Лекция №1. Введение
Гидравлика как предмет
Методы исследования
Жидкость как объект изучения гидравлики
Основные свойства жидкости

Лекция №2. Гидростатика
1.Силы, действующие в жидкости
1.1 Массовые силы
1.2 Поверхностные силы
1.2.1 Силы поверхностного натяжения
1.3Силы давления
1.3.1Свойства гидростатического давления
2. Основное уравнение гидростатики
3. Приборы для измерения давления

Лекция №3. Дифференциальные уравнения равновесия покоящейся жидкости
Частные случаи интегрирования уравнений Эйлера
Покой жидкости под действием силы тяжести
Физический смысл основного закона гидростатики
Прямолинейное равноускоренное движение сосуда с жидкостью
Покой при равномерном вращении сосуда с жидкостью

Лекция №4. Давление жидкости на окружающие её стенки
Сила давления жидкости на плоскую стенку
Центр давления
Сила давления жидкости на криволинейную стенку
Круглая труба под действием гидростатического давления
Гидростатический парадокс
Основы теории плавания тел

Лекция №5. Гидродинамика
1.Виды движения (течения) жидкости
2.Типы потоков жидкости
3. Гидравлические характеристики потока жидкости
4. Струйная модель потока
5.Уравнения неразрывности

Лекция №6. Уравнение Бернулли
1. Уравнение Бернулли для струйки идеальной жидкости
2. Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли
3. Энергетическая интерпретация уравнения Бернулли
4. Уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости
5. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

Лекция 7. Режимы течения жидкостей
Два режима течения жидкости
Физический смысл числа Рейнольдса
Основные особенности турбулентного режима движения
Возникновение турбулентного течения жидкости
Возникновение ламинарного режима

Лекция 8. Гидравлические сопротивления в потоках жидкости

Лекция 9. Гидравлический расчет трубопроводов
Простые трубопроводы постоянного сечения
Последовательное соединение трубопроводов
Параллельное соединение трубопроводов
Разветвлённые трубопроводы
Трубопроводы с насосной подачей жидкости

Лекция №10. Истечение жидкости из отверстий и насадков
Сжатие струи
Истечение через малое отверстие в тонкой стенке
Истечение через насадки

Лекция 11. Гидравлический удар в трубопроводах
Скорость распространения гидравлической ударной волны в трубопроводе
Ударное давление
Протекание гидравлического удара во времени
Разновидности гидроудара

Лекция 12. Динамические насосы

Лекция 13. Основное уравнение центробежных насосов (Уравнение Эйлера)

Лекция 14. Критерии подобия

Лекция №15 Объемные гидромашины
1. Поршневые насосы
2. Роторные гидромашины
3. Крыльчатые насосы
4. Основные сведения о гидропередачах
5. Гидромуфта
6. Гидротрансформатор

Лекция №16 Объемные гидроприводы

1. Основные сведения о гидроприводе
2. Принцип действия и характеристики
3. Гидроцилиндры
4. Гидрораспределители
5. Клапаны

Лекция №1 Введение

1. **Гидравлика как предмет**
2. **Методы исследования**
3. **Жидкость как объект изучения гидравлики**
4. **Основные свойства жидкости**

1. Гидравлтка как предмет

История развития теорий и вопросов, связанных с движением жидкости, в частности воды, берет свое начало в глубокой древности. Еще древние вавилоняне, египтяне и индусы считали воду началом всех начал и затрачивали огромные усилия, чтобы получить воду. Построенные в до античный период водопроводы в Древних Афинах и Риме, каналы в долинах Нила, Тигра и Евфрата, плотины в Индии до сих пор выглядят грандиозно. Но эти сооружения, видимо, строились на основе опыта, передававшегося из поколения в поколение, и гидравлика являлась ремеслом без каких-либо научных обобщений.

Одним из первых научных трудов по гидравлике считается трактат Архимеда «О плавающих телах» (287—212 гг. до н. э.), в котором был впервые сформулирован гидравлический закон о равновесии тела, погруженного в жидкость.

Гидравлика (греч. hydor — вода и aulos — труба) — отрасль гидромеханики, которая изучает законы покоя и движения жидкостей и разрабатывает методы применения этих законов в практической деятельности. Первоначально название «гидравлика» обозначало движение воды по трубам. Наиболее существенные области приложения законов гидравлики — водоснабжение и канализация, осушение и орошение земель, а также проектирование гидравлических турбин, насосов, гидроприводов, водяного отопления, гидромеханизация и т. д. Почти во всех областях техники применяются гидравлические устройства, основанные на использовании законов гидравлики.

2. Методы исследования

При решении практических вопросов гидравлика оперирует всеми известными методами исследований: методом анализа бесконечно малых величин, методом средних величин, методом анализа размерностей, методом аналогий, экспериментальным методом.

<u>Метод анализа бесконечно малых величин</u> - наиболее удобный из всех методов для количественного описания процессов равновесия и движения жидкостей и газов. Этот метод наиболее эффективен в тех случаях, когда приходится рассматривать движение объектов на атомно-молекулярном уровне, т.е. в тех случаях, когда для вывода уравнений движения приходится рассматривать жидкость (или газ) с молекулярно-кинетической теории строения вещества. Основной недостаток метода - довольно высокий уровень абстракции, что требует от читателя обширных знаний в области теоретической физики и умение пользоваться различными методами математического анализа, включая векторный анализ.

<u>Метод средних величин</u> - является более доступным методом, поскольку его основные положения базируется на простых (близких к обыденным) представлениях о строении вещества. При этом выводы основных уравнений в большинстве случаев не требуют знаний молекулярно-кинетической теории, а результаты, полученные при исследованиях, этим методом не противоречат «здравому смыслу» и кажутся обоснованными. Недостаток этого метода исследований связан с необходимостью иметь некоторые априорные представления о предмете исследований.

<u>Метод анализа размерностей</u> может рассматриваться в качестве одного из дополнительных методов исследований и предполагает всестороннее знания изучаемых физических процессов.

<u>Методом аналогий</u> - используется в тех случаях, кода имеются в наличии детально изученные процессы, относящиеся к тому же типу взаимодействия вещества, что и изучаемый процесс.

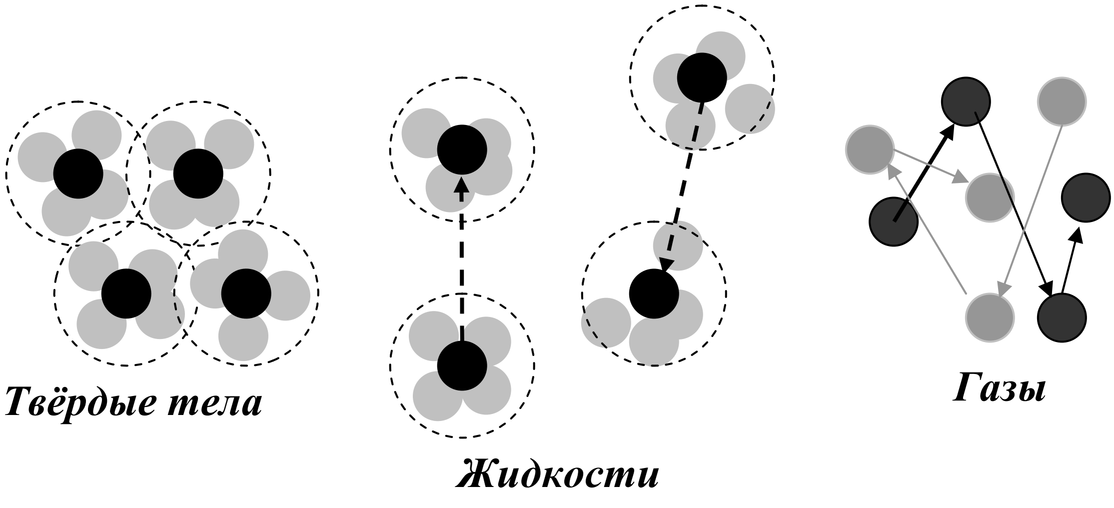
<u>Экспериментальный метод</u> - является основным методом изучения, если другие методы по каким- либо причинам не могут быть применены. Этот метод также часто используется как критерий для подтверждения правильности результатов полученных другими методами.

В конечном счёте, метод изучения движения жидкости, а также уровень изучения (макро или микро) выбирается из условий практической постановки задач и соотношения характерных размеров.

3. Жидкость как объект изучения гидравлики

Передачу энергии в гидравлических системах обеспечивают рабочие жидкости, поэтому чтобы эффективно их применять, надо знать какими свойствами они обладают.

Жидкости, как и все вещества, имеют молекулярное строение. Они занимают промежуточное положение между газами и твердыми телами. Это определяется величинами межмолекулярных сил и характером движений составляющих их молекул. В газах расстояния между молекулами больше, а силы межмолекулярного взаимодействия меньше, чем в жидкостях и твердых телах, поэтому газы отличаются от жидкостей и твердых тел большей



Твёрдые тела

Газы

Жидкости

сжимаемостью. По сравнению с газами жидкости и твердые тела малосжимаемы.

Молекулы жидкости находятся в непрерывном хаотическом тепловом движении, отличающемся от хаотического теплового движения газов и твердых тел. В жидкостях это движение осуществляется в виде колебаний (10^{13} колебаний в секунду) относительно мгновенных центров и скачкообразных переходов от одного центра к другому. Тепловое движение молекул твердых тел состоит в колебаниях относительно стабильных центров. Тепловое движение молекул газа выглядит, как непрерывные скачкообразные перемены мест.

При этом надо заметить, что изменение температуры и давления приводят к изменениям свойств жидкостей. Установлено, что при повышении температуры и уменьшении давления свойства жидкостей приближаются к свойствам газов, а при понижении температуры и увеличении давления – к свойствам твердых тел.

Термин «жидкость» применяется для обозначения и собственно жидкости, которую рассматривают как несжимаемую или мало сжимаемую среду, и газа, который можно рассматривать как «сжимаемую жидкость».

Гипотеза сплошности

Рассматривать и математически описывать жидкость как совокупность огромного количества отдельных частиц, находящихся в постоянном непрогнозируемом движении, на современном уровне науки не представляется возможным. По этой причине жидкость рассматривается как некая сплошная деформируемая среда, имеющая возможность непрерывно заполнять пространство, в котором она заключена. **Другими словами, под жидкостями понимают все тела, для которых характерно свойство *текучести*, основанное на явлении диффузии**. Текучестью можно назвать способность тела как угодно сильно менять свой объём под действием сколь угодно малых сил. Таким образом, в гидравлике жидкость понимают как абстрактную среду – ***континуум***, который является основой гипотезы сплошности. Континуум считается непрерывной средой без пустот и промежутков, свойства которой одинаковы во всех направлениях. Это означает, что все характеристики жидкости являются непрерывными функциями и все частные производные по всем переменным также непрерывны.

По-другому такие тела (среды) называют ***капельными*** жидкостями. Капельные жидкости - это такие, которые в малых количествах стремятся принять шарообразную форму, а в больших образуют свободную поверхность.

Очень часто в математических описаниях гидравлических закономерностей используются понятия «***частица жидкости***» или «***элементарный объём жидкости***». К ним можно относиться как к бесконечно малому объёму, в котором находится достаточно много молекул жидкости. Например, если рассмотреть кубик воды со сторонами размером ***0,001 см***, то в объеме будет находиться ***3,3·10¹³*** молекул. Частица жидкости полагается достаточно малой по сравнению с размерами области, занятой движущейся или покоящейся жидкостью.

Сплошная среда представляет собой модель, которая успешно используется при исследовании закономерностей покоя и движения жидкости. Правомерность применения такой модели жидкости подтверждена всей практикой гидравлики.

Изучение реальных жидкостей и газов связано со значительными трудностями, т.к. физические свойства реальных жидкостей зависят от их состава, от различных компонентов, которые могут образовывать с жидкостью различные смеси как гомогенные (растворы) так и гетерогенные (эмульсии, суспензии и др.) По этой причине для вывода основных уравнений движения жидкости приходится пользоваться некоторыми абстрактными моделями жидкостей и газов, которые наделяются свойствами неприсущими природным жидкостям и газам.

<u>Идеальная жидкость</u> - модель природной жидкости, характеризующаяся изотропностью всех физических свойств и, кроме того, характеризуется абсолютной несжимаемостью, абсолютной текучестью (отсутствие сил внутреннего трения), отсутствием процессов теплопроводности и теплопереноса.

<u>Реальная жидкость</u> - модель природной жидкости, характеризующаяся изотропностью всех физических свойств, но в отличие от идеальной модели, обладает внутренним трением при движении.

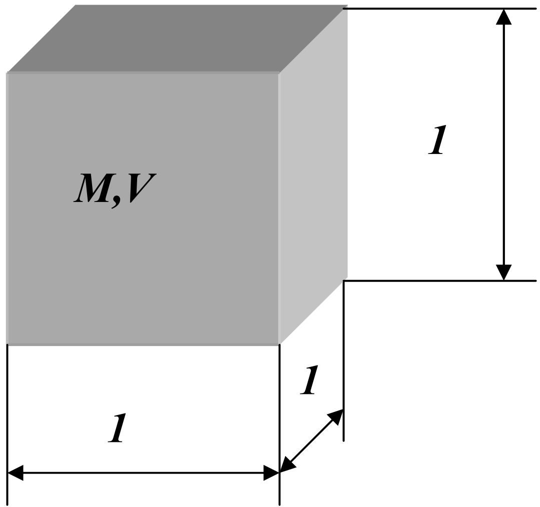
<u>Идеальный газ</u> - модель, характеризующаяся изотропностью всех физических свойств и абсолютной сжимаемостью.

<u>Реальный газ</u> - модель, при которой на сжимаемость газа при условиях близких к нормальным условиям существенно влияют силы взаимодействия между молекулами.

4. Основные свойства жидкости

Плотность

Плотность жидкости ρ, так же как любых других тел, представляет собой массу единицы объёма, и для бесконечно малого объёма жидкости ***dV*** массой ***dM*** может быть определена по формуле:



$$\rho = \frac{dM}{dV}.$$

Для однородных жидкостей можно считать, что

$$\rho = \frac{M}{V},$$

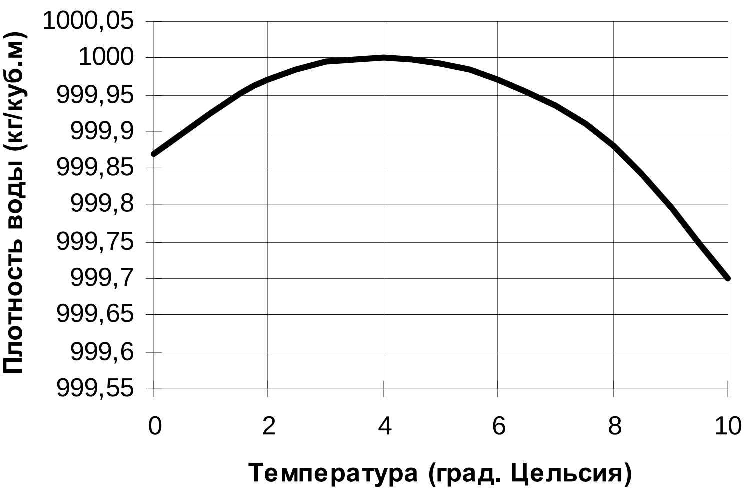
где M – масса жидкости,

V – объём жидкости.

Единицы измерения:

[кг/м³], [кг/дм³], [кг/л], [г/см³].

Плотность жидкости зависит от температуры и давления. Все жидкости, кроме воды, характеризуются уменьшением плотности с ростом температуры. Плотность воды имеет максимум при $t = 4\ ^oC$ и уменьшается при любых других температурах. В этом проявляется одно из аномальных свойств воды. Температура, при которой плотность воды максимальная, с увеличением давления уменьшается. Так, при давлении ***14 МПа*** вода имеет максимальную плотность при ***0,6 °C***.

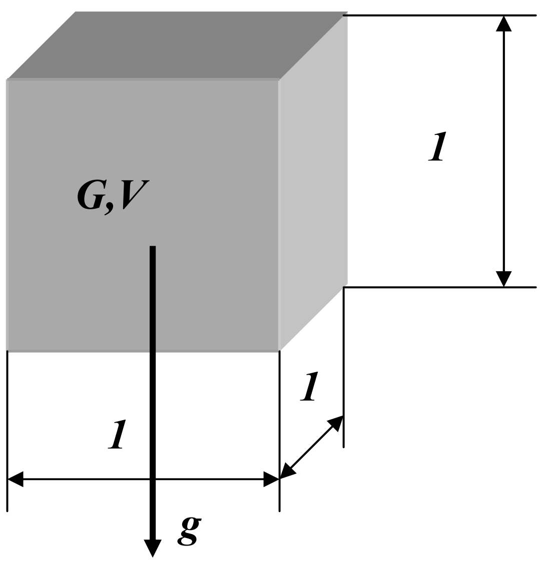


Плотность пресной воды равна ***1000 кг/м³***, солёной морской воды - ***1020 ÷ 1030***, нефти и нефтепродуктов – ***650 ÷ 900 кг/м³***, ртути – ***13596 кг/м³***.

При изменении давления плотность жидкостей изменяется незначительно. В большинстве случаев плотность жидкости в расчётах можно принимать постоянной. Однако встречаются случаи, когда изменением плотности пренебрегать нельзя, т.к. это может привести к значительным ошибкам.

Удельный вес

Удельным весом жидкости γ - называется вес единицы её объёма. Эта величина выражается формулой для бесконечно малого объёма жидкости dV с весом dG:



$$\gamma = \frac{dG}{dV} = \frac{gdM}{dV}.$$

Для однородных жидкостей можно считать:

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{Mg}{V},$$

где G – вес жидкости.

Удельный вес жидкости и плотность связаны соотношением:

$$\gamma = \rho g\,,$$

где g – ускорение свободного падения.

Единицы измерения: ***[Н/м³]***, ***[Н/дм³]***, ***[Н/л]***, ***[Н/см³]***, ***1Н=1кг•м/с²***.

Значение ускорения свободного падения g на земле изменяется от ***9,831 м/с²*** на полюсах до ***9,781 м/с²*** на экваторе.

Относительный удельный вес

Иногда удобно использовать такую характеристику жидкости, которая называется «относительный удельный вес». Это отношение удельного веса жидкости к удельному весу пресной воды

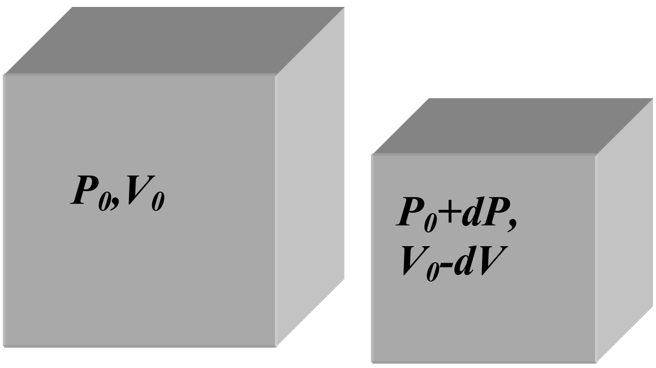
$$\delta_{ж} = \frac{\gamma_{ж}}{\gamma_{воды}}.$$

Единицы измерения: Относительный удельный вес - величина безразмерная.

Сжимаемость жидкости

Сжимаемость жидкости это свойство жидкостей изменять свой объём при изменении давления.

Сжимаемость характеризуется ***коэффициентом объёмного сжатия*** (сжимаемости) β_P, представляющим собой относительное изменение объёма жидкости V при изменении давления P на единицу.



$$\beta_P = -\frac{1}{V_0}\frac{dV}{dp}.$$

Знак минус в формуле указывает, что при увеличении давления объём жидкости уменьшается.

Единицы измерения: $Па^{-1}$ (Паскаль. 1Па=1Н/м²).

$$\beta_P = \frac{\frac{M}{d\rho}}{\frac{M}{\rho}}\frac{1}{dP} = \frac{d\rho}{\rho}\frac{1}{dP}.$$

Отсутствие знака минус в этом выражении означает, что увеличение давления приводит к увеличению плотности.

$$\beta_P = \frac{(V_1 - V_2)}{(P_2 - P_1)V_1}$$

Величина, обратная коэффициенту сжимаемости, или, по-другому, коэффициенту объёмного сжатия β_P, обозначается

$$E_ж = \frac{1}{\beta_P},$$

и называется объёмным модулем упругости жидкости.

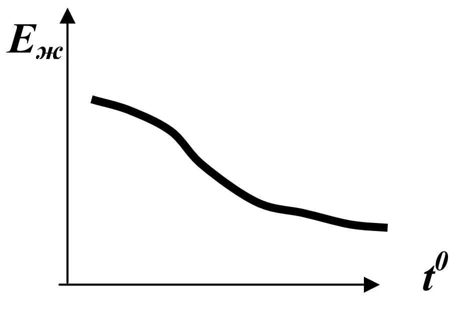
Тогда предыдущая формула примет вид

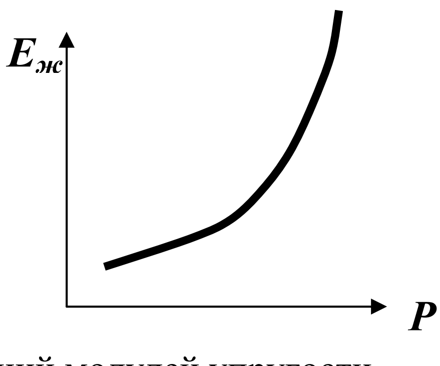
$$E_ж = \rho \frac{dP}{d\rho}.$$

Это выражение называется законом Гука для жидкости.

Единицы измерения: ***[Па], [МПа], [кГс/ см²]***.

Модуль упругости $\boldsymbol{E_{ж}}$ зависит от температуры и давления. Поэтому различают два модуля упругости: адиабатический и изотермический. Первый имеет место при быстротекущих процессах без теплообмена. Процессы, происходящие в большинстве гидросистем, происходят с теплообменом, поэтому чаще используется изотермический модуль упругости. Примерная форма зависимостей $\boldsymbol{E_{ж}}$ от $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{t^0}$ представлена на графиках. Всё это говорит о том, что жидкости не вполне точно следуют закону Гука.





Приведём несколько примеров значений модулей упругости.

Минеральные масла, используемые в технологических машинах с гидравлическим приводом, при $\boldsymbol{t^0 = 20\ ^oC}$ имеют объёмные модули упругости $\boldsymbol{1{,}35 \cdot 10^3 \div 1{,}75 \cdot 10^3}$ ***МПа*** (меньшее значение относится к более легкому маслу), бензин и керосин – приблизительно $\boldsymbol{1{,}3 \cdot 10^3}$ ***МПа***, глицерин - $\boldsymbol{4{,}4 \cdot 10^3}$ ***МПа***, ртуть – в среднем $\boldsymbol{3{,}2 \cdot 10^3}$ ***МПа***.

В практике эксплуатации гидравлических систем имеются случаи, когда вследствие действия того или иного возмущения в жидкости может значительно изменяться давление. В таких случаях пренебрежение сжимаемостью приводит к существенным погрешностям.

Температурное расширение жидкости

Температурное расширение жидкости состоит в том, что она может изменять свой объем при изменении температуры. Это свойство характеризуется т***емпературным коэффициентом объемного расширения***, представляющим относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на единицу (на 1°C) и при постоянном давлении:

$$\beta_t = \frac{1}{V}\frac{dV}{dt}.$$

$$\beta_t = \frac{(V_2 - V_1)}{(T_2 - T_1)V_1}$$

По аналогии со свойством сжимаемости жидкости можно записать

$$V = V_0 (1 + \beta_t dt).$$

или через плотность

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta_t dt}.$$

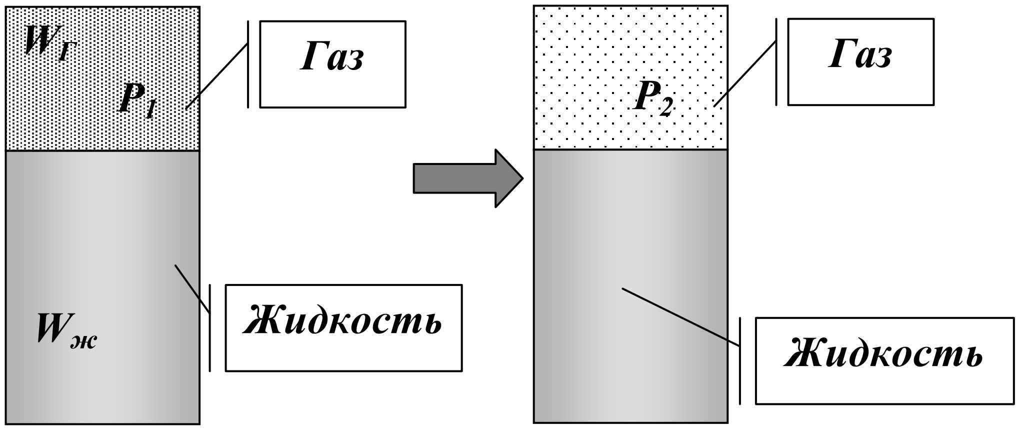
Изменение объёма при изменении температуры происходит за счёт изменения плотности.

Для большинства жидкостей коэффициент $\boldsymbol{\beta_t}$ с увеличением давления уменьшается. Коэффициент $\boldsymbol{\beta_t}$ с уменьшением плотности нефтепродуктов от ***920*** до ***700 кг/м³*** увеличивается от ***0,0006*** до ***0,0008***; для рабочих жидкостей гидросистем $\boldsymbol{\beta_t}$ обычно принимают не зависящим от температуры. Для этих жидкостей увеличение давления от атмосферного до ***60 МПа*** приводит к росту $\boldsymbol{\beta_t}$ примерно на ***10 – 20 %***. При этом, чем выше температура рабочей жидкости, тем больше увеличение $\boldsymbol{\beta_t}$. Для воды с увеличением давления при температуре до ***50 °C*** $\boldsymbol{\beta_t}$ растёт, а при температуре выше ***50 °C*** уменьшается.

Растворение газов

Растворение газов - способность жидкости поглощать (растворять) газы, находящиеся в соприкосновении с ней. Все жидкости в той или иной степени поглощают и растворяют газы. Это свойство характеризуется ***коэффициентом растворимости*** $\boldsymbol{k_p}$.

Если в закрытом сосуде жидкость находится в контакте с газом при давлении P_1, то газ начнёт растворяться в жидкости. Через какое-то время



произойдёт насыщение жидкости газом и давление в сосуде изменится. Коэффициент растворимости связывает изменение давления в сосуде с объёмом растворённого газа и объёмом жидкости следующим соотношением

$$\frac{V_Г}{V_Ж} = K_P \frac{p_2}{p_1};$$

где $V_Г$ – объём растворённого газа при нормальных условиях,

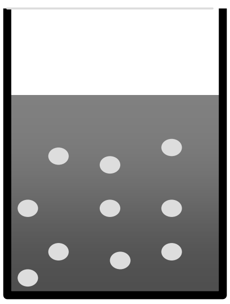
$V_ж$ – объём жидкости,

P_1 и P_2 – начальное и конечное давление газа.

Коэффициент растворимости зависит от типа жидкости, газа и температуры.

При температуре ***20 ºС*** и атмосферном давлении в воде содержится около ***1,6%*** растворенного воздуха по объему ($k_p = 0{,}016$). С увеличением температуры от ***0*** до ***30 ºС*** коэффициент растворимости воздуха в воде уменьшается. Коэффициент растворимости воздуха в маслах при температуре ***20 ºС*** равен примерно ***0,08 – 0,1***. Кислород отличается более высокой растворимостью, чем воздух, поэтому содержание кислорода в воздухе, растворенном в жидкости, примерно на ***50%*** выше, чем в атмосферном. При уменьшении давления газ из жидкости выделяется. Процесс выделения газа протекает интенсивнее, чем растворение.

Кипение



Кипение – способность жидкости переходить в газообразное состояние. Иначе это свойство жидкостей называют ***испаряемостью***.

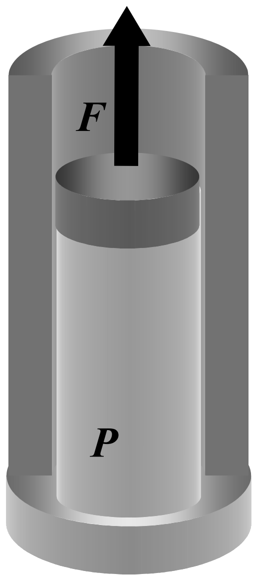
Жидкость можно довести до кипения повышением температуры до значений, больших температуры кипения при данном давлении, или понижением давления до значений, меньших давления насыщенных паров $\boldsymbol{p_{нп}}$ жидкости при данной температуре. Образование пузырьков при понижении давления до давления насыщенных паров называется холодным кипением.

Жидкость, из которой удален растворенный в ней газ, называется дегазированной. В такой жидкости, кипение не возникает и при температуре, большей температуры кипения при данном давлении.

Сопротивление растяжению жидкостей

Сопротивление растяжению жидкостей заключается в способности жидкости противостоять растягивающим силам.

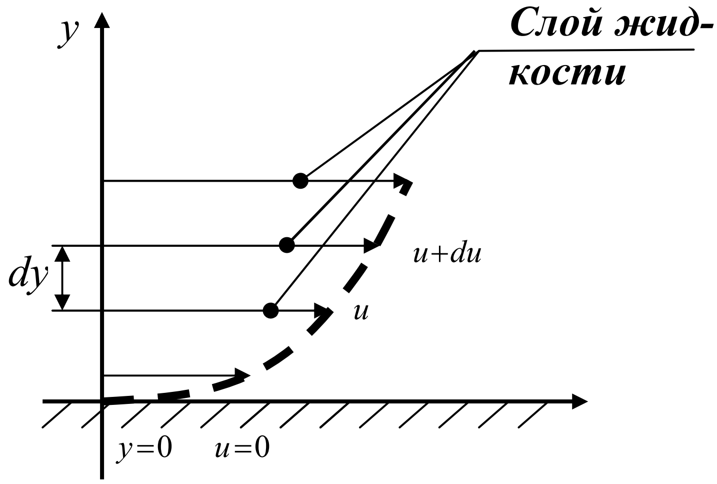
Сопротивление растяжению жидкостей может возникать только в дегазированных жидкостях. В опытах удавалось при центрифугировании дегазированной дистиллированной воды получить на очень короткое время напряжения растяжения в воде, доходившие приблизительно ***до 25 МПа***. Технические жидкости не сопротивляются растягивающим усилиям.



Газы могут находиться в жидкости в растворенном и нерастворенном виде. Присутствие в жидкости нерастворенного газа в виде пузырьков существенно уменьшает модуль упругости жидкости, причем это уменьшение не зависит от размеров пузырьков воздуха. Динамическая вязкость жидкости с увеличением содержания в ней воздуха растет. Содержание нерастворенного воздуха в рабочих жидкостях гидросистем машин и механизмов, так же как и в трубопроводах, подающих жидкость, может сильно повлиять на параметры работы трубопроводов и гидросистем.

Вязкость

Вязкость – свойство жидкости оказывать сопротивление относительному сдвигу ее слоев. Вязкость проявляется в том, что при относительном перемещении слоев жидкости на поверхностях их соприкосновения возникают силы сопротивления сдвигу, называемые силами внутреннего трения, или силами вязкости. Если рассмотреть то, как распределяются скорости различных слоёв жидкости по сечению потока, то можно легко заметить, что чем дальше от стенок потока, тем скорость движения частиц больше. У стенок потока скорость движения жидкости равна нулю. Иллюстрацией этого является рисунок, так называемой, струйной модели потока. На рисунке применены следующие обозначения:



u - скорость слоя жидкости,

dy - расстояние между соседними слоями жидкости.

Медленно движущийся слой жидкости «тормозит» соседний слой жидкости, движущийся быстрее, и наоборот, слой, движущийся с большей скоростью, увлекает (тянет) за собой слой, движущийся с меньшей скоростью. Силы внутреннего трения появляются вследствие наличия межмолекулярных связей между движущимися слоями.

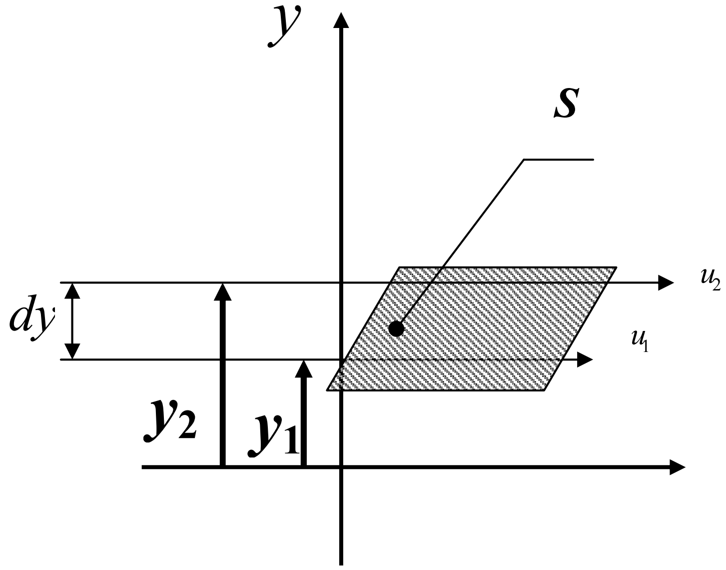
Если между соседними слоями жидкости выделить некоторую площадку ***S***, то согласно гипотезе Ньютона

$$F = \mu S \frac{du}{dy},$$

где ***T*** – силы вязкого трения;

S – площадь трения;

$\frac{du}{dy}$ – градиент скорости



μ – коэффициент вязкого трения.

Величина ***μ*** в этом выражении является ***динамическим коэффициентом вязкости,*** равным

$$\mu = \frac{F}{S} \frac{1}{\frac{du}{dy}}$$

или

$$\mu = \tau \frac{1}{\frac{du}{dy}};$$

где $\boldsymbol{\tau}$ – касательное напряжение в жидкости (зависит от рода жидкости).

Физический смысл коэффициента вязкого трения - число, равное силе трения, развивающейся на единичной поверхности при единичном градиенте скорости.

Единицы измерения: ***[Н·с/м²], [кГс·с/м²], [Пз]{Пуазейль}, 1Пз=0,1Н·с/м².***

На практике чаще используется ***кинематический коэффициент вязкости***, названный так потому, что в его размерности отсутствует обозначение силы. Этот коэффициент представляет собой отношение динамического коэффициента вязкости жидкости к её плотности

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

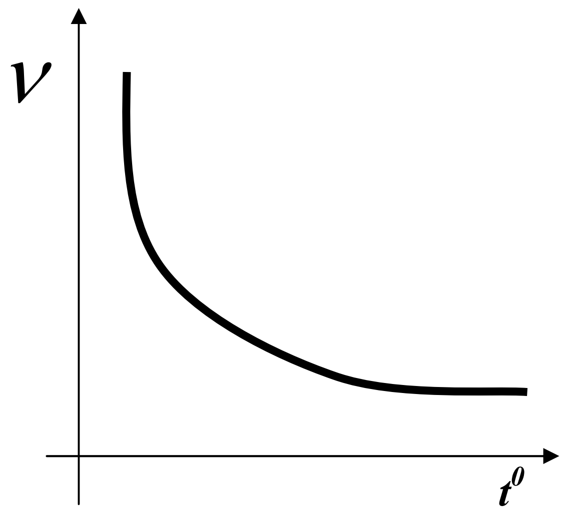
Единицы измерения: ***[м²/с], [см²/с], [Ст] {стокс}, [сСт] {сантистокс}, 1Ст=100сСт {1Ст=1 см²/с}.***

Анализ свойства вязкости

Для капельных жидкостей вязкость зависит от температуры $\boldsymbol{t}$ и давления $\boldsymbol{P}$, однако последняя зависимость проявляется только при больших изменениях давления, порядка ***нескольких десятков МПа***.

Зависимость коэффициента динамической вязкости от температуры выражается формулой вида:

$$\mu_t = \mu_0 e^{-k_t (T-T_0)};$$



где $\boldsymbol{\mu_t}$ – коэффициент динамической вязкости при заданной температуре,

$\boldsymbol{\mu_0}$ – коэффициент динамической вязкости при известной температуре (для минеральных масел при ***50 ⁰С***),

$\boldsymbol{T}$ – заданная температура,

$\boldsymbol{T_0}$ –температура, при которой измерено значение $\boldsymbol{\mu_0}$ (***50 ⁰С*** для минеральных масел),

$\boldsymbol{k_t}$ – коэффициент, для минеральных масел равный ***0,02-0,03,***

е – основание натурального логарифма равное ***2,718282***.

Зависимость относительного коэффициента динамической вязкости $\mu_P = \dfrac{\mu}{\mu_0}$ от давления описывается формулой

$$\mu_P = \mu_0 e^{k_P (P - P_0)};$$

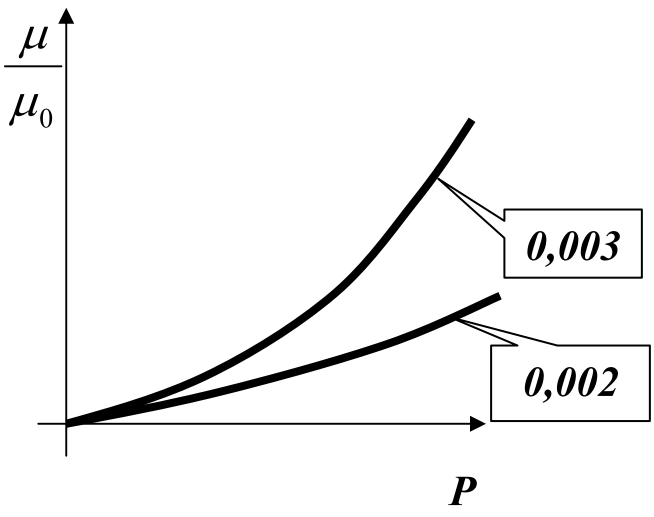
где $\boldsymbol{\mu_P}$ – коэффициент динамической вязкости при заданном давлении,

$\boldsymbol{\mu_0}$ – коэффициент динамической вязкости при известном давлении (чаще всего при нормальных условиях),

$\boldsymbol{P}$ – заданное давление,

$\boldsymbol{P_0}$ –давление, при которой измерено значение $\boldsymbol{\mu_0}$,

$\boldsymbol{k_P}$ – коэффициент, для минеральных масел равный ***0,002-0,003.***



Влияние давления на вязкость жидкости проявляется только при высоких давлениях.

Для примера приведём значения кинематического коэффициента вязкости $\boldsymbol{\nu}$ для некоторых жидкостей: масла индустриальные (по ГОСТ 20799-75) при температурах ***50 ^{0}С***: ***И-5А – 4-5 сСт, И-12А – 10-14 сСт, И-40А – 35-45 сСт;*** вода пресная при ***20 ^{0}С - 0,0101Ст***; ртуть при ***15^{0}С 0,0011- Ст***, сталь жидкая при ***1550 ^{0}С – 0,0037 Ст***.

Вязкость жидкости - это свойство, проявляющееся только при движении жидкости, и не влияющее на покоящиеся жидкости. Вязкое трение в жидкостях подчиняется закону трения, принципиально отличному от закона трения твёрдых тел, т.к. зависит от площади трения и скорости движения жидкости.

Жидкости, которые подчиняются описанному закону жидкостного трения Ньютона, называются ньютоновскими жидкостями. Однако есть жидкости, трение в которых описывается другими закономерностями.

Неньютоновские жидкости

Особенностью ньютоновских жидкостей является полное отсутствие трения покоя. Однако существуют жидкости (растворы полимеров, коллоидные суспензии, строительные растворы, пищевые и кормовые смеси и т. п.), для которых связь между касательным напряжением $\boldsymbol{\tau}$ и поперечным градиентом скорости не подчиняется закону Ньютона. Такие жидкости называются ***неньютоновскими*** или ***Бингемовские***, и отличаются от ньютоновских наличием касательного напряжения в состоянии покоя $\boldsymbol{\tau_0}$.

Например, касательные напряжения подчиняются закону

$$\tau = \tau_0 \pm \mu \frac{du}{dy}.$$

Такие жидкости называются вязкопластичными, и движение их слоёв начинается лишь после того, как будет преодолено ***напряжение сдвига покоя τ_0***.

Для других неньютоновских жидкостей динамическая вязкость может зависеть от градиента скорости, времени и т. д. Эта зависимость может иметь, например, следующий вид

$$\tau = \tau_0 \pm \mu \left(\frac{du}{dy} \right)^k ;$$

где $\boldsymbol{k}$ – коэффициент, который может зависеть от скорости, времени, температуры, давления и некоторых других факторов.

Лекция №2

ГИДРОСТАТИКА

Гидростатика — раздел механики жидкостей, в котором изучаются состояние равновесия жидкости, находящейся в относительном или абсолютном покое, действующие при этом силы, а также закономерности плавания тел без их перемещения.

При абсолютном покое жидкость неподвижна относительно земли и резервуара. При относительном покое отдельные частицы жидкости, оставаясь в покое относительно друг друга, перемещаются вместе с сосудом, в котором они находятся.

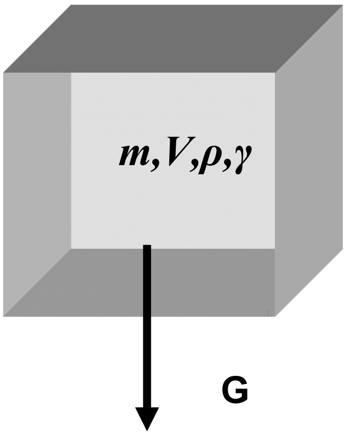
Основными задачами гидростатики являются определение давления в жидкости как функции координат

$$P = f_P(X, Y, Z),$$

а также определение сил, действующих со стороны жидкости на твёрдые стенки.

1. **Силы, действующие в жидкости**

1.1 Массовые силы



Массовые силы это силы, пропорциональные массе жидкости. В случае однородной жидкости эти силы пропорциональны объёму. Прежде всего, к ним относится ***вес*** жидкости

$$G = mg = V\rho g = V\gamma,$$

где $\boldsymbol{G}$ – вес жидкости,

$\boldsymbol{V}$ – объём жидкости,

$\boldsymbol{m}$ – масса жидкости,

$\boldsymbol{g}$ – ускорение свободного падения,

$\boldsymbol{\rho}$ – плотность жидкости,

$\boldsymbol{\gamma}$ – удельный вес жидкости.

Как известно, масса является мерой инертности тела. Это свойство присуще и жидкостям, поэтому к массовым силам относятся и ***силы инерции***:

$$F_{ин} = m\frac{dv}{dt} = \rho V\frac{dv}{dt} = ma;$$

где $\boldsymbol{F_{ин}}$ – инерционная сила,

v – скорость жидкости,

$\boldsymbol{t}$ – время движения,

$\boldsymbol{a}$ – ускорение движения.

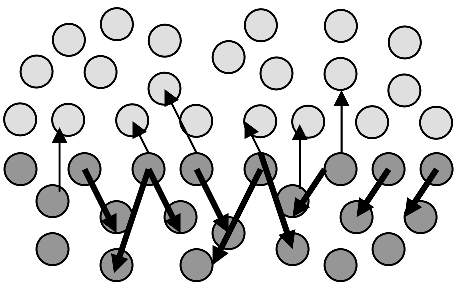
Силы инерции, действующие в жидкости, так же как и для твёрдого тела, могут проецироваться на оси.

1.2 Поверхностные силы

Поверхностные силы – силы, величины которых пропорциональны площади. К ним относят два вида сил. Силы ***поверхностного натяжения*** и силы ***вязкого трения***. Последние проявляются только при движении жидкости и не играют никакой роли, когда жидкость находится в покое. Эти силы, как свойство вязкости, были рассмотрены при изучении свойств жидкостей.

1.2.1 Силы поверхностного натяжения

Молекулы жидкости притягиваются друг к другу с определённой силой. Причём внутри жидкости силы, действующие на любую молекулу,



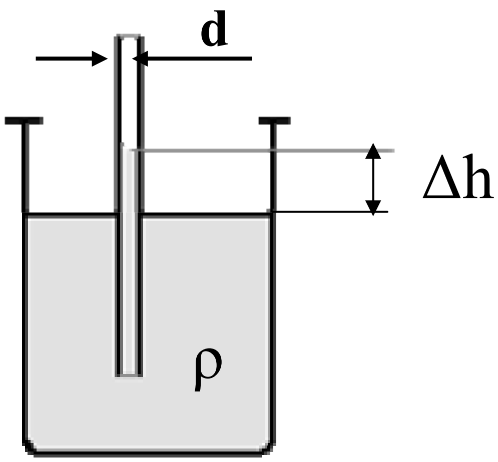
уравновешиваются, т.к. со всех сторон от неё находятся одинаковые молекулы, расположенные на одинаковом расстоянии. Однако молекулы жидкости, находящиеся на границе (с газом, твердым телом или на границе двух несмешивающихся жидкостей) оказываются в неуравновешенном состоянии т.к. со стороны другого вещества действует притяжение других молекул, расположенных на других расстояниях. Возникает преобладание какой-то силы. Под влиянием этого воздействия поверхность жидкости стремится принять форму, соответствующую наименьшей площади. Если силы внутри жидкости больше наружных сил, то поверхность жидкости стремится к сферической форме. Например, малые массы жидкости в воздухе стремятся к шарообразной форме, образуя капли. Может иметь место и обратное явление, которое наблюдается как явление ***капиллярности***. В трубах малого диаметра (капиллярах) наблюдается искривление свободной поверхности, граничащей с газом или с парами этой же жидкости. Если поверхность трубки смачивается, свободная поверхность жидкости в капилляре вогнутая. Если нет смачивания, свободная поверхность выпуклая, как при каплеобразовании. Во всех этих случаях силы поверхностного натяжения обусловливают дополнительные напряжения $\boldsymbol{p_{пов}}$ в жидкости. Величина этих напряжений определяется формулой

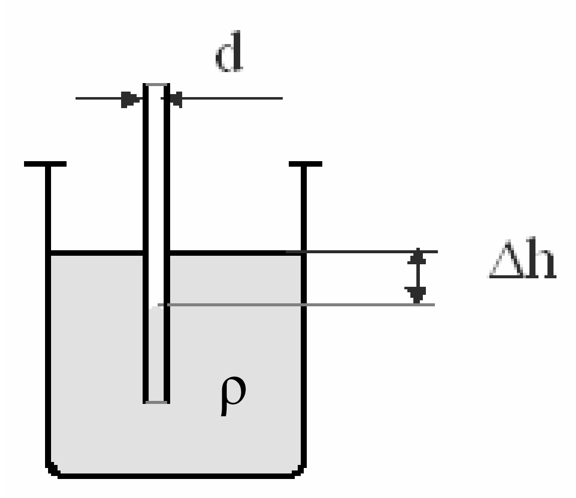
$$p_{пов} = \frac{2\sigma}{r}.$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ - коэффициент поверхностного натяжения,

r - радиус сферической поверхности, которую принимает жидкость.

