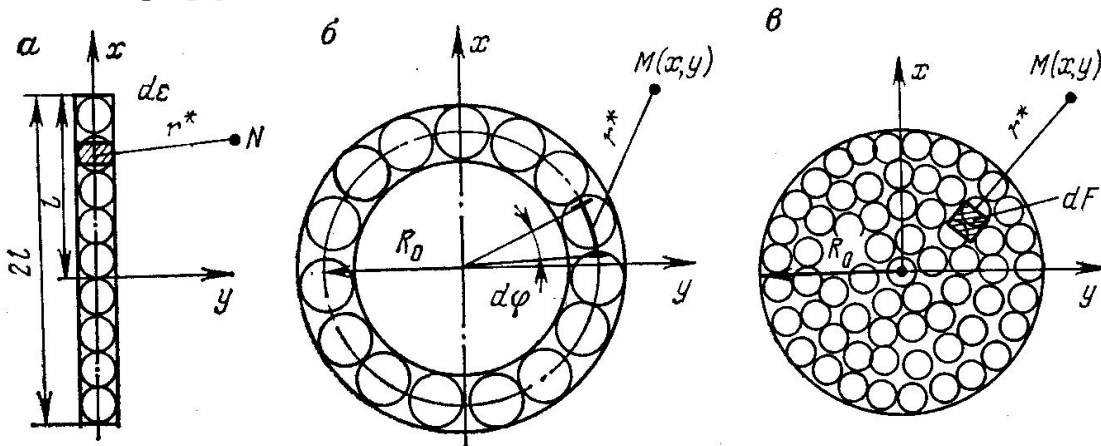


Рис. 14.1. Типовые схемы обобщенных систем скважин

14.2. В настоящем пособии рассмотрены формулы для расчетов понижения уровня в точках, расположенных в центре обобщенной системы, где величина понижения будет максимальной. Общий вид расчета понижения для обобщенной системы скважин в неограниченном пласте

$$S_W = \frac{Q_{\text{сум}}}{4\pi k m} R_W \quad (14.3)$$

где  $R_w$  - безразмерное гидравлическое сопротивление при действии обобщенной системы скважин. Для центра обобщенной системы это сопротивление определяется по уравнению Дюпюи или Тейса следующим образом

$$R_w = 2 \ln \frac{R_k}{r_{np}} \text{ и } R_w = \ln \frac{2,25at}{r_{np}^2}, \quad (14.4)$$

где  $r_{np}$  определяется в зависимости от расположения водозаборных скважин в системе (рис. 14.1):

а - для линейного ряда ограниченной протяженности:  $r_{np} = 0,37l$ , (14.5)

б - для кольцевого расположения скважин:  $r_{np} = R_0$ , (14.6)

в - для круговой площадки:  $r_{np} = 0,61R_0$ , (14.7)

где  $l$  - половина длины линейного ряда,

$R_0$  - радиус кольца или круговой площадки

$R_k$  - радиус контура питания при стационарном режиме фильтрации.

При произвольном расположении скважин по контуру

$$R_0 = \frac{P}{2\pi}, \quad (14.8)$$

где  $P$  - периметр контура расположения скважин.

Для прямоугольной площадки размещения скважин с длиной  $2l$  и шириной  $2b$  следует принять

$$R_0 = 2\sqrt{\frac{bl}{\pi}} \text{ при } \frac{b}{l} \approx 1 \quad (14.9)$$

$$\text{и } R_0 = \frac{2(l+b)}{\pi} \text{ в иных случаях} \quad (14.10)$$

Для любой точки внутри линейного ряда весьма значительной (неограниченной) длины понижение уровня будет равно:

$$S_w = \frac{q\sqrt{at}}{km} \quad (14.11)$$

14.3. Основным условием применимости метода обобщенных систем является наступление квазистационарного режима фильтрации в пределах всей системы, то есть выполнение ограничений:

для линейных систем

$$\frac{l^2}{at} \leq 0,1 \text{ или } t \geq \frac{10l^2}{a}, \quad (14.12)$$

для кольцевых систем

$$\frac{R_0^2}{4at} \leq 0,1 \text{ или } t \geq \frac{2,5R_0^2}{a} \quad (14.13)$$

Для условий стационарного режима

$$l \leq 0,3R_k \text{ или } R_0 \leq 0,3R_k \quad (14.14)$$

Расчет скважин в водоносных пластах ограниченных размеров осуществляется по видоизмененной формуле (14.3):

$$S_w = \frac{Q}{4\pi km} (R_w + R_{отобр}) \quad , \quad (14.15)$$

где  $R_{отобр}$  - безразмерное сопротивление отображенной реальной системы относительно границ пласта, причем обычно

$$R_{отобр} = \sum_{i=1}^n \left[ E_i \left( -\frac{\rho_i^2}{4at} \right) \right] \quad , \quad (14.16)$$

где  $\rho_i$  - расстояние между центрами реальной и отображенной системы скважин,  $i = 1, 2, \dots, n$  число границ относительно которых осуществляется зеркальное отображение. При этом от границ постоянного напора отображение осуществляется со знаком “-”, от непроницаемых границ со знаком “+”.

Дополнительным ограничением на использование метода обобщенных систем скважин при расчетах взаимодействующих систем или зеркальных отображений является условие

$$L_r \geq l \text{ или } L_r \geq R_0 \quad . \quad (14.17)$$

$L_r$  - расстояние от границ пласта до центра обобщенной системы скважин.

Использование формулы для линейного ряда скважин неограниченной протяженности вблизи открытой границы ( $S = 0$ ) приобретает следующий вид:

$$S_w = \frac{q \cdot L}{km} \quad , \quad (14.18)$$

где  $L$  - расстояние до открытой границы с учетом ее несовершенства.

14.4. Для определения понижения уровня непосредственно в одной из скважин обобщенной системы используется формула (14.2), причем

$$\Delta S_{скв} = \frac{Q_0}{2\pi km} \Delta R_{скв} \quad , \quad (14.19)$$

где  $Q_0$  - расход скважины,

$\Delta R_{скв}$  - дополнительное или внутреннее гидравлическое сопротивление, определяемое в зависимости от расстановки скважин

$$\Delta R_{скв} = \ln \frac{r_n}{r_0} + \xi \quad , \quad (14.20)$$

где  $\xi$  - показатель несовершенства скважины.

Величина  $r_n$  определяется для контурных систем (линейных, кольцевых)

$$r_n = \frac{\sigma}{\pi} \quad , \quad (14.21)$$

для площадных систем скважин

$$r_n = 0,47 \sqrt{\frac{F}{\pi}} \quad , \quad (14.22)$$

где  $F$  - площадь круга, равная площади внутренней области влияния скважин, границы которой проводятся посередине между соседними скважинами.

С учетом (14.2, 14.18 и 14.19) понижение уровня в скважине линейного ряда вблизи открытой границы определяется как  $S = \frac{Q_0}{2\pi km} \left( \frac{\pi \cdot L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_0} \right)$ , (14.23) известной как формула Маскета-Лейбензона.