Эти дополнительные напряжения легко наблюдать, если в сосуд с жидкостью





погрузить капилляр. В этом опыте возможны два варианта. В первом случае жидкость, за счёт поверхностных сил, поднимется по капилляру на некоторую высоту. Тогда говорят о ***капиллярном поднятии,*** и наблюдается явление ***смачивания.*** Во втором варианте жидкость опускается в капилляре ниже уровня жидкости в сосуде. Такое явление называют ***капиллярным опусканием***, которое происходит при ***несмачивании***.

В обоих случаях величина Δh пропорциональна дополнительному напряжению, вызванному в жидкости поверхностными силами. Она равна

$$\Delta h = \frac{4\sigma}{gd\rho};$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ - коэффициент поверхностного натяжения,

$\boldsymbol{d}$ – диаметр капилляра,

$\boldsymbol{k}$ – коэффициент пропорциональности, который выражается следующей формулой

$$k = \frac{4\sigma}{g\rho},$$

и зависит от жидкости. Например, при ***t = 20 ºC***, ***k*** спирта составляет ***11,5***, ртути –***10,15*** а воды - ***30***.

Поднятие воды в капиллярах почвы и грунтов является важным фактором в распространении воды. Высота капиллярного поднятия в грунтах изменяется от нуля (галечники) почти до 5 м (глины). При этом с увеличением минерализации воды высота капиллярного поднятия увеличивается.

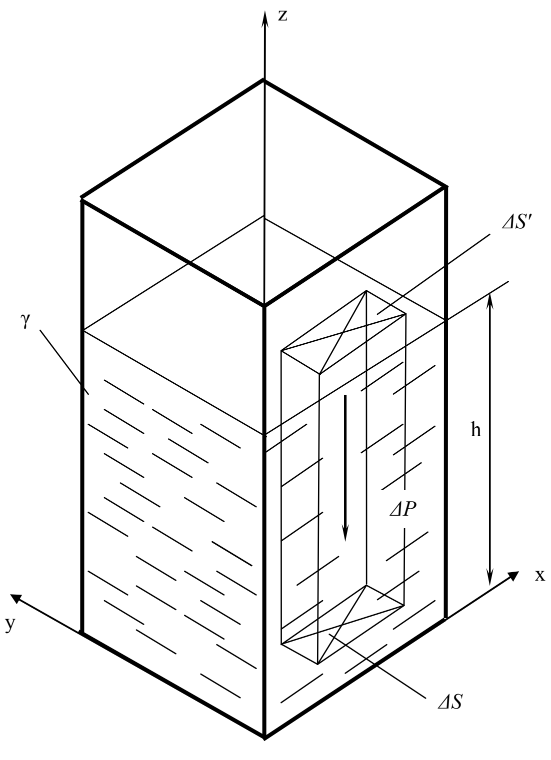
Поверхностное натяжение и капиллярные эффекты определяют закономерности движения жидкости в условиях невесомости.

К поверхностным силам относятся и силы давления, т.к. они действуют на поверхности жидкости.

1.3 Силы давления

Давление – напряжение, возникающее в жидкости под действием сжимающих сил.

Рассмотрим объем жидкости, находящейся в равновесии (рис.).



Выделим внутри этой жидкости на глубине h горизонтальную элементарную площадку ΔS, параллельную свободной поверхности жидкости.(Свободной называют поверхность находящуюся на границе раздела жидкости и газа.) Спроектировав эту площадку на свободную поверхность жидкости, получим вертикальный параллелепипед, у которого нижнее основание — площадка *ΔS,* а верхнее — ее проекция *ΔS',* при этом *ΔS* = *ΔS'.* На площадку *ΔS* действует сила гидростатического давления *ΔP,* равная произведению массы выделенного столба (параллелепипеда) жидкости на ускорение свободного падения:

$$\Delta P = \rho g V = \rho g \Delta S h$$

Отношение силы *ΔP к* площадке *ΔS,* на которую она действует, представляет собой силу, действующую на единицу площади и называется *средним гидростатическим давлением* или средним напряжением гидростатического давления по площади *ΔS:*

$$p_{ср} = \Delta P / \Delta S$$

Истинное давление Р в различных точках этой площадки *ΔS* может быть различным; Р*ср* будет тем меньше отличаться от действительного в точке, чем меньше будет площадь *ΔS.* Таким образом, если размер площадки *ΔS* уменьшать, приближать к нулю, то отношение *ΔP /ΔS* будет стремиться к некоторому пределу, выражающему истинное гидростатическое давление в точке:

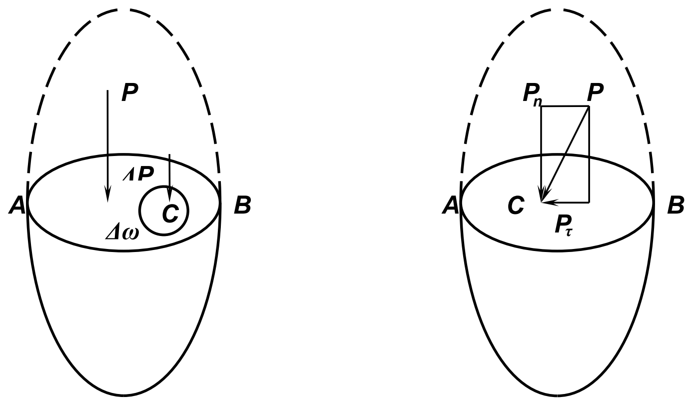
$$p = \lim_{\Delta S \to 0} (\Delta P / \Delta S)$$

Гидростатическое давление Р (Па) измеряют в единицах силы, деленных на единицу площади, оно характеризуется тремя основными свойствами. Если давление отсчитывается от нуля, оно называется ***абсолютным*** и обозначается $P_{абс}$, если от атмосферного, – ***избыточным*** и обозначается $P_{изб}$. ***Атмосферное*** давление обозначается $P_{атм}$.

Кроме того, различают давление ***гидродинамическое*** и ***гидростатическое***. Гидродинамическое давление возникает в движущейся жидкости. Гидростатическое давление – давление в покоящейся жидкости.

1.3.1Свойства гидростатического давления

Первое свойство. *Гидростатическое давление направлено всегда по внутренней нормали к поверхности, на которую оно действует.*

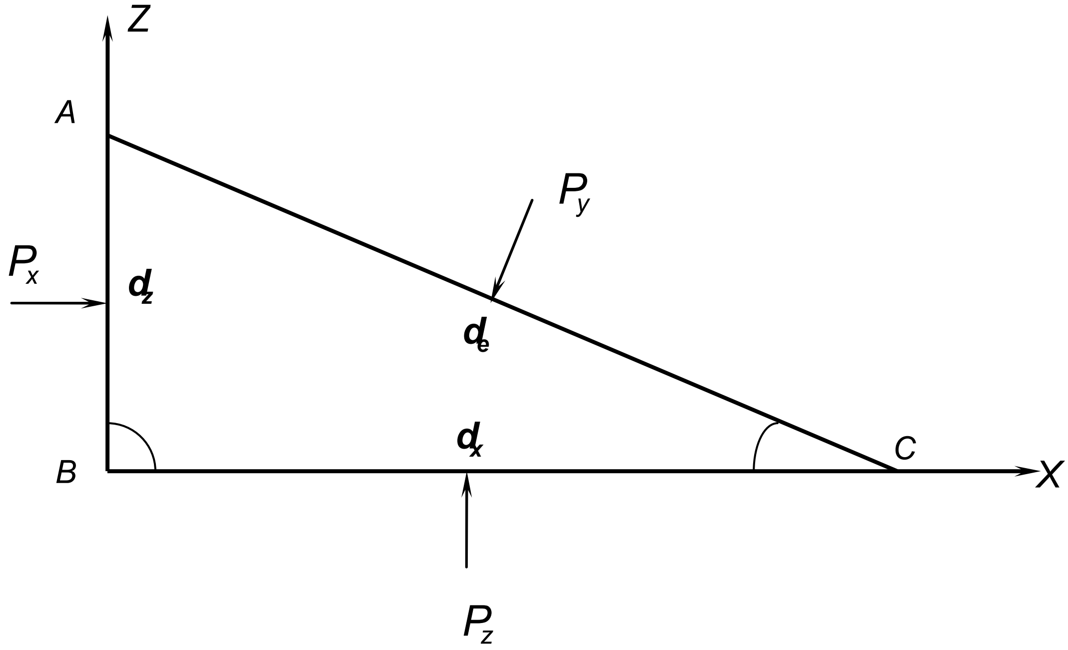


Рассмотрим силу гидростатического давления *P,* приложенную в точке С под углом к поверхности *А—В* объема жидкости, находящегося в покое (рис.). Тогда эту силу можно разложить на две составляющие: нормальную *Pn* и касательную $P\tau$ к поверхности А—В. Касательная составляющая—это равнодействующая сил трения, приходящихся на выделенную поверхность вокруг точки *С.* Но так как жидкость находится в покое, то силы трения отсутствуют, т. е. $P\tau=0$.

Следовательно, сила гидростатического давления *Р* в точке *С* действует лишь в направлении силы *Pn,* т. е. нормально к поверхности *А—В.* Причем направлена она только по внутренней нормали. При предположении направления силы гидростатического давления по внешней нормали возникнут растягивающие усилия, что приведет жидкость в движение. А это противоречит условию. Таким образом, сила гидростатического давления всегда сжимающая, т. е. направлена но внутренней нормали.

Второе свойство состоит в том, что в любой точке внутри жидкости давление по всем направлениям одинаково. Иначе это свойство давления звучит так: на любую площадку внутри объёма жидкости, независимо от её угла наклона, действует одинаковое давление.

Докажем второе свойство..



Для доказательства этого свойства выделим в жидкости, находящейся в равновесии, частицу в форме треугольной призмы с основанием в виде прямоугольного треугольника *A—B—C.* Будем рассматривать этот объём в некоторой произвольной системе координат ***X,Y,Z.*** При этом ось y перпендикулярна плоскости**.** Заменим действие жидкости вне призмы на ее боковые грани гидростатическим давлением соответственно *Px, Pz, Pe.*

$$P_x = p_x \cdot dz \cdot dy$$

$$P_z = p_z \cdot dx \cdot dy$$

$$Pe = p_e \cdot de \cdot dy$$

Кроме этих сил на призму действует сила тяжести *dG,* равная весу призмы $\gamma * dz * dx * dy/2$.

Силой тяжестью можно пренебречь. Так как она будет величиной 3-го порядка малости, а силы действующие на грани призмы 2 –го порядка малости.

Так как частица жидкости находится в равновесии, в покое, то сумма проекций всех сил, приложенных к ней, на любое направление равна нулю т.е.

$$\sum x = 0 \quad p_x \cdot dz \cdot dy - p_e \cdot de \cdot dy \cdot \sin\alpha = 0$$

$$\sum z = 0 \quad p_z \cdot dx \cdot dy - p_e \cdot de \cdot dy \cdot \cos\alpha = 0$$

Подставляя dz=de sina и dx=de cosa в предыдущие уравнения и разделив каждое уравнение dy, получим

$$\sum x = 0 \quad p_x \cdot dz - p_e \cdot dz = 0$$

$$\sum z = 0 \quad p_z \cdot dx - p_e \cdot dx = 0$$

Из выражений следует

$$p_x = p_z = p_e$$

Следовательно, гидростатическое давление на наклонную грань Р*е* одинаково по величине с гидростатическим давлением на вертикальную и горизонтальную грани. Так как угол наклона грани α взят произвольно, то можно утверждать, что гидростатическое давление в любой точке жидкости действует одинаково по всем направлениям.

$$p = f(x, y, z).$$

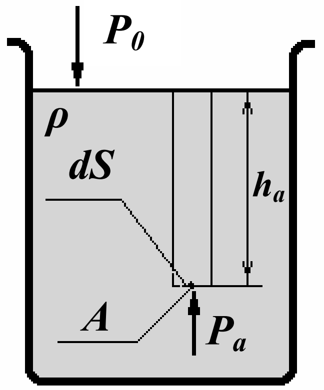
Третье свойство. *Гидростатическое давление в точке зависит только от ее координат в пространстве, т. е.*

$$P = f(x, y, z)$$

Это свойство не требует специального доказательства, так как очевидно, что по мере увеличения заглубления точки под вровень давление в ней будет возрастать и, наоборот, по мере уменьшения заглубления — уменьшаться.

2. Основное уравнение гидростатики

Определим теперь величину давления внутри покоящейся жидкости. С этой целью рассмотрим произвольную точку ***A***, находящуюся на глубине h_a.



Вблизи этой точки выделим элементарную площадку ***dS***. Если жидкость покоится, то и т. ***A*** находится в равновесии, что означает уравновешенность сил, действующих на площадку.

A – произвольная точка в жидкости,

h_a – глубина т. ***A***,

P_0 - давление внешней среды,

ρ - плотность жидкости,

P_a – давление в т. А,

dS – элементарная площадка.

Сверху на площадку действует внешнее давление P_0 (в случае, если свободная поверхность граничит с атмосферой, то $P_0 = P_{атм}$) и вес столба жидкости. Снизу – давление в т. ***A***. Уравнение сил, действующих на площадку, в этих условиях примет вид:

$$dSP_0 + dSh_a g\rho = P_a dS.$$

Разделив это выражение на ***dS*** и учтя, что т. ***A*** выбрана произвольно, получим выражение для ***P*** в любой точке покоящейся жидкости:

$$P = P_0 + \rho gh;$$

где ***h*** – ***глубина жидкости***, на которой определяется давление ***P***.

Полученное выражение носит название ***основного уравнения гидростатики***.

Следствия основного уравнения гидростатики

Во-первых, из основного уравнения гидростатики следует, что для любой точки жидкости в состав величины давления входит $\boldsymbol{P_0}$ - давление, которое приложено к граничной поверхности жидкости извне. Эта составляющая одинакова для любой точки жидкости. Поэтому из основного уравнения гидростатики следует ***закон Паскаля***, который гласит: давление, приложенное к граничной поверхности покоящейся жидкости, передаётся всем точкам этой жидкости по всем направлениям одинаково. Следует подчеркнуть, что давление во всех точках не одинаково. Одинакова лишь та часть (составляющая), которая приложена к граничной поверхности жидкости. Закон Паскаля – основной закон, на основе которого работает объёмный гидропривод, применяемый в абсолютном большинстве гидросистем технологических машин.

Вторым следствием является тот факт, что на равной глубине в покоящейся жидкости давление одинаково. В результате можно говорить о поверхностях равного давления. Для жидкости, находящейся в абсолютном покое или равномерно движущейся, эти поверхности – горизонтальные плоскости. В других случаях относительного покоя, которые будут рассмотрены ниже, поверхности равного давления могут иметь другую форму или не быть горизонтальными. Существование поверхностей равного давления позволяет измерять давление в любой точке жидкости.

3. Приборы для измерения давления

Существует два основных типа приборов для измерения давления в жидкости.

К приборам первого типа можно отнести пьезометры. Они представляют собой вертикальную трубку, обычно прозрачную. Если, например, нужно измерить давление в точке $\boldsymbol{a}$, то достаточно подсоединить эту трубку к стенке сосуда так чтобы её конец находился на поверхности равного давления, проходящей через эту точку. В пьезометре установится уровень жидкости, пропорциональный давлению в т. $\boldsymbol{a}$. Абсолютное давление в этой точке будет

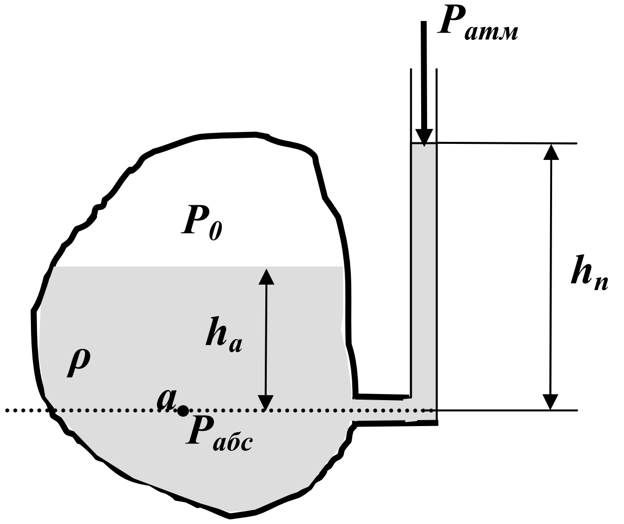
$$P_{абс} = P_0 + \rho g h_a .$$

С другой стороны, это же давление можно представить как

$$P_{абс} = P_{атм} + \rho g h_п .$$

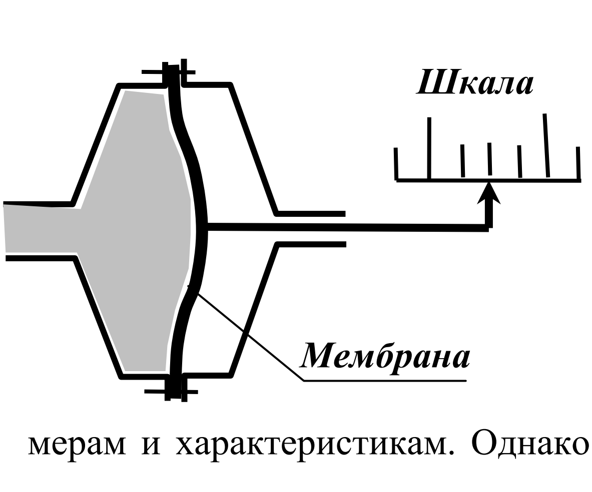
Отсюда

$$h_п = \frac{P_0 - P_{атм} + \rho g h_a}{\rho g} = \frac{P_{изб} - P_{атм}}{\rho g} .$$



Величина h_n называется ***пьезометрической высотой***. По её величине судят о величине давления.

Если абсолютное давление меньше атмосферного $P_{абс} < P_{атм}$, то в жидкости имеет место разрежение, или вакуум. Такое давление называют ***вакуумметрическим давлением*** $P_{вак}$, а высоту в пьезометре называют ***вакуумметрической высотой*** $h_{вак}$. Эти величины соответственно равны:

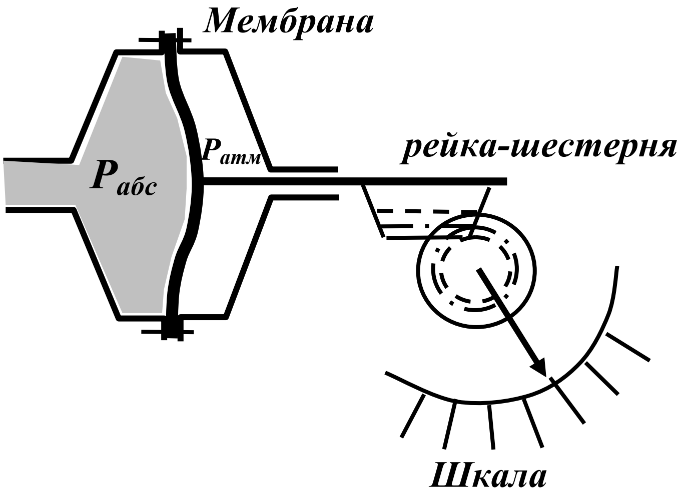


$$P_{вак} = P_{атм} + P_{абс}$$ и

$$h_{вак} = \frac{P_{атм} - P_{абс}}{\rho g} .$$

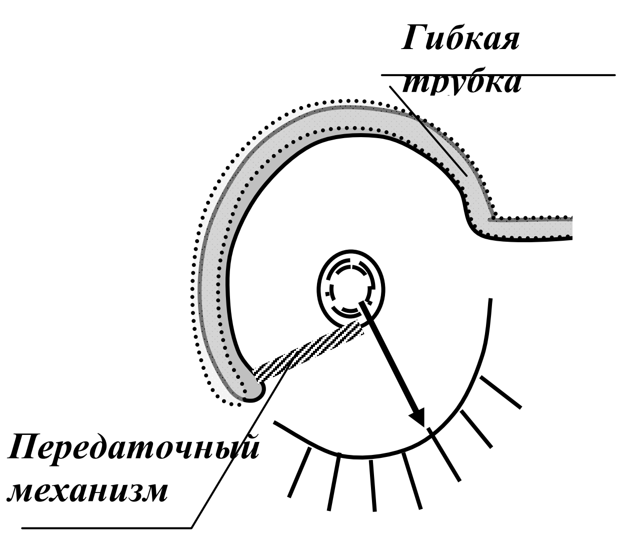
Ко второму типу приборов относятся манометры, которые имеют большое разнообразие по типам размерам и характеристикам. Однако принципиально все эти приборы состоят из чувствительного элемента, который меняет свою форму под воздействием давления, и, связанного с этим элементом, передаточного механизма и регистрирующего прибора (индикатора).

Подсоединять манометры для измерения давления в определённой точке надо также как пьезометры, на уровне поверхности равного с выбранной точкой, давления. Например, под действием давления гибкий чувствительный элемент – мембрана изгибается. Размер этого отклонения пропорционален величине измеряемого давления. Вместе с мембраной отклоняется жёстко соединённая с ней стрелка, которая перемещается вдоль шкалы. Такой прибор отличается небольшим отклонением регистрирующего элемента – стрелки, следовательно, точность измерения большой быть не может.



Для увеличения чувствительности прибора мембрану можно соединить с зубчатой рейкой, находящейся в зацеплении с шестерней. Если с последней жёстко соединить стрелку, то при изменении давления она будет поворачиваться по отношению к круговой шкале. В этом случае изгиб мембраны даст большее, чем в первом случае, линейное отклонение конца стрелки. Это увеличит точность показаний прибора.

Общим недостатком таких приборов является малое исходное отклонение чувствительного элемента – мембраны.

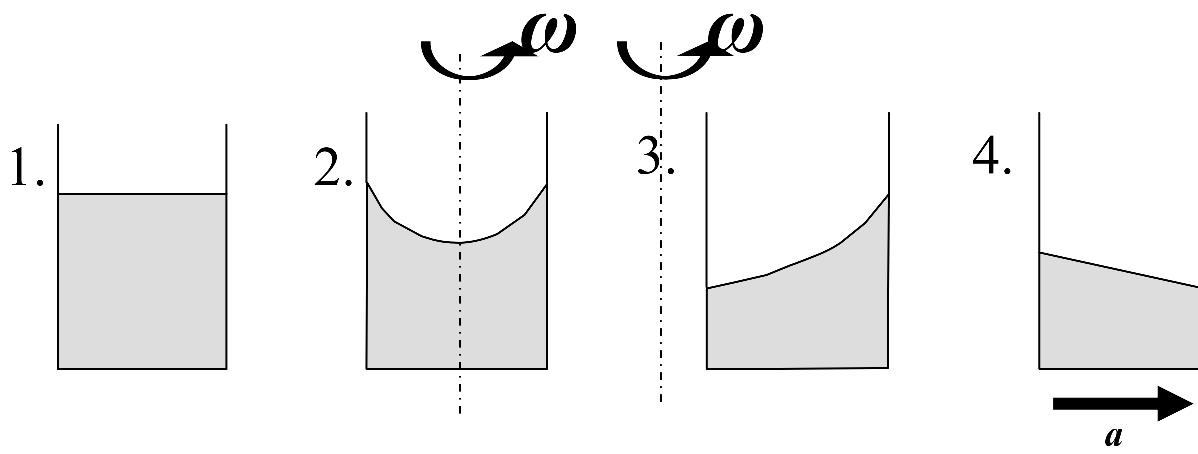


Для устранения этого недостатка используются более сложные чувствительные элементы. Чаще всего таким элементом является полая трубка, согнутая по окружности. Один конец трубки связан со штуцером для подключения к измеряемому давлению, другой с зубчатым сектором, который связан с шестерней и стрелкой, поворачивающейся вокруг шкалы. При повышении давления трубка разгибается, и это отклонение значительно больше, чем отклонение мембраны при таком же давлении.

Во всех случаях чувствительный элемент (мембрану или гибкую трубку) можно связать с индуктивным электрическим преобразователем, состоящим из сердечника и электрической катушки. Можно так же использовать пьезокристаллический преобразователь. В обоих случаях будет генерироваться электрический сигнал, пропорциональный величине давления. Этот сигнал после соответствующих электрических аналоговых или цифровых преобразователей можно передавать на большие расстояния и регистрировать стрелочными или цифровыми, например жидкокристаллическими индикаторами. Этот сигнал несложно также передавать для обработки компьютеру.

Лекция 3. Дифференциальные уравнения равновесия покоящейся жидкости

Дифференциальные уравнения равновесия покоящейся жидкости иначе называют ***дифференциальными уравнениями Эйлера***. Они получены для общего случая относительного покоя жидкости. Возможны следующие варианты относительного покоя.



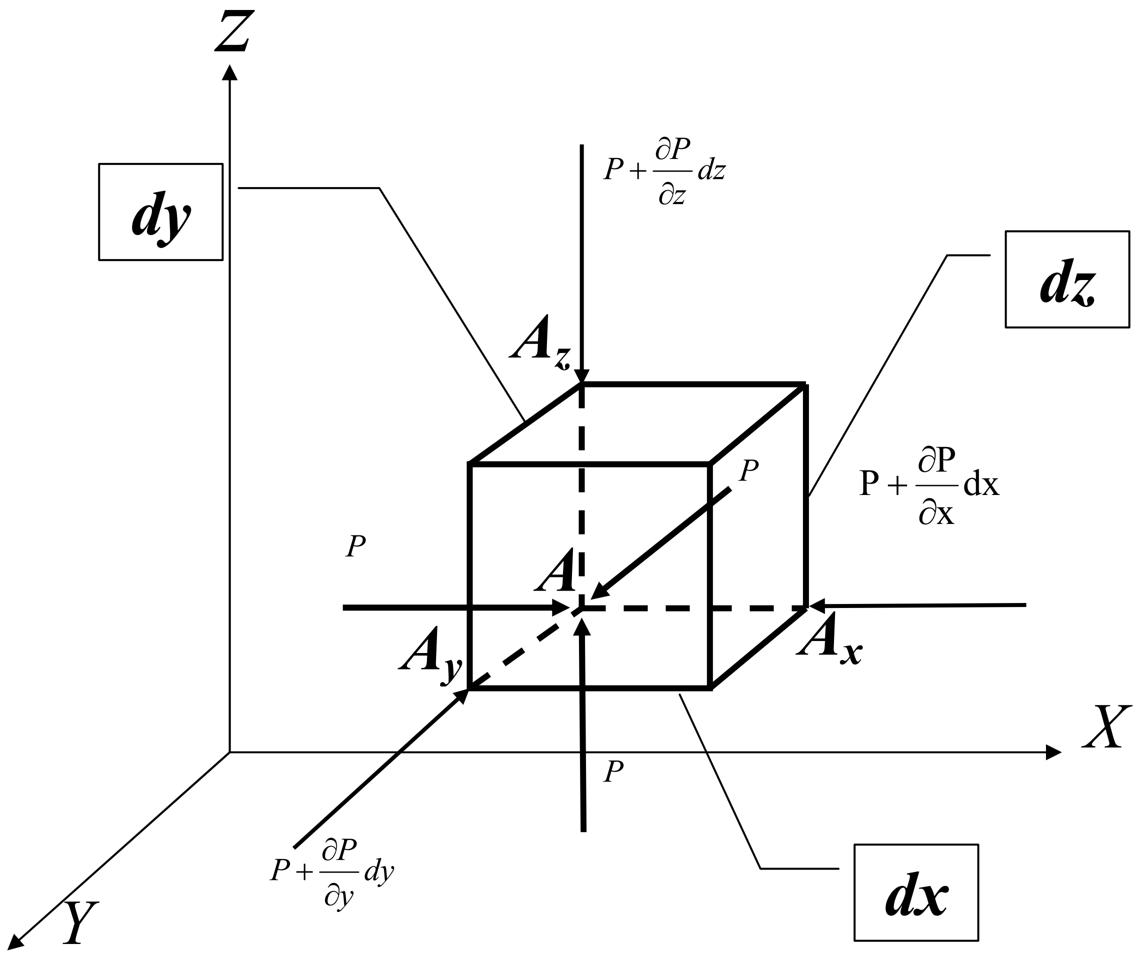
Первый вариант соответствует абсолютному покою или равномерному движению сосуда с жидкостью. Такой вариант рассматривался при выводе основного уравнения гидростатики.

Второй вариант – вращение сосуда с жидкостью с постоянной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ вокруг центральной оси. Несмотря на то, что вся масса жидкости вращается вместе с сосудом, частицы жидкости друг относительно друга не перемещаются, следовательно, весь объём жидкости, как и в первом случае, представляет собой как бы твёрдое тело. Давление в каждой точке жидкости не меняется во времени и зависит только от координат. По этим причинам жидкость подпадает под определение покоящейся.

Третий вариант аналогичен второму, только вращение осуществляется вокруг произвольно расположенной вертикальной оси. Во втором и третьем случае свободная поверхность жидкости принимает новую форму, соответствующую новому равновесному положению жидкости.

В четвёртом варианте сосуд с жидкостью движется прямолинейно и равноускоренно. Такой случай проявляется, например, в процессе разгона или остановки автоцистерны с жидкостью. В этом случае жидкость занимает новое равновесное положение, свободная поверхность приобретает наклонное положение, которое сохраняется до изменения ускорения. Частицы жидкости друг относительно друга находятся в покое, и давление зависит только от координат.

Во всех перечисленных случаях на жидкость действуют, во-первых, силы веса, во-вторых, силы инерции, в-третьих, силы давления.



Рассмотрим в произвольной системе координат ***X,Y,Z*** произвольную точку ***A***. Вблизи этой точки выделим элементарный объём dx, dy, dz в форме прямоугольного параллелепипеда, грани которого для простоты математических выражений параллельны координатным плоскостям.

Заметим следующее:

- ✓ давление является функцией координат (при этом в любой точке оно по всем направлениям одинаково),
- ✓ при переходе к точкам ***Ax(Ay, Az)*** меняется только одна координата на бесконечно малую величину ***dx(dy, dz)***, поэтому функция получает приращение только по одной координате,

- ✓ это приращение равно частному дифференциалу по соответствующей координате $\frac{\partial P}{\partial x}dx$, $\frac{\partial P}{\partial y}dy$, $\frac{\partial P}{\partial z}dz$.

Таким образом, разность давлений, действующих на противоположные грани параллелепипеда (внутрь рассматриваемого объёма), перпендикулярные соответствующим осям, будет иметь вид:

$$\begin{cases} \Delta P_x = P - (P + \frac{\partial P}{\partial x}dx) = -\frac{\partial P}{\partial x}dx \\ \Delta P_y = P - (P + \frac{\partial P}{\partial y}dy) = -\frac{\partial P}{\partial y}dy \\ \Delta P_z = P - (P + \frac{\partial P}{\partial z}dz) = -\frac{\partial P}{\partial z}dz. \end{cases}$$

Исходя из этого, определим разности сил, вызванных давлением, в проекции на оси координат

$$\begin{cases} \Delta F_z = -\frac{\partial P}{\partial z}dzdxdy \\ \Delta F_y = -\frac{\partial P}{\partial y}dydxdz \\ \Delta F_x = -\frac{\partial P}{\partial x}dxdydz. \end{cases}$$

Кроме сил давления на параллелепипед будут действовать инерционные силы $F^{ин}$ в общем случае определяемые массой и ускорениями ***X***, ***Y***, ***Z*** на соответствующие оси

$$\begin{cases} F_x^{ин} = X\rho dxdydz \\ F_y^{ин} = Y\rho dxdydz \\ F_z^{ин} = Z\rho dxdydz. \end{cases}$$

Учитывая, что параллелепипед находится в покое, сумма сил, действующих на него, равна ***0***:

$$\begin{cases} X\rho dxdydz - \frac{\partial P}{\partial x}dxdydz = 0 \\ Y\rho dxdydz - \frac{\partial P}{\partial y}dydxdz = 0 \\ Z\rho dxdydz - \frac{\partial P}{\partial z}dzdxdy = 0. \end{cases}$$

Разделив систему уравнений сил на массу рассматриваемого параллелепипеда, получим систему уравнений Эйлера:

$$\begin{cases} X - \dfrac{\partial P}{\partial x}\dfrac{1}{\rho} = 0 \\ Y - \dfrac{\partial P}{\partial y}\dfrac{1}{\rho} = 0 \\ Z - \dfrac{\partial P}{\partial z}\dfrac{1}{\rho} = 0. \end{cases}$$

На практике, чтобы избавиться от частных производных, используют одно уравнение, заменяющее систему. Для этого первое уравнение умножают на ***dx***, второе на ***dy***, третье на ***dz*** и складывают их:

$$Xdx + Ydy + Zdz - \frac{1}{\rho}\underbrace{\left(\frac{\partial P}{\partial x}dx + \frac{\partial P}{\partial y}dy + \frac{\partial P}{\partial z}dz\right)}_{dP} = 0.$$

В этой формуле сумма в скобках является полным дифференциалом давления, который в результате оказывается равным

$$dP = \rho(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Полученное уравнение показывает, как изменяется давление при изменении координат внутри покоящейся жидкости для общего случая относительного покоя. Это уравнение впервые получил Леонард Эйлер в 1755

ПОВЕРХНОСТИ РАВНЫХ ДАВЛЕНИЙ

Поверхность, во всех точках которой значения гидростатического давления равны между собой, называют *поверхностью равного давления* или поверхностью уровня. На положение уровня свободной поверхности влияют силы тяжести и инерции.

Найдем величину равного давления *P* по трем частным производным. При P=const и *p # 0* значение полного дифференциала *dP=0* и, следовательно, уравнение поверхности жидкости равного давления имеет вид

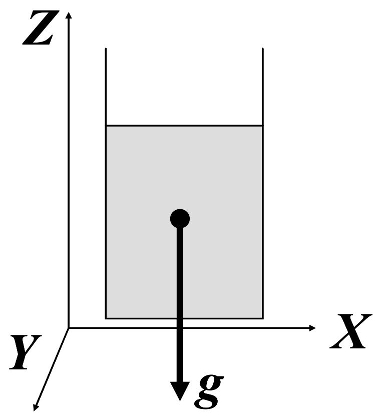
$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

Это уравнение называется уравнением ***поверхности жидкости равного или постоянного давления***. Рассмотрим наиболее часто встречающиеся случаи.

Первый случай, когда на покоящуюся жидкость действует одна внешняя сила, сила тяжести, тогда $X = 0$, $Y = 0$, $Z = -g$ (направление ускорения свободного падения не совпадает с положительным направлением оси Z). В этом случае исходное уравнение имеет вид

$$-\mathrm{gdz} = 0 \quad \textbf{или} \quad Z = const,$$

т. е. получаем поверхности равного давления, представляющие собой семейство горизонтальных плоскостей. Каждому значению $\boldsymbol{Z}$ соответствует плоскость, точки которой имеют определенное постоянное значение давления. Свободная поверхность жидкости (для ограниченного объема), в данном случае—одна из плоскостей равного давления. Имеем в виду, что свободная поверхность — это поверхность на границе жидкой и газообразной сред. На свободную поверхность будет приложено постоянное давление равное атмосферному.



Сначала рассмотрим простейший случай покоя. Жидкость находится под действием силы тяжести. Это означает, что проекции ускорений на оси X и Y отсутствуют. Единственным ускорением является ускорение свободного падения g, т. е.:

$$\mathrm{X} = 0, \quad \mathrm{Y} = 0, \quad \mathrm{Z} = -\mathrm{g}.$$

Тогда полный дифференциал давления после подстановки в него ускорений примет вид:

$$dP = -\rho g dz.$$

После интегрирования этого выражения получим:

$$\int dP = \int -\rho g dz \Rightarrow P = -\rho g z + C.$$

Постоянную интегрирования, равную

$$C = P + \rho g z,$$

найдём, подставив параметры свободной поверхности P_0 и Z_0.

После подстановки этих значений в интеграл $\boldsymbol{P}$ будем иметь равенство:

$$P = -\rho g z + P_0 + \rho g z_0$$

Переписав это выражение в другом виде, получим

$$P = P_0 + \rho g z_0 - \rho g z = P_0 + \rho g(\underbrace{z_0 - z}_{h})$$

Если обозначить $\boldsymbol{(Z_0 - Z)}$ через $\boldsymbol{h}$, то приведённое равенство примет уже знакомый вид основного уравнения гидростатики

$$P = P_0 + \rho g h\,.$$

Из этого же равенства можно получить следующий вид

$$P + \rho g z = P_0 + \rho g z_0\,,$$

или

$$z + \frac{P}{\rho g} = \text{const.}$$

Последнее выражение часто называют ***основным законом гидростатики***.

Физический смысл основного закона гидростатики

Физический смысл основного закона гидростатики – закон сохранения энергии для покоящейся жидкости, который говорит о том, что механическая энергия любой частицы жидкости одинакова.

В этом выражении:

z - потенциальная энергия единицы веса жидкости, определяемая положением над нулевой линией,

$\dfrac{P}{\rho g}$ - потенциальная энергия единицы веса жидкости, зависящая от степени её сжатия.

В геометрической интерпретации константу обозначают буквой $\boldsymbol{H}$ и называют ***гидростатическим напором***, а саму формулу записывают в виде:

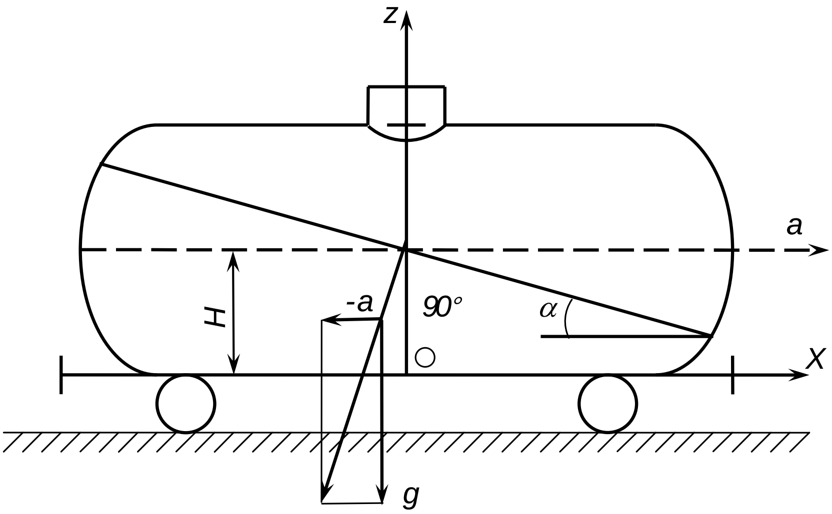
$$z + \frac{P}{\rho g} = H\,.$$

Слагаемые основного закона гидростатики в этом случае называют:

Z - нивелирная высота,

$\dfrac{P}{\rho g}$ - пьезометрическая высота.

Второй случай, когда поверхность равного давления может быть наклонной. Например, свободная поверхность бензина в железнодорожной цистерне, движущейся горизонтально с ускорением a (рис)



В этом случае единичная масса жидкости находится под действием силы тяжести Z= -1 *g и горизонтального ускорения силы инерции X= -1*а (к цистерне приложена сила с ускорением а, а к жидкости—такая же по величине сила инерции с ускорением - а).

Составляющие массовых сил в уравнении получают значения:

$$X = -a; У = 0; Z = -g$$

Из вышеизложенного следует, что свободная поверхность бензина в цистерне представляет собой плоскость с углом наклона

$$a = \operatorname{arctg}(-a/g).$$

Уравнение в этом случае примет вид

$$dp = -\rho(adx + gdz).$$

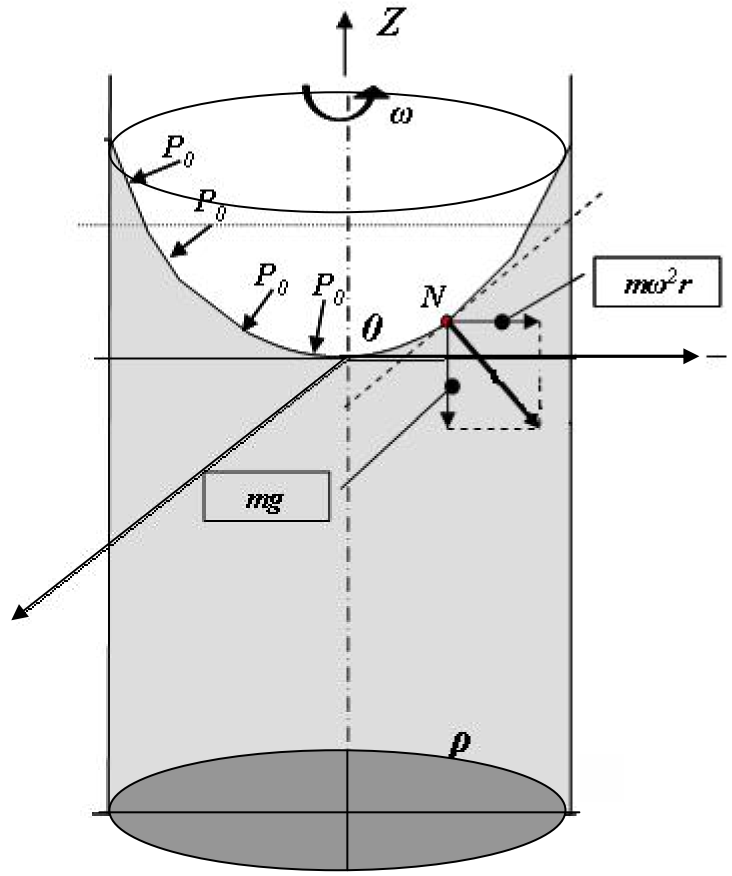
После интегрирования получим зависимость распределения давления в любой точке цистерны с бензином:

$$P = \rho gh - \rho ax - \rho gz = \rho[g(H - z) - ax]$$

Из этого выражения следует, что наибольшее давление будет в точке z=0 и максимальным отрицательным значением $\boldsymbol{x}$.

Покой при равномерном вращении сосуда с жидкостью

Рассмотрим сосуд с жидкостью, вращающийся вокруг вертикальной оси с постоянной скоростью $\boldsymbol{\omega}$. На жидкость действуют внешнее давление, силы тяжести и инерционные силы. В результате их действия жидкость принимает новое равновесное положение. Свободная поверхность принимает форму параболоида. Рассмотрим на этой поверхности произвольную точку ***N***. Равнодействующая сила ***F***, действующая в т. ***N***, перпендикулярна к свободной поверхности. Величина этой силы увеличивается с увеличением радиуса, а угол её наклона к горизонту уменьшается. Из этого следует, что наклон этой поверхности к горизонту увеличивается с ростом радиуса. Таким образом, сила ***R*** определяет форму свободной поверхности. Найдём математическую формулу этой кривой.



Для данного случая относительного покоя силу F можно разложить на две силы, сила тяжести G и инерции $F_{ин}$.

$$G = mg \qquad F_{ин} = \omega^2 r \cdot m$$

Силу инерции можно разложить на две составляющие $F_{ин\,x}$ и $F_{ин\,y}$.

$$F_{ин\,x} = \omega^2 r \cdot m \cdot \cos\alpha = \omega^2 r \cdot m \frac{x}{r} = m\omega^2 x$$

$$F_{ин\,y} = \omega^2 r \cdot m \cdot \sin\alpha = \omega^2 r \cdot m \frac{y}{r} = m\omega^2 y$$

Определим давление в жидкости, используя полный дифференциал давления

$$dP = \rho(Xdx + Ydy + Zdz).$$

$$X = \omega^2 x$$
$$Y = \omega^2 y$$
$$Z = -g$$

С учётом этого полный дифференциал давления примет вид

$$dP = \rho(\omega^2 xdx + \omega^2 ydy - gdz).$$

Проинтегрируем эту функцию

$$\int dP = \int \rho(\omega^2 xdx + \omega^2 ydy + -gdz) =$$
$$\rho \int \omega^2 xdx + \rho \int \omega^2 ydy - g \int dz.$$

Результатом интегрирования будет являться выражение

$$P = \rho\left(\frac{\omega^2 x^2}{2} + \frac{\omega^2 y^2}{2} - gz\right) + C =$$
$$\rho \frac{\omega^2}{2}(x^2 + y^2) - \rho gz + C.$$

Учитывая, что $x^2 + y^2 = r^2$, где ***r*** – радиус вращения, получим

$$P = \rho \frac{\omega^2}{2}(r^2) - \rho gz + C.$$

Постоянную интегрирования ***C*** определим из условия, что при $r = 0$ $P = P_0$, тогда $z = 0$. Постоянная интегрирования с учётом принятых условий будет

$$C = P_0$$

Тогда формула, выражающая давление в жидкости, вращающейся с постоянной угловой скоростью, примет вид

$$P = P_0 - \rho gz + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2}$$

Заметим, что в итоговом выражении первое слагаемое, характеризует давление внешней среды. Второе слагаемое описывает давление, созданное столбом жидкости, находящейся ниже точки ***0***, т.е. глубиной под уровнем нулевой точки. Третье слагаемое характеризуется высотой над точкой ***0***, и, следовательно, описывает давление, создаваемое жидкостью, поднимающейся по краям сосуда, причём эта величина зависит от расстояния точки от оси вращения. Таким образом, оказывается, что давление в каждой точке жидкости, вращающейся с постоянной скоростью относительно вертикальной оси, складывается из внешнего давления и давления столба жидкости над этой точкой.