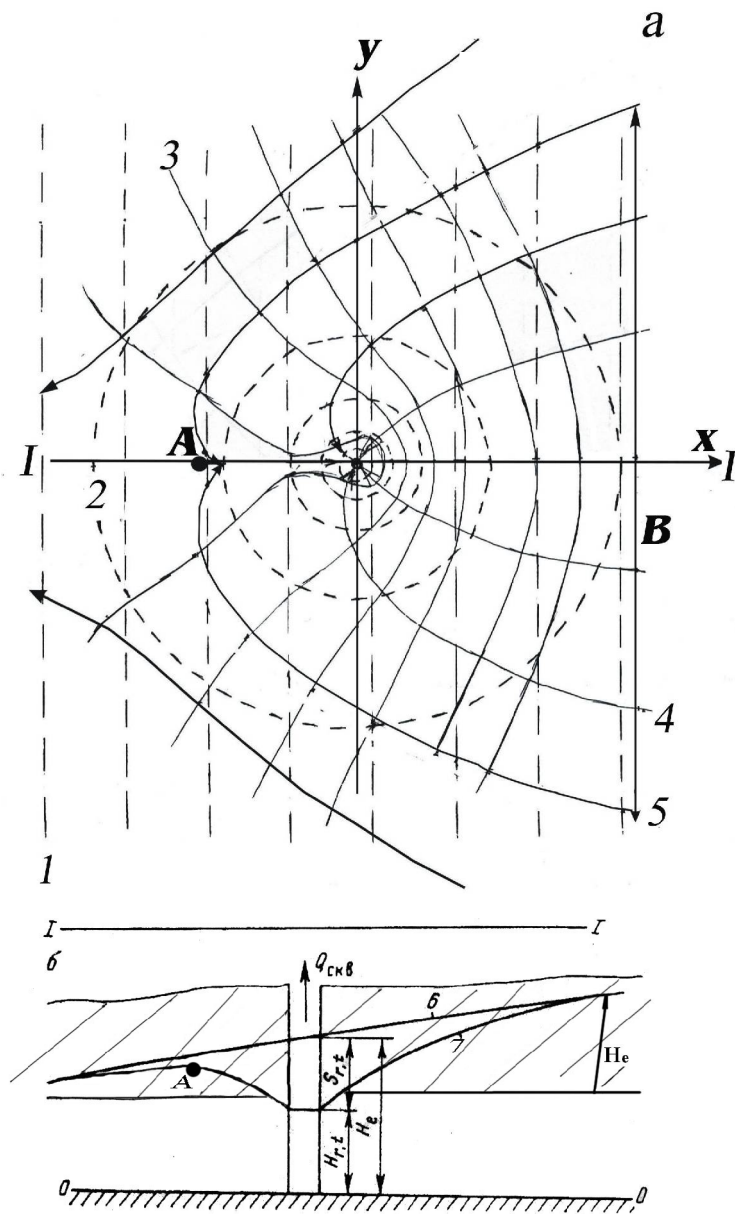
### Вопросы к лекции №14

1. Что такое метод обобщенных систем скважин? в чем его отличие от метода “большого колодца”? Проиллюстрируйте различие примером.
2. Какие факторы, влияющие на величину понижения уровня, учитываются первым членом уравнения (14.2)?
3. Перечислите основные условия применимости метода обобщенных систем скважин для расчета понижения уровня, в том числе в ограниченных пластах.
4. Как изменится величина  $S_w$  при удвоении количества водозаборных скважин, при сохранении величины суммарного водоотбора и размеров площади занятой скважинами?
5. Сопоставьте решения для линейного ряда скважин значительной протяженности в неограниченном пласте (14.11) и вблизи открытой границы (14.18). В чем принципиальное отличие определения  $S_w$  для каждой из этих расчетных схем?
6. Какой принцип учета большого количества водозаборных скважин использован в методе обобщенных систем?
7. От каких факторов зависит величина  $\Delta S_{ске}$ , определяемая по формуле (14.19)?

### Лекция № 15. Скважина в потоке подземных вод

15.1. Полученные для оценки притока воды к скважине в условиях бассейна ( $I_e=0$ ) решения Дюпюи и Тейса не совсем точно отвечают реальной гидрогеологической обстановке. Рассмотрим это на примере рис 15.1.

Имеется плоскопараллельный поток с градиентом  $I_e > 0$ , в котором работает водозаборная скважина с расходом  $Q_0$  и понижением  $S(r,t)$ . Сопоставим две гидродинамические сетки: одна для плоско-параллельной фильтрации естественного потока, вторая – радиальной фильтрации к скважине, из которой происходит откачка. В первом случае линии тока (ЛТ) параллельны друг другу, во втором – ЛТ направлены по радиусам к скважине, а линии напора (ЛН) – есть концентрические окружности коаксиальные скважине. Сложение этих двух сеток позволяет получить структуру реального потока воды к скважине, который формирует нейтральную линию тока (НЛТ), то есть отдельную линию, определяющую конечную область питания скважины в потоке шириной  $B$  (рис. 15.1). Таким образом, принятые ранее математические схемы водопритока к скважине в потоке ПВ несколько отличаются от реальных гидрогеологических условий и это необходимо учитывать при анализе полученных результатов.



**Рис. 15.1. Гидродинамическая схема формирования депрессионной воронки при откачке в условиях естественного потока (а – план, б – разрез)**

1 – изогипсы до откачки, 2 – изолинии равных понижений уровня, 3 – изогипсы в результате откачки, 4 – линии тока в результате откачки, 5 – нейтральная линия тока, 6 – начальное положение уровня, 7 – депрессионная воронка (А – водораздельная точка, В – ширина области захвата потока скважиной)

Для аналитического решения такой задачи используется функция тока  $\psi$ , которая связывается с напором условиями Коши-Римана (Лекция №4).

Для планового потока эти условия принимают вид

$$km \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad km \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (15.1)$$

Рассмотрим условия работы водозаборной скважины с расходом  $Q_0$  в потоке с удельным расходом

$$q_e = kmI_e \quad (15.2)$$



В условиях квазистационарного режима фильтрации запишем выражение для динамического уровня  $H$

$$H = H_0 - \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25at}{r^2}, \quad (15.3)$$

где  $H_0 = H_0^0 + I_e x$ , (15.4)

$$r^2 = x^2 + y^2, \quad (15.5)$$

$H_0^0$  - статический уровень в месте расположения скважины.

С учетом (15.4) и (15.5), выражение (15.3) имеет вид

$$H = H_0^0 + I_e x - \frac{Q_0}{4\pi km} \ln \frac{2,25at}{x^2 + y^2}. \quad (15.6)$$

Дифференцируя по  $x$ , получим

$$\frac{\partial H}{\partial x} = I_e + \frac{Q_0}{2\pi km} \cdot \frac{x}{x^2 + y^2}. \quad (15.7)$$

Используя первое из условий Коши-Римана (15.1), получим выражение для приведенной функции тока  $\bar{\psi} = \frac{\psi}{km}$

$$\bar{\psi} = \int \frac{\partial H}{\partial x} \partial y + C = I_e y + \frac{Q_0}{2\pi km} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + C_0. \quad (15.8)$$

На линии тока, совпадающей с положительным направлением оси  $x$  (вверх по потоку), где  $y=0$ ,  $\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 0$  и  $\bar{\psi} = 0$ , получим постоянную  $C=0$ .

Рассматривая выражение для градиента напора на оси  $x$ :

$$\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_{y=0} = I_e + \frac{Q_0}{2\pi kmx}, \quad (15.9)$$

можно видеть, что существует водораздел при  $x = -x_0$ , где

$$\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_{y=0} = 0, \text{ причем } x_0 = \frac{-Q_0}{2\pi km I_e}, \quad (15.10)$$

Таким образом, через точку  $x_0$  проходит НЛТ, ограничивающая область захвата потока водозаборной скважиной. Поскольку между НЛТ и положительной осью  $x$  (линией  $\psi=0$ ) вследствие симметрии потока проходит расход  $0,5Q_0$ , то на нейтральной линии  $\psi = \frac{Q_0}{2km}$ . Подставляя это выражение в (15.8) при

$C=0$ , получим уравнение НЛТ

$$\frac{Q_0}{2km} = I_e \cdot y + \frac{Q_0}{2\pi km} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}. \quad (15.11)$$

Для  $x=0$ ,  $y_0 = \frac{Q_0}{4km I_e}$ , (15.12)

для  $x \rightarrow \infty$ ,  $y_\infty = \frac{Q_0}{2km I_e}$ , (15.13)

причем  $2y_\infty = B$ .

15.2. При расчете водозаборных сооружений как в напорных, так и безнапорных пластах широко используются формулы, основанные на принципе суперпозиций, предполагающем независимость величины понижения уровня от расхода, уклона и направления потока подземных вод (Лекция 9 и 10). При этом предполагается, что в условиях потока, как и бассейна, при однородном строении водовмещающей среды, изолинии понижения уровня представляют собой концентрические окружности, а наблюдаемая асимметрия депрессионной воронки является следствием сложения двух течений – естественного потока и потока к скважине, формирующегося под влиянием откачки. В таких случаях в неограниченных изолированных водоносных пластах и в пластах с непроницаемыми границами стационарный режим фильтрации не наступает.

Однако, если для напорных вод применение принципа суперпозиции является строго обоснованным, то в грунтовых потоках возникают более или менее существенные погрешности в величинах расчетных понижений уровня, обусловленные уменьшением мощности водоносного пласта и связанном с этим перехватом скважиной части расхода подземного потока [2]. Величина понижения уровня становится существенно зависимой от направления и уклона грунтового потока. Расчеты водозаборных скважин в грунтовых водах без учета потока подземных вод приводят к завышению расчетных понижений. Особенно существенные различия возникают, например, при расчете водозаборов в безнапорных потоках в полосообразных долинах горных рек, выполненных аллювиальными отложениями, вложенными в практически непроницаемые вмещающие породы.