Найдем поверхности равного давления.

dp=0 то уравнение примет вид

$$-\rho g z + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} = 0$$

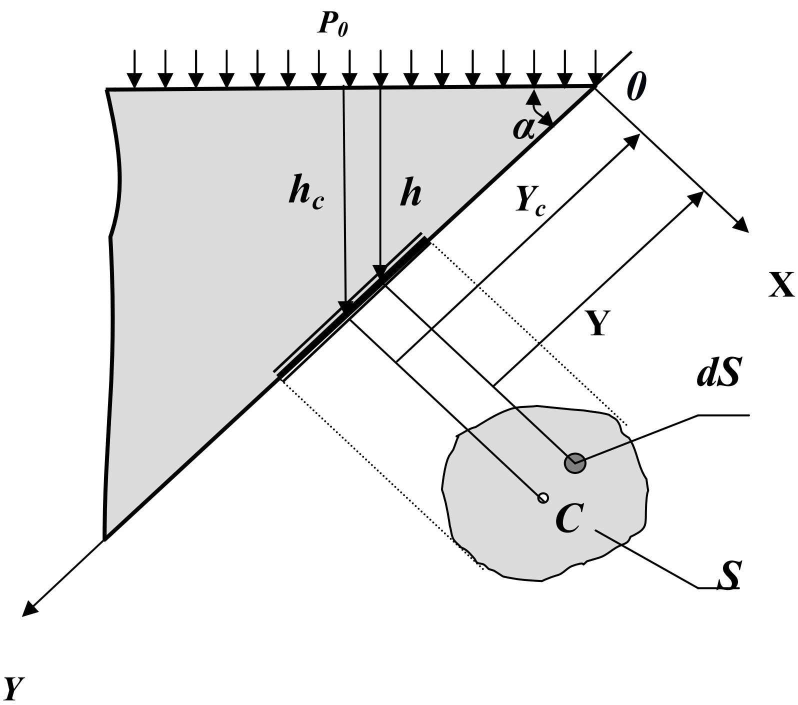
$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

ЛЕКЦИЯ 4. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ НА ОКРУЖАЮЩИЕ ЕЁ СТЕНКИ

Важнейшей задачей гидростатики является определение сил, с которыми жидкость действует на окружающие её твёрдые стенки. Очень часто необходимо знать величину, направление и точку приложения сил, вызванных давлением, чтобы правильно провести прочностные расчёты элементов конструкции гидропривода (гидравлических машин, аппаратов и арматуры). Подобные задачи необходимо решать и в ходе проектирования гидротехнических сооружений (плотин, дамб, причалов и т.д.). Проанализируем решение наиболее часто возникающих (типовых) задач.

Сила давления жидкости на плоскую стенку

Рассмотрим произвольную площадку ***ds,*** расположенную на плоской наклонной стенке сосуда с жидкостью на расстоянии ***Y*** от оси ***X***, и определим силы, действующие на эту площадку. Сила от давления, действующего на элементарную площадку ***dS,*** будет описываться формулой:



$$dF = PdS = (P_0 + \rho gh)dS.$$

Если проинтегрировать это выражение по площади, можно определить полную силу, действующую на всю площадь целиком

$$F = P_0 \int_s dS + \rho g \int_s hdS.$$

Из рисунка ясно, что в последнем выражении $h = Y \sin\alpha$. Подставив значение $\boldsymbol{h}$ в предыдущее выражение, будем иметь:

$$F = P_0 S + \rho g \sin\alpha \int_S Y dS .$$

Из теоретической механики известно, что интеграл $\int_S Y dS$ есть ни что иное, как статический момент площади $\boldsymbol{S}$ относительно оси ***0X***. Он равен произведению этой площади на координату её центра тяжести, т.е. можно записать

$$\int_S Y dS = Y_c S;$$

где $\boldsymbol{Y_c}$ – расстояние от оси $\boldsymbol{X}$ до центра тяжести площади $\boldsymbol{S}$. Подставив формулу момента в выражение силы, получим:

$$F = P_0 S + \overbrace{\rho g \underbrace{Y_c \sin\alpha}_{h_c}}^{P_{изб}} S .$$

Анализ второго слагаемого показывает, что произведение $Y_c \sin\alpha$ это глубина положения центра тяжести площадки, а $\rho g Y_c \sin\alpha$ - избыточное давление жидкости в центре тяжести площадки. С учётом этого можно записать

$$F = (\underbrace{P_0 + \rho g h_c}_{P_c}) S.$$

Сумма в скобках в последнем выражении является абсолютным давлением в центре тяжести рассматриваемой произвольной площадки. Таким образом, можно сделать вывод: полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению её площади на величину гидростатического давления в центре тяжести этой стенки.

Однако необходимо учесть, что эта сила не сконцентрирована в точке, а распределена по площади. И распределение это неравномерно. По этой причине для расчётов, кроме величины силы действующей на наклонную площадку, необходимо знать точку приложения равнодействующей.

Центр давления

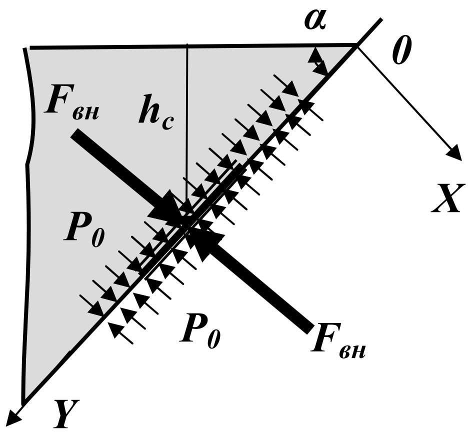
Распределённую нагрузку, действующую на наклонную стенку, заменим сконцентрированной. Для этого найдём на наклонной стенке положение точки ***D***, в которой приложена равнодействующая силы давления. Точку, в которой приложена эта сила, называют ***центром давления***. Как уже неоднократно рассматривалось, давление, действующее в любой точке, в соответствии с основным уравнением гидростатики складывается из двух частей: внешнего давления $\boldsymbol{P_0}$, передающегося всем точкам жидкости одинаково, и давления столба жидкости $\boldsymbol{P}$, определяемого глубиной погружения этой точки.

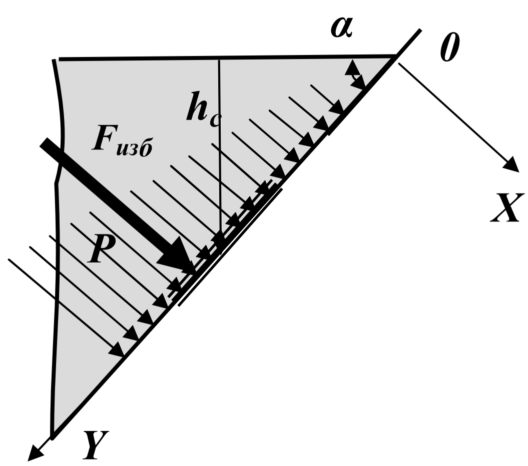
Давление P_0 передаётся всем точкам площадки одинаково. Следовательно, равнодействующая $\boldsymbol{F_{вн}}$ этого давления будет приложена в центре тяжести площадки $\boldsymbol{S}$. При этом надо учитывать, что в большинстве случаев это давление действует и со стороны жидкости и с наружной стороны стенки.

Давление $\boldsymbol{P}$ увеличивается с увеличением глубины. При этом величина равнодействующей этой силы $\boldsymbol{F_{изб}}$ известна и равна

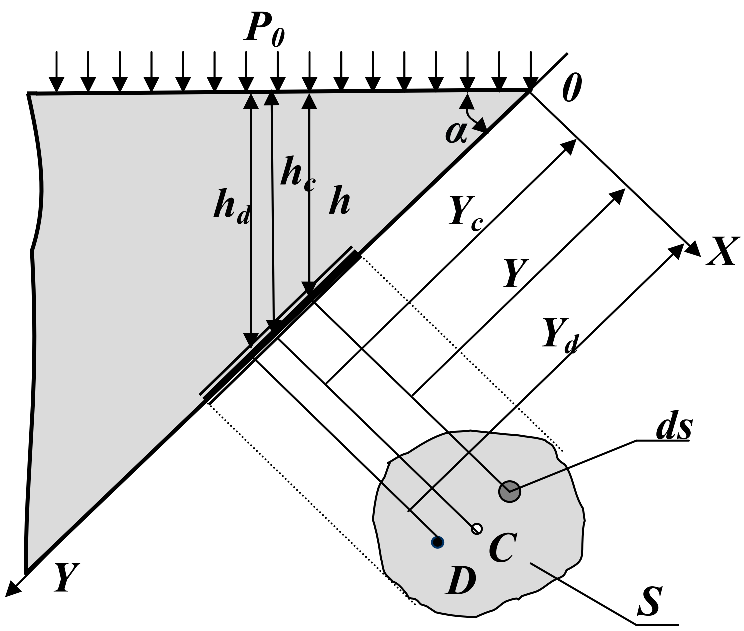
$$F_{изб} = \rho g h_c S\ ,$$

а точку её приложения необходимо определить.





Для нахождения центра избыточного давления жидкости применим уравнение механики, согласно которому момент равнодействующей силы относительно оси $\boldsymbol{0X}$ равен сумме моментов составляющих сил, т.е.



$$F_{изб} Y_D = \int_S Y dF_{изб};$$

где $\boldsymbol{Y_D}$ - координата точки приложения силы $\boldsymbol{F_{изб}}$,

$\boldsymbol{Y}$ – текущая глубина.

Заменив в этом выражении $\boldsymbol{F_{изб}}$ и $\boldsymbol{Y_D}$ интегралом, в соответствии с упомянутым уравнением механики, будем иметь:

$$F_{изб} Y_D = \int_S Y dF_{изб} = \int_S Y d(\rho g \sin\alpha YS) = \rho g \sin\alpha \int_S Y^2 dS.$$

Отсюда выразим Y_D при этом $F_{изб} = \rho g \sin\alpha \cdot Y_c S$

$$Y_D = \frac{\rho g \sin\alpha \int_S Y^2 dS}{\rho g \sin\alpha Y_c S} = \frac{\int_S Y^2 dS}{Y_c S}.$$

Интеграл в числителе дроби является статическим моментом инерции площади $\boldsymbol{S}$ относительно оси $\boldsymbol{0X}$ и обычно обозначается $\boldsymbol{J_x}$

$$\int_S Y^2 dS = J_X .$$

Из теоретической механики известно, что статический момент площади относительно оси вращения равен сумме собственного момента инерции (момента инерции этой площади относительно оси проходящей через её центр тяжести и параллельной первой оси) и произведению этой площади на квадрат расстояния от оси вращения до центра её тяжести

$$J_X = J_{X0} + Y_C^2 S .$$

С учётом последнего определения $\boldsymbol{Y_D}$ окончательно можно выразить в виде:

$$Y_D = \frac{J_{X0} + Y_C^2 S}{Y_c S} = Y_c + \frac{J_{X0}}{Y_c S} .$$

Таким образом, разница в положениях $\Delta \boldsymbol{Y}$ (глубинах) центра тяжести площадки (т. $\boldsymbol{C}$) и центра давления (т. $\boldsymbol{D}$) составляет

$$\Delta Y = \frac{J_{X0}}{Y_C S} .$$

В итоге можно сделать следующие выводы. Если внешнее давление действует на стенку с обеих сторон, то найденная точка $\boldsymbol{D}$ будет являться центром давления. Если внешнее давление со стороны жидкости выше давления с противоположной стороны (например, атмосферного), то центр давления находится по правилам механики как точка приложения равнодействующей двух сил: силы, создаваемой внешним давлением, и силы, создаваемой весом жидкости. При этом, чем больше внешнее давление, тем ближе располагается центр давления к центру тяжести.

В гидроприводе технологического оборудования внешние давления в десятки и сотни раз превышают давления, вызванные высотой столба жидкости. Поэтому в расчётах гидравлических машин и аппаратов положение центров давления принимаются совпадающими с центрами тяжести.

Графическим изображением изменения гидростатического давления вдоль плоской стенки служат *эпюры давления* (рис.). Площадь эпюры выражает силу давления, а центр тяжести эпюры — это точка, через которую проходит равнодействующая сила давления.

При построении эпюр учитывают, что давление направлено нормально к стенке, а уравнение *Р* = Ро + *yh,* характеризующее распределение гидростатического давления по глубине, является уравнением прямой.

Чтобы построить эпюры давления на вертикальную стенку, откладывают в выбранном масштабе давление по горизонтальному направлению, совпадающему с направлением сил давления (на поверхности жидкости и у дна), соединив концы этих отрезков прямой линией.

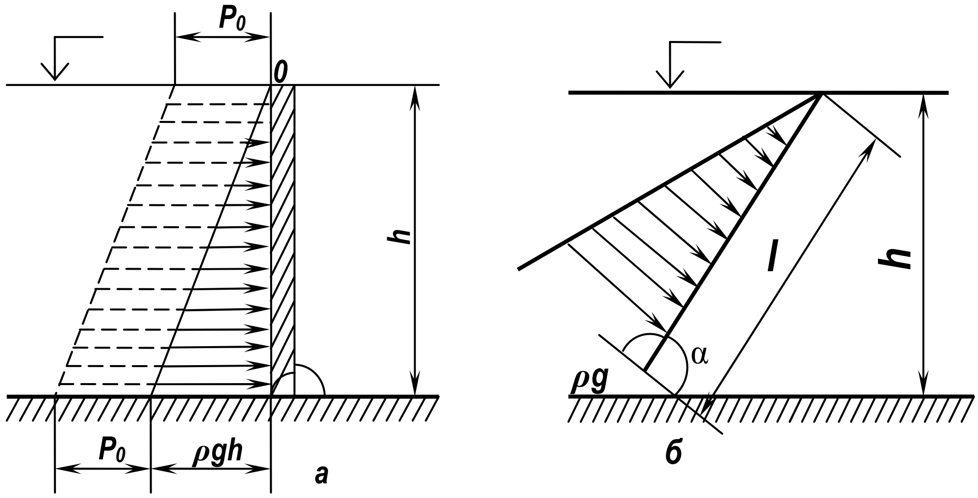


Рис. Примеры построения эпюр давления на стенку:

Эпюра абсолютного гидростатического давления представляет собой трапецию, а эпюра избыточного — треугольник (рис. а).

Если плоская стенка, на которую действует жидкость, наклонена к горизонту под углом α (рис. *б),* то основное уравнение гидростатики принимает следующий вид:

$$p_{абс} = p_0 + \gamma h = p_0 + \gamma l \sin\alpha$$

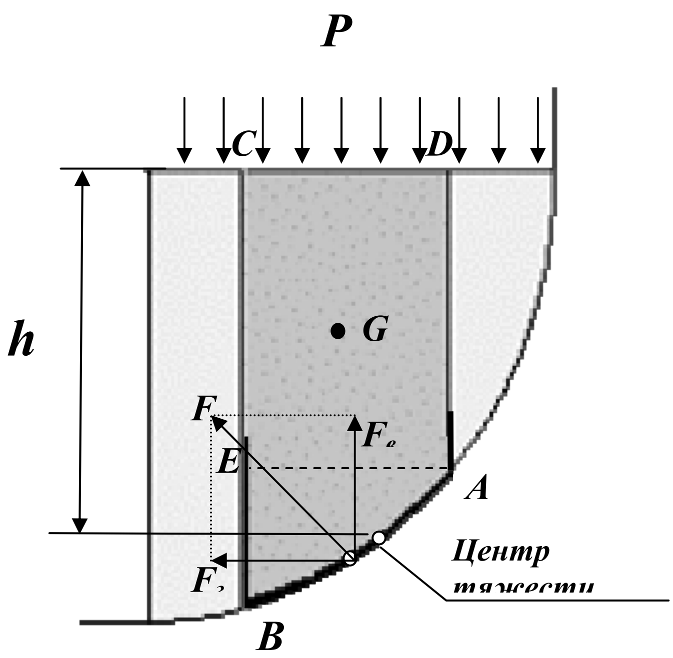
Таким образом, эпюры абсолютного и избыточного гидростатического давления на наклонную стенку представляют собой соответственно наклонную трапецию и наклонный треугольник.

Если плоская стенка, на которую с двух сторон оказывает воздействие жидкость, вертикальна, то на нее будут действовать параллельные и противоположно направленные силы гидростатического давления. Эпюра гидростатического давления на вертикальную стенку представляет собой вертикальную трапецию.

Эпюра гидростатического давления на горизонтальное дно резервуара представляет собой прямоугольник, так как при постоянной глубине избыточное давление на дно постоянно.

Сила давления жидкости на криволинейную стенку

Чаще всего необходимо определить силу, действующую на цилиндрическую поверхность, имеющую вертикальную ось симметрии. Возможны два варианта. Первый вариант - жидкость воздействует на стенку изнутри.



Во втором варианте жидкость действует на стенку снаружи. Рассмотрим оба этих варианта.

В первом случае выделим объём жидкости, ограниченный рассматриваемым участком цилиндрической поверхности ***AB***, участком свободной поверхности ***CD***, расположенным над участком ***AB,*** и двумя вертикальными поверхностями ***BC*** и ***CD***, проходящими через точки ***A*** и ***B***. Эти поверхности ограничивают объём ***ABCD***, который находится в равновесии. Рассмотрим условия равновесия этого объёма в вертикальном и горизонтальном направлениях. Заметим, что, если жидкость действует на поверхность ***AB,*** с какой то силой ***F***, то с такой же силой, но в обратном направлении, и поверхность действует на рассматриваемый объём жидкости. Эту силу, перпендикулярную поверхности ***AB***, можно представить в виде горизонтальной $F_г$ и вертикальной $F_в$ составляющих.

Условие равновесия объёма ***ABCD*** в вертикальном направлении выглядит, так:

$$F_в = P_0 S_г + G;$$

где P_0 – внешнее давление,

$S_г$ – площадь горизонтальной проекции поверхности ***AB***,

G – вес выделенного объёма жидкости.

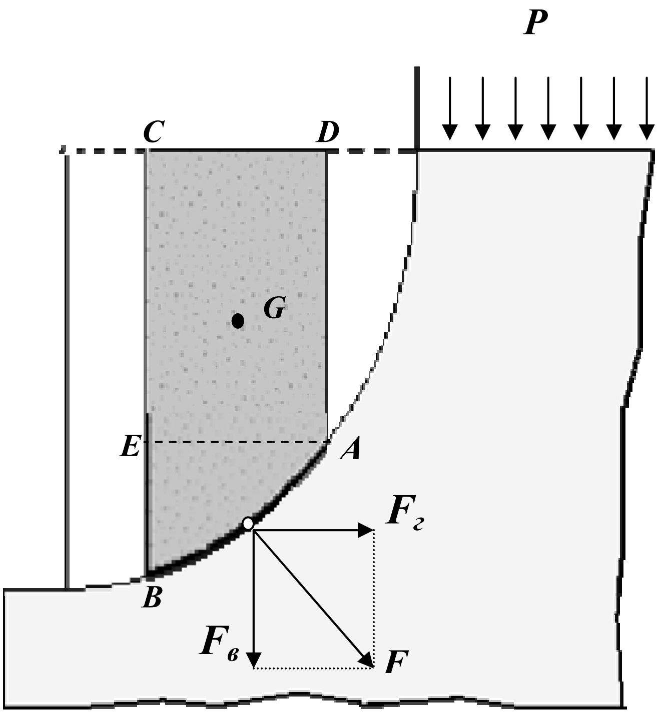
Условие равновесия этого объёма в горизонтальной плоскости запишем с учётом того, что силы, действующие на одинаковые вертикальные поверхности ***AD*** и ***CE,*** взаимно уравновешиваются. Остаётся только сила давления на площадь ***BE***, которая пропорциональна вертикальной проекции $S_в$ поверхности ***AB***. С учётом частичного уравновешивания будем иметь условие равновесия сил в горизонтальном направлении в виде:

$$F_г = S_в \rho g h_c + P_0 S_в;$$

где h_c- глубина расположения центра тяжести поверхности ***AB***.

Зная $F_г$ и $F_в$ определим полную силу ***F***, действующую на цилиндрическую поверхность

$$F = \sqrt{F_г^2 + F_в^2}.$$



Во втором случае, когда жидкость воздействует на цилиндрическую поверхность снаружи, величина гидростатического давления во всех точках поверхности ***AB*** имеет те же значения, что и в первом случае, т.к. определяется такой же глубиной. Силы, действующие на поверхность в горизонтальном и вертикальном направлениях, определяются по тем же формулам, но имеют противоположное направление. При этом под величиной ***G*** надо понимать тот же объём жидкости ***ABCD***, несмотря на то, что на самом деле он, в данном случае и не заполнен жидкостью.

Положение центра давления на цилиндрической стенке легко можно найти, если известны силы $F_г$ и $F_в$ и определены центр давления на вертикальной проекции стенки и центр тяжести рассматриваемого объёма ***ABCD***. Задача упрощается, если рассматриваемая поверхность является круговой, т.к. равнодействующая сила при этом пересекает ось поверхности. Это происходит из-за того, что силы давления всегда перпендикулярны поверхности, а перпендикуляр к окружности всегда проходит через её центр.

Круглая труба под действием гидростатического давления

В гидравлических системах технологического назначения жидкость в основном передаётся по трубам круглого сечения. В водопроводах, канализационных и многих других трубопроводных системах, гидротехнических сооружениях широко используются трубы и различные резервуары круглого сечения. По этой причине задача определения нагрузки на трубу является весьма распространённой. В таких расчётах используется полученная ранее формула горизонтальной составляющей силы, действующей со стороны жидкости на криволинейную поверхность

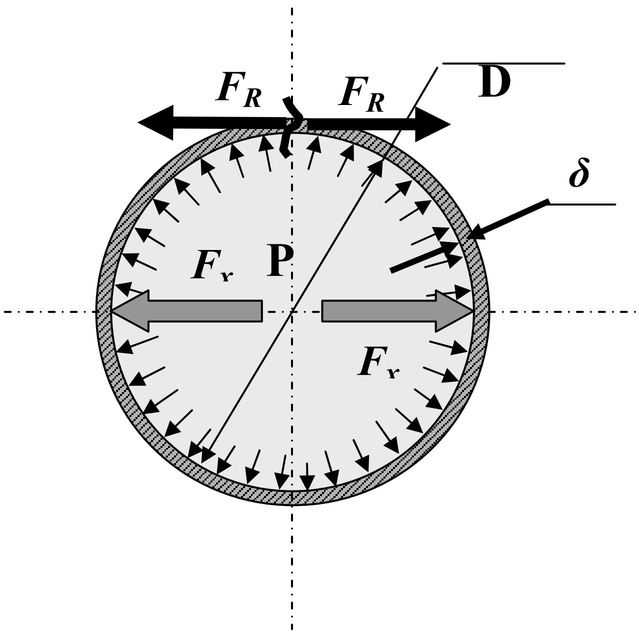
$$F_г = S_в \rho g h_c + P_0 S_в = S_в \left(\rho g h_c + P_0\right).$$

Для труб небольшого диаметра, которые применяются в машиностроительном гидроприводе, давлением столба жидкости можно пренебречь ввиду его малости. Тогда уравнение примет вид

$$F_г = S_в P_0 ,$$

где $\boldsymbol{P_0}$ – внешнее давление.

Рассмотрим трубу длиной $\boldsymbol{l}$ с внутренним диаметром $\boldsymbol{D}$ и толщиной стенок $\boldsymbol{\delta}$, находящуюся под действием гидростатического давления $\boldsymbol{P}$. Это давление порождает разрывающие силы $\boldsymbol{F_x}$. Из-за симметричности трубы такие разрывающие силы будут действовать одинаково во всех направлениях. Для вертикальной плоскости эта сила будет равна



$$F_x = PDl ,$$

где произведение $\boldsymbol{Dl}$ – есть вертикальная проекция площади стенки

трубы.

Разрывающей силе будут противодействовать силы реакции $\boldsymbol{F_R}$, возникающие в стенках трубы. Площадь стенок трубы S_δ в любом осевом сечении составит:

$$S_\delta = 2l\delta .$$

Под действием разрывающих сил в стенках трубы будет возникать суммарная сила реакция $\boldsymbol{F_R}$, равная по величине разрывающей силе, но направленная в противоположную сторону:

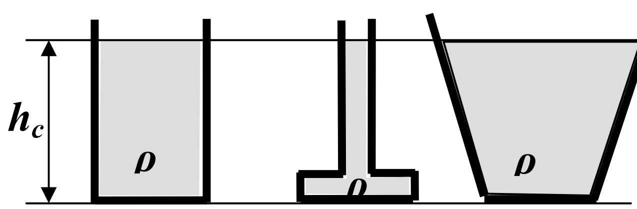
$$F_R = F_x .$$

Отсюда находится напряжение $\boldsymbol{\sigma}$ в стенках трубы, вызываемое давлением внутри трубы. Оно равняется

$$\sigma = \frac{F_R}{S_\delta} = \frac{PDl}{2l\sigma} = \frac{PD}{2\sigma} .$$

Гидростатический парадокс

Рассмотрим три сосуда разной формы, заполненные жидкостью до одного уровня $\boldsymbol{h_c}$. Все сосуды такие, что имеют одинаковую площадь дна.



В соответствии с общей формулой определения силы, действующей на

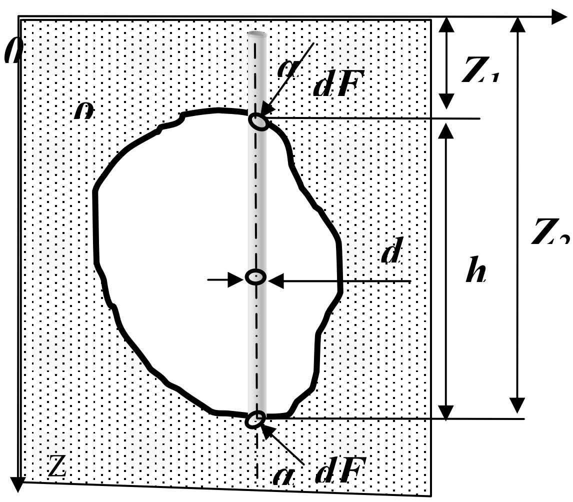
$\boldsymbol{S_1}$ = $\boldsymbol{S_2}$ =

плоскую поверхность

$$F_{изб} = \rho g h_c S \ ,$$

можно вычислить силу, действующую на дно сосуда. Для всех трёх сосудов эти силы окажутся одинаковыми и независящими от веса жидкости в сосуде. Но на опору все сосуды будут действовать с разными силами, равными весу сосудов с жидкостью. Этот факт получил название ***гидростатического парадокса***.

Основы теории плавания тел



Будем считать, что в жидкость плотностью $\boldsymbol{\rho}$ погружено тело объёмом $\boldsymbol{V}$. Выберем систему координат, ось $\boldsymbol{Z}$ которой направим вниз, а оси $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ вдоль свободной поверхности. Рассмотрим усилия, действующие на тело со стороны жидкости. Все горизонтальные составляющие, как было установлено выше, будут уравновешиваться. Для определения вертикальных составляющих выделим в твёрдом теле элементарный цилиндрический объём с площадью поперечного сечения $\boldsymbol{dS}$. На торцевые поверхности этого объёма действуют силы $\boldsymbol{dF_1}$ сверху и $\boldsymbol{dF_2}$ снизу.

Вертикальная составляющая силы $\boldsymbol{dF_1}$ будет:

$$\mathrm{dF_1 Cos}\,\alpha_1 = \rho\,\mathrm{gdS}_1\mathrm{Cos}\,\alpha_1 = \rho\,\mathrm{gz}_1\mathrm{dS}.$$

Вертикальная составляющая силы $\boldsymbol{dF_2}$ будет:

$$\mathrm{dF_2 Cos}\alpha_2 = -\rho\mathrm{gdS_2Cos}\alpha_2 = \rho\mathrm{gz_2dS}.$$

Будем считать, что погруженное в жидкость тело находится в равновесии. Поэтому вес выделенного элементарного цилиндра $\boldsymbol{dG}$ будет уравновешиваться действующими на него силами.

$$dG = \rho g z_1 dS - \rho g z_2 dS = -\rho g h dS \ .$$

Проинтегрировав это выражение по площади горизонтальной проекции тела, получим:

$$G = -\rho g \int_S h dS = -\rho g V .$$

Это выражение называется ***законом Архимеда***: погруженное в жидкость тело теряет в своём весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость. Другими словами на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости. Эта сила приложена в точке, которая называется точкой водоизмещения.

В зависимости от отношения веса и выталкивающей силы возможны три состояния тела:

- если вес больше выталкивающей силы – тело тонет,
- если вес меньше выталкивающей силы – тело всплывает,
- если вес равен выталкивающей силе – тело плавает.

Она направлена вертикально вверх и приложена в точке, соответствующей центру давления называемому - *центром водоизмещения,* количество воды, вытесненной плавающим телом, — *водоизмещением.*

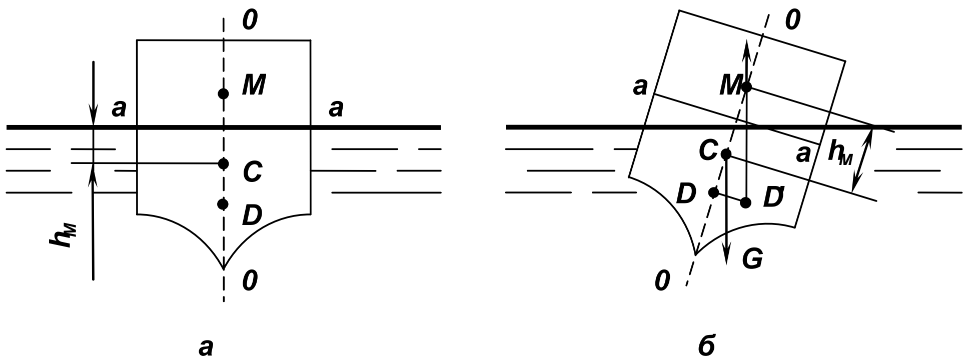


Рис Плавучесть тела *а* и *б* — судно остойчиво

На рисунке показана схема корпуса судна со следующими обозначениями: а—а—плоскость плавания, ограниченная ватерлинией, как контуром; *о—о*—ось плавания—ось, нормальная к плоскости плавания и проходящая через центр тяжести тела *С*.

На оси плавания расположены три центра: центр тяжести *С,* центр водоизмещения *D* и метацентр *М* (точка пересечения оси плавания с линией действия архимедовой силы).

Расстояние от метацентра до центра тяжести тела называют *метацентрической высотой* $\mathbf{h_м}$**.** Приняв за плоскость сравнения – плоскость плавания охарактеризуем остойчивость.

При $\mathbf{h_м > 0}$ положение тела будет остойчивым, при $\mathbf{h_м < 0}$ — неостойчивым, а при $\mathbf{h_м = 0}$ тело будет находиться в состоянии безразличного равновесия.

Плавучесть и остойчивость — ключевые понятия теории плавания тел. ***Плавучесть*** — это состояние равновесия твердого тела, частично или полностью погруженного в жидкость. ***Остойчивость*** — способность плавающего тела, выведенного из равновесия, восстанавливать исходное положение после прекращения действия сил, вызывающих крен. ***Крен*** — положение тела, при котором вертикальная плоскость его симметрии отклонена от вертикали к земной поверхности.

Между соотношениями веса плавающего тела *G* и его выталкивающей силой *Рв* возможны три состояния тела, погруженного в жидкость.

Если *G* > *Рв,* то тело тонет, так как равнодействующая сил *G* и *Рв* направлена вертикально вниз.

Если *G* < *Рв,* тело плавает в полупогруженном состоянии (надводное плавание), и при этом равнодействующая сил *G* и *Рв* направлена вертикально вверх, поэтому тело всплывает, пока новая уменьшенная выталкивающая сила Рв не будет равна весу тела *G (G=Pv).*

Тело плавает в погруженном состоянии в случае *G=Рв,* оно может находиться в устойчивом или неустойчивом равновесии. Чтобы тело находилось в равновесии, необходимо, чтобы его центр тяжести и центр водоизмещения лежали на одной вертикали.

В случае воздействия на плавающее тело внешних сил (ветра, крутого поворота) оно будет отклоняться от положения равновесия (давать крен). При остойчивом плавании тела центр тяжести расположен ниже центра водоизмещения, а после прекращения взаимодействия этих сил тело возвращается в прежнее положение. При неостойчивом плавании центр тяжести тела расположен выше центра водоизмещения, В этом случае тело выведено из состояния равновесия и не может возвратиться в первоначальное положение. Состояние безразличного равновесия характеризуется совпадением центров тяжести и водоизмещения.

Плавучесть тела выражается формулой

$$G = \gamma в V,$$

где ***G*** вес воды; ***γв***— удельный вес воды; ***V*** — объем вытесненной телом воды.

ПРИНЦИПЫ И СХЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЗАКОНОВ ГИДРОСТАТИКИ В ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАШИНАХ

К числу простых гидравлических машин, работа которых основана на использовании законов гидростатики, относятся гидропресс, гидроаккумулятор и гидродомкрат.

Гидропресс применяется для получения больших сжимающих усилий, необходимых при обработке различных изделий (ковке, штамповке, прессовании). Он состоит из двух сообщающихся цилиндров с поршнями малого *d1* и большого *d2* диаметров (рис.). Первый поршень (ныряло) соединен с рычагом, имеющим в т.О неподвижную шарнирную опору. Второй поршень (плунжер) составляет одно целое с платформой, на которую помещается прессуемое тело. Рычаг приводится вручную или с помощью специального двигателя. Рассматривая равновесие рычага, составим уравнение моментов относительно т.*O* и найдем:

$$P_1 = P \frac{a}{b}$$

Давление от малого поршня передается на большой поршень, причем сила давления на большой поршень

$$P_2 = P_1 \frac{S_2}{S_1}$$

после подстановки значений $S = \frac{\pi d^2}{4}$

$$P_2 = P_p \frac{a}{b}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

или с учетом потерь энергии на трение в движущихся частях, так называемого КПД т] == 0,80 ... 0,85, окончательно найдем

$$P_2 = P_p \frac{a}{b}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \eta$$

В современных гидропрессах можно получить усилия до $7{*}10^5$ кН. Если гидропресс используется в качестве гидроподъемника, то неподвижную плиту убирают.

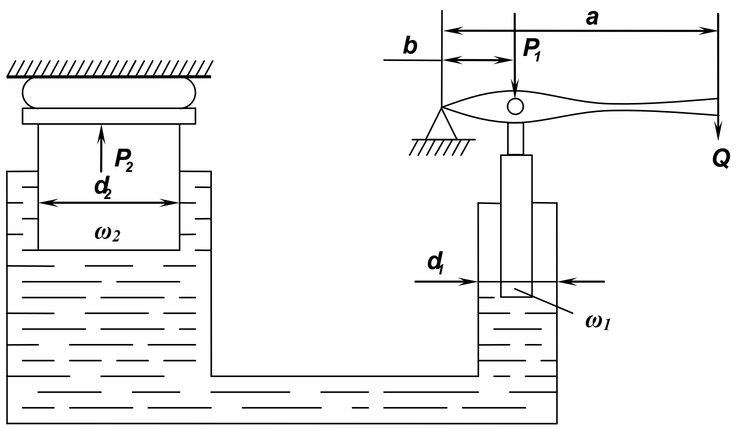


Рис.. Схема гидравлического пресса.

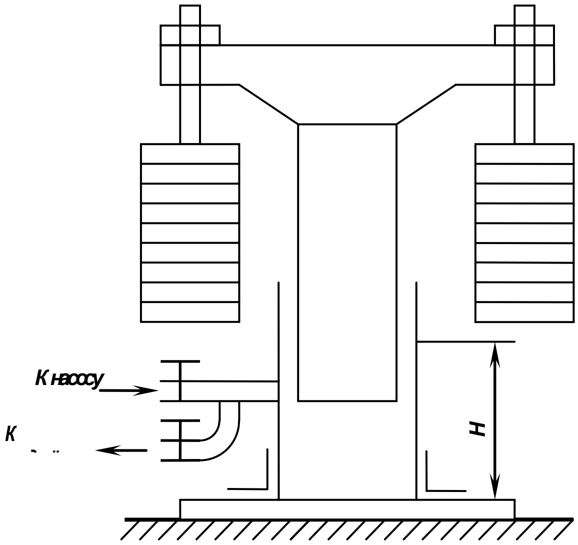


Рис Схема гидравлического аккумулятора.

Гидроаккумулятор служит для аккумулирования энергии, чтобы затем по мере надобности ее расходовать. Применяют его для поднятия больших грузов, для открытия и закрытия ворот шлюзов и т. д.

Различают грузовые и газовые гидроаккумуляторы. Грузовой гидроаккумулятор состоит из вертикального цилиндра, внутри которого помещен длинный плунжер, соединенный своей верхней частью с грузом большого веса. В гидроаккумулятор по трубе насосом нагнетается жидкость, которая поднимает плунжер с грузом вверх на некоторую высоту *H*. Сжатая в гидроаккумуляторе жидкость под постоянным давлением, т. к. давление жидкости в гидроаккумуляторе не зависит от степени его разрядки, подводится по нижней трубе к гидравлическим машинам, обеспечивая их работу с постоянной нагрузкой.

Лекция №5 ГИДРОДИНАМИКА

Гидродинамика — это раздел гидравлики, изучающий законы механического движения жидкости и ее взаимодействия с неподвижными и подвижными поверхностями. Основная задача гидродинамики: определение гидродинамических характеристик потока, таких как гидродинамическое давление, скорость движения жидкости, сопротивление движению жидкости, а также изучение их взаимосвязи.

Общие сведения.

Кинематика жидкости обычно в гидравлике рассматривается совместно с динамикой и отличается от нее изучением видов и кинематических характеристик движения жидкости без учета сил, под действием которых происходит движение, тогда как динамика жидкости изучает законы движения жидкости в зависимости от приложенных к ней сил.

Жидкость в гидравлике рассматривается как непрерывная среда, сплошь заполняющая некоторое пространство без образования пустот. Причины, вызывающие ее движение, — внешние силы, такие, как сила тяжести, внешнее давление и т. д. Обычно при решении задач гидродинамики этими силами задаются. Неизвестные факторы, характеризующие движение жидкости, — это внутреннее гидродинамическое давление (по аналогии с гидростатическим давлением в гидростатике) и скорость течения жидкости в каждой точке некоторого пространства. Причем гидродинамическое давление в каждой точке — функция не только координат данной точки, как это было с гидростатическим давлением, но и функция времени *t*, т. е. может изменяться и со временем.

Основной задачей этого раздела гидравлики является определение следующих зависимостей скорости ***u*** и давления ***P*** в каждой точке потока жидкости, которые являются соответствующими функциями времени ***t*** и координат ***x,y,z***:

$$u = f_u(x, y, z, t)$$

и

$$P = f_P(x, y, z, t).$$

Трудность изучения законов движения жидкости обусловливается самой природой жидкости и особенно сложностью учета касательных напряжений, возникающих вследствие наличия сил трения между частицами. Поэтому изучение гидродинамики, по предложению Л. Эйлера, удобнее начинать с рассмотрения невязкой (идеальной) жидкости, т. е. без учета сил трения, внося затем уточнения в полученные уравнения для учета сил трения реальных жидкостей.

Существует два метода изучения движения жидкости: метод Ж. Лагранжа и метод Л. Эйлера.

Метод Лагранжа заключается в рассмотрении движения каждой частицы жидкости, т. е. траектории их движения. Из-за значительной трудоемкости этот метод не получил широкого распространения.

Метод Эйлера заключается в рассмотрении всей картины движения жидкости в различных точках пространства в данный момент времени. Этот метод позволяет определить скорость движения жидкости в любой точке пространства в любой момент времени, т. е. характеризуется построением поля скоростей и поэтому широко применяется при изучении движения жидкости. Недостаток метода Эйлера в том, что при рассмотрении поля скоростей не изучается траектория отдельных частиц жидкости.

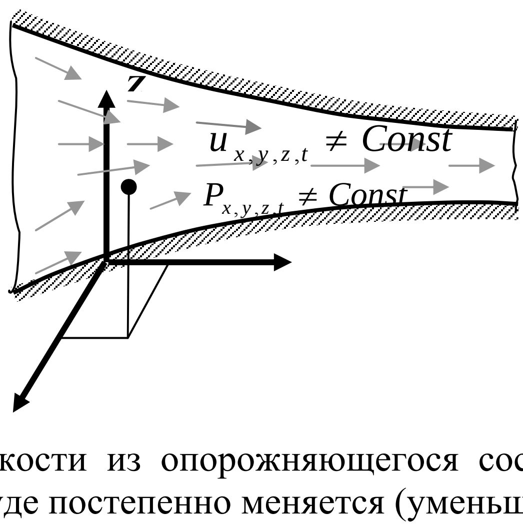
При перемещении жидкости силу давления, отнесенную к единице площади, рассматривают как напряжение гидродинамического давления, подобно напряжению гидростатического давления при равновесии жидкости. Как и в гидростатике, вместо термина «напряжение давления» используют выражение «гидродинамическое давление», или просто «давление».

По характеру изменения скоростей во времени движение жидкости бывает установившееся и неустановившееся.

Виды движения (течения) жидкости

Течение жидкости вообще может быть неустановившимся (нестационарным) или установившимся (стационарным).

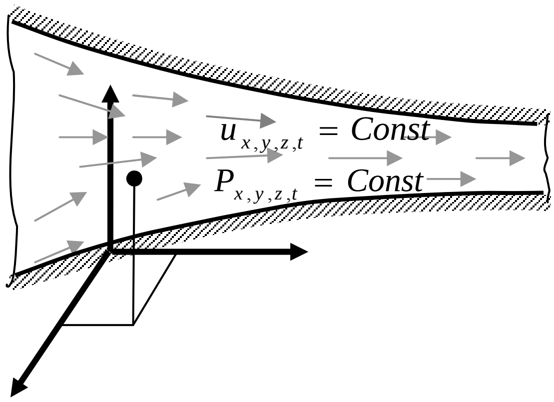
Неустановившееся движение – такое, при котором в любой точке потока скорость движения и давление с течением времени изменяются, т.е. $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{P}$ зависят не только от координат точки в потоке, но и от момента времени, в который определяются характеристики движения т.е.:



$$u = f_u(x,y,z,t) \text{ и } P = f_P(x,y,z,t).$$

Примером неустановившегося движения может являться вытекание жидкости из опорожняющегося сосуда, при котором уровень жидкости в сосуде постепенно меняется (уменьшается) по мере вытекания жидкости.

Установившееся движение – такое, при котором в любой точке потока скорость движения и давление с течением времени не изменяются, т.е. ***u*** и ***P*** зависят только от координат точки в потоке, но не зависят от момента времени, в который определяются характеристики движения:



$$u = f'_u(x, y, z) \text{ и } P = f'_P(x, y, z),$$

и, следовательно, $\dfrac{\partial P}{\partial t} = 0$, $\dfrac{\partial u_x}{\partial t} = 0$, $\dfrac{\partial u_y}{\partial t} = 0$, $\dfrac{\partial u_z}{\partial t} = 0$.

Пример установившегося движения - вытекание жидкости из сосуда с постоянным уровнем, который не меняется (остаётся постоянным) по мере вытекания жидкости.

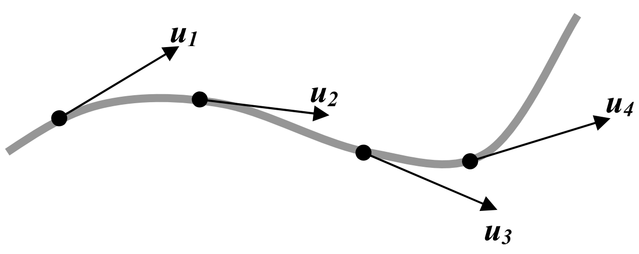
В случае установившегося течения в процессе движения любая частица, попадая в заданное, относительно твёрдых стенок, место потока, всегда имеет одинаковые параметры движения. Следовательно, каждая частица движется по определённой траектории.

Траекторией называется путь, проходимый данной частицей жидкости в пространстве за определенный промежуток времени.

При установившемся движении форма траекторий не изменяется во время движения. В случае неустановившегося движения величины направления и скорости движения любой частицы жидкости непрерывно изменяются, следовательно, и траектории движения частиц в этом случае также постоянно изменяются во времени.

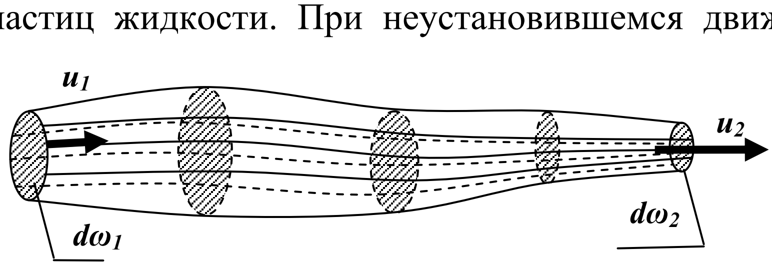
Поэтому для рассмотрения картины движения, образующейся в каждый момент времени, применяется понятие линии тока.

Линия тока - это кривая, проведенная в движущейся жидкости в данный момент времени так, что в каждой точке векторы скорости $\boldsymbol{u_i}$ совпадают с касательными к этой кривой.



Нужно различать траекторию и линию тока. Траектория характеризует путь, проходимый одной определенной частицей, а линия тока направление движения в данный момент времени каждой частицы жидкости, лежащей на ней.

При установившемся движении линии тока совпадают с траекториями частиц жидкости. При неустановившемся движении они не совпадают, и каждая частица жидкости лишь один момент



времени находится на линии тока, которая сама существует лишь в это мгновение. В следующий момент возникают другие линии тока, на которых будут располагаться другие частицы. Еще через мгновение картина опять меняется.

Если выделить в движущейся жидкости элементарный замкнутый контур площадью $d\omega$ и через все точки этого контура провести линии тока, то получится трубчатая поверхность, которую называют ***трубкой тока***. Часть потока, ограниченная поверхностью трубки тока, называется ***элементарной струйкой жидкости***. Таким образом, элементарная струйка жидкости заполняет трубку тока и ограничена линиями тока, проходящими через точки выделенного контура с площадью $d\omega$. Если $d\omega$ устремить к 0, то элементарная струйка превратится в линию тока.

Из приведённых выше определений вытекает, что в любом месте поверхности каждой элементарной струйки (трубки тока) в любой момент времени вектора скоростей направлены по касательной (и, следовательно, нормальные составляющие отсутствуют). Это означает, что ни одна частица жидкости не может проникнуть внутрь струйки или выйти наружу.

При установившемся движении элементарные струйки жидкости обладают рядом свойств:

- площадь поперечного сечения струйки и ее форма с течением времени не изменяются, так как не изменяются линии тока;
- проникновение частиц жидкости через боковую поверхность элементарной струйки не происходит;
- во всех точках поперечного сечения элементарной струйки скорости движения одинаковы вследствие малой площади поперечного сечения;
- форма, площадь поперечного сечения элементарной струйки и скорости в различных поперечных сечениях струйки могут изменяться.

Трубка тока является как бы непроницаемой для частиц жидкости, а элементарная струйка представляет собой элементарный поток жидкости.

При неустановившемся движении форма и местоположение элементарных струек непрерывно изменяются.

Кроме того, установившееся движение подразделяется на ***равномерное*** и ***неравномерное***.

Равномерное движение характеризуется тем, что скорости, форма и площадь сечения потока не изменяются по длине потока.

Неравномерное движение отличается изменением скоростей, глубин, площадей сечений потока по длине потока.

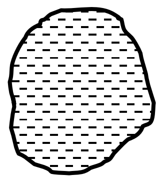
Среди неравномерно движущихся потоков следует отметить плавно изменяющиеся движения, характеризующееся тем, что:

- линии тока искривляются мало;
- линии тока почти параллельны, и живое сечение можно считать плоским;
- давления в живом сечении потока зависят от глубины.

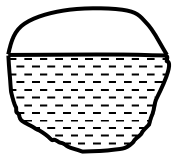
Типы потоков жидкости

Совокупность элементарных струек жидкости представляет собой ***поток*** жидкости. Различают следующие типы потоков (или типы движений жидкости).

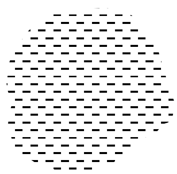
Напорные потоки (напорные движения) - это такие, когда поток ограничен твердыми стенками со всех сторон, при этом в любой точке потока давление отличается от атмосферного обычно в большую сторону, но может быть и меньше атмосферного. Движение в этом случае происходит за счёт напора, создаваемого, например, насосом или водонапорной башней. Давление вдоль напорного потока обычно переменное. Такое движение имеет место во всех гидроприводах технологического оборудования, водопроводах, отопительных системах и т.п.



Безнапорные потоки (безнапорные движения) отличаются тем, что поток имеет свободную поверхность, находящуюся под атмосферным давлением. Безнапорное движение происходит под действием сил тяжести самого потока жидкости. Давление в таких потоках примерно одинаково и отличается от атмосферного только за счет глубины потока. Примером такого движения может быть течение воды в реке, канале, ручье.



Свободная струя не имеет твёрдых стенок. Движение происходит под действием сил инерции и веса жидкости. Давление в таком потоке практически равно атмосферному. Пример свободной струи – вытекание жидкости из шланга, крана и т.п.



Гидравлические характеристики потока жидкости

В гидравлике различают следующие характеристики потока: ***живое сечение, смоченный периметр, гидравлический радиус, расход, средняя скорость.***

Живым сечением потока называется поверхность (поперечное сечение), нормальная ко всем линиям тока, его пересекающим, и лежащая внутри потока жидкости. Площадь живого сечения обозначается буквой ω. Для элементарной струйки жидкости используют понятие ***живого сечения элементарной струйки*** (сечение струйки, перпендикулярное линиям тока), площадь которого обозначают через $d\omega$.

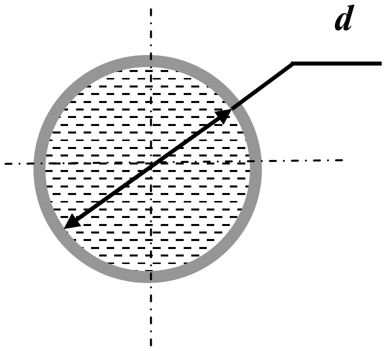
Смоченный периметр потока – линия, по которой жидкость соприкасается с поверхностями русла в данном живом сечении. Длина этой линии обозначается буквой χ.

В напорных потоках смоченный периметр совпадает с геометрическим периметром, так как поток жидкости соприкасается со всеми твёрдыми стенками.

Гидравлическим радиусом R потока называется часто используемая в гидравлике величина, представляющая собой отношение площади живого сечения ***S*** к смоченному периметру χ:

$$R = \frac{S}{\chi}.$$

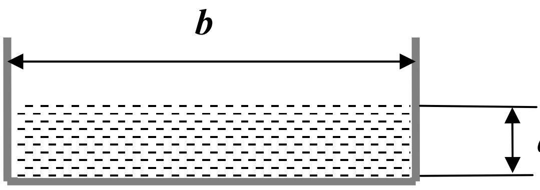
При напорном движении в трубе круглого сечения гидравлический радиус будет равен:



$$R = \frac{S}{\chi} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = \frac{d}{4},$$

т.е. четверти диаметра, или половине радиуса трубы.

Для безнапорного потока прямоугольного сечения с размерами $a \times b$ гидравлический радиус можно вычислить по формуле



$$R = \frac{S}{\chi} = \frac{ab}{2a + b}.$$

Свободная поверхность жидкости при определении смоченного периметра не учитывается.

Расход потока жидкости (расход жидкости) – количество жидкости, протекающей в единицу времени через живое сечение потока.

Различают объёмный, массовый и весовой расходы жидкости.

Объёмный расход жидкости это объём жидкости, протекающей в единицу времени через живое сечение потока. Объёмный расход жидкости измеряется обычно в ***м³/с***, ***дм³/с*** или ***л/с***. Он вычисляется по формуле

$$Q = \frac{V}{t},$$

где Q – объёмный расход жидкости,

V - объём жидкости, протекающий через живое сечение потока,

t – время течения жидкости.

Массовый расход жидкости это масса жидкости, протекающей в единицу времени через живое сечение потока. Массовый расход измеряется обычно в кг/с, г/с или т/с и определяется по формуле

$$Q_M = \frac{M}{t};$$

где Q_M – массовый расход жидкости,

M – масса жидкости, протекающий через живое сечение потока, t – время течения жидкости.

Весовой расход жидкости это вес жидкости, протекающей в единицу времени через живое сечение потока. Весовой расход измеряется обычно в ***Н/с***, ***КН/с***. Формула для его определения выглядит так:

$$Q_G = \frac{G}{t};$$

где $\boldsymbol{Q_G}$ – весовой расход жидкости,

$\boldsymbol{G}$ – вес жидкости, протекающий через живое сечение потока,

t – время течения жидкости.

Чаще всего используется объёмный расход потока жидкости. С учётом того, что поток складывается из элементарных струек, то и расход потока складывается из расходов элементарных струек жидкости ***dQ.***

Расход элементарной струйки – объем жидкости ***dV***, проходящей через живое сечение струйки в единицу времени. Таким образом:

$$dQ = \frac{dV}{dt},$$

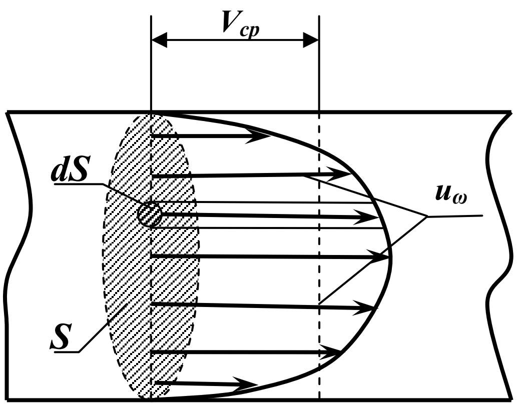
Если последнее выражение проинтегрировать по площади живого сечения потока можно получить формулу объёмного расхода жидкости, как сумму расходов элементарных струек

$$Q = \int_{\omega} dQ.$$

Применение этой формулы в расчетах весьма затруднительно, так как расходы элементарных струек жидкости в различных точках живого сечения потока различны. Поэтому в практике для определения расхода чаще пользуются понятием средней скорости потока.

Средняя скорость потока жидкости $\boldsymbol{V_{ср}}$ в данном сечении это не существующая в действительности скорость потока, одинаковая для всех точек данного живого сечения, с которой должна была бы двигаться жидкость, что бы её расход был равен фактическому.

Струйная модель потока



В гидравлике рассматривается ***струйная модель движения жидкости***, т.е. поток представляется как совокупность элементарных струек жидкости, имеющих различные скорости течения $\boldsymbol{u_s}$. Индекс $\boldsymbol{s}$ означает (напоминает), что в каждой точке живого сечения скорости различны. Элементарные струйки как бы скользят друг по другу. Они трутся между собой и вследствие этого их скорости различаются. Причём, в середине потока скорости наибольшие, а к периферии они уменьшаются. Распределение скоростей по живому сечению потока можно представить в виде параболоида с основанием, равным $\boldsymbol{S}$. Высота его в любой точке равна скорости соответствующей элементарной струйки $\boldsymbol{u_S}$. Площадь элементарной струйки равна $\boldsymbol{dS}$. В пределах этой площади скорость можно считать постоянной. Понятно, что за единицу времени через живое сечение потока будет проходить объём жидкости $\boldsymbol{V_t}$, равный объёму параболоида. Этот объём жидкости и будет равен расходу потока.

$$V_{t = \text{параболоид} \quad \text{а}} = Q = \int_s dQ = \int_S u_S dS .$$

С учётом понятия средней скорости, которая во всех точках живого сечения одинакова, за единицу времени через живое сечение потока будет проходить объём жидкости (обозначим его $\boldsymbol{V_{tcp}}$), равный:

$$\boldsymbol{V_{tcp} = SV_{cp}}.$$

Если приравнять эти объёмы $\boldsymbol{Vtcp} = \boldsymbol{V_{t=параболоида}}$, можно определить значение средней скорости потока жидкости:

$$V_{cp} = \frac{\int_S u_S dS}{S} = \frac{Q}{S}.$$

В дальнейшем среднюю скорость потока жидкости будем обозначать буквой $\boldsymbol{V}$ без индекса $_{\boldsymbol{cp}}$.

При неравномерном движении средняя скорость в различных живых сечениях по длине потока различна. При равномерном движении средняя скорость по длине потока постоянна во всех живых сечениях.

Уравнение неразрывности жидкости. В гидравлике обычно рассматривают потоки, в которых не образуются разрывы. Если выделить в потоке два любых сечения, отстоящих друг от друга на некотором расстоянии, то можно записать:

$$Q_1 = Q_2 = Q_n = const$$

или

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = \ldots = v_n S_n = Q_n = const$$

где Q — расход жидкости, м^3/с; v — средняя скорость в сечении при установившемся движении, м/с; S— площадь живого сечения, м^2

Как следует из вышерассмотренного уравнения расход, проходящий через все живые сечения потока, неизменен, несмотря на то, что в каждом сечении средняя скорость и площадь живого сечения различны.

Уравнение называют уравнением неразрывности потока при установившемся движении.

Из уравнения получим важное соотношение

$$v_1 / v_2 = S_2 / S_1$$

т. е. средние скорости обратно пропорциональны площадям живых сечений, которым соответствуют эти средние скорости.

Уравнение неразрывности потока — одно из основных уравнений гидродинамики. Оно выводится из уравнения неразрывности для элементарной струйки несжимаемой жидкости при установившемся движении:

$$v_1 \Delta S_1 = v_2 \Delta S_2 = ... = v_n \Delta S_n = \Delta Q_n = const$$

где **v** — местные скорости в каждом живом сечении струйки, м/с; ΔS — площадь живого сечения элементарной струйки, м^2; $\Delta\ Q_n$— элементарный расход, м^3/с

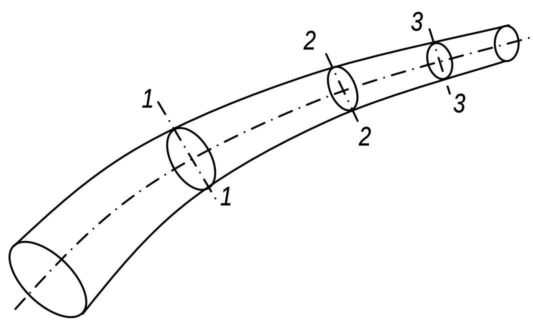


Рис.- схема демонстрирующая неразрывность потока

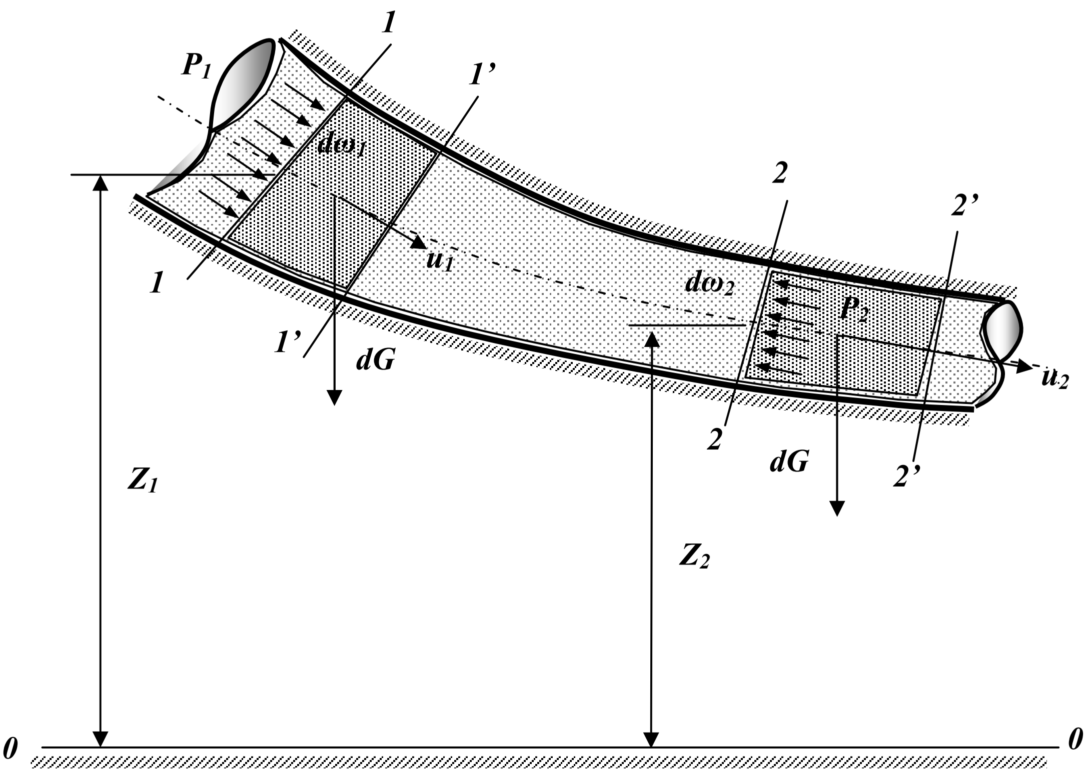
Лекция №6 Уравнение Бернулли
1. Уравнение Бернулли для струйки идеальной жидкости
2. Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли
3. Энергетическая интерпретация уравнения Бернулли
4. Уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости
5. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

Уравнение Бернулли для струйки идеальной жидкости

Рассмотрим элементарную струйку идеальной жидкости при установившемся движении, в которой выделим два сечения **1-1 и 2-2.** Площади живых сечений потока обозначим $d\omega_1$ и $d\omega_2$. Положение центров тяжести этих сечений относительно произвольно расположенной линии сравнения (нулевой линии) **0 - 0** характеризуется величинами z_1 и z_2. Давления и скорости жидкости в этих сечениях имеют значения P_1, P_2 и u_1, u_2 соответственно.

Будем считать, что движение струйки жидкости происходит только под действием силы давления (внутреннее трение в жидкости отсутствует), а давление обладает свойствами статического и действует по нормали внутрь рассматриваемого объёма.

За малый промежуток времени dt частицы жидкости из **1-1** переместятся в **1'-1'** на расстояние, равное u_1dt, а частицы из **2-2** в **2' - 2'** на расстояние u_2dt.



Согласно теореме кинетической энергии приращение энергии тела (в данном случае выделенного объёма жидкости) равно сумме работ всех действующих на него сил.

Работу в данном случае производят силы давления, действующие в рассматриваемых живых сечениях струйки ***1-1*** и ***2-2***, а также силы тяжести. Тогда работа сил давления в сечении ***1-1*** будет положительна, т.к. направление силы совпадает с направлением скорости струйки. Она будет равна произведению силы $p_1 d\omega_1$ на путь $u_1 dt$:

$$P_1 d\omega_1 u_1 dt\ .$$

Работа сил давления в сечении ***2-2*** будет отрицательной, т.к. направление силы противоположно направлению скорости. Её значение

$$-P_2 d\omega_2 u_2 dt\ .$$

Полная работа, выполненная силами давления, примет вид:

$$P_1 d\omega_1 u_1 dt - P_2 d\omega_2 u_2 dt\ .$$

Работа сил тяжести равна изменению потенциальной энергии положения выделенного объёма жидкости при перемещении из сечения ***1-1*** в сечение ***2-2***. С учётом условия неразрывности потока и несжимаемости жидкости выделенные элементарные объёмы будут равны и, следовательно, будут равны их веса dG:

$$dG = \rho g u_1 d\omega_1 dt = \rho g u_2 d\omega_2 dt\ .$$

При перетекании от сечения ***1-1*** в сечение ***2-2*** центр тяжести выделенного объёма переместится на разность высот $(z_1 - z_2)$ и работа, произведённая силами тяжести, составит:

$$dG\,(Z_1 - Z_2)\ .$$

Проанализируем теперь изменение кинетической энергии рассматриваемого объёма элементарной струйки жидкости.

Приращение кинетической энергии выделенного объёма за dt равно разности его кинетических энергий в сечениях ***1-1*** и ***2-2***. Это приращение составит

$$\frac{\frac{dG}{g}u_1^2}{2} - \frac{\frac{dG}{g}u_2^2}{2} = (u_1^2 - u_2^2)\frac{dG}{2g}\ .$$

Приравнивая приращение кинетической энергии сумме работ сил тяжести и сил давления, придём к виду:

$$dG(Z_1 - Z_2) + P_1 d\omega_1 u_1 dt - P_2 d\omega_2 u_2 dt = (u_1^2 - u_2^2)\frac{dG}{2g}.$$

Разделив обе части на вес ***dG***, т.е. приведя уравнение к единичному весу, получим

$$\frac{dG(Z_1 - Z_2)}{dG} + \frac{P_1 d\omega_1 u_1 dt}{\rho g u_1 d\omega_1 dt} - \frac{P_2 d\omega_2 u_2 dt}{\rho g u_1 d\omega_1 dt} = (u_1^2 - u_2^2)\frac{dG}{2g}\frac{1}{dG}.$$

После сокращения и преобразований придём к искомому виду

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}.$$

Если учесть, что сечения ***1-1*** и ***2-2*** выбраны произвольно, можно прийти к выводу, что сумма приведённых выше величин $z_i + \frac{P_i}{\rho g} + \frac{u_i^2}{2g}$, описывающих движение жидкости под действием сил давления и сил тяжести есть величина постоянная для элементарной струйки, т.е.

$$Z + \frac{P}{g\rho} + \frac{u^2}{2g} = const \quad (= H).$$

Таким образом, снова получено то же (ранее полученное интегрированием уравнений Эйлера) ***уравнение Бернулли для элементарной струйки*** невязкой жидкости при установившемся движении под действием сил тяжести.

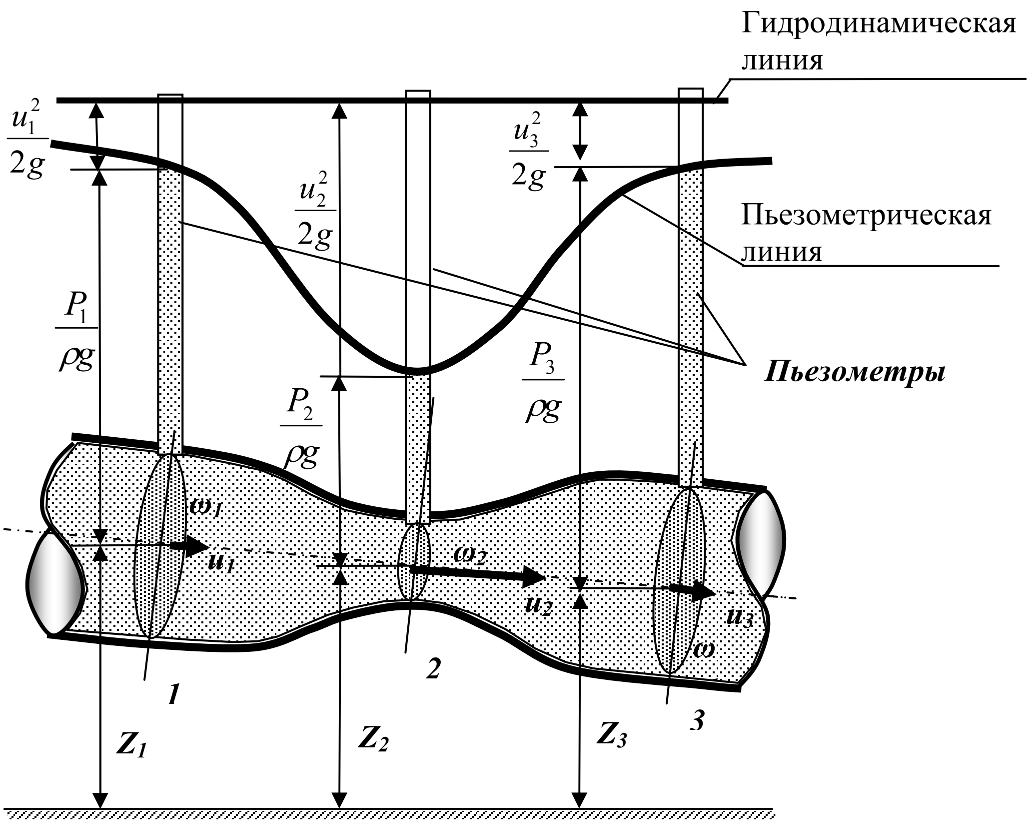
Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли

Положение любой частицы жидкости относительно некоторой произвольной линии нулевого уровня ***0-0*** определяется вертикальной координатой ***Z***. Для реальных гидравлических систем это может быть уровень, ниже которого жидкость из данной гидросистемы вытечь не может. Например, уровень пола цеха для станка или уровень подвала дома для домашнего водопровода.

- Как и в гидростатике, величину ***Z*** называют ***нивелирной высотой***.
- Второе слагаемое - $\frac{p}{g\rho}$ носит название ***пьезометрическая высота***. Эта величина соответствует высоте, на которую поднимется жидкость в пьезометре, если его установить в рассматриваемом сечении, под действием давления ***P***.

- Сумма первых двух членов уравнения $Z+\frac{p}{g\rho}$ — ***гидростатический напор***.
- Третье слагаемое в уравнения Бернулли $\frac{u^2}{2g}$ называется ***скоростной высотой*** или ***скоростным напором***. Данную величину можно представить как высоту, на которую поднимется жидкость, начавшая двигаться вертикально со скорость ***u*** при отсутствии сопротивления движению.
- Сумму всех трёх членов (высот) называют ***гидродинамическим или полным напором*** и, как уже было сказано, обозначают буквой ***H***.

Все слагаемые уравнения Бернулли имеют размерность длины и их можно изобразить графически.



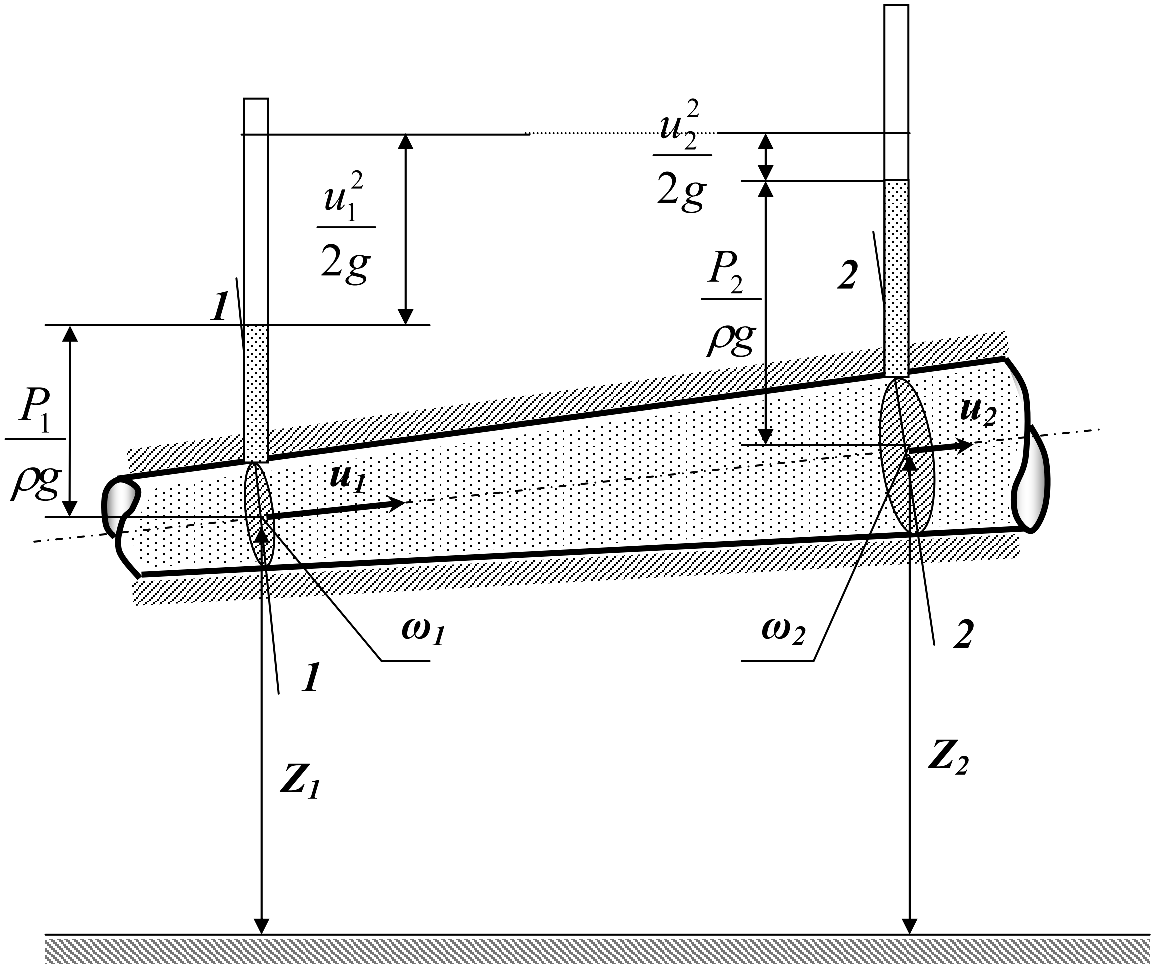
Значения $z, \frac{P}{g\rho}, \frac{u^2}{2g}$ - ***нивелирную, пьезометрическую и скоростную высоты*** можно определить для каждого сечения элементарной струйки жидкости. Геометрическое место точек, высоты которых равны $z+\frac{P}{g\rho}$, называется ***пьезометрической линией***. Если к этим высотам добавить скоростные высоты, равные $\frac{u^2}{2g}$, то получится другая линия, которая называется ***гидродинамической*** или ***напорной линией***.

Из уравнения Бернулли для струйки невязкой жидкости (и графика) следует, что гидродинамический напор по длине струйки постоянен.

Энергетическая интерпретация уравнения Бернулли

Выше было получено уравнение Бернулли с использованием энергетических характеристик жидкости. Суммарной энергетической характеристикой жидкости является её гидродинамический напор.

С физической точки зрения это отношение величины механической



энергии к величине веса жидкости, которая этой энергией обладает. Таким образом, гидродинамический напор нужно понимать как энергию единицы веса жидкости. И для идеальной жидкости эта величина постоянна по длине. Таким образом, физический смысл уравнения Бернулли это ***закон сохранения энергии для движущейся жидкости***.

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} = \ldots = gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = E = gH = const$$

Здесь с энергетической точки зрения (в единицах энергии, Дж/кг) ***gz*** — удельная потенциальная энергия положения; ***P/ρ*** — удельная потенциальная энергия давления; ***gz*** + ***P/ρ*** — удельная потенциальная энергия; ***u^2/2*** — удельная кинетическая энергия; ***u*** — скорость элементарной струйки идеальной жидкости.

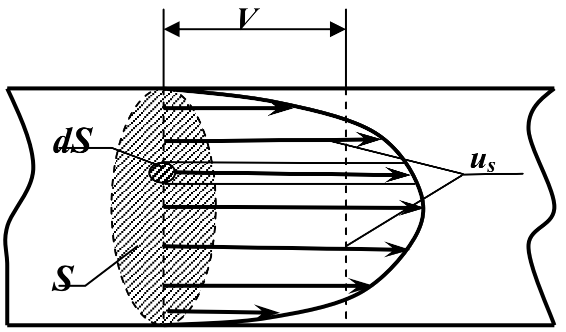
Умножив все члены уравнения на удельный вес жидкости γ, получим

$$\gamma z + P + \rho u^2 / 2 = \gamma H = const$$

γz - весовое давление, Па; P — гидродинамическое давление, Па; $\rho u^2/2$ — динамическое давление Па; γH — полное давление, Па

Уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости

Поток идеальной жидкости, как указывалось ранее, можно представить совокупностью элементарных струек жидкости. Скорости по сечению потока неодинаковы, причём в середине потока скорости наибольшие, а к периферии они уменьшаются (струйная модель потока). Это означает, что



различные струйки в одном сечении имеют различные значения кинетической энергии. Отсюда следует, что кинетическая энергия, посчитанная с использованием скоростей элементарных струек u_S, и кинетическая энергия, посчитанная с использованием значения средней скорости потока V, будет иметь разные значения. Выясним, какова эта разница. Кинетическая энергия элементарной струйки $dE_{эс}$ равна:

$$dE_{эс} = \frac{u_S^2 dm}{2},$$

где dm - масса жидкости плотностью ρ, протекающей через живое сечение элементарной струйки dS со скоростью u_S за время dt, равная:

$$dm = u_S \rho\, dSdt \quad .$$

Проинтегрировав выражение для $dE_{эс}$, получим выражение для кинетической энергии потока идеальной жидкости $E_п^u$.

$$E_п^u = \int_S dE_{эс}^u = \int_S \frac{u_S^2 dm}{2} = \int_s \frac{u_S^2 u_S \rho\, d\omega\, dt}{2} = \frac{\rho}{2}\int_S u_S^3 dSdt \quad .$$

Если принять, что $t=1$, получим:

$$E_п^u = \frac{\rho}{2}\int_S u_S^3 dS \ .$$

Последняя формула определяет энергию потока с использованием скоростей элементарных струек u_ω.

Если получить значение кинетической энергии потока с использованием значения средней скорости потока V, получим формулу:

$$E_{п}^{V} = \frac{mV^{2}}{2},$$

где m - масса жидкости плотностью ρ, протекающей через живое сечение потока ω со скоростью V за время t, равная:

$$m = V\rho St \ .$$

После подстановки при $t=1$ окончательно получим:

$$E_{п}^{V} = \frac{\rho}{2}V^{3}S.$$

Отношение $E_{п}^{u}$ и $E_{п}^{V}$, равное:

$$\frac{E_{п}^{u}}{E_{п}^{V}} = \frac{\int_{\omega} u^{3}dS}{V^{3}S} = \alpha \ .$$

Полученная величина α носит наименование ***коэффициента кинетической энергии*** или ***коэффициента Кориолиса***. Смысл этого коэффициента заключается в отношении действительной кинетической энергии потока в определённом сечении к кинетической энергии в том же сечении потока, но при равномерном распределении скоростей. При равномерном распределении скоростей его значение равно единице, а при неравномерном – всегда больше единицы и для любого потока его значение находится в пределах от ***1*** до ***2*** и более.

Учитывая коэффициент кинетической энергии, приведём уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости, которое примет вид:

$$H_{потока} = Z + \frac{P}{\rho g} + \alpha\frac{V^{2}}{2g}.$$

Надо учесть, что в общем случае в разных сечениях потока коэффициент α будет иметь различные значения.

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

В реальных потоках жидкости присутствуют силы вязкого трения. В результате слои жидкости трутся друг об друга в процессе движения. На это трение затрачивается часть энергии потока. По этой причине в процессе движения неизбежны потери энергии. Эта энергия, как и при любом трении, преобразуется в тепловую энергию. Из-за этих потерь энергия потока жидкости по длине потока, и в его направлении постоянно уменьшается. Т.е. напор потока $H_{потока}$ в направлении движения потока становится меньше. Если рассмотреть два соседних сечения ***1-1*** и ***2-2,*** то потери гидродинамического напора Δh составят:

$$\Delta h = H_{1-1} - H_{2-2},$$

где H_{1-1}- напор в первом сечении потока жидкости,

H_{2-2} - напор во втором сечении потока,

Δh - потерянный напор - энергия, потерянная каждой единицей веса движущейся жидкости на преодоление сопротивлений на пути потока от сечения ***1-1*** до сечения ***2-2***.

С учётом потерь энергии ***уравнение Бернулли для потока реальной жидкости*** будет выглядеть

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \Delta h.$$

Индексами 1 и 2 обозначены характеристики потока в сечениях ***1-1*** и ***2-2***.

Если учесть, что характеристики потока V и α зависят от геометрии потока, которая для напорных потоков определяется геометрией трубопровода, понятно, что потери энергии (напора) в разных трубопроводах будут изменяться неодинаково. Показателем изменения напора потока является ***гидравлический уклон I***, который характеризует потери напора на единице длины потока. Физический смысл гидравлического уклона – интенсивность рассеяния энергии по длине потока. Другими словами, величина I показывает, как быстро трубопровод поглощает энергию потока, протекающего в нём

$$I = \frac{\Delta h}{L_{1-2}}.$$

Изменение энергии по длине потока удобно проследить на графиках. Из уравнения Бернулли для потока реальной жидкости (закона сохранения энергии) видно, что гидродинамическая линия для потока реальной жидкости (с одним источником энергии) всегда ниспадающая. То же справедливо и для пьезометрической линии, но только в случае равномерного движения, когда скоростной напор $\alpha \frac{V^2}{2g} = const$, а уменьшение напора происходит только за счёт изменения потенциальной энергии потока, главным образом за счёт уменьшения давления P.

Пьезометрическим уклоном называют изменение удельной потенциальной энергии жидкости вдоль потока, приходящееся на единицу его длины.

$$j = \frac{(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - (z_2 + \frac{p_2}{\gamma})}{l}$$

Если гидравлический уклон всегда положителен, то пьезометрический может быть и положительным, и отрицательным. При равномерном движении жидкости, когда скорость по длине потока не изменяется, скоростной напор вдоль потока $\alpha v^2 / (2g) = const$. Следовательно, пьезометрическая линия параллельна энергетической, и пьезометрический уклон равен гидравлическому.

Изменение удельной потенциальной энергии положения вдоль потока жидкости, приходящееся на единицу длины, называют *геометрическим уклоном* ***i*** и определяют по формуле

$$i = (z_1 - z_2)/l$$

где ***l*** — расстояние между сечениями потока.

Сформулируем два условия применимости к потоку жидкости уравнения Бернулли: 1) движение жидкости должно быть установившимся; 2) движение жидкости в сечениях *1—2, 2—2* и *3—3,*соединяемых уравнением Бернулли, должно быть параллельно струйным или плавноизменяющимся, в промежутке же между сечениями *1—1, 2—2* и *3—3* движение жидкости может быть и резко меняющимся.

На применении уравнения Бернулли основан принцип действия приборов для измерения скоростей и расходов жидкости. Одним из таких приборов является расходомер Вентури, состоящий из двух конических отрезков трубы, узкие концы которых соединены коротким цилиндрическим патрубком длиной менее 10 диаметров трубопровода (отношение диаметра конфузора и диффузора соответственно ***d/D≐0,3...0,7)***. Принцип работы расходомера Вентури базируется на уравнении Бернулли и уравнении неразрывности потока, а также на том, что перепад давлений на диафрагме, измеряемый пьезометром либо дифманометром пропорционален квадрату протекающего через нее расхода

$$\Delta h = \frac{Q^2}{S^2 \cdot \mu^2 \cdot 2g}$$

Для определения местных скоростей при плавноизменяющемся безнапорном движении применяют метод Пито. Трубку, нижний конец которой изогнут под прямым углом, опускают навстречу потоку, и жидкость в трубке начинает подниматься над свободной поверхностью, где давление равно атмосферному, на высоту $h = u^z/(2g)$.

При определении местных скоростей в напорном потоке используют систему из двух трубок, одна из которых представляет собой обычный пьезометр, показывающий напор ***P/γ,*** а другая,только что описанная, измеряет величину напора $(P/\gamma) + u^z/(2g)$

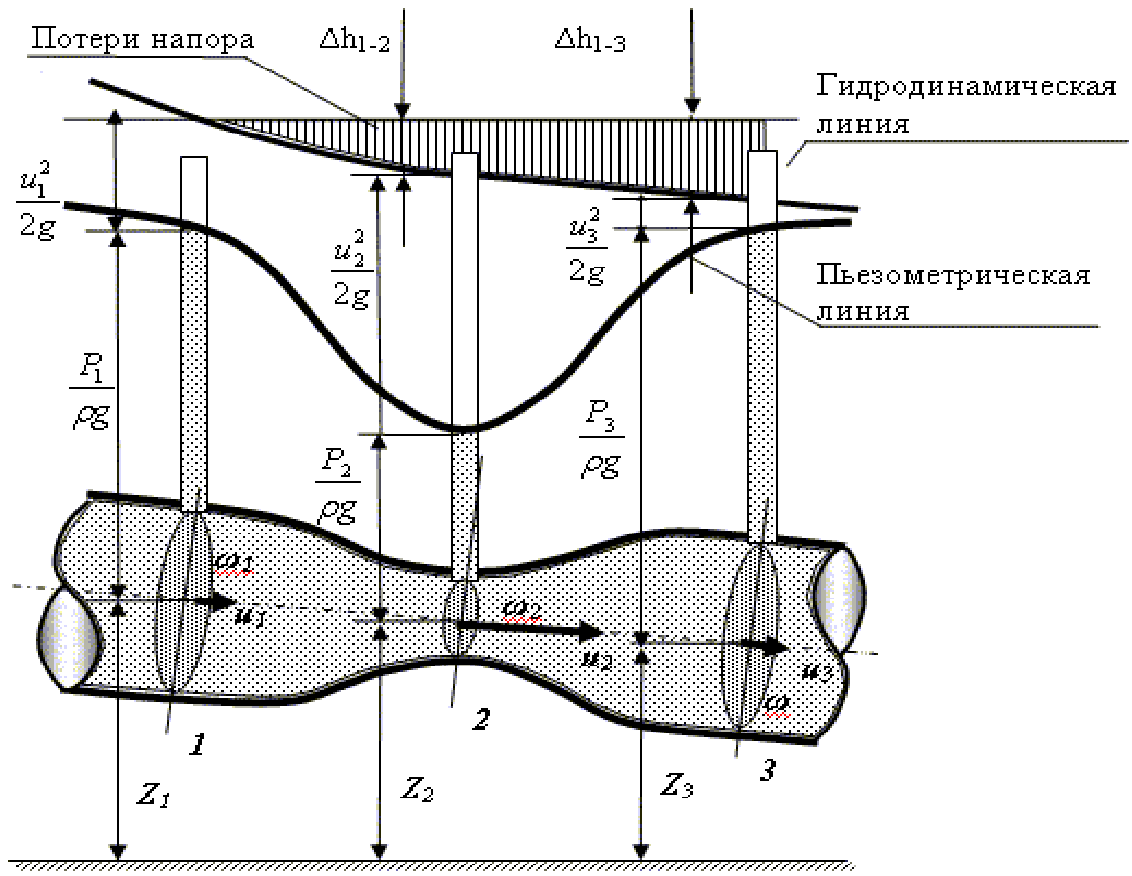
Разность уровней в обеих трубках ***h*** представляет собой скоростной напор

$$u^z/(2g)$$

Местные скорости находят с помощью трубки Пито по формуле

$$u = k\sqrt{2gh}$$

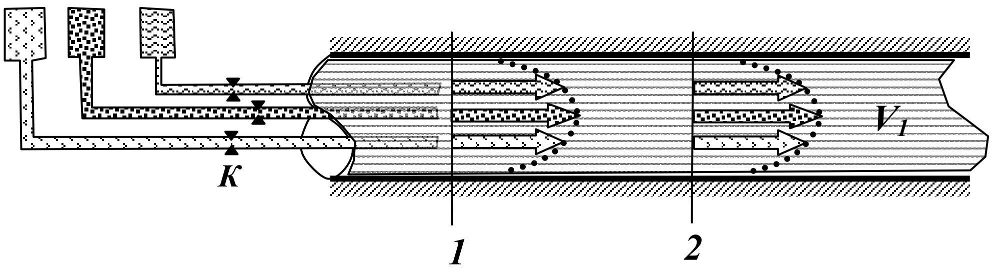
где ***k***- поправочный коэффициент, определяемый для каждой трубки опытным путем



ЛЕКЦИЯ 7. РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ

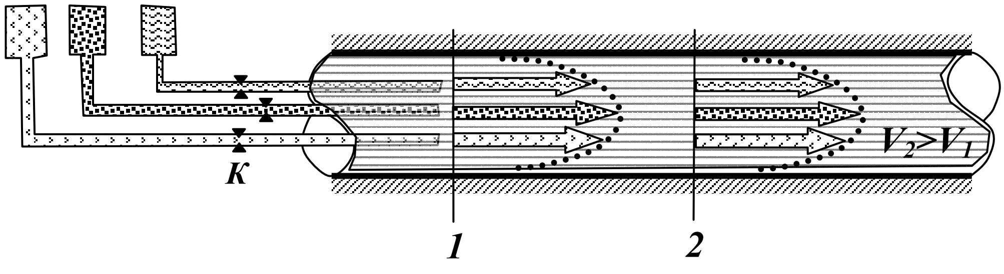
Два режима течения жидкости

Возьмём прозрачную трубу, в которой с небольшой скоростью V_1 течёт прозрачная жидкость, например, вода. В этот поток поместим небольшие, существенно меньшие, чем диаметр потока, трубки. В трубках под напором находится подкрашенная жидкость, например, цветные чернила, которая может из них вытекать, если открыть краны ***K***. Будем открывать их на короткое

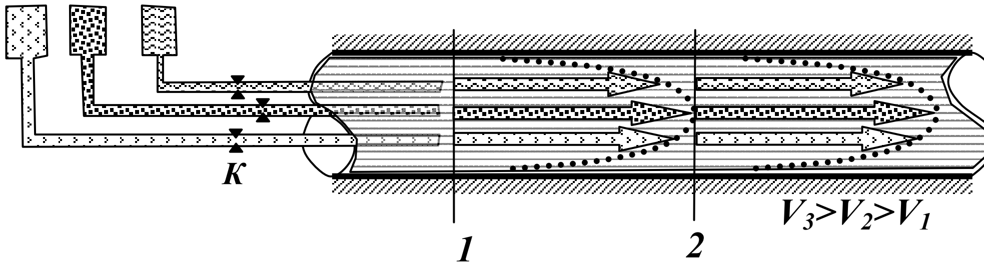


время (1-3 секунды) и прекращать подачу чернил через какие-то промежутки времени так, чтобы можно было проследить движение цветной жидкости. В таком случае в потоке будут возникать разноцветные струйки, причём цветная жидкость будет явно показывать распределение скоростей (эпюра скоростей) по сечению потока. Это распределение будет соответствовать рассмотренной ранее струйной модели потока. Если наблюдать за движением жидкости, то можно ясно видеть, что при перемещении от сечения 1 к сечению 2 картина распределения скоростей будет оставаться постоянной, а движение жидкости будет слоистым, плавным, все струйки тока будут параллельны между собой. Такое ***движение*** носит название ***ламинарное*** (от латинского слова lamina - слой).

Если увеличить скорость основного потока до величины V_2 и повторить эксперимент с цветными струйками, то эпюры скоростей как бы вытя-



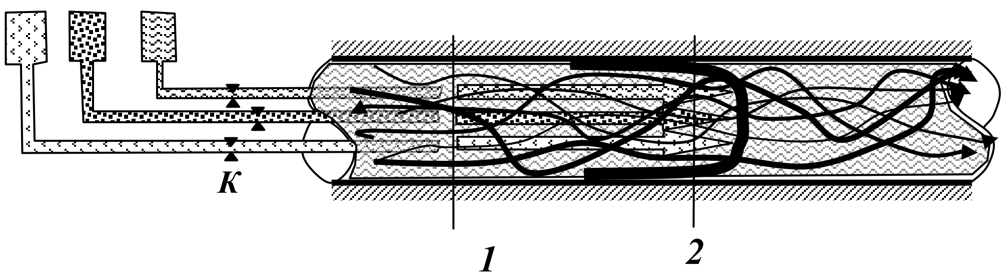
нутся, а характер движения останется прежним, ламинарным. Попутно заметим, что коэффициент кинетической энергии α, входящий в уравнение Бернулли и учитывающий отношение действительной кинетической энергии потока к кинетической энергии, посчитанной с использованием средней скорости, при «вытягивании» эпюры скоростей возрастает.



Если еще больше увеличить подачу жидкости до скорости V_3, то эпюры скоростей могут вытянуться ещё больше и при этом течение будет спокойным, плавным – ламинарным. Коэффициент α приближается к значению **2**.

Однако до бесконечности увеличивать скорость при ламинарном режиме движения потока невозможно. Обязательно наступит такой момент, когда характер движения жидкости радикально изменится. Цветные струйки начнут сначала колебаться, затем размываться и интенсивно перемешиваться. Течение потока становится неспокойным, с постоянным вихреобразованием. Эпюра распределения скоростей по сечению потока приблизится к прямоугольной форме, а значения скоростей в разных сечениях потока станут практически равны средней скорости движения жидкости. Значение коэффициента кинетической энергии α приближается к **1**.

Такое течение жидкости называется ***турбулентным*** (от латинского



слова *turbulentus* - возмущённый, беспорядочный).

Если снова уменьшить скорость течения жидкости, восстановиться ламинарный режим движения. Переход от одного режима движения к другому будет происходить примерно при одной и той же скорости, которую называют критической скоростью и обозначают $V_{кр}$. Эксперименты показывают, что значение этой скорости прямо пропорционально кинематическому коэффициенту вязкости жидкости ν и обратно пропорционально диаметру трубопровода d (для наиболее часто применяемых труб круглого сечения) или гидравлическому радиусу потока R (для других типов труб и русел).

$$V_{кр} = \kappa \frac{\nu}{d}, \quad \text{или} \quad V_{кр} = \kappa_1 \frac{\nu}{R}.$$

В этих выражениях коэффициенты κ и κ_1 - безразмерные величины, одинаковые (близки по данным различных экспериментов) для всех жидкостей (и газов) для любых размеров труб и сечений потока. В дальнейшем мы будем рассматривать только напорные потоки в трубах круглого сечения.