В простейшем случае безнапорный поток подземных вод может быть представлен в виде равномерного потока на наклонном водоупоре, так как при отсутствии инфильтрации и удаленности контуров питания и разгрузки в однородном пласте уровенная поверхность будет параллельной водоупорному основанию. При этом вместо уклона потока в расчетах можно рассматривать уклон водоупора при условии постоянной начальной мощности пласта (рис. 15.2).

В таком потоке уравнение фильтрации имеет вид

$$\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{2}{\beta} \cdot \frac{\partial h^2}{\partial x} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial h^2}{\partial t}, \quad (15.14)$$

$$\text{где } \beta = \frac{2h_e}{i}, \quad (15.15)$$

$h_e$  и  $h$  мощности грунтового потока начальная и под влиянием откачки в произвольной точке пласта,

$i$  – уклон водоупора.

Это уравнение справедливо при  $i \leq 0,2$  и  $S \leq 0,5h_e$ .

Для скважины, работающей с постоянным расходом в неограниченном в плане пласте на наклонном водоупоре, уравнение (15.14) имеет следующее решение

$$S = h_e - \sqrt{h_e^2 - \frac{Q_0}{2\pi k} \exp\left(-\frac{r}{\beta} \cos \Theta\right) \cdot W\left(\frac{r^2}{4at}; \frac{r}{\beta}\right)}, \quad (15.16)$$

где  $\Theta$  - угол между расчетным направлением и осью потока (рис. 15.2),

$W\left(\frac{r^2}{4at}, \frac{r}{\beta}\right)$  - функция перетекания (рис. 11.3), значения которой табулированы.

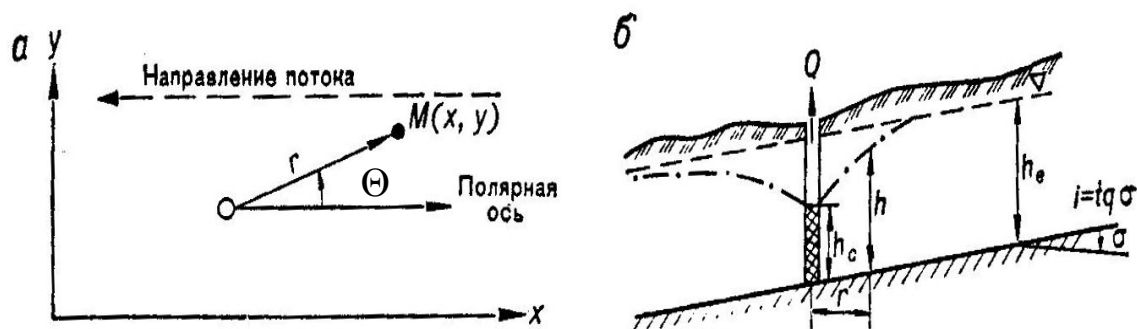


Рис. 15.2. Схема к расчету скважины в грунтовом потоке при наклонном водоупоре (а – план, б – разрез)

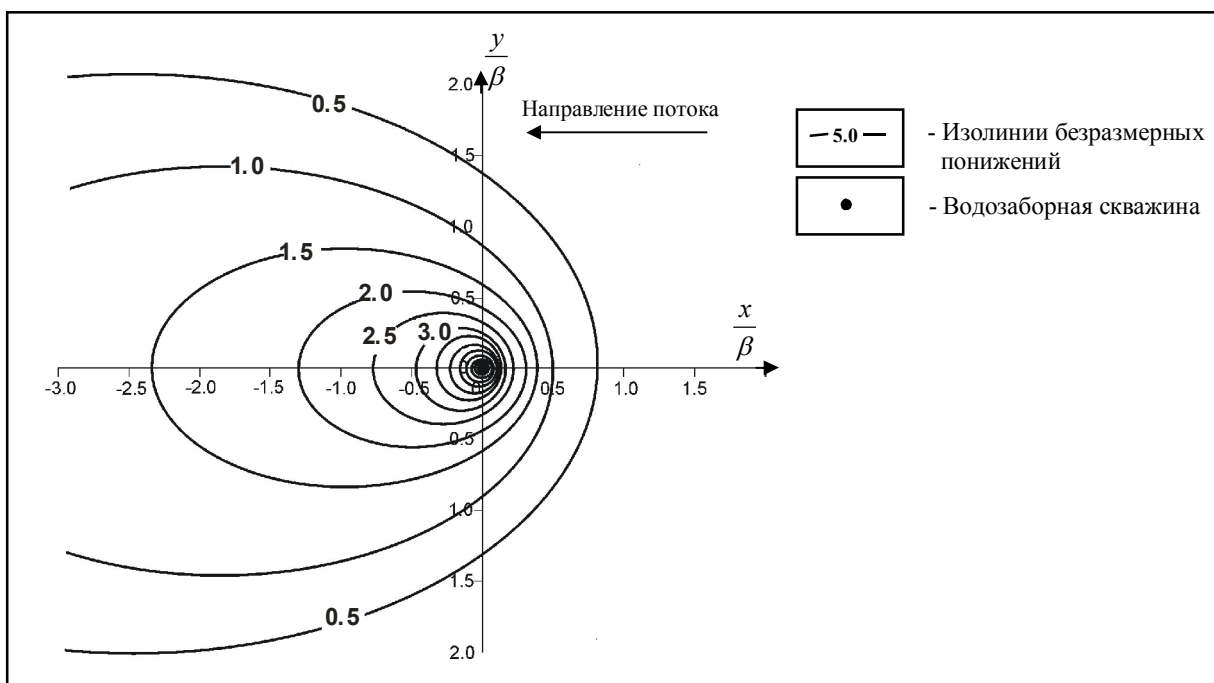


Рис.15.3. Схема воронки депрессии в грунтовом потоке на наклонном водоупоре в безразмерных координатах

Со временем понижение в безнапорном потоке на наклонном водоупоре становится в значительной степени отличающимся от понижения в условиях бассейна подземных вод и постепенно в районе центральной скважины движение практически стабилизируется. С точностью до 10% можно принять, что стационарный режим фильтрации наступает в окрестностях водозаборной скважины после достижения времени  $t_c$  при условии  $\frac{r}{\beta} \leq 0,3$ :

$$t_c \geq 2,5 \frac{\beta^2}{a} \quad (15.17)$$

При этих ограничениях уравнение притока к скважине в грунтовом потоке имеет вид

$$S = h_e - \sqrt{h_e^2 - \frac{Q_0}{\pi k} \exp\left(-\frac{r}{\beta} \cos \Theta\right) \cdot K_0\left(\frac{r}{\beta}\right)} \quad (15.18)$$

для центральной скважины

$$S_0 = h_e - \sqrt{h_e^2 - \frac{Q_0}{\pi k} \ln \frac{1.12\beta}{r_0}} \quad (15.19)$$

Воронка депрессии в потоке грунтовых вод имеет асимметричную форму и вытянута в направлении вниз по потоку (рис.15.3). На одних и тех же расстояниях от центральной скважины минимальные понижения отмечаются вверх