Безразмерный коэффициент $\kappa = \dfrac{V_{кр} d}{\nu}$ называется ***критическим числом Рейнольдса*** по фамилии английского ученого - физика, исследовавшего в 1883г. два режима течения жидкости. Этот коэффициент обозначается:

$$\mathrm{Re}_{кр} = \frac{V_{кр} d}{\nu}.$$

Опытным путём установлено, что критическое число Рейнольдса для круглых труб - ***2320*** для круглых труб, а для других сечений ***580***.

Для определения режима движения в потоке надо найти ***фактическое число Рейнольдса Re***, которое можно установить для любого потока по формуле

$$\mathrm{Re} = \frac{V\ d}{\nu},$$

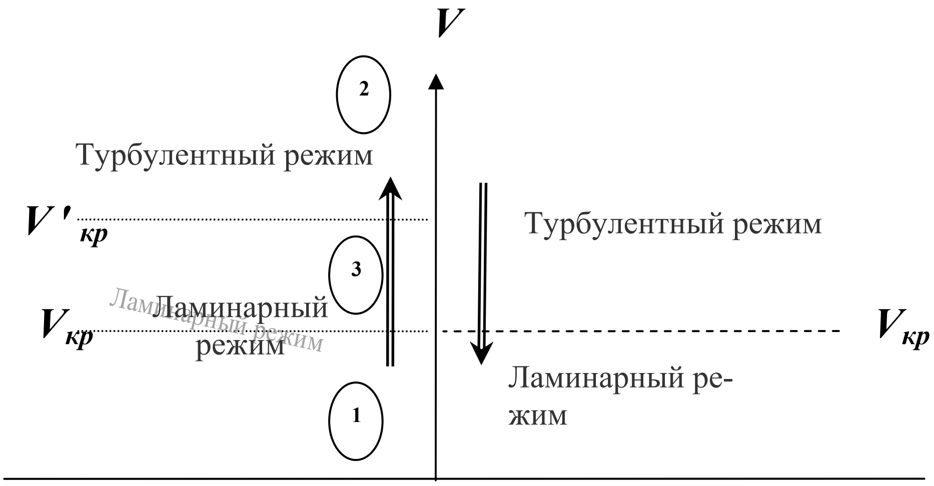
и сравнить его с критическим числом $\boldsymbol{Re_{кр}}$.

При этом, если $\boldsymbol{Re < Re_{кр}}$, то режим движения ламинарный, если $\boldsymbol{Re > Re_{кр}}$, то режим движения турбулентный.

Физический смысл числа Рейнольдса

Физический смысл числа Рейнольдса заключается в смене режимов течения жидкости. В настоящее время не существует строгого научно доказанного объяснения этому явлению, однако наиболее достоверной гипотезой считается следующая: смена режимов движения жидкости определяется отношением сил инерции к силам вязкости в потоке жидкости. Если преобладают первые, то режим движения турбулентный, если вторые - ламинарный. Турбулентные потоки возникают при высоких скоростях движения жидкости и малой вязкости, ламинарные потоки возникают в условиях медленного течения и в вязких жидкостях. На практике в различных газопроводах, водопроводах и подобных им системах чаще встречаются турбулентные потоки даже при скоростях менее ***1м/с***. В гидросистемах технологического оборудования, в которых в качестве рабочих жидкостей используются минеральные масла, турбулентный режим возникает при скоростях более ***15м/с***, тогда как при проектировании таких систем чаще всего предусматривают скорости ***4-5м/с***. Режим движения в таких трубопроводах, как правило, ламинарный.

Так как силы инерции и силы вязкости в потоке жидкости зависят от многих причин, то при скоростях, близких к критической, могут возникать переходные режимы, при которых наблюдаются неустойчивое ламинарное или турбулентное движение. Эти режимы отражены на схеме.



Если скорость потока увеличивать, то ламинарный режим (зоны 1 и 3)

переходит в турбулентный (зона 2) при скорости $V'_{кр}$ – верхняя критическая скорость. Ей соответствует верхнее число Рейнольдса. Если скорость уменьшать, то переход из турбулентного потока в ламинарный происходит при скорости $V_{кр}$ - нижняя критическая скорость. Ей соответствует нижнее число Рейнольдса. Зону 3 называют неустойчивой, или переходной, зоной. При скоростях, которые к ней относятся, могут существовать как ламинарные, так и турбулентные потоки. Однако ламинарный режим в этой зоне весьма неустойчив и любое возмущение, например, колебание трубы, моментально приводит к возникновению турбулентного потока. По этой причине на практике эту зону всегда относят к турбулентной, а под критерием Рейнольдса понимают нижнее число $Re_{кр}$. В зонах же 1 и 2 режимы движения всегда устойчивы. Даже если режим движения в зоне 1 принудительно изменить, например, с помощью специальных устройств – турбулезаторов потока, то через очень короткое время поток снова станет ламинарным.

Основные особенности турбулентного режима движения

Как уже отмечалось выше, на практике встречаются оба режима движения жидкости, однако наибольшие особенности имеют турбулентные потоки. Перечислим основные из них.

- ✓ По характеру движения частицы жидкости в турбулентном потоке ведут себя примерно так, как молекулы в представлении кинетической теории газов: они находятся в состоянии беспорядочного хаотического движения. В случае, например, трубопроводов с этим связано существенное возрастание потерь энергии при движении жидкости по сравнению с ламинарным потоком.
- ✓ В турбулентном режиме происходит выравнивание эпюры распределения скоростей по сечению потока.
- ✓ С турбулентным движением связано так же усиление теплопередачи внутри жидкости.
- ✓ Перемешивание определяется наличием в турбулентном потоке уже упомянутых выше, перпендикулярных основному направлению движения жидкости составляющих скоростей.
- ✓ Перемешивание в турбулентно движущейся жидкости приводит к взвешиванию находящейся в потоке в дисперсном состоянии фракции другой фазы (твердые, газообразные и т. п.).
- ✓ Турбулентное движение по самой своей сущности является движением неустановившимся; все гидравлические характеристики и, в частности, скорости в каждой точке занятого турбулентным потоком пространства изменяются с течением времени.

Таким образом, турбулентное движение можно определить как движение жидкости с пульсацией скоростей, приводящей к перемешиванию жидкости.

Возникновение турбулентного течения жидкости

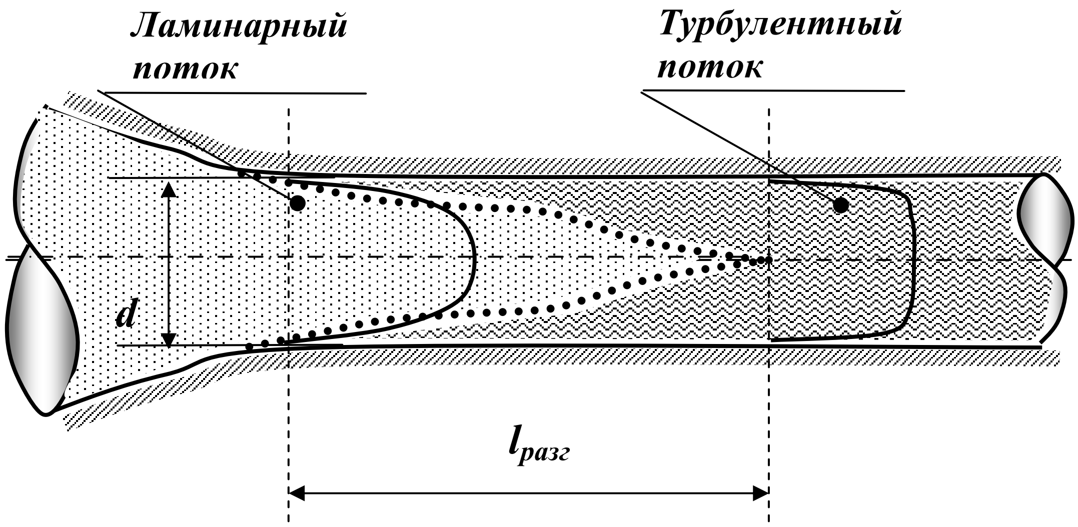
Если на каком-то участке трубопровода существует турбулентный поток, то это не значит, что такой же характер сохраняется во всей трубе. На различных участках трубопровода и даже на одних и тех же участках в разные периоды времени поток может иметь различный характер. Это может определяться либо различными диаметрами трубопроводов, либо изменением скорости течения жидкости. Во всех случаях при возникновении условий турбулентного режима он устанавливается в трубе не мгновенно. Это происходит в течение некоторого времени на участке трубы определённой длины. Рассмотрим процесс возникновения турбулентного режима движения.

Переход к турбулентному режиму может происходить из ламинарного, например, в результате плавного или внезапного изменения диаметра трубы Такой же переход возможен за счёт изменения скорости движения жидкости. К образованию турбулентного режима может приводить также и изменение формы потока жидкости.

Кроме перечисленных возможны и другие причины, особенно при режимах, характеризующихся числами Рейнольдса, близкими к критическому.

.

На основании опыта установлено следующее. Когда создаются условия для такого перехода, например, сужение проходного сечения трубы достигает значения, при котором поток может стать турбулентным, по периферии



потока ламинарный слой нарушается и дальше по течению развивается ***турбулентный пограничный слой***. Толщина этого слоя из-за турбулентного перемешивания достаточно быстро увеличивается, и турбулентный поток заполняет всё сечение трубопровода. Участок, на котором происходит превращение ламинарного режима движения в турбулентный, называется ***разгонным участком***. Его длина $l_{разг}$ по экспериментальным данным равна

$$l_{разг} \approx (40 \div 50)d \ ,$$

где $\boldsymbol{d}$ – диаметр трубопровода.

Возникновение ламинарного режима

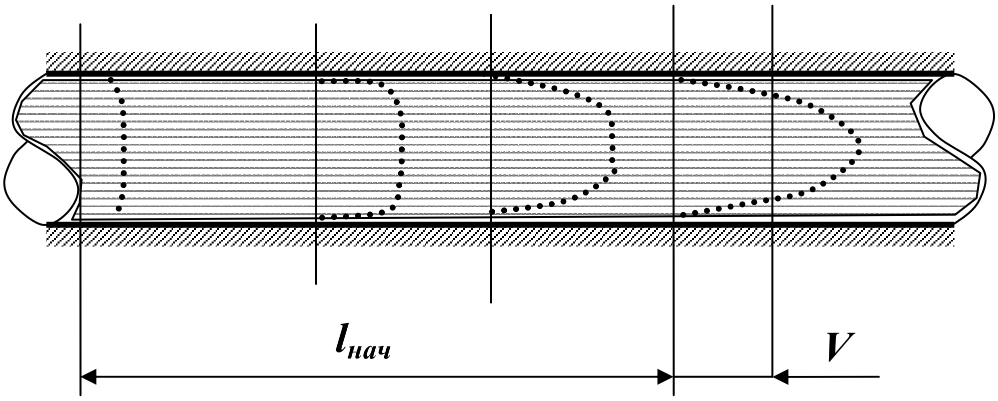
В реальных гидросистемах, даже при ламинарном режиме течения жидкости в круглых трубах, на пути потока встречаются участки с другой геометрией. Это могут быть соединения труб, изгибы, гидроаппараты и т.п. На таких участках характер потока меняется, режим движения становится турбулентным.

Однако после прохождения такого участка при входе жидкости в прямую трубу при соответствующей скорости устанавливается параболическое распределение скоростей. Поток снова стремится к ламинарному режиму движения. Происходит это не моментально, а в течение некоторого времени на отрезке трубы определённой длины. Такой отрезок называют ***начальным участком ламинарного течения*** $\boldsymbol{l_{нач}}$.

Длину такого участка можно определить из ***формулы Шиллера***

$$\frac{l_{нач}}{d} = 0{,}029 \,\mathrm{Re} \ ,$$

где $\boldsymbol{d}$ – диаметр трубы.



Отсюда, если в качестве Re взять критическое число Рейнольдса легко получить, что максимально возможная длина такого участка равна

$$l_{нач} = 0{,}029\ \mathrm{Re}_{кр}\ d = 0{,}029 \times 2300\ d = 66{,}7\,d.$$

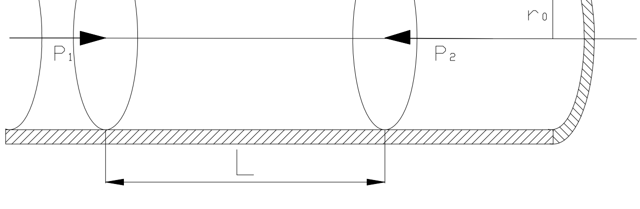
Потери энергии на этом участке будут несколько больше, чем в остальной части трубы. С учётом этого формула для расчёта потерь напора на трение $\boldsymbol{h_{тр}}$ при ламинарном движении в круглых гладких трубах принимает вид

$$h_{тр} = \left(0{,}165 + \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\right)\frac{V^2}{2g}.$$

Для коротких труб такое уточнение потерь напора может иметь существенное значение, для длинных величину ***0,165*** можно не учитывать.

Ламинарное движение жидкости

<u>Касательные напряжения.</u> Рассмотрим правила определения величины касательныхнапряжений на примере потока жидкости в круглой цилиндрической трубе. Двумя сечениями выделим в потоке жидкости отсек длиной l.



На данный отсек жидкости будут действовать силы давления, приложенные к площадям жи вых сечений потока жидкости слева и справа и сила трения, направленная в сторону обратную движению жидкости. Поскольку движение жидкости установившееся, то все действующие на отсек жидкости силы должны быть уравновешены.

$$\mathrm{P_1 - P_2 - T = 0}$$

$$\mathrm{p_1 \cdot \pi r_0{}^2 - p_2 \cdot \pi r_0^2 - \tau_0 \cdot 2\pi r_0 l = 0}$$

где: r_0 - касательные напряжения на боковой поверхности отсека жидкости.

Касательные напряжения на периферии отсека жидкости (у стенки трубы) будут равны:

$$\tau_0 = \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{r_0}{2}$$

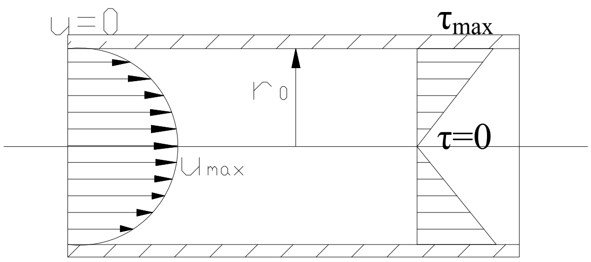
Очевидно, это будут максимальная величина касательных напряжений в отсеке жидкости. Вычислим величину касательных напряжений на расстоянии r от оси трубы.

$$\tau_0 = \frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{r}{2}$$

$$\tau = \tau_0 \cdot \frac{r}{r_0}$$

Таким образом, касательные напряжения по сечению трубы изменяются по линейному закону; в центре потока (на оси трубы) г=0 касательные напряжения *m*= 0.

<u>Распределение скоростей в ламинарном потоке.</u> Поскольку ламинарный поток жидкости в круглой цилиндрической трубе является осе симметричным, рассмотрим, как и ранее, лишь одно (вертикальное сечение трубы). Тогда, согласно гипотезе Ньютона:



$$\tau = -\mu \frac{du}{dr}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{l} \cdot \frac{r}{2} = -\mu \frac{du}{dr}$$

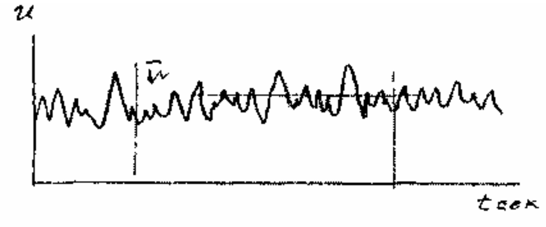
$$du = -\frac{p_1 - p_2}{\mu \cdot l} r dr$$

$$\int_0^u du = -\frac{p_1 - p_2}{2\mu \cdot l} \int_{r_0}^0 r dr$$

$$u = \frac{p_1 - p_2}{4\mu \cdot l}\left(r_0^{\,2} - r^2\right)$$

Отсюда видно, что распределение скоростей в круглой цилиндрической трубе соответствует параболическому закону. Максимальная величина скорости будет в центре трубы, где r = 0 $u_{max} = \frac{p_1 - p_2}{4\mu \cdot l}\left(r_0^{\,2}\right)$

<u>Структура турбулентного потока.</u> Отличительной особенностью турбулентного движения жидкости является хаотическое движение частиц в потоке. Однако при этом часто можно наблюдать и некоторую закономерность в таком движении. С помощью термогидрометра, прибора позволяющего фиксировать изменение скорости в точке замера, можно снять кривую скорости. Если выбрать интервал времени достаточной продолжительности, то окажется, что колебания скорости наблюдаются около некоторого уровня и этот уровень сохраняется постоянным при выборе различных интервалов времени. Величина скорости в данной точке в данный момент времени носит название мгновенной скорости. График изменения мгновенной скорости во времени **<u>u(t)</u>** представлена на рисунке. Если выбрать на кривой скоростей некоторый интервал времени и провести интегрирование кривой скоростей, а затем найти среднюю величину, то такая величина носит название осреднённой скорости $\bar{u}$



$$\bar{u} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} u(t)dt$$

Разница между мгновенной и осреднённой скоростью называется скоростью пульсации **u'**.

$$u' = u - \bar{u}$$

Если величины осреднённых скоростей в различные интервалы времени будут оставаться постоянными, то такое турбулентное движение жидкости будет установившемся.

При неустановившемся турбулентном движении жидкости величины щсреднённых скоростей меняются во времени

Пульсация жидкости является причиной перемешивания жидкости в потоке. Интенсивность перемешивания зависит, как известно, от числа Рейнольдса, т.е. при сохранении прочих условий от скорости движения жидкости. Таким образом, в конкретном потоке жидкости (вязкость жидкости и размеры сечения определены первичными условиями) характер её движения зависит от скорости. Для турбулентного потока это имеет решающее значение. Так в периферийных слоях жидкости скорости всегда будут минимальными, и режим движения в этих слоях есте

твенно будет ламинарным. Увеличение скорости до критического значения приведёт к смене режима движения жидкости с ламинарного режима на турбулентный режим. Т.е. в реальном потоке присутствуют оба режима как ламинарный, так и турбулентный.

Таким образом, поток жидкости состоит из ламинарной зоны (у стенки канала) и турбулентного ядра течения (в центре) и, поскольку скорость к центру турбулентного потока нарастает интенсивно, то толщина периферийного ламинарного слоя чаще всего незначительна, и, естественно, сам слой называется ламинарной плёнкой, толщина которой **δ** зависит от скорости движения жидкости.

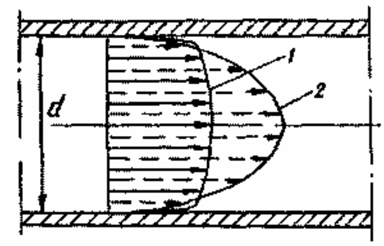
Касательные напряжения в турбулентном потоке. В турбулентном потоке величина касательных напряжений должна быть больше, чем в ламинарном, т.к. к касательным напряжениям, определяемым при перемещении вязкой жидкости вдоль трубы следует добавить дополнительные касательные напряжения, вызываемые перемешиванием жидкости.

Теоретически полное касательное напряжение должно быть равно:

$$\bar{\tau} = -\mu \frac{d\bar{u}_x}{dr} + \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dr} \right)^2$$

но первое слагаемое в правой части равенства мало по сравнению со вторым и его величиной можно пренебречь

Распределение скоростей по сечению турбулентного потока. Наблюдения за величинами осреднённых скоростей в турбулентном потоке жидкости показали, что эпюра осреднённых скоростей в турбулентном потоке в значительной степени сглажена и практически скорости в разных точках живого



сечения равны средней скорости. Сопоставляя эпюры скоростей турбулентного потока (эпюра 1) и ламинарного потока позволяют сделать вывод о практически равномерном распределении скоростей в живом сечении. Работами Прандтля было установлено, что закон изменения касательных напряжений по сечению потока близок к логарифмическому закону. При некоторых допущениях: течение вдоль бесконечной плоскости и равенстве касательных напряжений во всех точках на поверхности τ_0

$$du = \frac{\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}}{\chi \cdot r} dr,$$

После интегрирования: $u = \frac{1}{\chi} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \ln r + C.$

Лекция 8. Гидравлические сопротивления в потоках жидкости

Сопротивление потоку жидкости

Гидравлическая жидкость в гидросистемах технологического оборудования, как уже обсуждалось ранее, играет роль рабочего тела. Она обеспечивает перенос энергии от источника гидравлической энергии к потребителю (в большинстве случаев, к гидродвигателю). Для такого переноса используются напорные потоки. В подобных потоках жидкость со всех сторон ограничена твёрдыми стенками трубопроводов, каналов гидроаппаратов и полостей гидромашин. В дальнейшем мы будем ориентироваться именно на такие случаи, хотя аналогичные процессы сопровождают и движение безнапорных потоков.

Естественно, что твёрдые стенки препятствуют свободному движению жидкости. Поэтому при относительном движении жидкости и твердых поверхностей неизбежно возникают (развиваются) ***гидравлические сопротивления***. На преодоление возникающих сопротивлений затрачивается часть энергии потока. Эту потерянную энергию называют ***гидравлическими потерями*** удельной энергии или потерями напора. Гидравлические потери главным образом связаны с преодолением сил трения в потоке и о твёрдые стенки и зависят от ряда факторов, основными из которых являются:

- ✓ геометрическая форма потока,
- ✓ размеры потока,
- ✓ шероховатость твёрдых стенок потока,
- ✓ скорость течения жидкости,
- ✓ режим движения жидкости (который связан со скоростью, но учитывает её не только количественно, но и качественно),
- ✓ вязкость жидкости,
- ✓ некоторые другие эксплуатационные свойства жидкости.

Но ***гидравлические потери*** практически ***не зависят от давления*** в жидкости.

Величина гидравлических потерь оценивается энергией, потерянной каждой весовой единицей жидкости. Из уравнения Бернулли, составленного для двух сечений потока, обозначенных индексами $_1$ и $_2$ ***потери энергии потока жидкости*** Δh можно представить как

$$\Delta h = \left(Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left(Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \right).$$

Напомним, что в этом уравнении $Z + \frac{P}{\rho g} + \alpha \frac{V^2}{2g}$ - энергия единицы веса жидкости, движущейся в поле сил тяготения,

Z - потенциальная энергия единицы веса жидкости, зависящая от её положения над уровнем нулевого потенциала (линией отсчёта),

$\frac{P}{\rho g}$ - потенциальная энергия единицы веса жидкости, зависящая от степени её сжатия (от давления),

P - давление в потоке жидкости,

ρ - плотность жидкости,

$\frac{\alpha V^2}{2g}$ - кинетическая энергия единицы веса потока жидкости,

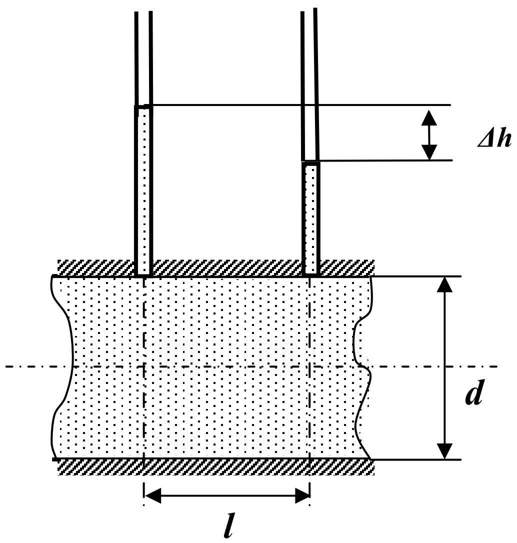
α - коэффициент кинетической энергии,

V - средняя скорость потока жидкости,

g - ускорение свободного падения.

Если учесть, что труба в обоих сечениях ***1*** и ***2*** имеет одинаковые площади поперечных сечений, жидкость является несжимаемой и выполняется условие сплошности (неразрывности) потока, то, несмотря на гидравлические сопротивления и потери напора, кинетическая энергия в обоих сечениях будет одинаковой. Учтя это, а также то, что при больших давлениях в напорных потоках и небольшой (практически нулевой) разнице нивелирных высот $\boldsymbol{Z_1}$ и $\boldsymbol{Z_2}$, потери удельной энергии можно представить в виде

$$\Delta h = \frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_2}{\rho g}.$$



Опыты показывают, что во многих (но не во всех) случаях потери энергии прямо пропорциональны квадрату скорости течения жидкости, поэтому в гидравлике принято выражать потерянную энергию в долях от кинетической энергии, отнесённой к единице веса жидкости

$$\Delta h = \xi \frac{V^2}{2g},$$

где ξ ***- коэффициент сопротивления***.

Таким образом, коэффициент сопротивления можно определить как отношение потерянного напора к скоростному напору.

Гидравлические потери в потоке жидкости разделяют на 2 вида:

- потери по длине,

- местные потери.

Гидравлические потери по длине

Потери напора по длине, иначе их называют потерями напора на трение $h_{тр}$, в чистом виде, т.е. так, что нет никаких других потерь, возникают в гладких прямых трубах с постоянным сечением при равномерном течении. Такие потери обусловлены внутренним трением в жидкости и поэтому происходят и в шероховатых трубах, и в гладких. Величина этих потерь выражается зависимостью

$$h_{тр} = \xi_{тр} \frac{V^2}{2g},$$

где $\xi_{тр}$ - коэффициент сопротивления, обусловленный трением по длине.

При равномерном движении жидкости на участке трубопровода постоянного диаметра $\boldsymbol{d}$ длиной $\boldsymbol{l}$ этот коэффициент сопротивления прямо пропорционален длине и обратно пропорционален диаметру трубы

$$\xi_{тр} = \lambda \frac{l}{d},$$

где $\boldsymbol{\lambda}$– ***коэффициент гидравлического трения (***иначе его называют ***коэффициент потерь на трение*** или ***коэффициент сопротивления трения).***

Из этого выражения нетрудно видеть, что значение λ - коэффициент трения участка круглой трубы, длина которого равна её диаметру.

С учетом последнего выражения для коэффициента сопротивления потери напора по длине выражаются ***формулой Дарси***

$$h_{тр} = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}.$$

Эту формулу можно применять не только для цилиндрических трубопроводов, но тогда надо выразить диаметр трубопровода $\boldsymbol{d}$ через ***гидравлический радиус потока*** R

$$R = \frac{d}{4} \quad \text{или} \quad R = \frac{\omega}{\chi}$$

где, напомним, $\boldsymbol{\omega}$ – площадь живого сечения потока,

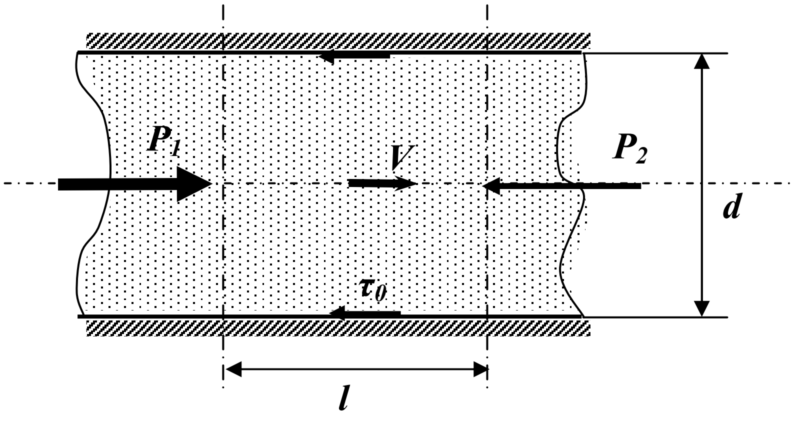
$\boldsymbol{\chi}$ - смоченный периметр.

Гидравлический радиус можно вычислить для потока с любой формой сечения, и тогда формула Дарси принимает вид

$$h_{тр} = \frac{\lambda l}{4R} \frac{V^2}{2g}.$$

Эта формула справедлива как для ламинарного, так и для турбулентного режимов движения жидкости, однако коэффициент трения по длине λ не является величиной постоянной.

Для определения физического смысла коэффициента λ рассмотрим объём жидкости длиной l, который равномерно движется в трубе диаметром d со скоростью V. На этот объём действуют силы давления P_1 и P_2, причём $P_1 > P_2$, и силы трения рассматриваемого объёма о стенки трубы, которые определяются напряжением трения на стенке трубы τ_0. Условием равномерного движения под действием сказанных сил будет следующее равенство:



$$\pi\frac{d^2}{4}P_1 - \pi\frac{d^2}{4}P_2 - \pi dl\tau_0 = \pi\frac{d^2}{4}\Delta P - \pi dl\tau_0 = 0\,.$$

Если учесть, что

$$h_{тр} = \frac{\Delta P}{\rho g}, \qquad \text{то} \qquad \Delta P = \lambda\frac{l}{d}\frac{V^2}{2g}\rho g\,,$$

и подставить эту величину в уравнение сил, действующих на рассматриваемый объём, получим:

$$\pi\frac{d^2}{4}\lambda\frac{l}{d}\frac{V^2}{2g}\rho g - \pi dl\tau_0 = 0\,.$$

Сократив последнее выражение, получим $\left(\frac{1}{4}\lambda\frac{V^2}{2}\rho - \tau_0 = 0\right)$. Выразив из него λ, окончательно будем иметь

$$\lambda = \frac{4\tau_0}{\rho\frac{V^2}{2}}\,.$$

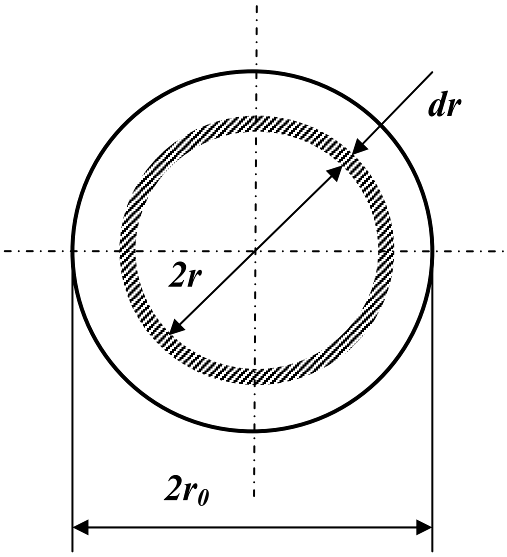
Из полученного выражения следует, что коэффициент гидравлического трения есть величина, пропорциональная отношению напряжения трения на стенке трубы к гидродинамическому давлению, посчитанному по средней скорости потока. Приведённые выше рассуждения и полученные в результате них формулы справедливы как для ламинарного, так и для турбулентного потоков. Однако коэффициент λ не является величиной постоянной и зависит от многих факторов. Для выяснения его величины, и связанных с ним потерь энергии необходимо подробно проанализировать режимы движения жидкости.

Ламинарное течение жидкости

$$u = \frac{p_1 - p_2}{4\mu \cdot l}\left(r_0^{\,2} - r^2\right)$$

$$h_{тр} = \frac{\Delta P}{\rho g}$$

$$u = \frac{h_{тр}\rho g}{4\mu l}\left(r_0^2 - r^2\right)$$



Используя значение скорости ***u***, определим величину расхода через кольцевую площадь $d\omega_c$ шириной ***dr***, находящуюся на расстоянии ***r*** от центра трубы. Выше было отмечено, что скорость в любой точке этого кольца одинакова, и тогда

$$dQ = ud\omega_c = \frac{h_{тр}\rho g}{4\mu l}\left(r_0^2 - r^2\right)2\pi r dr\ .$$

Проинтегрировав ***dQ*** по всей площади трубы (т.е. от $r = 0$ до $r = r_0$), получим

$$Q = \int_0^{r_0} \frac{h_{тр}\,\rho g}{4\,\mu\, l}\left(r_0^2 - r^2\right)2\,\pi r d\ r = \frac{h_{тр}\,\rho g}{4\,\mu\, l}2\,\pi \int_0^{r_0}\left(r_0^2 - r^2\right)rdr =$$

$$\frac{h_{тр}\,\rho g}{2\,\mu\, l}\pi r_0^2 \int_0^{r_0} rdr - \frac{h_{тр}\,\rho g}{2\,\mu\, l}\pi \int_0^{r_0} r^3 dr = \frac{h_{тр}\,\rho g}{2\,\mu\, l}\pi\left(r_0^2\frac{r_0^2}{2} - \frac{r_0^4}{4}\right) =$$

$$\frac{h_{тр}\,\rho g}{2\,\mu\, l}\pi\ \frac{r_0^4}{4} = \frac{\pi h_{тр}\,\rho g}{8\,\mu\, l}r_0^{\,4}.$$

Средняя скорость в таком потоке будет

$$V = \frac{Q}{\pi r_0^2} = \frac{h_{тр}\rho g}{8\mu l}r_0^2.$$

Заметим, что средняя скорость потока с параболическим распределением скоростей вдвое меньше максимальной.

Из последнего выражения легко получить ***закон сопротивления*** потоку, т.е. зависимость потерь энергии от размеров и параметров движения жидкости:

$$h_{тр} = \frac{8\mu lQ}{\pi r_0^4 \rho g}.$$

Заменив в этом выражении динамический коэффициент вязкости $\mu = \nu\rho$ кинематическим и выразив радиус трубы $\boldsymbol{r_0}$ через диаметр $\boldsymbol{d}$**,** получим

$$h_{тр} = \frac{8\nu\rho lQ}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^4 \rho g} = \frac{128\nu lQ}{\pi d^4 g}.$$

Полученное выражение носит название ***закона Пуазейля*** и применяется для расчета потерь энергии с ламинарным течением.

Эту же величину потерь на трение ранее мы выразили формулой Дарси. Если приравнять правые части формулы Дарси и закона Пуазейля, получится:

$$h_{тр} = \lambda \frac{l}{d}\frac{V^2}{2g} = \frac{128\nu lQ}{\pi d^4 g}.$$

Заменим расход произведением $\frac{\pi d^2}{4}V$ и подставим в последнее равенство

$$h_{тр} = \lambda \frac{l}{d}\frac{V^2}{2g} = \frac{128\nu l}{\pi d^4 g}.\frac{\pi d^2}{4}V = \frac{64\nu l}{d^2 g}\frac{V}{2}.$$

Искусственно умножим и разделим числитель и знаменатель на $\boldsymbol{V}$:

$$h_{тр} = \lambda \frac{l}{d}\frac{V^2}{2g} = \frac{64\nu l}{d^2 g}\frac{V}{2}\frac{V}{V} = 64\frac{\nu}{Vd}\frac{l}{d}\frac{V^2}{2g} = 64\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\frac{V^2}{2g}.$$

Очевидно, что в этом случае

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}.$$

Это выражение для коэффициента гидравлического трения при ламинарном движении жидкости хорошо подтверждается экспериментом и используется на практике для определения потерь энергии в потоке при ламинарном течении. Иногда этот коэффициент обозначается $\lambda_л$.

Турбулентное течение жидкости

Турбулентное течение в гладких трубах

Гладкие или точнее технически гладкие трубы это такие, шероховатость внутренних поверхностей которых настолько мала, что практически не влияет на потери энергии на трение. К таким трубам относят

- цельнотянутые трубы из цветных металлов,
- трубы из алюминиевых сплавов,
- стальные высококачественные бесшовные трубы,
- новые высококачественные чугунные трубы,
- новые не оцинкованные трубы.

В основном трубы, используемые в гидросистемах технологического оборудования можно отнести к технически гладким.

Потери напора при турбулентном течении жидкости, как уже отмечалось ранее, могут быть определены по формуле Дарси

$$h_{тр} = \lambda_T \frac{l}{d}\frac{V^2}{2g}$$

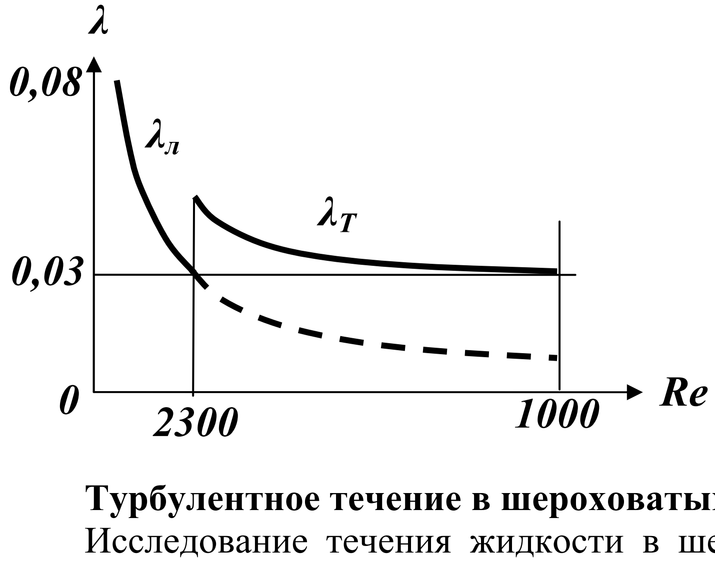
или в виде потерь давление на трение

$$\Delta P_{тр} = \rho\lambda_T \frac{l}{d}\frac{V^2}{2}.$$

Однако коэффициент потерь на трение по длине в этом случае будут значительно больше, чем при ламинарном движении.

Причём сам коэффициент λ_T будет существенно зависеть от числа Рейнольдса. Эту зависимость можно представить в виде графика.

Наиболее применимыми формулами для определения λ_T являются следующие эмпирические и полуэмпирические зависимости



$$\lambda_T = \frac{1}{(1{,}8\lg \mathrm{Re} - 1{,}5)^2},$$

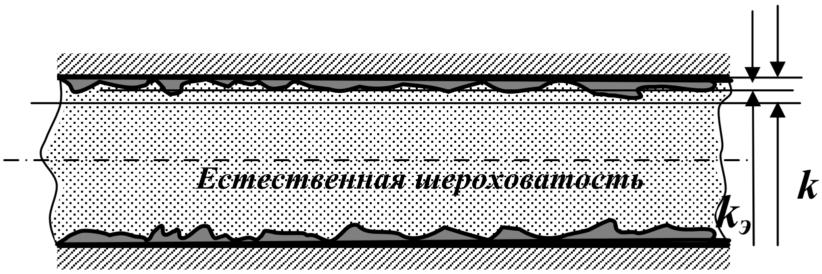
применяемая для чисел Рейнольдса в пределах ***2300 ÷ несколько миллионов***, или

$$\lambda_T = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}},$$

используемая в интервале ***2300 ÷ 100000***.

Турбулентное течение в шероховатых трубах

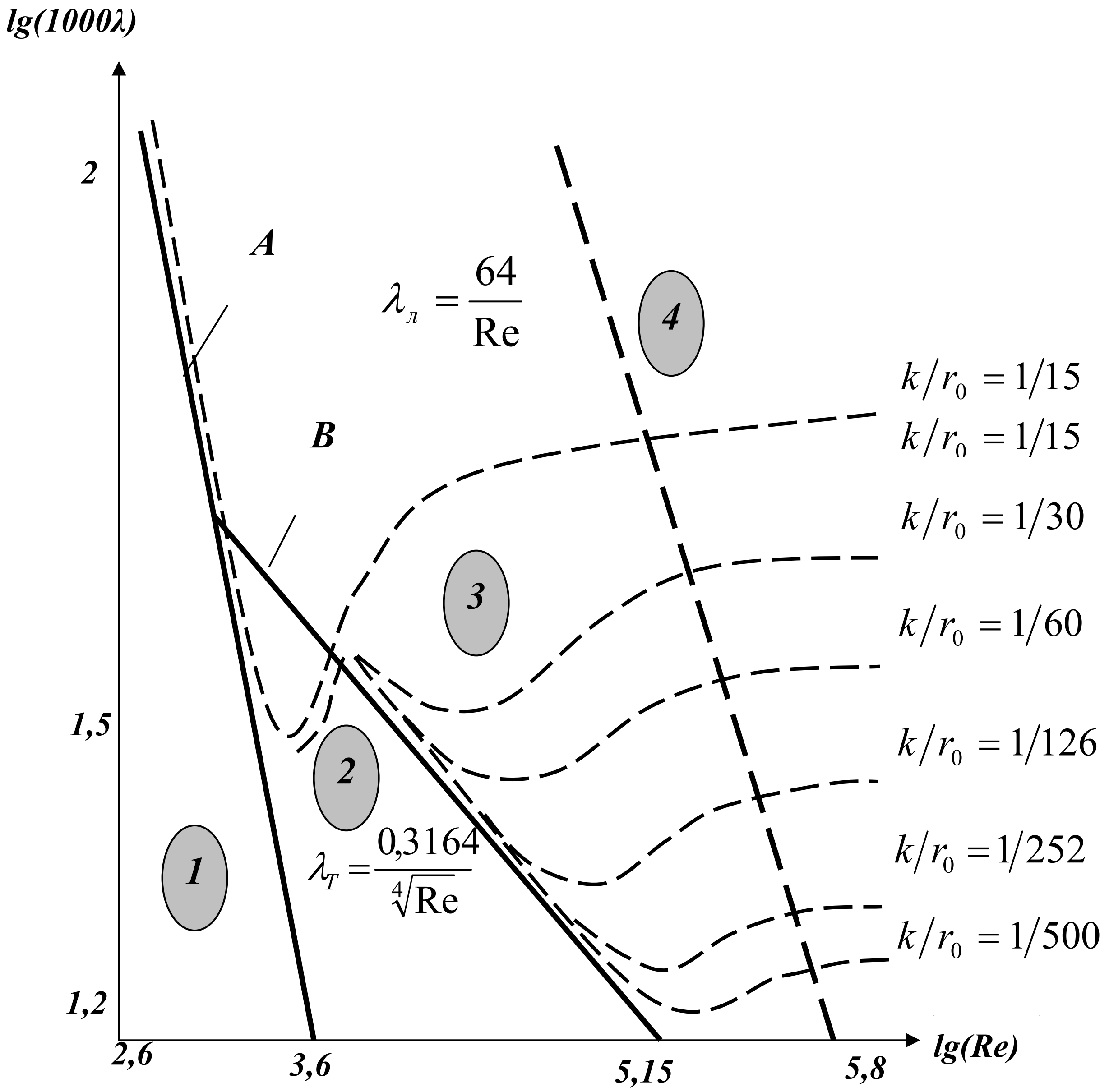
Исследование течения жидкости в шероховатых трубах практически полностью основываются на экспериментальных исследованиях. На их результатах основаны зависимости и расчётные формулы, применяющиеся для определения потерь энергии в подобных условиях. Основная формула для определения потерь напора – формула Дарси. Отличие заключается только в коэффициенте потерь на трение. В отличие от турбулентных потоков в гладких трубах, где коэффициент на трение полностью определяется числом Рейнольдса Re, для потоков в трубах имеющих шероховатые внутренние поверхности λ_T зависит ещё и от размеров этой шероховатости. Установлено, что решающее значение имеет не абсолютная высота неровностей (абсолютная шероховатость) k, а отношение высоты этих неровностей к радиусу трубы r0. Эта величина обозначается $\frac{k}{r_0}$ и называется относительной шероховатостью. Одна и та же абсолютная шероховатость может практически не влиять на коэффициент трения в трубах большого диаметра, и существенно увеличивать сопротивление в трубах малого диаметра. Кроме того, на сопротивление потоку жидкости влияет характер шероховатости. По характеру шероховатость разделяют на естественную, при которой величина неровностей k по длине трубы различна, и регулярную, при которой размеры неровностей по всей трубе одинаковы. Регулярная шероховатость создаётся искусственно и характеризуется тем, что имеет одинаковую высоту и форму неровностей по всей длине трубы. Шероховатость такого вида называют равномерно распределённой зернистой шероховатостью. Коэффициент потерь на трение в этом случае описывается функцией



$$\lambda_T = f(\mathrm{Re}, \frac{k}{r_0}).$$

Экспериментальным изучением влияния числа Рейнольдса и относительной шероховатости занимался ***Никурадзе И. И.***, который проводил опыты для диапазонов $\mathrm{Re} = 500 \div 1000000$ и $\frac{k}{r_0} = \frac{1}{500} \div \frac{1}{15}$.

Результаты этих исследований сведены к графику в логарифмических координатах.



На графике цифрами обозначены:

1 – зона ламинарного течения, коэффициент $\lambda_л$ вычисляется по формуле

$$\lambda_л = \frac{64}{\text{Re}};$$

2 – зона турбулентного гладко стенного течения, коэффициент λ_T вычисляется по формуле

$$\lambda_T = \frac{1}{(1,8 \lg \text{Re} - 1,5)^2}$$

или

$$\lambda_T = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}};$$

3 – зона, так называемого, доквадратичного течения, коэффициент λ_T вычисляется по формуле

$$\lambda_T = 0{,}11\left(\frac{K_Э}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0,25};$$

4 – зона квадратичного сопротивления, коэффициент λ_T вычисляется по формуле

$$\lambda_T = 0{,}11\left(\frac{K_Э}{d}\right)^{0,25}.$$

На практике для определения потерь напора в реальных шероховатых трубах чаще всего используют ***формулу Альдшуля***

$$\lambda_T = 0{,}1\left(\frac{1{,}46\,K_Э}{d} + \frac{100}{\mathrm{Re}}\right)^{0,25}.$$

В приведённых выше формулах $K_Э$ - эквивалентная абсолютная шероховатость в миллиметрах (абсолютная шероховатость, которая эквивалентна регулярной шероховатости и определяется из таблиц), d - диаметр трубы.

Выводы из графиков Никурадзе

- При ламинарном течении шероховатость практически не влияет на сопротивление. Эксперимент практически полностью подтверждает с теоретические формулы.
- Критическое число Рейнольдса от шероховатости не зависит (штриховые кривые отклоняются от прямой ***A*** в одной точке).
- В области турбулентных течений при небольших числах Рейнольдса и малой шероховатости сопротивление от шероховатости не зависит (штриховая линия совпадает с прямой ***B***), а с увеличением ***Re*** сопротивление возрастает.
- При больших значениях чисел Рейнольдса λ_T перестаёт зависеть от ***Re*** и становится постоянным для определённой относительной шероховатости.

Местные гидравлические сопротивления

Местными гидравлическими сопротивлениями называются любые участки гидравлической системы, где имеются повороты, преграды на пути потока рабочей жидкости, расширения или сужения, вызывающие внезапное изменение формы потока, скорости или направления ее движения. В этих местах интенсивно теряется напор. Примерами местных сопротивлений могут быть искривления оси трубопровода, изменения проходных сечений любых гидравлических аппаратов, стыки трубопроводов и т.п. Потери напора на местных сопротивлениях $\Delta h_м$ определяются по ***формуле Вейсбаха***:

$$\Delta h_м = \xi_м \frac{V^2}{2g};$$

где $\xi_м$ - коэффициент местного сопротивления.