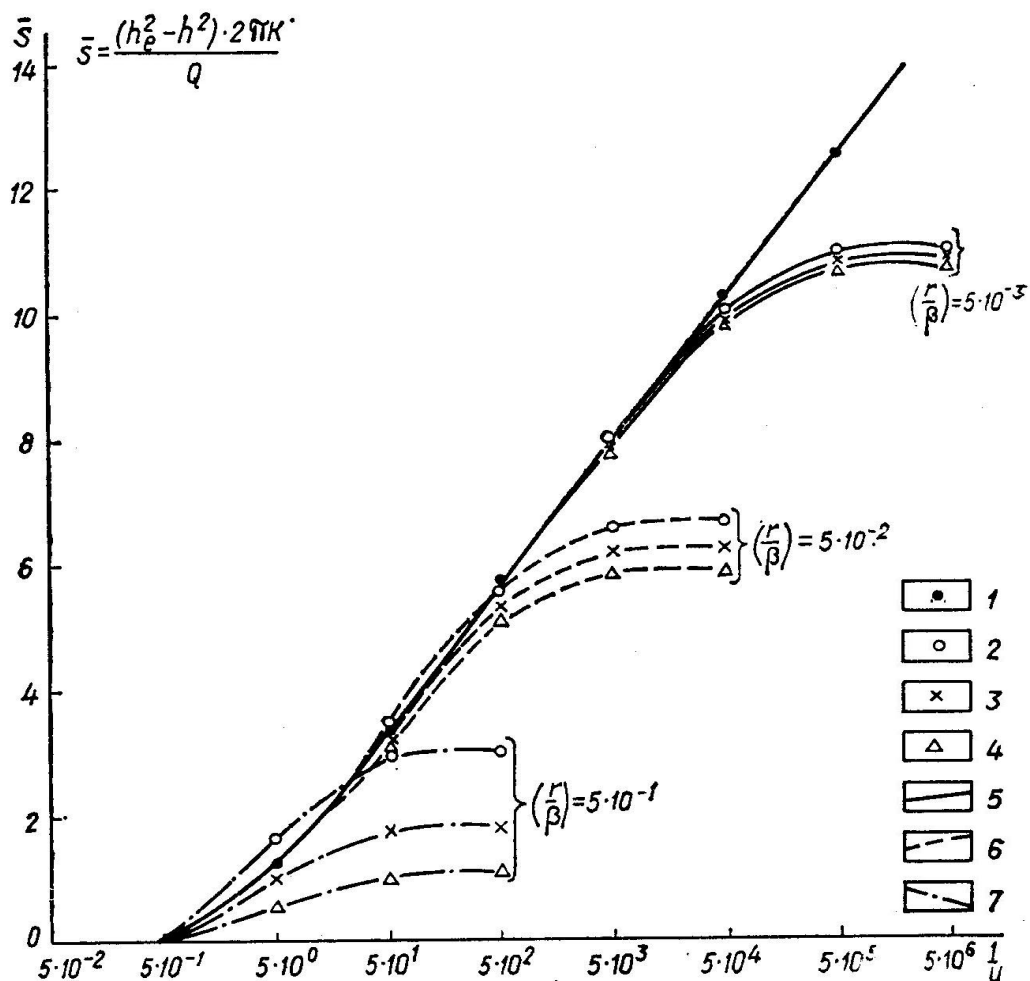


Рис. 15.4. Графики безразмерного понижения уровня в безнапорном потоке на наклонном водоупоре

1 — на горизонтальном водоупоре; 2 — вниз по потоку; 3 — вкrest потока; 4 — вверх по потоку; 5 —  $r = 10$  м; 6 —  $r = 100$  м; 7 —  $r = 1000$  м по потоку, максимальные — вниз. В направлении нормальном потоку понижения уровня соответствуют понижениям в бассейне подземных вод в условиях перетекания.

Безразмерные понижения уровня во времени для разных значений  $\frac{r}{\beta}$  сопоставлены с решением Тейса для условий бассейна подземных вод на рис. 15.4.

С увеличением уклона водоупора (потока) и уменьшением мощности пласта отклонения от решения Тейса возрастают в сторону уменьшения понижения.

Максимальные отклонения отмечаются вверх по потоку, минимальные – вниз. Вниз по потоку радиус депрессии максимальный.

### Вопросы к лекции №15

1. Какой гидродинамической структуре отвечает естественный поток подземных вод на рис. 15.1?
2. Какой гидродинамической структуре потока отвечает функция  $S(r, t)$ ?
3. Каким формально математическим методом получена гидродинамическая структура нарушенного откачкой потока подземных вод на рис. 15.1?
4. Какую гидродинамическую роль играет НЛТ в потоке подземных вод, нарушенном откачкой из скважины?
5. Как изменится ширина области захвата  $B$  при а) увеличении водоотбора из скважины в 2 раза, б) увеличении уклона естественного потока в 2 раза?
6. За счет какого фактора в безнапорных потоках наступает стационарный режим при откачке из скважины? Почему стационарный режим не наступает в напорном потоке?
7. Какой вид имеет депрессионная воронка в потоке грунтовых вод?
8. Какой математической модели формально аналогично решение для центральной скважины в безнапорном потоке?
9. Какие ограничения следует соблюдать при использовании формулы (15.18)?