Коэффициент местного сопротивления зависит от конкретных геометрических размеров местного сопротивления и его формы. В связи со сложностью процессов, которые происходят при движении жидкости через местные сопротивления, в большинстве случаев его приходится определять на основании экспериментальных данных.

Однако в некоторых случаях величины коэффициентов местных сопротивлений можно определить аналитически.

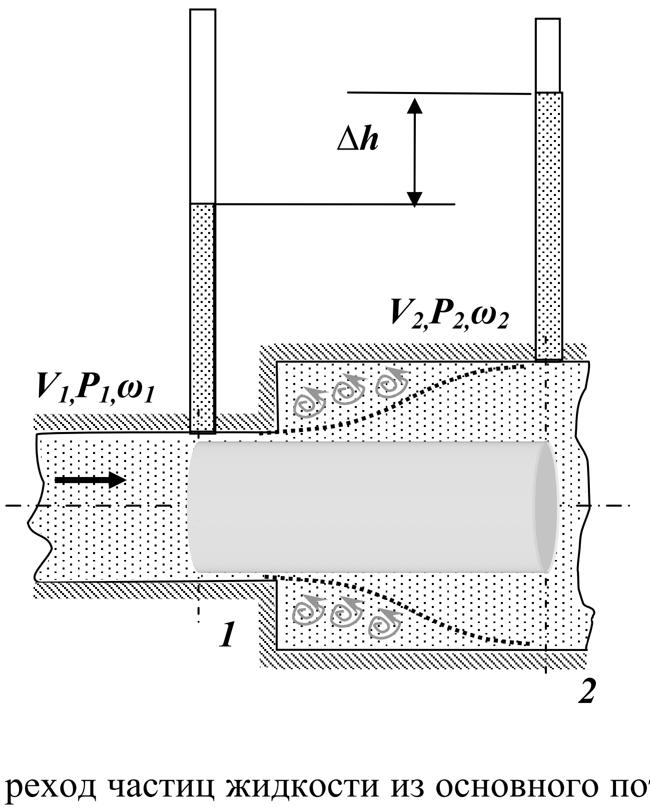
Из определения коэффициента $\xi_м$ видно, что он учитывает все виды потерь энергии потока жидкости на участке местного сопротивления. Его физический смысл состоит в том, что он показывает долю скоростного напора, затрачиваемого на преодоление данного сопротивления.

Коэффициенты различных сопротивлений можно найти в гидравлических справочниках. В том случае, если местные сопротивления находятся на расстоянии меньше ***(25÷50)d*** друг от друга (d - диаметр трубопровода, соединяющего местные сопротивления), весьма вероятно их взаимное влияние друг на друга, а их действительные коэффициенты местных сопротивлений будут отличаться от табличных. Такие сопротивления нужно рассматривать как единое сложное сопротивление, коэффициент $\xi_м$ которого определяется только экспериментально. Нужно отметить, что из-за взаимного влияния местных сопротивлений, расположенных вблизи друг друга в потоке, во многих случаях суммарная потеря напора не равна простой сумме потерь напора на каждом из этих сопротивлений.

Виды местных сопротивлений

Внезапное расширение.

В этом случае, одном из немногих, выражение для потери напора можно найти теоретическим путем.



При внезапном расширении потока в трубке от сечения ***1*** до сечения ***2*** жидкость не течёт по всему контуру стенок, а движется по плавным линиям токов. Вблизи стенок, где внезапно увеличивается диаметр трубы, образуется пространство, в котором жидкость находится в интенсивном вращательном движении. При таком интенсивном перемешивании происходит очень активное трение жидкости о твёрдые стенки трубы об основное русла потока, а также трение внутри вращающихся потоков, вследствие чего происходят существенные потери энергии. Кроме того, какая-то часть энергии жидкости затрачивается на фазовый переход частиц жидкости из основного потока во вращательные и наоборот. На рисунке видно, что показания пьезометра во втором сечении больше, чем в первом. Тогда появляется вопрос, о каких потерях идёт речь? Дело в том, что показания пьезометра зависят не только от потерь энергии, но и от величины давления. А давление во втором сечении становится больше из-за уменьшения скоростного напора за счёт расширения потока и падения скорости. В этом случае надо учитывать, что если бы не было потерь напора на местном сопротивлении, то высота жидкости во втором пьезометре была бы ещё больше.

$$\Delta h_м = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}.$$

Назвав разность $(V_1 - V_2)$ потерянной скоростью, можно сказать, что ***потеря напора при внезапном расширении равна скоростному напору, подсчитанному по потерянной скорости***. Это утверждение носит имя ***теоремы Борда - Карно***.

Последнюю формулу можно переписать в виде:

$$\Delta h_м = \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \qquad \text{или} \qquad \Delta h_м = \left(\frac{V_1}{V_2} - 1\right)^2 \frac{V_2^2}{2g}.$$

С учетом того, что на основании уравнения неразрывности потока $\omega_1 V_1 = \omega_2 V_2$, те же потери напора можно представить в виде:

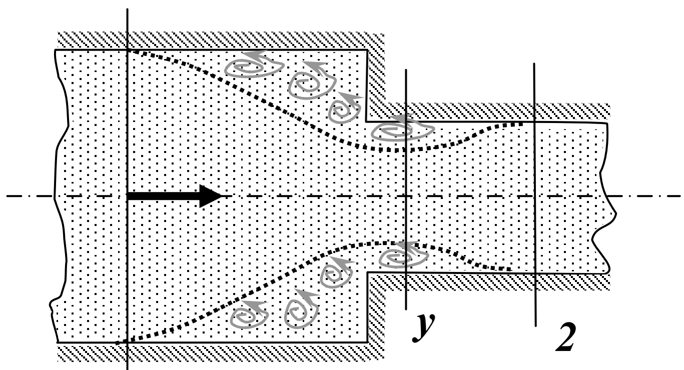
$$\Delta h_м = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \qquad \text{или} \qquad \Delta h_м = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 \frac{V_2^2}{2g}.$$

Сравнивая последние выражения с формулой Вейсбаха $\Delta h_м = \xi_м \dfrac{V^2}{2g}$, можно выделить выражения для ***коэффициента местного сопротивления при внезапном расширении потока***:

$$\xi_м = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2, \text{ если } \Delta h_м \text{ определять по скорости } V_1;$$

$$\xi_м = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2, \text{ если } \Delta h_м \text{ определять по скорости } V_2.$$

Внезапное сужение потока



При внезапном сужении, так же как и при внезапном расширении потока, создаются пространства с завихрениями вращающейся жидкости, которые образуются в пристенном пространстве широкой части трубы. Такие же завихрения образуются в начале узкой части трубы за счёт того, что при входе в неё (узкую часть) жидкость продолжает некоторое время двигаться по инерции в направлении центра трубы, и основное русло потока ещё некоторое время продолжает сужаться. Следовательно, при внезапном сужении потока возникает как - бы два подряд идущих местных сопротивления. Местное сопротивление за счёт сужения основного русла и сразу же за ним местное расширение, уже рассмотренное выше. С учётом этого потери напора при внезапном сужении примут вид

$$\Delta h_м = \xi' \frac{V_y^2}{2g} + \frac{(V_y - V_2)^2}{2g} = \xi_м \frac{V_2^2}{2g};$$

где $\xi'_м$ - коэффициент местного сопротивления за счёт сужения потока,

V_y - средняя скорость потока в самом узком месте основного русла (в сечении ***y***),

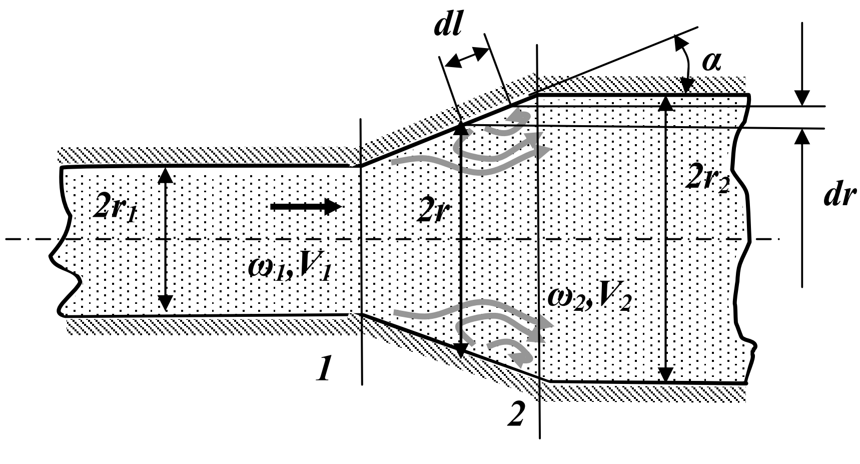
V_2 - средняя скорость потока в сечении ***2***.

Для практических расчётов чаще всего пользуются следующей полуэмпирической формулой:

$$\xi_м = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{n}\right),$$

где n - степень сужения трубы.

Постепенное расширение потока



Постепенное расширение трубы называется ***диффузором***. Движение жидкости в диффузоре сопровождается уменьшением скорости и повышением давления. Частицы жидкости движутся вперёд, в сторону более высокого давления, по инерции за счёт своей кинетической энергии, которая уменьшается по направлению движения. Кроме того, за счёт расширения трубы частицы жидкости движутся не только вдоль оси потока, но и в направлении от оси к стенкам. В каком-то сечении инерция жидкости уменьшается до такой степени, что её не хватает для преодоления повышающегося давления. Тогда такие частицы жидкости останавливаются или даже начинают двигаться в обратном направлении. В результате возникают вихревые потоки и потоки, отрывающиеся от стенки. Эти явления зависят от скорости и интенсивности расширения потока. Кроме того, в диффузоре происходят обычные потери на трение, подобные потерям по длине в трубах постоянного сечения. Таким образом, потери энергии в диффузоре $\Delta h_м$ складываются из потерь на трение по длине и потерь на вихреобразование за счёт расширения:

$$\Delta h_м = \Delta h_{тр} + \Delta h_{расширения} \quad .$$

Окончательно формула для определения потерь напора в диффузоре примет вид

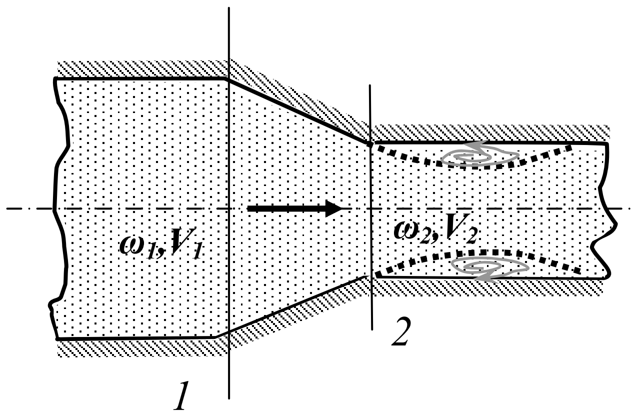
$$\Delta h_м = \left[\frac{\lambda_T}{8 \sin \alpha} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) + k \left(1 - \frac{1}{n} \right)^2 \right] \frac{V_1^2}{2g} \ .$$

Сравнивая это выражение с формулой Вейсбаха легко выявить коэффициент потерь на местном сопротивлении, который для диффузора будет равняться:

$$\xi_м = \frac{\lambda_T}{8 \sin \alpha} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) + k \left(1 - \frac{1}{n} \right)^2 .$$

Постепенное сужение потока

Такое сопротивление представляет собой коническую сходящуюся трубку – ***конфузор***. Течение в конфузоре сопровождается постепенным увеличением скорости и одновременным снижением давления. По этой причине условия для вихреобразования на конической поверхности отсутствуют. Потери в этой части местного сопротивления происходят только за счёт трения. Вихреобразование может происходить только в узкой части трубы. Его природа аналогична природе подобного вихря при внезапном сужении потока, однако величина существенно меньше. В большинстве работ по гидравлике указывается, что эта величина столь незначительна по сравнению с потерями на трение в конической части конфузора, что ею можно пренебречь.



С учётом сказанного, величину этих потерь можно определить по формуле, вывод которой аналогичен выводу формулы потерь на трение в диффузоре. Она имеет вид:

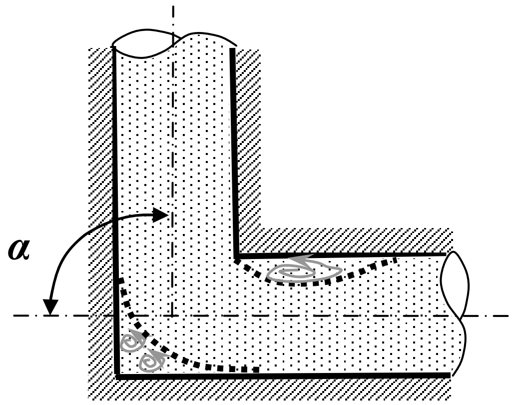
$$\Delta h_м = \frac{\lambda_T}{8 \sin \alpha} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \frac{V_2^2}{2g} \ .$$

Выражение для определения коэффициента потерь на трение в конфузоре будет иметь вид:

$$\xi_м = \frac{\lambda_T}{8\sin\alpha}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Внезапный поворот потока

Такое местное сопротивление, называемое обычно коленом, очень сильно влияет на потери напора. В нём происходит отрыв потока от стенки трубы и создаются две сложные вихревые зоны, в которых интенсивно теряется энергия. Степень интенсивности существенно зависит от угла поворота α. Коэффициент местного сопротивления значительно возрастает с увеличением угла поворота, и его можно определить по эмпирической формуле



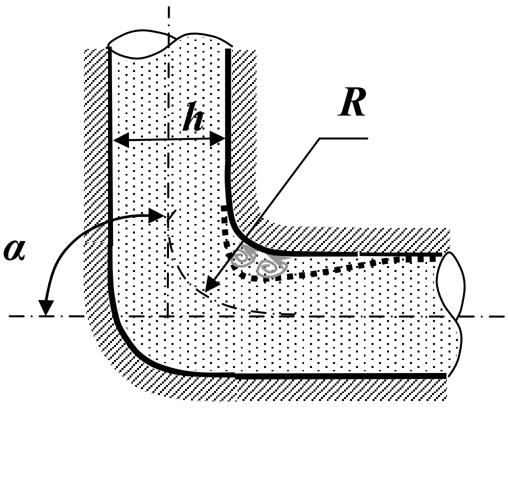
$$\xi_м = 0{,}95\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 2{,}05\sin^4\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$

В гидросистемах подобных местных сопротивлений рекомендуется избегать.

Плавный поворот потока

Постепенный поворот трубы (отвод или закруглённое колено) значительно уменьшает вихреобразование и, следовательно, потери энергии. Величина потерь существенно зависит от отношения $\frac{R}{d}$ и угла α.

Коэффициент местного сопротивления для плавного поворота можно определить по экспериментальным формулам. Для поворота под углом 90^0 и $\frac{R}{d} > 1$ он равен



$$\xi^{90^0}_м = 0{,}51 + 0{,}19\frac{d}{R};$$

для угла поворота более 100^0

$$\xi_м = \left(0{,}7 + 0{,}35\frac{\alpha^0}{90^0}\right)\xi_м^{90^0};$$

для угла поворота менее 70^0

$$\xi_м = 0{,}9\sin\alpha\xi_м^{90^0}.$$

ЛЕКЦИЯ 9. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДОВ

Жидкость движется по трубопроводу благодаря тому, что ее энергия в начале трубопровода (у источника гидравлической энергии) больше, чем в конце. Этот перепад (разница) уровней энергии может быть создан тем или иным способом: работой насоса, за счет разности уровней жидкости, давлением газа.

Важнейшей задачей, возникающей при проектировании множества гидросистем различного назначения, является задача определения энергетических характеристик источника гидравлической энергии. К таким системам относятся гидросистемы цехового технологического оборудования, мобильные гидрофицированные машины, системы водоснабжения и отопления и др. Источниками энергии таких гидросистем являются насосные станции, газобаллонные системы, водонапорные башни. Энергетические характеристики источника энергии – подача (расход) и давление – должны быть такими, что бы обеспечивались необходимые расход и давление на выходе системы – гидродвигателе, водопроводном кране и т.п.

Реже встречается обратная задача, когда при известных энергетических характеристиках источника энергии необходимо узнать, какими будут максимально возможный расход и давление на выходе гидросистемы.

В машиностроении приходится иметь дело чаще всего с такими трубопроводами, движение жидкости в которых создаётся работой насоса. В гидротехнике и водоснабжении, а также во вспомогательных устройствах течение жидкости происходит, как правило, за счет разности уровней давлений (разности нивелирных высот).

Простые трубопроводы. Простым (коротким) называют трубопровод, по которому жидкость транспортируют от питателя к приемнику без промежуточных ответвлений потока. При этом необходимо учитывать не только потери напора на трение по длине трубопровода, но и скоростной напор и местные потери напора, которыми в данном случае нельзя пренебречь.

Исходным при расчетах простого трубопровода (рис.)
является уравнение баланса напоров (уравнение Бернулли)

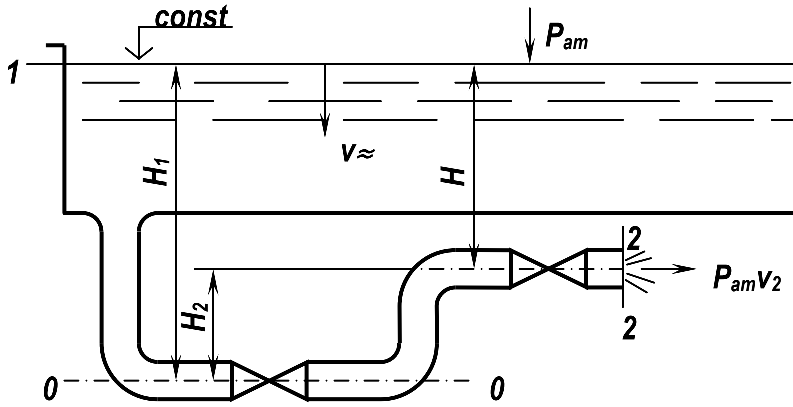


Схема к расчету короткого трубопровода

$$H_1 + \frac{P_{am}}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = H_2 + \frac{P_{am}}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_S$$

Учитывая, что $\boldsymbol{v^2_1/2g=0,\ H_1 — H_2= H;\quad v_2 = v_1}$ и

$$h_S = \lambda \frac{l}{d}\frac{V^2}{2g} + \sum \xi \frac{V^2}{2g}$$ получим $$H = \left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi\right)\frac{V^2}{2g}$$

откуда средняя скорость истечения жидкости

$$V = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi}}\sqrt{2gH}$$

Введем обозначение $\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi}}$ где φ— коэффициент скорости, а

$\xi_{c,} \lambda \frac{l}{d}, \sum \xi$ — коэффициент сопротивления системы

Следовательно, окончательно

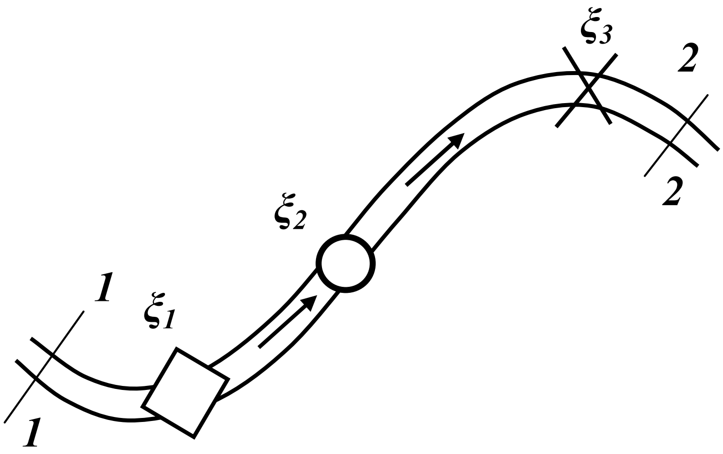
$$V = \varphi\sqrt{2gH}$$

Расход жидкости, пропускаемой через короткий трубопровод, можно определить по формуле

$$Q = \mu S\sqrt{2gH}$$

где $\boldsymbol{\mu=\varphi}$— коэффициент расхода; $\boldsymbol{S}$— площадь живого сечения.

Простые трубопроводы постоянного сечения гидросистем



Пусть простой трубопровод постоянного сечения расположен произвольно в пространстве, имеет общую длину l и диаметр d и содержит ряд местных сопротивлений ξ_i. В начальном сечении (1—1) имеем нивелирную высоту Z_1 и избыточное давление P_1, а в конечном (2—2) — соответственно Z_2 и P_2. Скорость потока в этих сечениях вследствие постоянства диаметра трубы одинакова и равна V.

Запишем уравнение Бернулли сечений 1—1 и 2—2

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum_l \Delta h;$$

В этом выражении $\sum_l \Delta h$ - суммарные потери на трение по длине и на местных сопротивлениях на участке трубы длиной l. Потери по длине в соответствии с формулой Дарси будут

$$h_{тр} = \frac{\lambda l}{d} \frac{V^2}{2g}.$$

Потери на местных сопротивлениях в соответствии с формулой Вейсбаха составят

$$\Delta h_м = \xi_м \frac{V^2}{2g}.$$

Учитывая уравнение неразрывности потока и постоянство диаметра трубы т. е. $V_1 = V_2$ и $\alpha_1 = \alpha_2$, скоростные напоры в обеих частях можно сократить. Кроме того величины Z_1 и Z_2, выражающие удельную потенциальную энергию положения, для гидросистем технологического оборудования, как уже не раз отмечалось, много меньше потенциальной энергии сжатия $\frac{p}{\rho g}$, и отличаются они между собой очень незначительно. По этой причине в дальнейшем их можно не учитывать. Тогда уравнение Бернулли примет вид

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho g} = \frac{\lambda l}{d}\frac{V^2}{2g} + \sum \xi_м \frac{V^2}{2g}$$

или

$$\Delta P = \frac{\rho}{2}\left(\frac{\lambda l}{d} + \sum_l \xi_м\right)V^2 .$$

Выразив величину V через расход Q:

$$V = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}},$$

и подставив её в предыдущее выражение, получим

$$\Delta P = \frac{\rho}{2}\left(\frac{\lambda l}{d} + \sum_l \xi_м\right)\frac{16 Q^2}{\pi^2 d^4} .$$

Введём обозначение

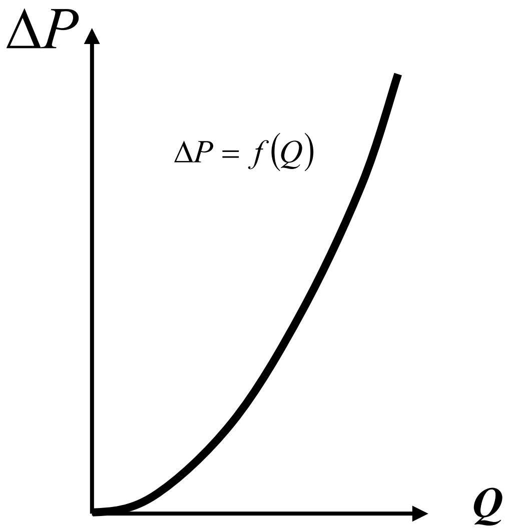
$$k_T = \frac{\rho}{2}\left(\frac{\lambda l}{d} + \sum_l \xi_м\right)\frac{16}{\pi^2 d^4} .$$

Величину k_T - будем называть ***гидравлическим сопротивлением трубопровода***.

С учётом этого получим

$$\Delta P = k_T Q^2 .$$

Последнее выражение наз+вается ***характеристикой трубопровода***.



Эта характеристика представляет собой зависимость суммарных потерь давления (напора) от расхода в трубопроводе $\Delta P = f(Q)$ $(\Delta h = f(Q))$.

Если в трубопроводе установлены гидравлические аппараты, имеющие свои сопротивления, то их необходимо добавить к коэффициенту сопротивления трубопровода, и в результате получится суммарное гидравлическое сопротивления.

Длинные трубопроводы. Это трубопроводы постоянного по длине диаметра, у которых основными являются потери напора по длине, а местными потерями напора и скоростным напором можно пренебречь.

Потери напора по длине трубопровода определяют по формуле Дарси—Вейсбаха:

$$h_l = \lambda \frac{l}{d}\frac{V^2}{2g}$$

Учитывая, что расход $\boldsymbol{Q = V{\cdot}S}$ и скорость движения потока $V = \frac{4Q}{\pi d^4}$ тогда

$$h_l = \frac{16\lambda}{2g\pi^2 d^5} lQ^2 \quad \text{или} \quad h_l = AlQ^2$$

где $\boldsymbol{A}$ — удельное сопротивление трубопровода, определяемое по справочным таблицам; $\mathrm{A} = \frac{16\cdot\lambda}{2\cdot \mathrm{g}\cdot\pi^2\cdot \mathrm{d}^5}$

Для переходной области удельное сопротивление Ао=А*β,

где β — поправочный коэффициент, учитывающий зависимость коэффициента гидравлического трения $\boldsymbol{\lambda}$ от числа Рейнольдса.

Кроме удельного сопротивления *А* в литературе по гидравлике для решения задач приводится способ расчета длинных трубопроводов, базирующийся на формуле Шези.

Широко применяемые гидравлические параметры — это модуль расхода $\mathrm{K} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{A}}}$, сопротивление трубопровода S_T=А*l, проводимость трубопровода $\mathrm{P} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{S_T}}} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{A}\cdot \mathrm{l}}}$. С помощью вышеуказанных параметров потери напора по длине можно определить следующим образом:

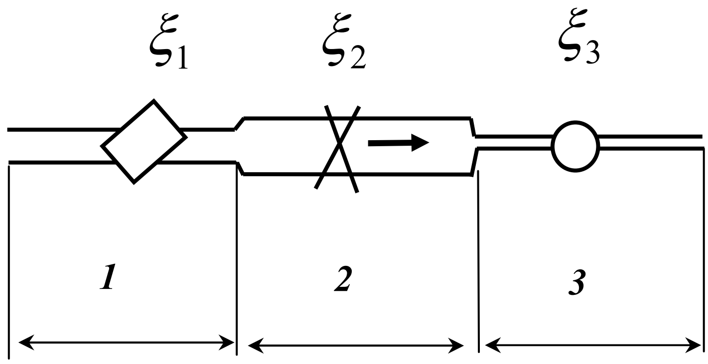
$$\mathrm{h_l = AlQ^2 = S_TQ^2 = lQ^2 / K^2 = Q^2 / P^2}$$

Последовательное соединение трубопроводов

Последовательный трубопровод состоит из нескольких труб различной длины и различного диаметра, соединённых между собой.

Последовательное соединение трубопроводов. Рассмотрим трубопровод, состоящий из n последовательно соединенных труб различных диаметров. Каждый участок этого трубопровода имеет длину l и диаметр d.

В каждом из этих трубопроводов могут иметься свои местные сопротивления. Течение в жидкости в такой трубе подчиняется следующим условиям:



- ✓ расход на всех участках трубопровода одинаков, т.е. $Q_1 = Q_2 = Q_3$;
- ✓ потери давления (напора) во всём трубопроводе равны сумме потерь на каждом участке:

При движении жидкости по трубопроводу весь напор H будет затрачен на преодоление потерь напора по длине.

Полная потеря напора в длинном трубопроводе равна сумме потерь на отдельных участках

$$H = h_1 + h_2 + \ldots + h_n = \sum_{i=1}^{n} h \qquad H = Q^2 \sum_{i=1}^{n} Al$$

где l — длина участка, м; A — удельное сопротивление участка.

Для гидросистем:

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3 .$$

С учётом сказанного нетрудно получить уравнение для определения суммарных потерь давления, которое примет вид

$$\Delta P = k_{1T} Q^2 + k_{2T} Q^2 + k_{2T} Q^2 = \left(k_{1T} + k_{2T} + k_{2T}\right) Q^2 = k_{\Sigma T} Q^2 ,$$

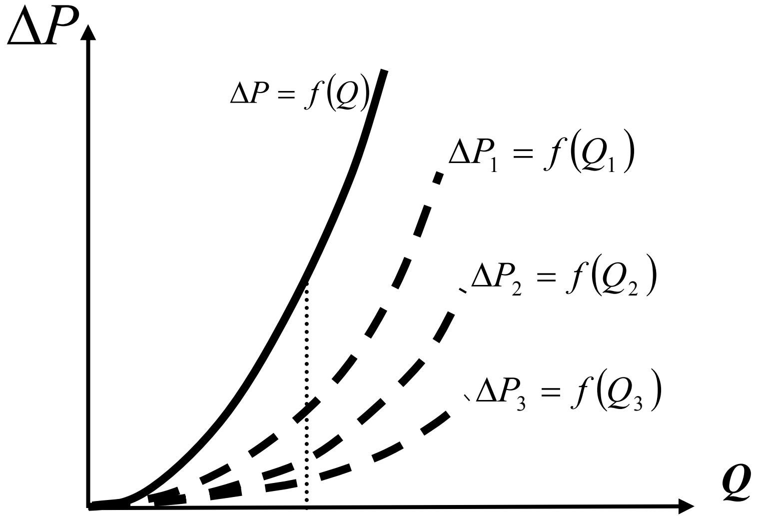
где $k_{\Sigma T}$ - суммарное гидравлическое сопротивление всего трубопровода.

Величина суммарного сопротивления с учётом ранее полученной формулы для простых трубопроводов составит.

В общем случае выражение, описывающее суммарное гидравлическое сопротивление сложного трубопровода, будет выглядеть:

$$k_{\Sigma T} = \rho \frac{8}{\pi^2} \sum_i \left(\frac{\lambda_i l_i}{d_i^5} + \frac{\sum_{l_i} \xi_{i\,м}}{d_i^4} \right).$$

Полученное уравнение, определяющее суммарные потери давления, представляет собой характеристику сложного трубопровода, которая является суммой характеристик простых трубопроводов. Это уравнение позволяет узнать, какие энергетические характеристики должен иметь источник энергии, чтобы жидкость могла протекать по всему трубопроводу.

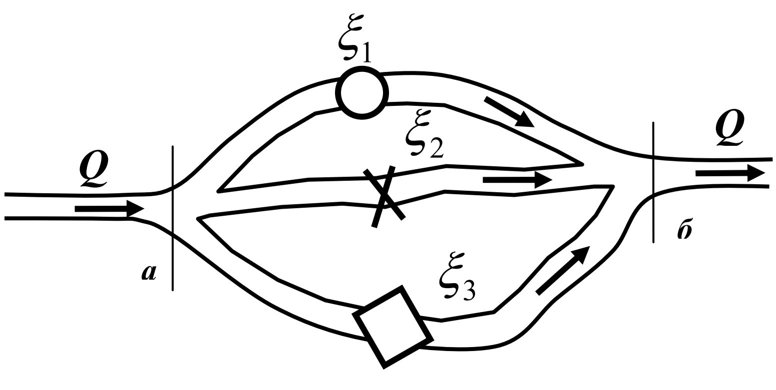


Однако в конечной точке этой трубы энергия жидкости будет равна нулю. Если в конце трубы необходимо иметь какое-то давление $P_{нагр}$ (например, чтобы преодолевать нагрузку) к величине ΔP нужно добавить эту величину. Кроме того, т.к. в общем случае величина скоростного напора в начале $\frac{V_{нач}^2}{2g}$ и в конце $\frac{V_{кон}^2}{2g}$ трубопровода из-за разных диаметров различны, необходимо добавить и эту разницу к ΔP. В результате энергия, которой должен обладать источник, должна составлять

$$\Delta P = k_{\Sigma T} Q^2 + P_{нагр} + \frac{V_{нач}^2 - V_{кон}^2}{2g}.$$

Параллельное соединение трубопроводов

Отличительной особенностью таких трубопроводов является то, что поток жидкости делится в одной точке на несколько самостоятельных потоков, которые позже сходятся в другой точке. Каждый из этих потоков может содержать свои местные сопротивления. Наиболее часто



возникающей задачей, связанной с расчётом таких трубопроводов, является определение расхода в каждой ветви. Рассмотрим движение жидкости по этим трубопроводам, считая, что потенциальная энергия положения Z много меньше потенциальной энергии сжатия, которая определяется давлением, и ею можно пренебречь. Если считать, что в местах разветвления и соединения трубопроводов, обозначенных буквами ***н*** и ***к,*** расход Q одинаков, а давления равны $P_н$ и $P_к$, то можно записать:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Особенность расчета заключается в том, что потери напора в каждой из линий одинаковы и равны разности напоров в узлах *а* и *б*.

$$h_1 = h_2 = h_3 = \dots = h_n = h_A - h_B = H$$

Расход через любую из линий, соединяющих точки *A* и *B,* может быть записан в виде

$$\mathrm{Q_i} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{A}}}\sqrt{\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{l}}}$$

Так как сумма расходов во всех параллельных трубопроводах равна расходу ***Q*** до разветвления трубопровода

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n = \sum_{i=1}^{n} Qi = Q \qquad \mathrm{Q} = \sqrt{\mathrm{H}}\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}\left(\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Al}}}\right)$$

И для гидросистем

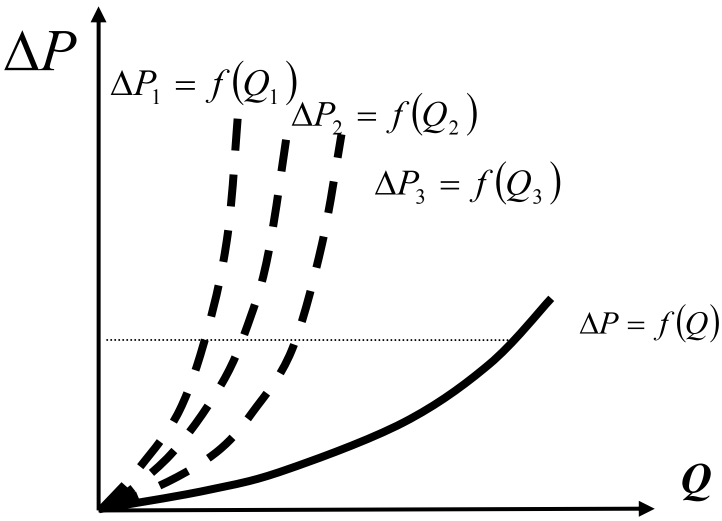
$$\Delta \mathrm{P} = \mathrm{P_н} - \mathrm{P_к} = \Delta \mathrm{P_1} = \Delta \mathrm{P_2} = \Delta \mathrm{P_3},$$

ΔP₁, ΔP₂, ΔP₃ – потери давления в соответствующих ветвях.

Представляя каждую из параллельных ветвей как простой трубопровод, можно записать характеристики каждой ветви:

$$\Delta \mathrm{P} = \mathrm{k_{iT}} \cdot \mathrm{Q_i}^2$$

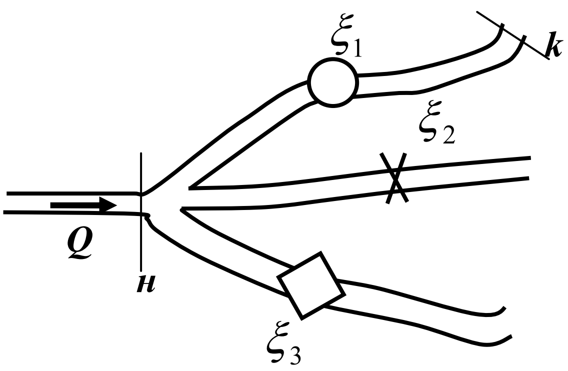
$$\mathrm{Q} = \sqrt{\frac{\Delta \mathrm{P}}{\sum\limits_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \mathrm{k_{iT}}}} \qquad \Delta \mathrm{P} = \mathrm{Q}^2 \cdot \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \mathrm{k_{iT}}$$



Из приведённых уравнений вытекает следующее важное правило: для построения характеристик параллельного соединения нескольких трубопроводов следует сложить абсциссы (расходы) характеристик каждого из этих трубопроводов при одинаковых ординатах (потерях давления).

Разветвлённые трубопроводы

Разветвлённые трубопроводы отличаются тем, что они имеют одну общую точку, из которой расходятся разные потоки, или общую точку, в которой несколько разных потоков сходится. Этот вариант наиболее часто встречается в гидросистемах технологического оборудования, где от одной насосной станции питается сразу несколько одновременно работающих потребителей. Для разветвлённых трубопроводов, так же как и для параллельных, можно записать уравнение расходов



$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

где Q_1, Q_2, Q_3 - расходы в соответствующих ветвях.

Составим также уравнение Бернулли для любой из ветвей. Будем считать: давление в трубопроводе таково, что нивелирной высотой можно пренебречь. Примем также, что давление в конце каждой ветви (в сечении ***к***), необходимое для преодоления нагрузки, равно $P_{iнагр}$. Уравнение Бернулли для сечений ***н*** и ***к*** будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{P_н}{\rho g} + \alpha_н \frac{V_н^{\ 2}}{2g} = \frac{P_{iнагр}}{\rho g} + \alpha_к \frac{V_к^{\ 2}}{2g} + \frac{\Delta P}{\rho g},$$

где $\boldsymbol{i}$ – индекс, соответствующий определённой ветви.

Если считать, что рассматриваемая система трубопроводов принадлежит гидросистеме технологической машины, в которой давления в различных ветвях, как правило, составляют несколько мегапаскалей, а скорости течения жидкости по трубам чаще всего невысокие (***до5 м/с***), скоростным напором можно пренебречь. В самом деле, например, при скорости ***1 м/с*** и коэффициенте кинетической энергии $\boldsymbol{\alpha}$ равным ***2***, величина скоростного напора составит ***0,1 м***, что при переводе в единицы давления равно ***0,001МПа***. С учетом этого и после обычных преобразований получим

$$P_н = P_{iнагр} + \Delta P .$$

Величина ΔP , в данном случае, представляет собой характеристику простого трубопровода и равна $k_T Q^2$. Таким образом, для каждой ветви разветвлённого трубопровода можно написать подобное уравнение. Если добавить к ним уравнение расходов, то можно получить систему уравнений вида

$$\begin{cases} P_н = P_{1нагр} + k_{1T} Q^2{}_1 \\ P_н = P_{2нагр} + k_{2T} Q^2{}_2 \\ P_н = P_{3нагр} + k_{3T} Q^2{}_3 \\ Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \end{cases} .$$

Подобную систему уравнений можно записать для любого числа ветвей разветвлённого трубопровода. Решая её, можно определить, какой расход и какое давление должен обеспечивать источник гидравлической энергии, чтобы на выходе трубопроводов получалось заданное давление при заданном расходе.

Трубопроводы с равномерно распределенным путевым расходом.

Это такие трубопроводы, в которых вдоль всего пути расход

$$Q = VS \neq const$$

Расход в сечении A (рис.)

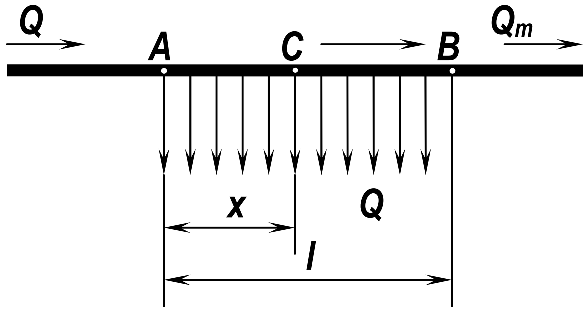


Схема к расчету трубопровода с путевым расходом

$$Q = Q_T + Q_П$$

где Q_T — транзитный расход; Qn — путевой расход.

Отношение путевого расхода Qn к длине трубопровода $\boldsymbol{l}$ называют удельным расходом $\boldsymbol{q}$.

С течением времени расход постепенно уменьшается и становится равным $\boldsymbol{Q_T}$ в сечении *B,* а в произвольном сечении *C* расположенном на расстоянии *x* от начального сечения *A* расход жидкости

$$Qx = (Q_T + Qn) - qx$$

Потери напора по длине в трубопроводе для квадратичной области турбулентного режима

$$h_l = Al(Q_T^2 + Q_T Q_П + Q_П^2 / 3$$

Если на участке *AB* будет отобран весь расход, т. е. отсутствует транзитный расход ($\boldsymbol{Q_T}$ = 0), то потери напора по длине в данном частном случае примут вид формулы, которая носит название формулы Дюпуи:

$$h_l = \frac{1}{3} AlQ_П^2$$

В случае расчета трубопроводов с путевым расходом с достаточной степенью точности $\boldsymbol{Qn^2/3}$ можно заменить членом $\boldsymbol{Qn^2/4}$. Тогда

$$h_l = Al(Q_T + Q_П / 2)^2$$

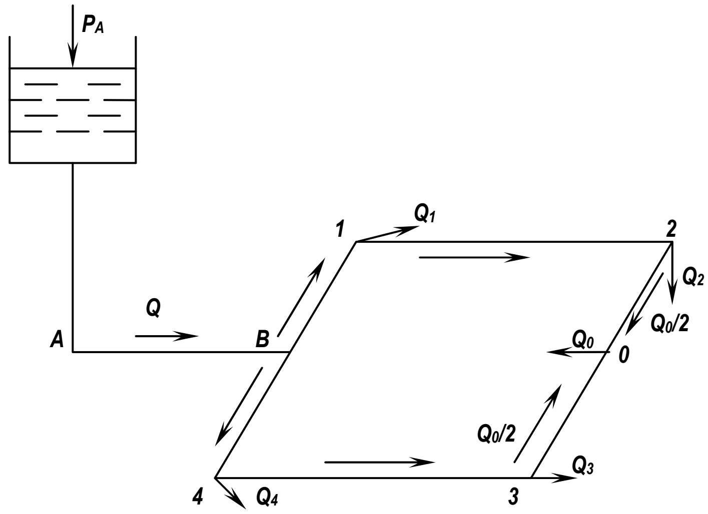
Расчетный расход на участке *AB*

$$Q_p = Q_T + Q_П / 2$$

Анализ этой формулы показывает, что путевой расход $\boldsymbol{Qn}$ эквивалентен транзитному расходу и зависит от степени равномерности отбора жидкости по длине трубопровода.

Расчет кольцевой сети. Кольцевая сеть состоит из замкнутых колец и магистралей, присоединенных к водонапорной башне или резервуару. Рассмотрим простейший случай расчета кольцевой водопроводной сети, состоящей из магистрального трубопровода А—В и одного кольца *B—1—2—3—-4—B* (рис.). Расход, забираемый в точках *1, 2, 3, 4,* обозначим соответственно через $\boldsymbol{Q_1}$, $\boldsymbol{Q_2}$, $\boldsymbol{Q_3}$, $\boldsymbol{Q_4}$

На основании топографических данных, длины участков трубопровода, диаметра труб задаемся направлением движения воды по кольцу и нулевой (раз



дельной) точкой сети. Нулевая точка выбирается таким образом, чтобы потери напора в ветвях слева и справа от этой точки были одинаковыми. Далее, так же как и при расчете тупиковой сети, определяем диаметр труб и подсчитываем потери напора на каждом участке по левой и правой сторонам кольца.

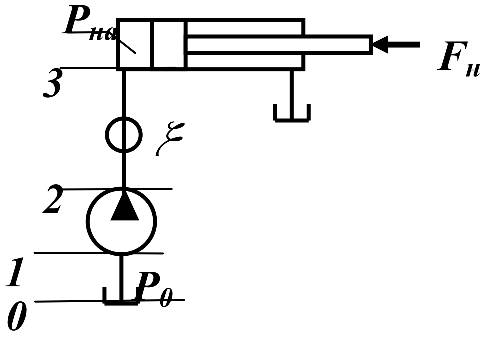
Если нулевая точка ***O*** выбрана правильно, то сумма потерь напора по левой стороне кольца должна равняться сумме потерь напора по правой стороне кольца, т. е.

$$h_{0-2} + h_{2-1} + h_{1-B} = h_{0-3} + h_{3-4} + h_{4-B}$$

где h_{0-2} и т.д. - потери напора по длине на соответствующем участке

Если это условие не выполняется, то расчет следует продолжать до тех пор, пока не будет получено равенство потерь напора в двух рассматриваемых разомкнутых сетях.

Трубопроводы с насосной подачей жидкости



В большинстве гидравлических систем технологического оборудования в качестве источника энергии используются насосы различного принципа действия. Важнейшей задачей, которая возникает при проектировании каждой гидросистемы, является согласование работы насосной станции и системы трубопроводов, гидроаппаратов и гидромашин, входящих в её состав. Это многообразные и сложные задачи, которые подробно рассматриваются в курсах, связанных с изучением гидропривода. Здесь мы познакомимся лишь с общим принципом таких расчётов.

Для этого рассмотрим наиболее простой случай трубопровода, по которому насос перекачивает жидкость из гидробака в ёмкость или полость с заданными величинами давления и расхода. К таким ёмкостям можно отнести, например, гидроцилиндр. Нивелирными высотами, как и в предыдущих случаях, пренебрежём из-за их малости.

Запишем сначала уравнение Бернулли для сечений ***2*** и ***3***

$$\frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^{\,2}}{2g} = \frac{P_{нагр}}{\rho g} + \alpha_3 \frac{V_3^{\,2}}{2g} + \frac{\Delta P_{2-3}}{\rho g},$$

где ΔP_{2-3} - суммарные потери давления в напорном трубопроводе (характеристика напорного трубопровода).

Теперь запишем уравнение Бернулли для сечений ***0*** и ***1***

$$\frac{P_0}{\rho g} = \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^{\,2}}{2g} + \frac{\Delta P_{0-1}}{\rho g},$$

где ΔP_0 - атмосферное давление,

ΔP_{0-1} - суммарные потери давления во всасывающем трубопроводе (характеристика всасывающего трубопровода).

Из второго уравнения определим общий напор (энергию), которым обладает жидкость при входе в насос. Тогда второе уравнение примет вид

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^{\,2}}{2g} = \frac{P_0}{\rho g} - \frac{\Delta P_{0-1}}{\rho g}.$$

В процессе своей работы насос передаёт жидкости дополнительную энергию $\boldsymbol{H_{насоса}}$, в результате чего общий напор жидкости в сечении ***2*** становится равным:

$$\frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^{\,2}}{2g},$$

т.е. можно записать:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+H_{насоса}=\frac{P_0}{\rho g}-\frac{\Delta P_{0-1}}{\rho g}+H_{насоса}=$$
$$\frac{P_2}{\rho g}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}=\frac{P_{нагр}}{\rho g}+\alpha_3\frac{V_3^2}{2g}+\frac{\Delta P_{2-3}}{\rho g}.$$

Выделим из полученного равенства величину $\boldsymbol{H_{насоса}}$:

$$H_{насоса}=\frac{P_{нагр}}{\rho g}+\alpha_3\frac{V_3^2}{2g}+\frac{\Delta P_{2-3}}{\rho g}-\frac{P_0}{\rho g}+\frac{\Delta P_{0-1}}{\rho g}.$$

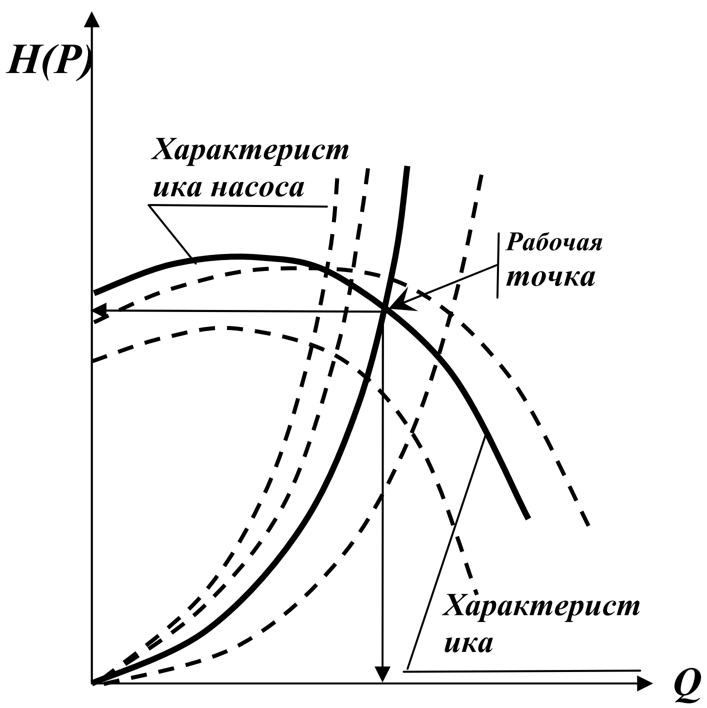
Перегруппируем члены в этом выражении:

$$H_{насоса}=\left(\frac{P_{нагр}}{\rho g}-\frac{P_0}{\rho g}\right)+\left(\alpha_3\frac{V_3^2}{2g}\right)+\left(\frac{\Delta P_{2-3}}{\rho g}+\frac{\Delta P_{0-1}}{\rho g}\right)=$$
$$\left(\frac{P_{нагр}-P_0}{\rho g}\right)+\left(\alpha_3\frac{V_3^2}{2g}\right)+\left(\frac{\Delta P_{0-1}+\Delta P_{2-3}}{\rho g}\right).$$

Если принять, что:

- в первом слагаемом атмосферное давление $\boldsymbol{P_0}$ равно $\boldsymbol{0}$,
- второе слагаемое (скоростной напор на выходе из напорного трубопровода) можно переписать через расход и представить в виде k_cQ^2, где $k_c=\alpha\frac{1}{\omega^2 2g}$ можно считать коэффициентом скоростного напора (в этом выражении $\boldsymbol{\omega}$ – площадь сечения трубопровода),
- третье слагаемое можно представить в виде суммарной характеристики всасывающего и напорного трубопровода, то последнее выражение примет вид:

$$H_{насоса}=\frac{P_{нагр}}{\rho g}+k_cQ^2+k_{\Sigma T}Q^2.$$



Последнее выражение представляет собой ***рабочую характеристику насоса***.

Построив характеристику трубопровода $\Delta P=k_TQ^2$ и характеристику насоса можно найти так называемую ***рабочую точку,*** как точку пересечения характеристик насоса и трубопровода. Это означает, что при соответствующих этой точке давлении и расходе, будет обеспечиваться работа насоса с требуемыми характеристиками. Чтобы получить другую рабочую точку нужно или изменить рабочую характеристику насоса или характеристику трубопровода. Это можно сделать различными способами, например, изменив сопротивление трубопровода или режим работы насоса.

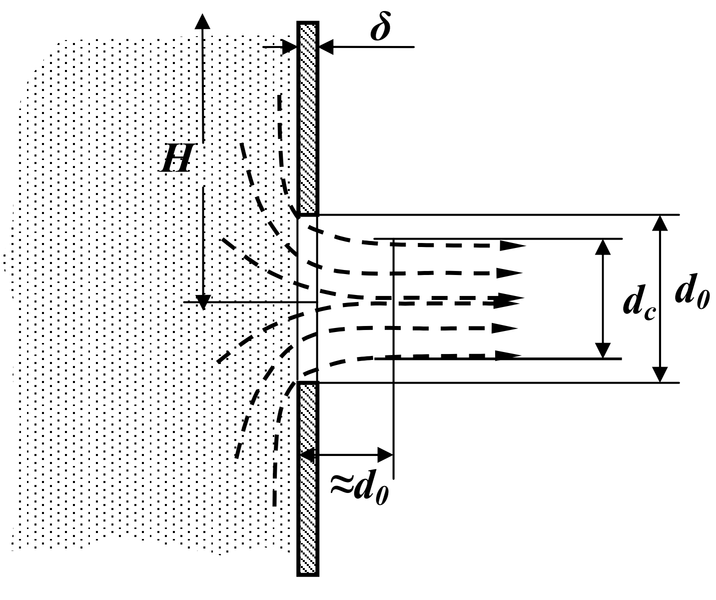
Лекция №10. Истечение жидкости из отверстий и насадков

Истечение жидкости из отверстий и насадков (коротких трубок различной формы и сечений) характерно тем, что в этом процессе потенциальная энергия жидкости на очень коротком расстоянии и за очень короткое время превращается в кинетическую энергию струи (или капель в общем случае). При этом происходят какие-то, большие или не очень, потери напора. Подобные режимы течения жидкости возникают при вытекании жидкости из резервуаров, баков, котлов в атмосферу или пространство, заполненное жидкостью. Аналогичные явления происходят при протекании жидкости через малые отверстия и щели в направляющей, контрольной и регулирующей аппаратуре различных гидравлических систем.

Основной вопрос, на который нужно найти ответ, состоит в том, как определить расход и скорость истечения через отверстия или насадки различной формы.

Сжатие струи

При вытекании жидкости из резервуара через отверстие в тонкой стенке, диаметр которого значительно меньше размеров резервуара, а края отверстия имеют прямоугольную форму, диаметр вытекающей струи будет меньше размеров диаметра отверстия. Это происходит потому, что жидкость, вытекающая из резервуара, попадает в отверстие со всех направлений, а после прохождения отверстия направление движения всех частиц жидкости становится одинаковым. Изменение направления движения частиц жидкости в силу их инерционности



мгновенно произойти не может. Поэтому сжатие струи обусловлено необходимостью постепенного изменения направления движения жидкости при прохождении отверстия. Так как размеры резервуара много больше размеров отверстия, боковые поверхности и свободная поверхность не могут оказывать влияния на направление входа жидкости в отверстие, то в этом случае наблюдается ***совершенное сжатие струи***. Такое сжатие является наибольшим, и оно достигается на расстоянии примерно равном диаметру отверстия. Степень сжатия выражается коэффициентом сжатия ε :

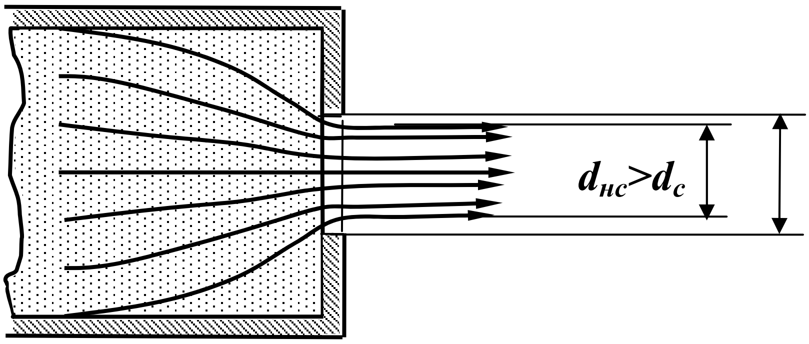
$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega_0} = \left(\frac{d_c}{d_0}\right)^2 ,$$

где ω_0, d_0 - площадь и диаметр отверстия,

ω_c, d_c - площадь и диаметр совершенно сжатой струи.

В том случае, если истечение происходит из резервуара такой формы, что его стенки влияют на траекторию движения частиц при входе в отверстие, наблюдается ***несовершенное сжатие струи***.

Вследствие того, что боковые стенки резервуара перед отверстием формируют направление движения жидкости, струя после отверстия сжимается в меньшей степени, чем при вытекании из практически бесконечного резервуара. По этой причине меняется коэффициент сжатия струи. Формулы для определения этого сжатия для разных жидкостей и разных условий истечения - эмпирические. Например, для круглого центрального отверстия в тонкой торцовой стенке трубы и для маловязких жидкостей коэффициент сжатия ε_1 можно находить по следующей эмпирической формуле в долях от коэффициента сжатия ε при совершенном сжатии струи



$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = 1 + \frac{0,37}{\varepsilon} n^2 ;$$

где $$n = \frac{\omega_0}{\omega_{резервуара}};$$

где, в свою очередь, ω_0 - площадь отверстия,

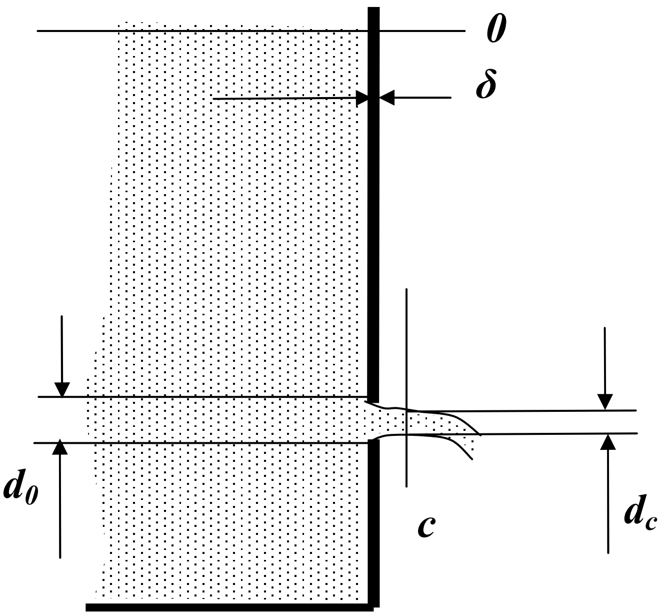
$\omega_{резервуара}$ - площадь сечения резервуара (в приведённом примере площадь поперечного сечения трубы).

Истечение через малое отверстие в тонкой стенке

Рассмотрим большой резервуар с жидкостью, из которого через малое отверстие в боковой стенке вытекает струйка. Термины «большой резервуар» и «малое отверстие» означает, что эти размеры не сказываются на изменении высоты жидкости (напора) в резервуаре при вытекании из него жидкости. Термин «тонкая стенка» означает, что после сжатия струя вытекающей жидкости не касается цилиндрической поверхности отверстия.

Рассмотрим два сечения в этом резервуаре, обозначенные индексами ***0*** и ***С***. Запишем уравнение Бернулли для этих условий:

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \alpha_0 \frac{V_0^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\rho g} + \alpha_c \frac{V_c^2}{2g} + \xi \frac{V_c^2}{2g}.$$



Для описанных условий можно считать, что движения жидкости в сечении ***0*** нет, следовательно, скоростной напор равен нулю. Разницей нивелирных высот, из-за их малого влияния можно пренебречь. Коэффициентом ξ в данном случае обозначено сопротивление отверстия. Этот коэффициент учитывает потери энергии жидкости на сжатие струи и трение в струйках жидкости вблизи отверстии при формировании вытекающей струи. С учетом этого уравнение примет вид:

$$\frac{p_0}{\rho g} = \frac{p_c}{\rho g} + \alpha_c \frac{V_c^2}{2g} + \xi \frac{V_c^2}{2g}.$$

После перегруппировки членов получим

$$\frac{p_0 - p_c}{\rho g} = \left(\alpha_c + \xi\right) \frac{V_c^2}{2g}.$$

Выразим отсюда скорость

$$V_c = \sqrt{\frac{p_0 - p_c}{\rho g\left(\alpha_c + \xi\right)} 2g}.$$

Заменим скорость отношением расхода к площади живого сечения потока и вновь перегруппируем

$$Q_c = \omega_c \sqrt{\frac{p_0 - p_c}{\rho g \left(\alpha_c + \xi\right)} 2g} = \frac{1}{\sqrt{\left(\alpha_c + \xi\right)}} \omega_c \sqrt{\frac{2g}{\rho g} \left(p_0 - p_c\right)}.$$

Проанализируем полученное выражение. Заметим, что индекс « c » относится к струе, и это единственный индекс, относящийся к движущейся жидкости «на выходе» рассматриваемого ***проходного сечения*** (определение приведено ниже). Опустим этот индекс. Величина $\frac{1}{\sqrt{\left(\alpha_c + \xi\right)}} = \varphi$ - называется ***коэффициентом скорости***. Если считать распределение скоростей в струе равномерным ($\alpha = 1$), а жидкость идеальной, в которой нет потерь на трение, то коэффициент $\xi = 0$. Тогда коэффициент скорости $\varphi = 1$.

Отсюда становится понятным физический смысл коэффициента скорости. Он выражает отношение ***действительного расхода*** через проходное сечение к ***теоретическому расходу.*** Действительным расходом называют расход, который на самом деле проходит через проходное сечение. Теоретический расход это такой, который мог бы протекать через проходное сечение при отсутствии потерь. Учтём, что $\omega_c = \omega_0 \varepsilon$, где ε - коэффициент сжатия струи. После подстановки этих обозначений в коэффициент перед знаком радикала получим $\frac{1}{\sqrt{\left(\alpha_c + \xi\right)}} \omega_c = \varphi \omega_0 \varepsilon$. Произведение $\varphi \varepsilon = \mu$ носит название ***коэффициент расхода***. Тогда окончательно будем иметь формулу

$$Q = \omega_0 \mu \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta P},$$

или в другой форме, с учётом того, что $\rho g = \gamma$

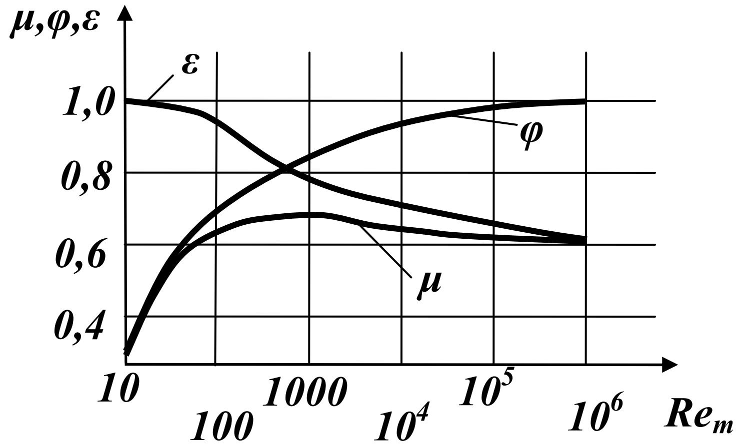
$$Q = \omega_0 \mu \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \Delta P}.$$

В этих формулах ΔP - разность давлений до проходного сечения и после него.

С помощью полученного выражения решается задача определения расхода для всех случаев течения жидкости под действием разности давлений. Кроме того, из данного выражения видно, что причиной течения жидкости является разность давлений. Жидкость всегда движется из области высокого давления область низкого давления. По существу приведённое выражение можно считать ***инженерной формой уравнения Бернулли***.

При прохождении жидкости через малое отверстие происходит «смятие» струи. На немецком языке «мятие» - «drosseln». Поэтому в технике истечение через малое отверстие называют дросселированием. Гидравлический аппарат, предназначенный для дросселирования, называется дросселем, а отверстие в этом гидроаппарате называется ***проходным сечением***.

Наиболее сложной задачей практического применения этого уравнения является определение коэффициента μ, значение которого зависит от степени сжатия струи и режима её течения, структуры распределения скоростей вблизи проходного сечения, которая в свою очередь зависит от формы входа в проходное сечение. Этот коэффициент определён экспериментально. Он, как и коэффициенты φ и ε, зависит от числа Рейнольдса и эти зависимости можно представить с помощью графика.



На графике буквами Re_m обозначено число Рейнольдса, посчитанное по ***теоретической скорости***, соответствующей теоретическому расходу.

С увеличением скорости истечения и связанным с этим увеличением Re_m коэффициент скорости φ быстро нарастает и при $Re_m \to \infty$ стремится к значению $\varphi = 1{,}0$. Это свидетельствует о значительном уменьшении гидравлического сопротивления отверстия за счёт снижения влияния вязкости.

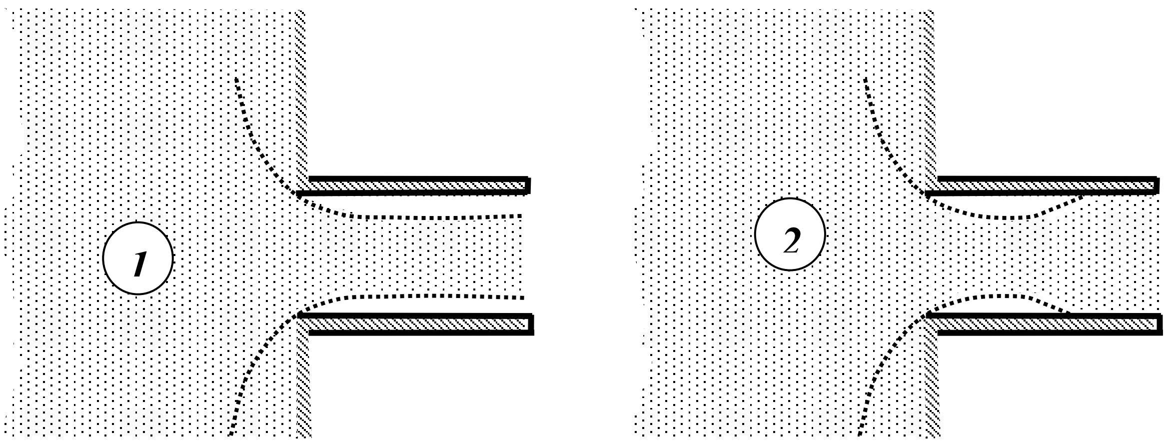
Коэффициент сжатия струи ε с увеличением Re_m уменьшается и при $Re_m \to \infty$ стремится к значению $\varepsilon = 0{,}6$.

Коэффициент расхода μ, являясь произведением коэффициентов φ и ε, на первом этапе растёт, достигая максимального значения $\mu = 0{,}69$ при $Re_m \approx$ 350, а затем плавно снижается до $\mu \approx 0{,}6$.

Таким образом, только за счёт коэффициента μ величина расхода уменьшается на ***30 – 40 %*** относительно теоретически возможного.

Истечение через насадки

Насадком называется короткая трубка длиной от двух до шести диаметров, присоединённая к выходу отверстия, через которое истекает

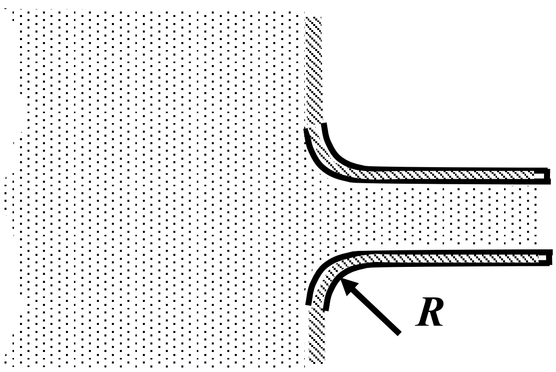


жидкость. Роль насадка может выполнять и отверстие в толстой стенке, когда диаметр отверстия значительно меньше её толщины. Насадки отличаются формой и размерами. Наиболее существенные отличия между насадками состоят в форме входного отверстия, которая, как уже отмечалось выше, может существенно влиять на величину расхода при той же самой площади проходного сечения. Простейшим насадком является ***цилиндрический*** насадок. Течение в нём может происходить в двух разных режимах. В первом случае на острых входных кромках насадка происходит совершенное сжатие струи и далее она движется, не касаясь стенок насадка. В этом случае истечение ничем не отличается от истечения через малое отверстие в тонкой стенке. Скорость при этом истечении высокая, а расход минимален.

Во втором случае, как и при истечении через отверстие в тонкой стенке, струя жидкости вначале сжимается на некотором удалении от входного сечения, образуя вихревую зону, давление в этом сечении струи становится меньше атмосферного. Далее струя постепенно расширяется и заполняет всё сечение насадка. Из-за того, что сжатия на выходе насадка нет ($\boldsymbol{\varepsilon = 1{,}0}$) а коэффициент расхода через такой насадок равняется

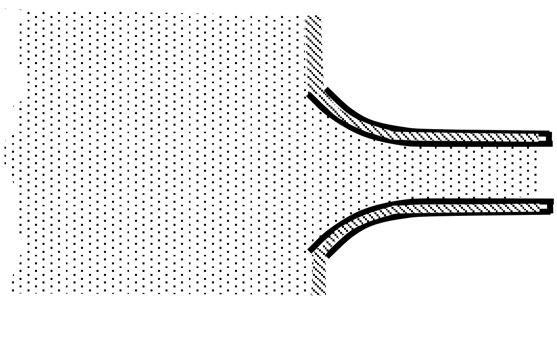
$$\mu = \varphi \approx 0{,}8\ .$$

При этом расход жидкости через насадок при прочих равных условиях превышает расход в первом случае, а скорость жидкости становится меньше из-за более высокого сопротивления.



Ещё лучшие условия истечения наблюдаются при движении жидкости через так называемый ***тороидальный*** насадок, который обеспечивает более высокий коэффициент расхода. Его значение, в зависимости от увеличения радиуса скругления кромки, доходит до

$$\mu = 0{,}95\ .$$



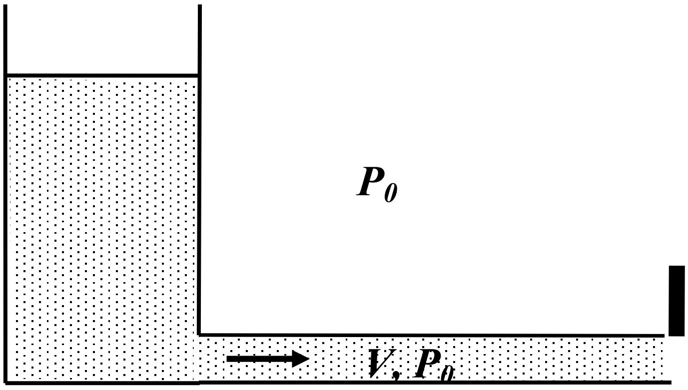
Когда радиус кривизны становится больше длины насадка, насадок становится ***коноидальным***. Коэффициент расхода в таких условиях истечения приближается к значению

$$\mu = 0{,}98\ .$$

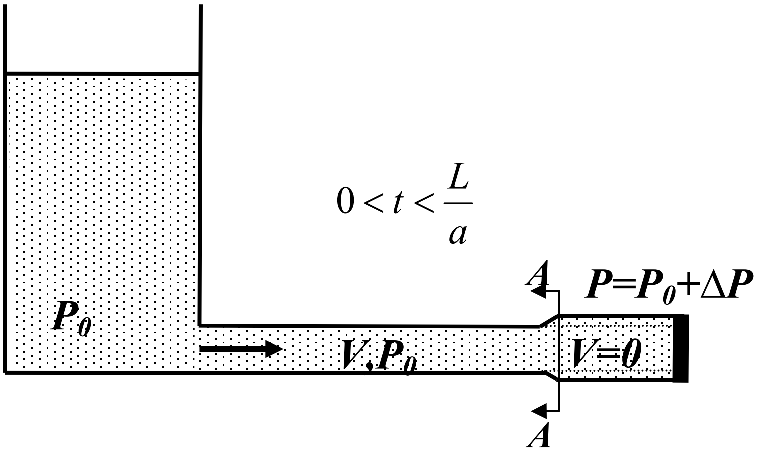
Лекция 11. Гидравлический удар в трубопроводах

Теоретическое и экспериментальное исследование ***гидравлического удара*** в трубопроводах впервые было проведено известным русским учёным ***Николаем Егоровичем Жуковским*** в 1899 году. Это явление связано с тем, что при быстром закрытии трубопровода, по которому течёт жидкость, или быстром его открытии (т.е. соединении тупикового трубопровода с источником гидравлической энергии) возникает резкое, неодновременное по длине трубопровода изменение скорости и давления жидкости. Если в таком трубопроводе измерять скорость жидкости и давление, то обнаружится, что скорость меняется как по величине, так и по направлению, а давление - как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения по отношению к начальному. Это означает, что в трубопроводе возникает колебательный процесс, характеризующийся периодическим повышением и понижением давления. Такой процесс очень быстротечен и обусловлен упругими деформациями стенок трубы и самой жидкости.

Подробно рассмотрим его картину для случая ***полного*** и ***прямого*** гидравлического удара.



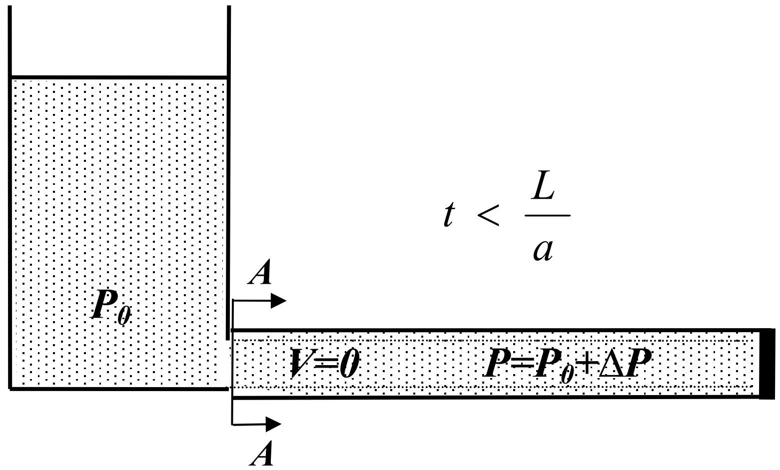
Будем считать, что в исходном состоянии трубопровод открыт. Жидкость движется по трубе со скоростью ***V>0***. Давление в жидкости равно



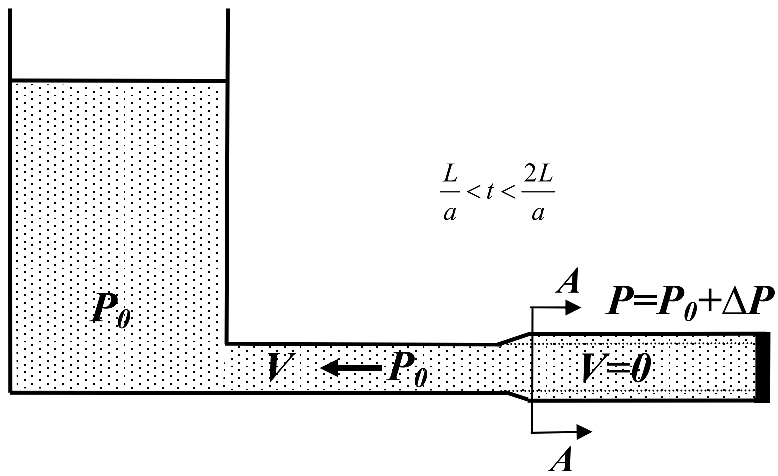
$\boldsymbol{P_o}$.

Трубопровод мгновенно закрывается. Слои жидкости, натолкнувшись на заслонку крана, останавливаются. Кинетическая энергия жидкости переходит в деформацию стенок трубы (труба у заслонки расширится), и жидкости (давление у заслонки повысится на величину $\Delta\boldsymbol{P}$). На остановившиеся у заслонки слои жидкости будут набегать следующие, вызывая сжатие жидкости и рост давления, который будет с некоторой скоростью распространяться в сторону противоположную направлению скорости движения жидкости**.** Переходная область в сечении ***А-А*** называется ударной волной. Скорость перемещения сечения ***А-А(фронта волны)*** называется скоростью распространения ударной волны и обозначается буквой ***а***. Такой процесс проходит в период времени $0 < t < \frac{L}{a}$**.**

В момент времени $t < \frac{L}{a}$ весь трубопровод окажется расширенным, а

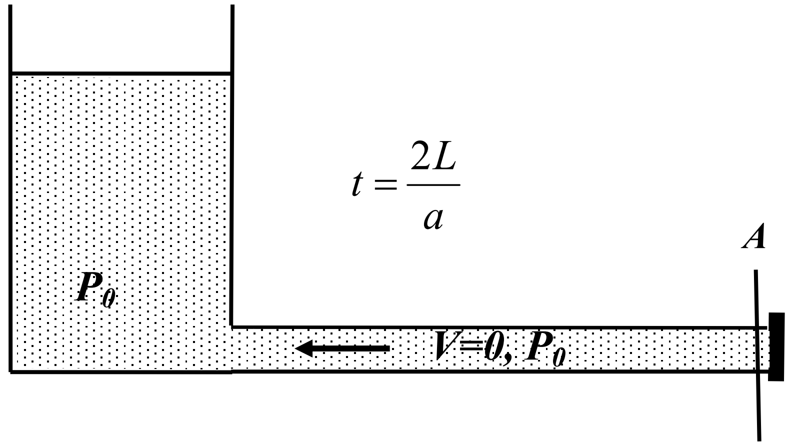


жидкость сжатой и неподвижной. Но такое состояние неравновесное. Поскольку у источника давление $\boldsymbol{P_o}$, а в трубе $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P_o}+\Delta\boldsymbol{P}$, то жидкость начнёт двигаться в сторону меньшего давления, т.е. из трубы в резервуар.

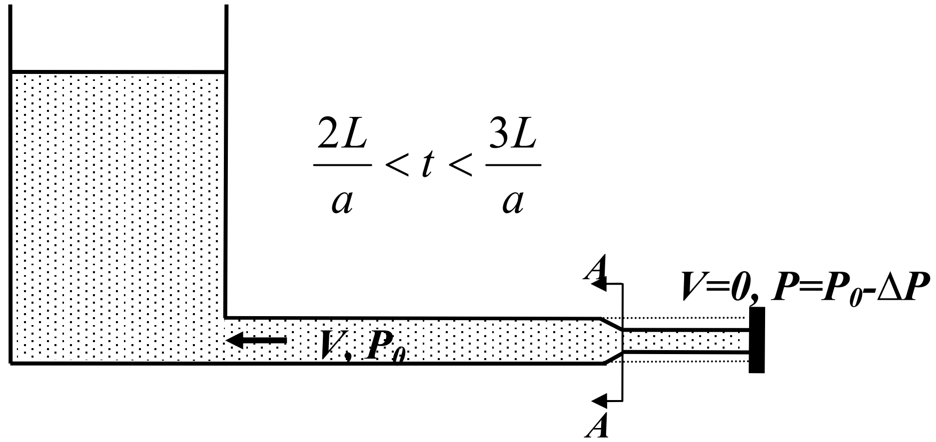


Этот процесс начинается от начала трубы. Жидкость будет вытекать из трубы в резервуар с некоторой скоростью $\boldsymbol{V}$. Сечение ***А-А*** (ударная волна) начнёт перемещаться к концу трубы со скоростью ***a*.** При этом давление в трубе будет снижаться до $\boldsymbol{P_0}$.

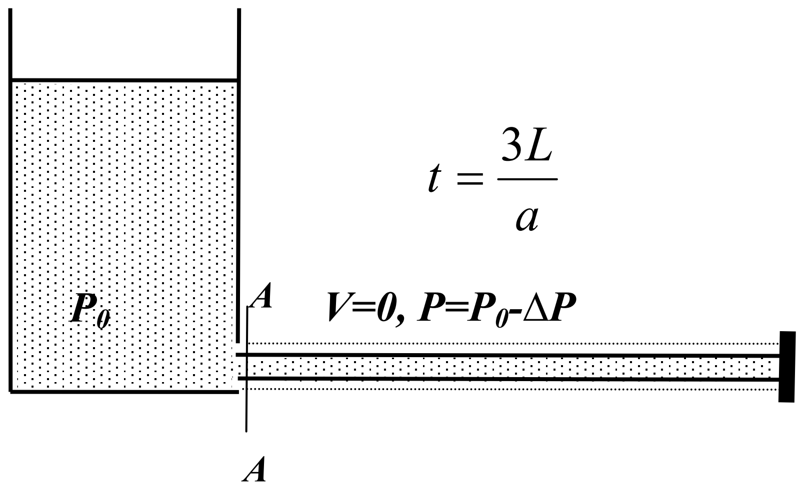
Этот процесс будет происходить в период времени $\frac{L}{a} < t < \frac{2L}{a}$**.**



Энергия деформации жидкости переходит в кинетическую энергию, и жидкость приобретает некоторую скорость ***V***, но направленную в обратную сторону. Во всём трубопроводе устанавливается давление $\boldsymbol{P_o}$. По инерции жидкость продолжает двигаться к началу трубы и начинает испытывать деформации растяжения, что приводит к уменьшению давления вблизи заслонки.

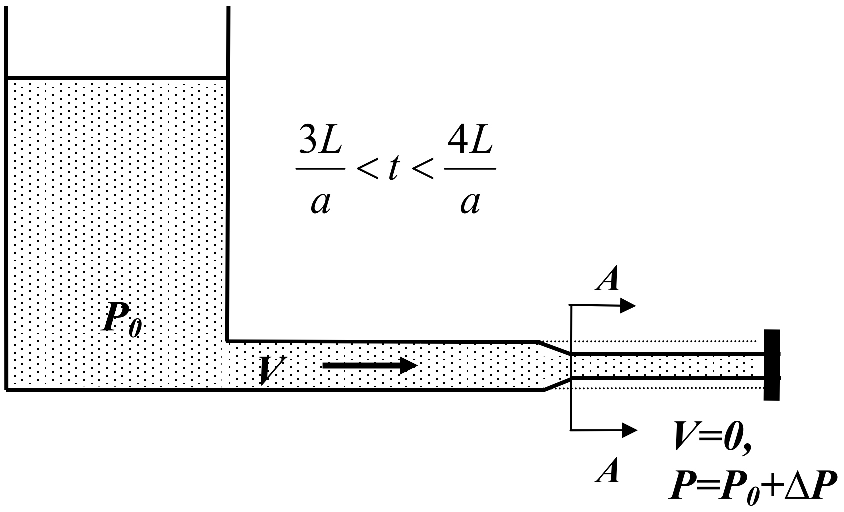


Возникает отрицательная ударная волна, движущаяся от конца трубы к началу со скоростью ***a***, и за фронтом волны остается сжатая труба. Кинетическая энергия снова превращается в энергию деформации (сжатия).

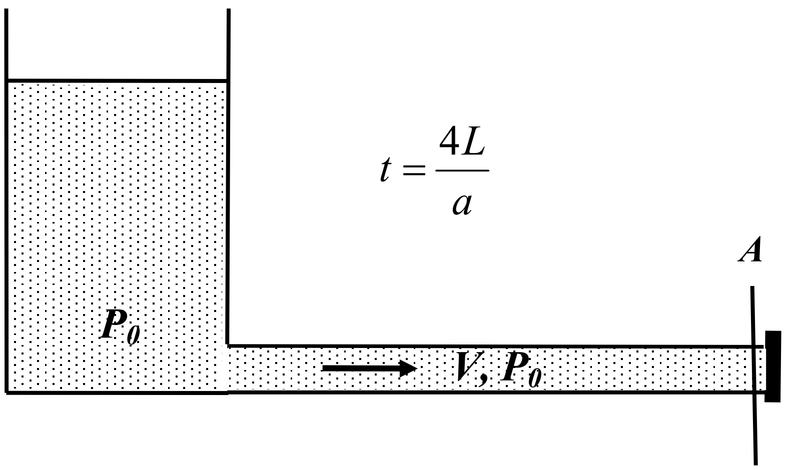


В момент времени $t = \dfrac{3L}{a}$ вся труба окажется сжатой, а волна достигает начала трубы. Давление вблизи источника выше, чем во фронте. Из-за этого слои жидкости под действием перепада давления начинают двигаться к концу трубы (к заслонке) с некоторой скоростью ***V>0***, а давление поднимается до $\boldsymbol{P_o}$.

Поэтому период времени $\dfrac{3L}{a} < t < \dfrac{4L}{a}$ происходит процесс выравнивания давления в трубопроводе. При этом происходит движение ударной волны со скоростью ***a*** от начала трубы к её концу.



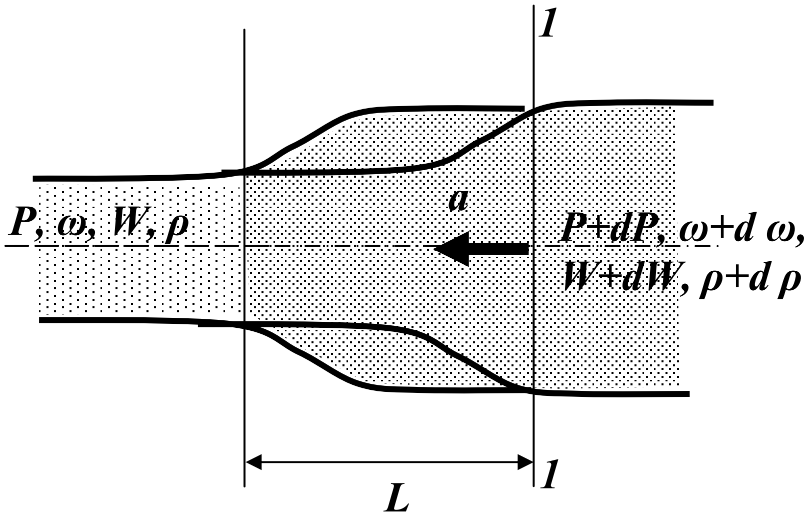
В момент времени $t = \dfrac{4L}{a}$ ударная волна достигает конца трубы.



Далее весь процесс начинается сначала. При исследовании этого процесса возникает три основных вопроса. Первый - какова скорость протекания этого колебательного процесса и от чего она зависит? Второй вопрос – как сильно меняется давление в трубопроводе за счёт описанного процесса? И третий – как долго может протекать этот процесс?

Скорость распространения гидравлической ударной волны в трубопроводе

Изменения давления и скорости потока в трубопроводах происходят не мгновенно в связи с упругостью твёрдых стенок трубы и сжимаемостью рабочей среды, а с некоторой конечной скоростью, обусловленной необходимостью компенсации упругих деформаций жидкости и трубы. Рассмотрим случай когда в трубопроводе длиной $\boldsymbol{L}$ и площадью сечения $\boldsymbol{\omega}$ под давлением $\boldsymbol{P}$ находится жидкость, плотность которой $\boldsymbol{\rho}$. Предположим, что в момент времени $\boldsymbol{t}$ в сечении $\boldsymbol{1-1}$ давление повысится на величину $\boldsymbol{dp}$. Это повышение вызывает увеличение плотности на величину $\boldsymbol{d\rho}$, а также расширение внутреннего диаметра трубы. Следовательно, площадь проходного сечения увеличится на величину $\boldsymbol{d\omega}$. В результате увеличится объём $\boldsymbol{W}$ участка трубы на величину $\boldsymbol{dW}$. За счёт этого произойдет увеличение массы жидкости находящейся в трубе на участке длиной $\boldsymbol{L}$. Масса увеличится за счёт увеличения, во-первых, плотности жидкости, во-вторых, за счёт увеличения объёма $\boldsymbol{W}$.



Такая ситуация рассматривалась при выводе уравнения неразрывности потока в дифференциальной форме, с той только разницей, что там рассматривалось лишь изменение массы во времени, без учёта вызвавших это изменение причин $\frac{dM}{dt} = W\frac{d\rho}{dt} + \frac{dW}{dt}\rho$. По аналогии с приведённым уравнением запишем выражение, описывающее изменение массы за счёт изменения давления

$$\frac{dM}{dP} = W\frac{d\rho}{dP} + \frac{dW}{dP}\rho = 0 .$$

Жидкость под действием указанного повышения давления устремится с некоторой скоростью $\boldsymbol{a}$ в слои с меньшим давлением, в которых также будет повышаться плотность и увеличиваться напряжение в стенках трубопровода, способствующее увеличению площади трубопровода. В связи с этим потребуется некоторое время на распространение этих деформаций вдоль трубопровода.

С другой стороны, перемещение массы $\boldsymbol{dm}$ за время $\boldsymbol{dt}$ происходит под влиянием результирующей $\boldsymbol{F_p}$ сил давления, действующих вдоль линии движения на торцовые поверхности цилиндрического объёма длиной $\boldsymbol{L}$

$$F_p = \omega\left(P + \Delta P\right) - \omega P$$

В этом случае уравнение импульса силы может быть представлено в следующем виде

$$\omega\, dPdt = dma \quad .$$

Отсюда

$$\frac{dm}{dP} = \frac{\omega\, dt}{a} .$$

Имея в виду, что $dt = \dfrac{L}{a}$, и подставив это в предыдущее выражение, получим

$$\frac{dm}{dP} = \frac{\omega\, L}{a^2}.$$

Заметим, что произведение

$$\omega L = W \; .$$

Приравняем оба выражения для $\dfrac{dm}{dP}$ и получим:

$$\frac{W}{a^2} = W\frac{d\rho}{dP} + \rho\frac{dW}{dP} .$$

Выразим из последнего равенства величину $\boldsymbol{a^2}$

$$a^2 = \frac{W}{W\dfrac{d\rho}{dP} + \rho\dfrac{dW}{dP}}.$$

Разделим числитель и знаменатель на $\boldsymbol{W}$**,** а первое слагаемое в знаменателе искусственно умножим и разделим на $\boldsymbol{\rho}$:

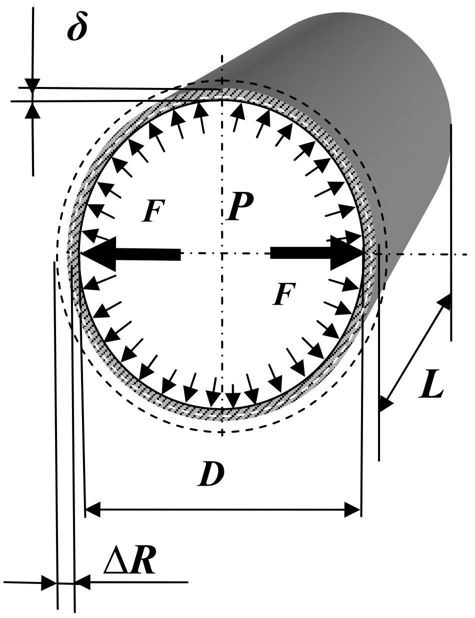
$$a^2 = \frac{1}{\rho\dfrac{1}{\rho}\dfrac{d\rho}{dP} + \rho\dfrac{1}{W}\dfrac{dW}{dP}} .$$

Обратим внимание на то, что $W = \omega L$ а $dW = d\omega L$. После подстановки этих равенств в последнее выражение и извлечения корня получим выражение для скорости распространения ударной волны, которая, по сути, является скоростью распространения упругих деформаций жидкости в трубе.

$$a = \frac{1}{\sqrt{\rho\left(\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dP} + \frac{1}{\omega L}\frac{d\omega L}{dP}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{\rho\left(\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dP} + \frac{1}{\omega}\frac{d\omega}{dP}\right)}}.$$

Здесь первое слагаемое под корнем характеризует упругие свойства рабочей среды (жидкости), а – второе упругие силы материала трубы.

Рассмотрим подробнее эти слагаемые.



Как известно из гидростатики, сила, действующая на цилиндрическую поверхность, равна произведению давления на проекцию площади этой поверхности в направлении действия силы. На рассматриваемый участок трубы с толщиной стенок $\boldsymbol{\delta}$**,** длиной $\boldsymbol{L}$ и диаметром $\boldsymbol{D}$ действует изнутри давление $\boldsymbol{P}$. Вследствие этого возникает разрывающая сила $\boldsymbol{F}$, равная

$$F = PDL \quad .$$

В стенках трубы возникает сила сопротивления F_c, равная произведению площади сечения стенок трубы $2(\delta L)$ на внутренние напряжения σ_m в материале стенок трубы, т.е.

$$F_c = 2(\delta L)\sigma_m \, .$$

Если приравнять две эти силы, получим равенство

$$\sigma_m 2(\delta L) = PDL \quad ,$$

из которого найдём выражение, определяющее внутреннее напряжение в стенках трубы σ_m :

$$\sigma_m = \frac{PD}{2\delta}.$$

Полагая, что относительное увеличение диаметра трубы, равное $\frac{2\Delta R}{D}$, прямо пропорционально напряжению в стенках трубы, можно записать

$$\sigma_m = E_m \frac{2\Delta R}{D},$$

где E_m - коэффициент пропорциональности, который является модулем упругости материала трубы.

Из двух последних выражений следует, что абсолютное приращение радиуса сечения трубы может быть выражено формулой

$$\Delta R = \frac{D\sigma}{2E_m} = \frac{D}{2E_m}\frac{PD}{2\delta} = \frac{D^2}{4E_m\delta}P.$$

Запишем выражение, определяющее увеличение площади сечения трубы:

$$\omega - \omega_p = \pi\left(\frac{D}{2} + \Delta R\right)^2 - \pi\frac{D^2}{4} = \pi\frac{D^2}{4} - 2\pi\frac{D}{2}\Delta R$$

$$+ \pi\,\Delta R^2 - \pi\frac{D^2}{4} = \pi D\Delta R + \pi\Delta R^2.$$

где $\boldsymbol{\omega}$ – начальная площадь сечения трубы,

$\boldsymbol{\omega_p}$ – площадь сечения трубы при давлении $\boldsymbol{P}$.

Пренебрегая малой величиной высшего порядка $\boldsymbol{\Delta R^2}$ и подставив выражение для $\boldsymbol{\Delta R}$, получим

$$\omega - \omega_p = \pi D\frac{D^2}{4E_m\delta}P = \frac{\pi D^3}{4E_m\,\delta}P.$$

Продифференцировав это выражение по $\boldsymbol{P}$ и рассматривая $\boldsymbol{\omega}$ как функцию, зависящую от $\boldsymbol{P}$, получим:

$$\frac{d\,\omega}{dP} = \frac{\pi D^3}{4\,E_m\delta}.$$

В итоге слагаемое, описывающее упругие свойства материала трубы в выражении для скорости распространения ударной волны, можно представить в следующем виде:

$$\frac{1}{\omega}\frac{d\,\omega}{dP} = \frac{1}{\pi\frac{D^2}{4}}\frac{\pi D^3}{4\,E_m\delta} = \frac{D}{E_m\delta}.$$

Теперь рассмотрим слагаемое, описывающее упругость жидкости $\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dP}$. Ранее при рассмотрении свойств жидкости было установлено, что если изменение объёма происходит за счёт изменения плотности, то можно определить коэффициент сжимаемости жидкости $\boldsymbol{\beta_w}$:

$$\beta_w = \frac{\frac{M}{d\rho}}{\frac{M}{\rho}}\frac{1}{dP} = \frac{d\rho}{\rho}\frac{1}{dP}.$$

Часто этот коэффициент выражают через обратную величину, называемую модулем упругости жидкости $E_{ж}$, т. е.:

$$\beta_w = \frac{1}{E_{ж}}.$$

Отсюда следует, что второе слагаемое, характеризующее упругие свойства рабочей среды, может быть представлено в виде:

$$\frac{1}{\rho_a}\frac{d\rho}{dp} = \frac{1}{E_{ж}}.$$

Таким образом, окончательно выражение для скорости распространения ударной волны в упругом трубопроводе можно переписать в следующем виде:

$$a = \frac{1}{\sqrt{\rho\left(\frac{D}{E_m\ \delta} + \frac{1}{E_{ж}}\right)}} = \frac{\sqrt{\frac{E_{ж}}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{D\ E_{ж}}{E_m\ \delta}}},$$

где ρ - плотность жидкости,

$\boldsymbol{D}$ - диаметр трубопровода,

δ - толщина стенки трубопровода,

$\boldsymbol{E_m}$ – объёмный модуль упругости материала трубы,

$\boldsymbol{E_{ж}}$ - объёмный модуль упругости жидкости.

Из формулы следует, что скорость распространения ударной волны зависит от сжимаемости жидкости и упругих деформаций материала трубопровода.

Ударное давление

Для выяснения величины подъёма давления ΔP применим теорему о сохранении количества движения (импульса силы). Для этого рассмотрим элементарное перемещение участка жидкости длинной dL за время dt. Учтём, что при прямом гидроударе кинетическая энергия ударной волны полностью превращается в потенциальную, т.е. скорость жидкости $\boldsymbol{V}$ становится равной нулю 0.

Импульс силы, под действием которого происходит это движение, равен:

$$\left(\omega\left(P + \Delta P\right) - \omega P\right)dt = \omega \Delta P dt \quad .$$

Изменение количества движения рассматриваемого объёма длиной $\boldsymbol{dL}$ будет:

$$\left(\omega dL\rho V\right)-\left(\omega dL\rho 0\right)=\omega dL\rho V\ ,$$

Повторимся: скорость во второй скобке равна ***0,*** т.к. рассматриваемый объём жидкости останавливается.

Приравнивая эти выражения по теореме о сохранении количества движения, получим:

$$\omega\Delta Pdt\ =\ \omega\, dL\ \rho\, V\ .$$

Отсюда выразим величину повышения давления ***ΔP***:

$$\Delta\ P\ =\ \rho\ V\ \frac{dL}{dt}\ .$$

После замены дроби скоростью ***a***, окончательно будем иметь:

$$\Delta\ P\ =\ \rho\ Va\ ,$$

где ***V*** - скорость жидкости в трубопроводе до возникновения гидроудара,

ρ - плотность жидкости,

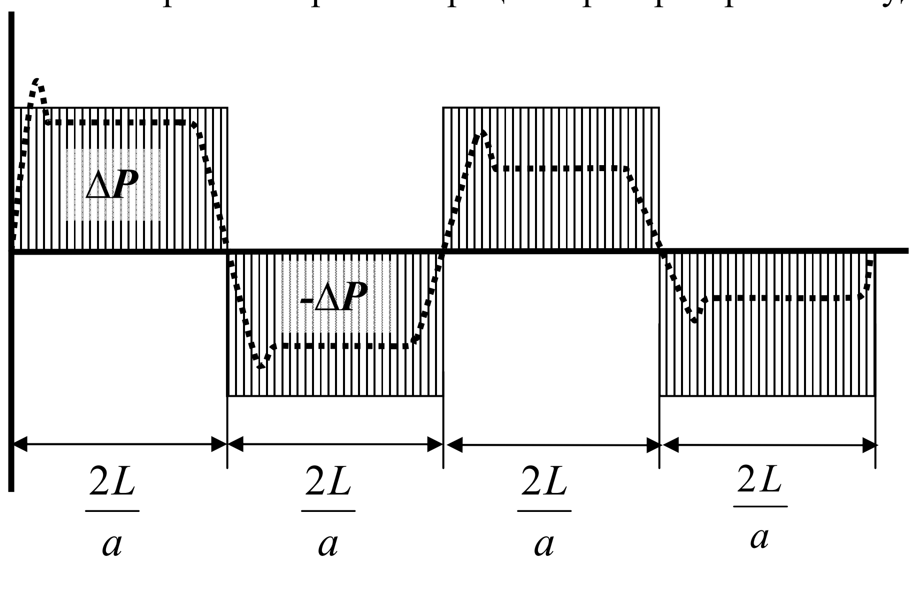
a – скорость распространения ударной волны.

Если в эту формулу подставить выражение описывающее ***a***, то придём к формуле, носящей имя Жуковского:

$$\Delta P\ =\ \rho V\ \frac{1}{\sqrt{\rho\left(\frac{D}{E_{т}\ \delta}+\frac{1}{E_{ж}}\right)}}.$$

Протекание гидравлического удара во времени

Рассмотренный ранее процесс распространения ударной волны в



трубопроводе не происходит бесконечно долго. В опытах Жуковского было зарегистрировано по ***12*** полных циклов. При этом величина ударного давления $\Delta \boldsymbol{P}$ постепенно уменьшалась.

Уменьшение давления вызвано трением в трубе и рассеиванием энергии в резервуаре, обеспечивающем исходный напор. На графике сплошной заштрихованной областью показано теоретическое изменение давления при гидроударе. Прерывистой линией показан примерный вид действительной картины изменения давления.

Разновидности гидроудара

Если трубопровод перекрыть не полностью, то скорость жидкости изменится не до нуля, а до значения $\boldsymbol{V_1}$. В этом случае может возникнуть ***неполный гидроудар***, при котором величина повышения давления (ударное давление) будет меньше, чем в первом случае, а формула Жуковского примет вид

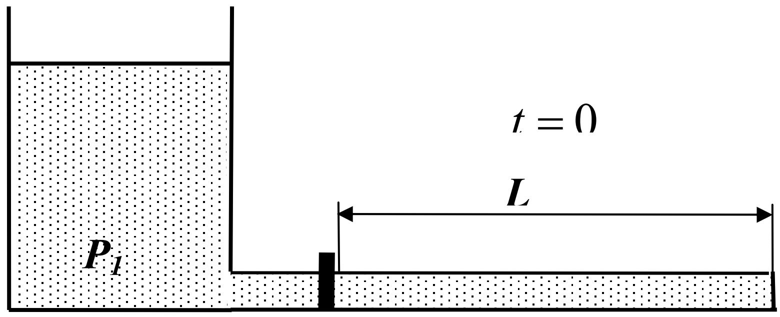
$$\Delta P = \rho \left(V - V_1\right) a .$$

Приведённые формулы справедливы только в том случае, если время закрытия крана $\boldsymbol{t_{ЗАК}}$ меньше фазы гидравлического удара $\frac{2L}{a}$, т.е. $t_{зак} < \frac{2L}{a}$.

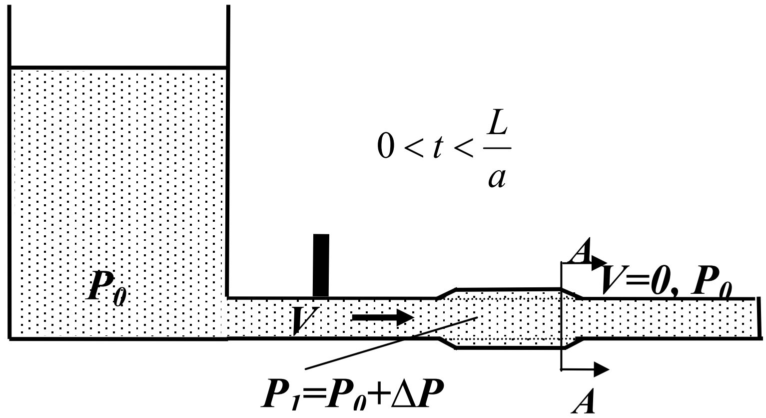
В том случае, если $t_{зак} > \frac{2L}{a}$, возникает ***непрямой гидроудар***. Для него характерно то, что отразившаяся от резервуара в начале трубы ударная волна возвращается к заслонке крана раньше, чем он будет полностью закрыт. Величина $\Delta \boldsymbol{P}$ в этом случае будет меньше, чем при прямом гидроударе. Её приближенно (считая, что изменение $\boldsymbol{P}$ в трубопроводе происходит по линейному закону) можно определить по формуле:

$$\Delta P = \rho V \left(\frac{2L}{t_{зак}} \right).$$

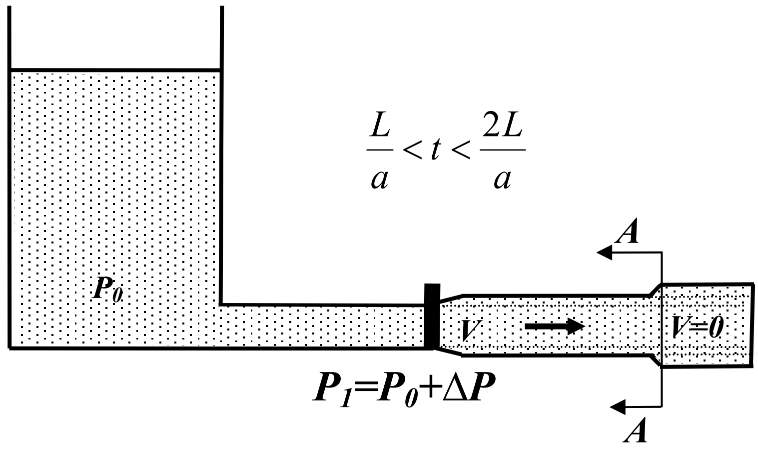
В гидроприводах технологических машин, станков и т.п. очень часто возникает так называемый ***гидроудар в тупиковом трубопроводе***. В этом случае возможно увеличение ударного давления в два раза. Пояснить это можно следующим рисунком.



Трубопровод с низким начальным давлением отделён от источника гидравлической энергии высокого давления. При мгновенном (в реальных гидросистемах $0{,}008 - 0{,}001c$) открытии заслонки крана давление в начале трубопровода внезапно возрастает на величину $\Delta P = P_1 - P_O$.



Возникает волна повышенного давления, которая движется к концу трубопровода со скоростью a. Скорость же движения жидкости становится равной $V = \frac{\Delta P}{\rho a}$, а давление отличается от P_0 на величину ΔP. В момент



времени $t = \frac{L}{a}$ волна достигнет тупика, и вся труба окажется расширенной.

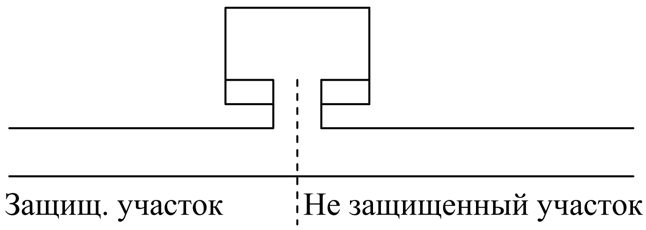
Т.к. дальнейшее движение жидкости невозможно, то передние её слои остановятся, а последующие по инерции будут набегать на них. Это вызовет дополнительное повышение давления в конце трубы на величину $\Delta \boldsymbol{P}$. Возникнет вторая, отражённая волна, которая движется к началу трубопровода со скоростью $\boldsymbol{a}$. Давление за фронтом ударной волны становится $\boldsymbol{P_2 = Po + 2\Delta P}$, а скорость жидкости $\boldsymbol{V=0}$.

Далее весь процесс продолжается как в случае полного гидроудара, но колебания давления происходят относительно величины $\boldsymbol{P_1 = Po + \Delta P}$, а не относительно $\boldsymbol{P_o}$.

<u>Способы борьбы с ударным повышением давления.</u>

Самый эффективный способ заключается в оборудовании сети регулирующими устройствами (вентили и задвижки), которые не позволяют осуществлять быстрое и изменение скорости в трубах.

Воздушные колпаки или компенсаторы ограничивают распространение удара и ослабляют действие.



На незащищенном участке трубы ударное повышение давления действует только в течении $T_1 = \frac{2l}{a}$

Вместо $T_2 = \frac{2(l_1 + l_2)}{a}$. Таким образом импульс силы ослабевает (уменьшается) и трубы не рвутся.

Лекция 12. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

ДИНАМИЧЕСКИЕ НАСОСЫ

Гидравлическая машина — это агрегат, в котором механическая энергия передается от протекающей жидкости рабочему органу (гидравлические двигатели, или турбины) либо, наоборот, механическая энергия привода преобразуется в гидравлическую энергию перекачиваемой жидкости, благодаря чему осуществляется ее движение (насосы).

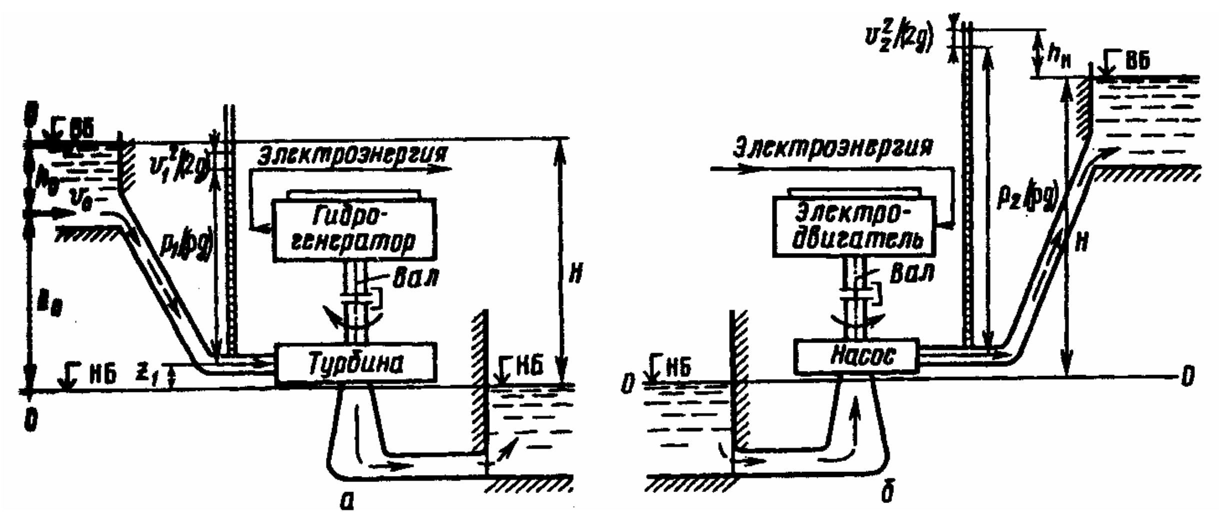


Рис. Схемы гидравлических машин:

в — турбинная установка; 6 — насосная установка;

ВБ и НБ — соответственно верхний и нижний бьефы

Гидравлические двигатели, в которых рабочий орган получает энергию от протекающей жидкости, обычно представляют собой гидравлические турбины, применяемые для установки на гидроэлектрических станциях, где они служат приводом электрических генераторов. В турбине, энергия воды преобразуется в механическую энергию вращения вала, от которого приводится во вращение ротор электрического генератора, где механическая энергия превращается в электрическую.

Насосы являются одной из самых распространенных разновидностей машин. Их применяют во многих отраслях промышленности и сельского хозяйства. Они являются неотъемлемой частью систем водоснабжения, теплофикации, центрального отопления, вентиляции, котельных установок, гидромеханизации и используются во многих других отраслях техники. Насосы и гидродвигатели применяют в гидропередачах, где основным элементом является гидравлический привод, назначение которого состоит в передаче энергии к исполнительному рабочему органу и управлении его движением посредством жидкости.

Основными рабочими параметрами, характеризующими гидромашины и режимы их работы, являются напор (или давление), подача (для насоса) или расход (для гидродвигателя), мощность и коэффициент полезного действия.

КЛАССИФИКАЦИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАШИН

Насосы согласно ГОСТ 17398 по принципу действия и конструкции делятся на две основные группы — динамические и объемные (таблица).

К динамическим относят насосы, в которых жидкость в камере движется под силовым воздействием и имеет постоянное сообщение с входным и выходным патрубками. Это силовое воздействие осуществляется с помощью рабочего колеса, сообщающего жидкости кинетическую энергию, трансформируемую в энергию давления. Динамическими являются насосы лопастные, электромагнитные, трения и инерции.

К объемным относят насосы, в которых сообщение энергии жидкости осуществляется по принципу механического периодического вытеснения жидкости рабочим телом, создающим в процессе перемещения определенное давление жидкости. В объемных насосах жидкость получает энергию в результате периодического изменения замкнутого объема, который попеременно сообщается то с входом, то с выходом насоса. Объемными являются насосы поршневые, плунжерные, диафрагменные, роторные и шестеренные.

Лопастными называют насосы, в которых передача энергии осуществляется с помощью вращающегося лопастного колеса (которое служит их рабочим органом), путем динамического взаимодействия лопастей колеса с обтекающей их жидкостью. Лопастными являются насосы центробежные, осевые и диагональные.

Центробежными называют лопастные насосы с движением жидкости через рабочее колесо от центра к периферии, осевыми —лопастные насосы (ГОСТ 9366) с движением жидкости через рабочее колесо в направлении его оси. Рабочие колеса осевых насосов состоят из нескольких винтовых полостей, имеющих форму лопастей пропеллера.

Насосы трения и инерции представляют собой группу динамических насосов, в которых передача энергии жидкости осуществляется силами трения и инерции. Сюда относят вихревые, шнековые, лабиринтные, червячные и струйные насосы. Лопастные насосы классифицируют также по напору, мощности и коэффициенту быстроходности.

По напору (м ст. жидкости) различают насосы: Низконапорные до 20 м, средненапорные от 20 до 60, высоконапорные свыше 60.

По мощности (кВт) насосы могут быть микронасосы до 0,4, мелкие до 4, малые до 100 при подаче 0,5 м^3/с, средние до 400, крупные свыше 400 при подаче выше 0,5 м^3/с, уникальные свыше 8000 при подаче свыше 20 м^3/с.

По коэффициент быстроходности

$$n_s = \frac{3{,}65 n \sqrt{Q}}{\sqrt[4]{H^3}},$$

где n — частота вращения, об/мин; Q — подача, м^3/с; H— напор, м.

В этой формуле под напором Н для многоступенчатых насосов понимают напор, развиваемый одним колесом (ступенью). Если насос имеет рабочее колесо с двухсторонним входом, подставляют значение Q, равное половинной их подаче. Коэффициент быстроходности представляет собой наиболее полную гидравлическую характеристику центробежных насосов, позволяет классифицировать насосы не по одному какому-нибудь отдельному параметру (подаче, напору или частоте вращения), а по их совокупности и дает основание для сравнения различных типов насосов и выбора насоса, наиболее пригодного для работы в заданных условиях. Для лопастных насосов различных типов значения n_s об/мин приведены ниже:

Центробежные бывают тихоходные 50…80, нормальные 80…150, быстроходные 350….500. У диагональных насосов коэф. быстроходности находится в пределах 350…500, а у осевых 500…1500.

Коэффициент быстроходности n_s определяет и форму рабочего колеса насоса. В качестве примера рассмотрим колеса насосов различной быстроходности. Тихоходное колесо характеризуется тем, что выходной диаметр намного больше входного и колесо имеет относительно малую ширину. С увеличением быстроходности эта разница сокращается, ширина растет и далее коллесо переходит в диагональное и осевое.

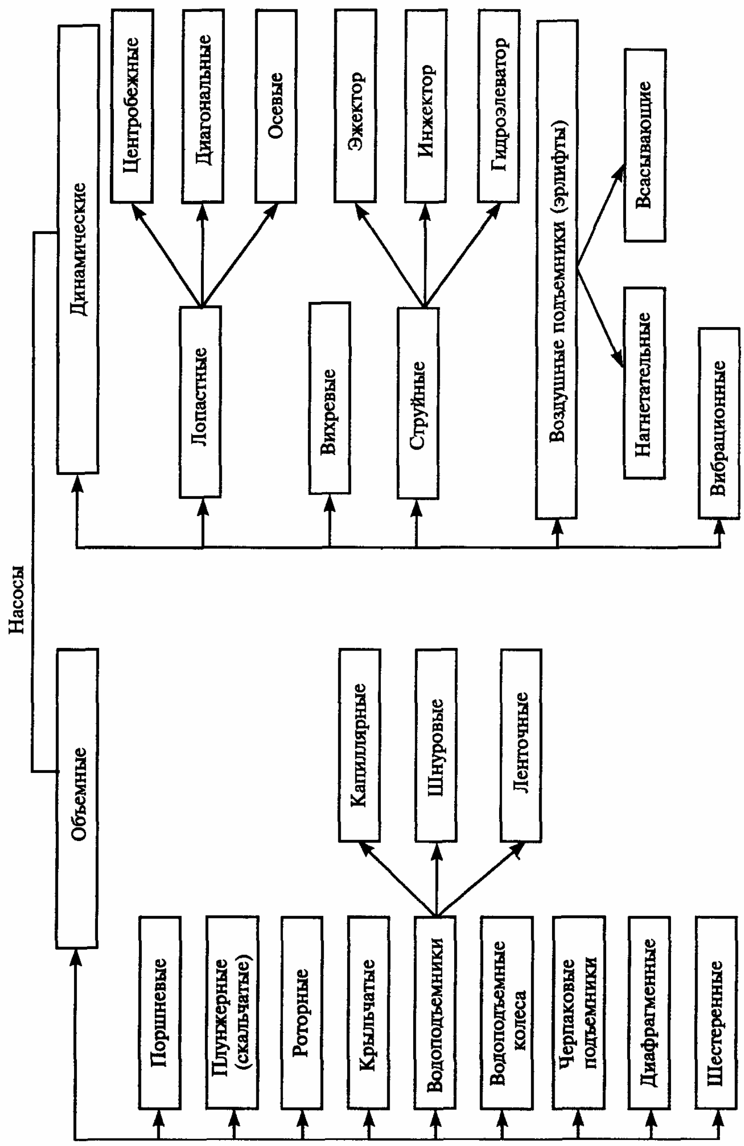


Рис. 5.2. Классификация насосов

ЛОПАСТНЫЕ НАСОСЫ

Классификация насосов по конструкции и назначению.

При классификации лопастных насосов по конструкции учитывают следующие признаки: расположение оси вращения (вертикальное, горизонтальное), расположение и выполнение опор (консольное, с выносными или внутренними опорами и т. п.), количество колес (одно-, двух- и многоступенчатые), выполнение подвода и отвода (с полуспиральным или камерным подводом, с лопаточным отводом и т. п.), наличие регулирования, конструкцию корпуса (с продольным разъемом, секционный и т. п.), погруженность под уровень, вид уплотнения (с мягким сальником, с торцевым уплотнением и т. п.), конструкцию рабочего колеса (с открытым или закрытым рабочим колесом, поворотно-лопастная, с двухсторонним входом и т. п.), способность к самовсасыванию, герметичность, наличие конструктивного объединения с двигателем, систем обогрева или охлаждения, предвключенного шнека, назначение (для установки в скважине, капсуле и т. д.).

При классификации по назначению различают насосы: общего назначения (табл.) для перекачки чистой воды с небольшим содержанием взвешенных частиц; для перекачки пульпы или грунта — землесосы, грунтовые и грязевые; для подачи воды из скважин — электропогружные с двигателем, находящимся под уровнем воды, и глубинные, у которых двигатель установлен над скважиной, а насос располагается в скважине под водой (от насоса к двигателю идет секционный вал, удерживаемый в направляющих подшипниках, установленных в крестовинах между секциями водоподъемных труб); для перекачки бензина, керосина или масел, химических веществ и др.

Насосы типа К и КМ— это консольные насосы одноступенчатого типа с входом жидкости в рабочее колесо с одной стороны. Они имеют следующие характеристики: напор 8,8...9,8 м, высоту всасывания до 8 м и подачу 4,5...360 м /ч.

В зависимости от размера каждый насос имеет свою марку, в которой указаны диаметр входного патрубка, коэффициент быстроходности и тип насоса. Так, цифра 8 у консольного насоса марки 8К-18 означает диаметр входного патрубка (мм), уменьшенный в 25 раз, консольный тип насоса обозначен буквой К, а число 18 — уменьшенный в 10 раз коэффициент быстроходности насоса.

Насосы типа НД— это одноколесные горизонтальные насосы с двухсторонним подводом жидкости в рабочее колесо. Существует три разновидности таких насосов: НДн (низкого напора), НДс (среднего напора) и НДв (высокого напора). Каждая из трех разновидностей имеет несколько размеров. Диаметр напорного патрубка (мм), уменьшенный (округленно) в 25 раз, указывается цифрой перед буквами в марке насоса. Высота всасывания у таких насосов не бывает выше 7 м.

Насосы типа НДн имеют подачу 1350...5000 м3 /ч и напор от 10 до 32 м;

насосы типа НДс — подачу 216...6500 м3 /ч и напор 18...90 м,

насосы типа НДв подачу от 90 до 720 м3 /ч и напор 22...104 м.

Насосы типа НМК, ЦНС, ЦННМ, ЦК— это многоступенчатые горизонтальные насосы, где подвод жидкости происходит с двух сторон в первое рабочее колесо. Эти насосы имеют несколько разновидностей с числом колес от 2 до 11. Напор у них до 2000 м и подача 3600 м3/ч.

К группе горизонтальных центробежных насосов относятся одноколесные насосы типа Д с подачей 380...12 500 м3 /ч и напором 12...137 м, четырехступенчатые насосы типа М с подачей 700...1200 м3 /ч и напором 240...350 м трех- и пятиступенчатые насосы типа МД с подачей 90...320 м /ч и напором 138...725 м четырех- и шестиступенчатые секционные насосы типа НГМ с подачей 54...90 м /ч и напором 102...210 м.

Рассмотрим вертикальные центробежные и осевые насосы для перекачивания воды и чистых жидкостей.

Насосы типа НДсВ — их выпускают в двух типоразмерах 207 ДВ и 24 НДв. Это одноступенчатые вертикальные насосы среднего напора с двухсторонним входом жидкости в рабочее колесо. Подача составляет 2700...6500 м3 /ч, напор — 40...79 м.

Насосы типа В — это самые крупные насосы, одноступенчатые вертикальные с односторонним входом жидкости в рабочее колесо. Их выпускают с подачей от 3000 до 6500 м3 /ч, напором 18...72 м нескольких типоразмеров.

Осевые насосы. Лопастные насосы, в которых жидкость движется через рабочее колесо параллельно его оси, называют осевыми.

Такие насосы предназначены для подачи больших количеств жидкости при относительно малых напорах. У осевых насосов поток жидкости, выходящей из каналов рабочего колеса, имеет вихревую, с закруткой структуру, и, попадая в неподвижные каналы выправляющего аппарата, он раскручивается, постепенно переходя в осевое направление.

Преимущества осевых насосов: простота и компактность конструкции. Компактность конструкции имеет решающее значение при больших подачах, а следовательно, и при больших диаметрах трубопроводов. Осевые насосы могут быть установлены на вертикальной, горизонтальной или наклонной трубе.

В осевых насосах жидкость, двигаясь поступательно, одновременно получает вращательное движение, создаваемое рабочим колесом. Для устранения вращательного движения жидкости служит направляющий аппарат, через который жидкость протекает перед выходом в напорный трубопровод.

Диагональные насосы. По конструкции диагональные насосы сходны с осевыми, основное отличие их состоит в форме рабочего колеса. Жидкая среда движется в рабочем колесе под углом к оси насоса (по диагонали), что и определяет название этих насосов.

Диагональный насос поворотно-лопастного типа с рабочим колесом диаметром 2 м (рис.) рассчитан на напор 30 м. Лопасти рабочих колес могут иметь жесткое крепление и могут быть поворотными, т. е. их установка регулируется.

ВОДОКОЛЬЦЕВЫЕ ВАКУУМ-НАСОСЫ

Водокольцевые насосы относятся к группе самовсасывающих, или вакуум-насосов.

Устройство их таково, что они могут всасывать и воздух, и воду. Большой недостаток центробежных насосов обычных конструкций — их неспособность к самостоятельному всасыванию жидкости, так как воздух, первоначально находящийся во всасывающей трубе, вследствие его малой массы не может быть откачан для создания достаточно глубокого вакуума, обеспечивающего подъем жидкости до заполнения ею рабочего колеса насоса. Водокольцевые насосы могут создавать значительные разрежения в воздушной среде, а следовательно, и поднимать жидкость по всасывающей трубе на достаточно большую высоту, т. е. могут сами всасывать жидкость без предварительной заливки насоса. Это явление называют самовсасыванием.

Применяют водокольцевые насосы как самостоятельные агрегаты для перекачки газов или жидкостей, но чаще как вспомогательные установки для обеспечения заливки больших центробежных насосов, а также для создания и поддержания вакуума в различных емкостях и аппаратах.

ВИХРЕВЫЕ НАСОСЫ

Напор вихревого насоса в 4...6 раз больше, чем центробежного, при тех же габаритах и частоте вращения. Вихревые насосы выпускают одноступенчатыми и двухступенчатыми. Кроме того, вихревые насосы обладают самовсасывающей способностью, что позволяет использовать их в качестве вакуум-насосов при заливе крупных центробежных насосов. У вихревых насосов относительно невысок КПД (25...55 %). Выпускают комбинированные насосы, у которых в одном корпусе размещены и вихревые, и центробежные колеса.

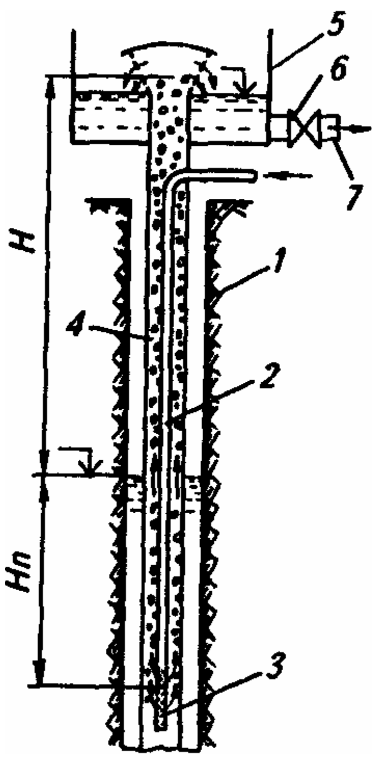
Сопоставление технических данных вихревых и центробежно-вихревых насосов показывает, что при одинаковых подачах вихревые и центробежно-вихревые насосы работают при более высоких напорах, но относительно низких КПД.

СПЕЦИАЛЬНЫЕ НАСОСЫ И ВОДОПОДЪЕМНЫЕ СРЕДСТВА

Эрлифты (эмульсионные водоподъемники). Применяют эрлифты в канализации для подъема хозяйственно-фекальных и отработанных производственно-сточных вод.

Обычно эрлифт представляет собой подъемную трубу, предназначенную для поднятия смеси воды с воздухом. Трубу опускают в скважину, к которой по другой трубе подводится сжатый воздух. Обе трубы вставляют в обсадную трубу скважины и опускают до уровня воды.

Принцип действия эрлифта заключается в следующем. При погружении в воду подъемная труба заполняется водой. Подведенный в трубу воздух с водой образует водовоздушную смесь, которая имеет меньшую плотность по сравнению с водой и, следовательно, поднимается на более высокий уровень. Таким образом вода транспортируется из скважины в водовоздушный резервуар. Здесь вода освобождается от воздуха и самотеком уходит к потребителю.



В случае временного использования эрлифтных установок (например, на строительстве при водопонижении или на изысканиях при выполнении пробных откачек) можно обойтись без водоподъемных труб. В этом случае воздух, подведенный по водоподъемной трубе 4, выпускается прямо в обсадную трубу, где и смешивается с водой. Образующаяся водовоздушная эмульсия будет изливаться непосредственно через обсадные трубы.

Преимущества эрлифтов: отсутствие трущихся и перегораживающих деталей в скважине, возможность пропуска загрязненных вод и использования искривленных скважин, простота устройства и т. д.

Основные недостатки: низкий КПД эрлифтовой установки (10... 15 %), необходимость второго подъема воды из сборного резервуара к потребителю с помощью центробежного или другого насоса и необходимость значительного (не менее 50 % суммарной высоты) погружения форсунки эрлифта под динамический горизонт воды (ДГВ), образующийся при работе эрлифта.

Водоструйные насосы.

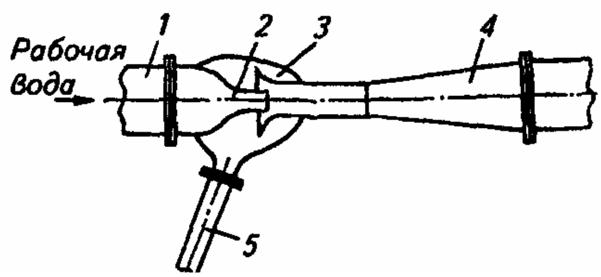


Рис. 5.26. Водоструйный насос:
1 — труба, 2 — сопло, 3 — смеситель, 4 — диффузор; 5 — труба

В водоструйном насосе рабочая вода под давлением подводится по трубе 1 к соплу 2, а из него с увеличенной скоростью попадает в цилиндрический участок — смеситель 3. Здесь из-за создавшегося разрежения вода из холодца или скважины подсасывается и перемешивается с рабочей водой. Далее смешанный поток воды поступает в расширяющийся участок насоса — диффузор 4, где в связи с понижением скорости давление (напор) увеличивается до такого предела, который обеспечивает дальнейший подъем и перемещение воды по трубе 5 к потребителю.

Водоструйные насосы характеризуются простотой устройства и обслуживания, так как не имеют трущихся частей и клапанов. Они малочувствительны к загрязнению воды, и потому их часто применяют для перекачки пульпы, угольного шлама, ливневых и сточных канализационных вод.

В практике сельского водоснабжения водоструйные насосы обычно используют в комбинации с центробежными для увеличения их высоты всасывания. Преимущество такой установки состоит в том, что в скважине нет вращающихся деталей, а центробежный насос и электродвигатель располагаются на земной поверхности, в удобном для осмотра месте.

Недостаток водоструйных насосов — низкий КПД (не выше 30...32 %).

Артезианские насосы. Различают глубинные и электропогружные артезианские насосы. Глубинные насосы подвешивают и скважине на колонке нагнетательных труб. Электродвигатель установлен над устьем скважины на опорной станине. Предусмотрено колено для отвода воды в горизонтальный трубопровод. Приводной вал, нагнетательные трубы и корпус насоса собраны из отдельных секций. Вал насоса укреплен в промежуточных опорах.

Электропогружной насос соединен непосредственно с электродвигателем и погружен в скважину ниже уровня воды. Кабель питания электродвигателя спускается в скважину одновременно с навеской нагнетательных труб.

Электропогружные насосы могут работать в загрязненной воде, хотя из-за большого содержания обратных частиц срок службы насосов сокращается. Наиболее распространены скважинные насосы с трансмиссионным валом и с погружным электродвигателем.

Ленточные водоподъемники. Ленточные шнуровые водоподъемники простейшие водоподъемные механизмы, предназначенные для подъема малых количеств воды (до 5 л/с) из шахтных колодцев на пастбищах и фермах.

Рабочий орган — прорезиненная лента (обычные приводные ремни) шириной 100 мм, толщиной 4...6 мм, со сшитыми концами, перекинутая через верхний и нижний шкивы. Верхний шкив приводится во вращение от электродвигателя 2 или чаще всего — от двигателя внутреннего сгорания 34Д-4,5, широко применяемого в животноводческих хозяйствах. Нижний направляющий шкив, с лентой в натянутом состоянии опускают в колодец под уровень воды. Для лучшего натяжения рабочего органа (ленты) на нижний шкив подвешивают груз блокового натяжного устройства 4.

При большой глубине колодца, для исключения перекрещивания ленты при движении груз подвешивают на шарнирных трапецеидальных подвесках таким образом, чтобы он лежал на дне колодца. При вращении верхнего шкива одна ветвь ленты движется вверх, другая — вниз, в колодец.

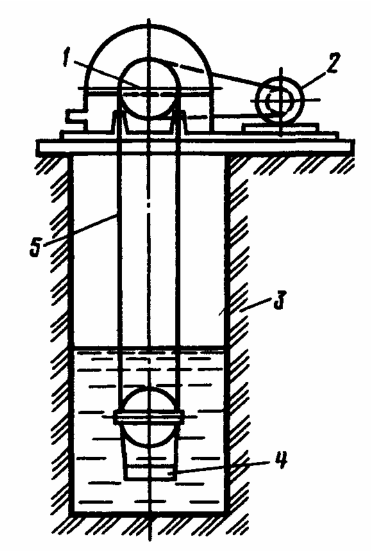


Рис. Ленточный водоподъемник:

1—ведущий шкив; 2— электродвигатель; 3— шахтный колодец; 4— блоковое натяжное устройство; 5— лента — водоподъемная ветвь

Ветвь ленты, идущая вверх, во время движения смачивается водой. Подойдя к верхнему шкиву, ветвь ленты, смоченная водой, начинает перегибаться по шкиву. Вода, капиллярно сцепленная с лентой, приобретает центробежную силу, по инерции устремляется вверх, срывается с ленты и попадает в верхний кожух, а оттуда — в водоприемный бассейн. Нисходящая ветвь ленты уходит вниз, в колодец. Чтобы вода из верхнего кожуха не утекала обратно в колодец, в кожухе сделаны прорези для прохода ленты с открылками в виде коробки, где вода задерживается. Водоподъемники могут поднять воду на большую высоту (до 100 м и более), серийно выпускаемые — до 50 м. Технические характеристики ленточных водоподъемников приведены в табл.

5.5. Технические характеристики ленточных водоподъемников

Параметр	ВЛМ-100	«Ашхабадец»	ВОС-2
Подача, $м^3/ч$	6,2	5,5...6,5	4
Высота подъема, м	50	20...100	20
Мощность двигателя, кВт	—	1,7...4,5	0,8
КПД	0,27...0,42	0,27...0,42	0,27...0,42
Скорость движения ленты, м/с	—	6	3...4,5
Масса, кг	210	116,5	230

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ НАСОСОВ (УРАВНЕНИЕ ЭЙЛЕРА)

Основное уравнение центробежного насоса впервые в самом общем виде было получено в 1754 г. Л. Эйлером и носит ею имя.

Рассматривая движение жидкости внутри рабочего колеса, сделаем следующие допущения: насос перекачивает идеальную жидкость в виде струй, т. е. в насосе отсутствуют все виды потерь энергии. Число одинаковых лопастей насоса бесконечно большое ($z = \propto$), толщина их равна нулю ($\delta = 0$), а угловая скорость вращения колеса постоянна (ω= const.).

К рабочему колесу центробежного насоса со скоростью Vo жидкость подводится аксиально, т. е. в направлении оси вала. Затем направление струй жидкости изменяется от осевого до радиального, перпендикулярного оси вала, а скорость благодаря центробежной силе увеличивается от значения V_1 в пространстве между лопастями рабочего колеса до значения V_2 на выходе из колеса.

В межлопастном пространстве рабочего колеса при движении жидкости различают абсолютную и относительную скорости потока. *Относительная скорость* потока — скорость относительно рабочего колеса, а *абсолютная* — относительно корпуса насоса.

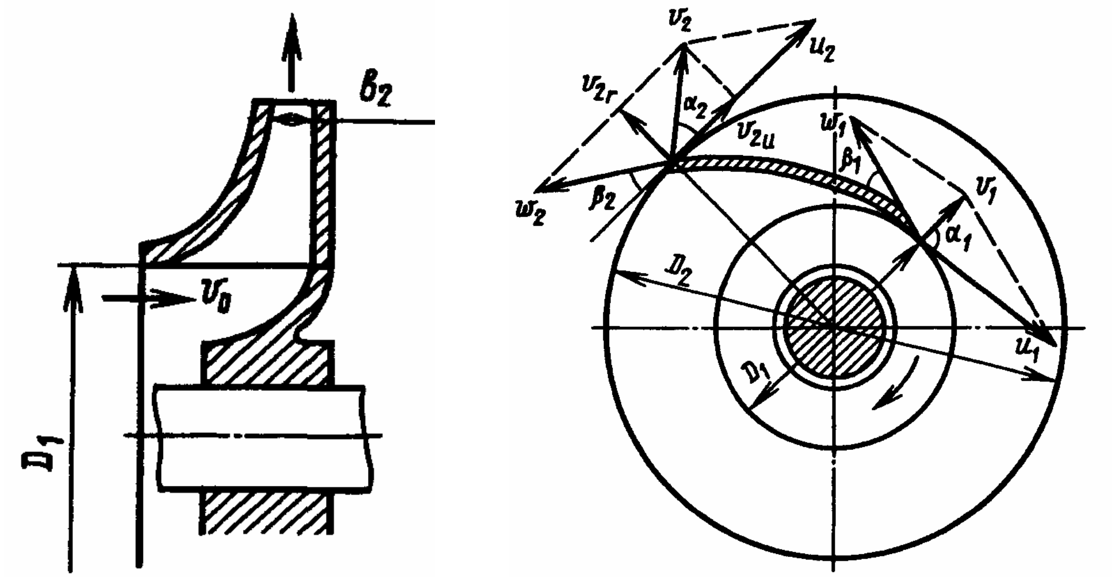


Рис. Схема движения жидкости в рабочем колесе центробежного насоса

Абсолютная скорость равна геометрической сумме относительной скорости жидкости и окружной скорости рабочего колеса. Окружная скорость жидкости, выходящей между лопастями рабочего колеса, совпадает с окружной скоростью колеса в данной точке.

Окружная скорость жидкости (м/с) на входе в рабочее колесо

$$V_1 = \pi D_1 n / 60 = \omega D_1 / 2$$

Окружная скорость жидкости на выходе из рабочего колеса (м/с)

$$V_2 = \pi D_2 n / 60 = \omega D_2 / 2$$

где n—частота вращения рабочего колеса, об/мин; D_1 и D_2 — внутренний и внешний диаметры рабочего колеса, м, ω— угловая скорость вращения рабочего колеса рад/с

При движении рабочего колеса частицы жидкости движутся вдоль лопастей. Вращаясь вместе с рабочим колесом, они приобретают окружную скорость, а перемещаясь вдоль лопастей — относительную.

Абсолютная скорость v движения жидкости равна геометрической сумме ее составляющих: относительной скорости *w* и окружной *u*, т. е. v = *w* + *u*.

Связь между скоростями частиц жидкости выражается параллелограммом или треугольниками скоростей, что позволяет дать понятие о радиальной и окружной составляющих абсолютной скорости.

Радиальная составляющая

$$V_r = V \sin\alpha$$

окружная составляющая

$$V_u = V \cos\alpha$$

где α— угол между абсолютной и окружной скоростями (на входе рабочего колеса α_1 и на выходе α_2).

Угол β между относительной и окружной скоростями характеризует очертание лопастей насоса .

Исследуем изменение за 1 с момента количества движения Массы жидкости $\boldsymbol{m = \rho Q}$, где ρ — плотность жидкости; Q— подача насоса.

Используя теорему механики об изменении моментов количества движения применительно к движению жидкости в канале рабочего колеса, выведем основное уравнение центробежного насоса, которое позволит определить развиваемый насосом напор (или давление). Эта теорема гласит: изменение во времени главного момента количества движения системы материальных точек относительно некоторой оси равно сумме моментов всех сил, действующих на эту систему.

Момент количества движения жидкости относительно оси рабочего колеса во входном сечении

$$M_1 = \rho Q V_1 r_1$$

Момент количества движения на выходе из рабочего колеси

$$M_2 = \rho Q V_2 r_2$$

где r_1 и r_2 — расстояния от оси колеса до векторов входной V_1 и выходной V_2 скоростей соответственно.

Согласно определению момента системы можно записать:

$$\sum M_C = M_2 - M_1 = \rho Q(V_2 r_2 - V_1 r_1)$$

Так как в соответствии с рис

$$r_1 = (D_1 / 2)\cos\alpha_1 \quad r_2 = (D_{21} / 2)\cos\alpha_2$$

$$\sum M_C = \rho Q(V_2 \frac{D_2}{2}\cos\alpha_2 - V_1 \frac{D_1}{2}\cos\alpha_1)$$

Группы внешних сил — силы тяжести, силы давления в расчетных сечениях (входа-выхода) и со стороны рабочего колеса и силы трения жидкости на обтекаемых поверхностях лопастей рабочего колеса — действуют на массу жидкости, заполняющей межлопастные каналы рабочего колеса.

Момент сил тяжести относительно оси вращения всегда равен нулю, так как плечо этих сил равно нулю. Момент сил давления в расчетных сечениях по этой же причине также равен нулю. Если силами трения пренебрегают, то и момент сил трения равен нулю. Тогда момент всех внешних сил относительно оси вращения колеса сводится к моменту *Мк* динамического воздействия рабочего колеса на протекающую через него жидкость, т. е.

$$\sum M_C = M_K$$

Произведение *Мк* на относительную скорость равно произведению расхода на теоретическое давление P_T, создаваемое насосом, т. е. равно мощности, передаваемой жидкости рабочим колесом. Следовательно,

$$M_K w = Q p_T$$

Это уравнение можно представить в виде

$$Q p_T = w \rho Q(V_2 \frac{D_2}{2}\cos\alpha_2 - V_1 \frac{D_1}{2}\cos\alpha_1)$$

Разделив обе его части на *Q,* получим

$$p_T = \rho(u_2 V_2 \cos\alpha_2 - u_1 V_1 \cos\alpha_1)$$

Учитывая, что напор Н = *P/(pg)* и подставив это значение получим

$$H_T = (u_2 V_2 \cos\alpha_2 - u_1 V_1 \cos\alpha_1) / g$$

Если пренебречь силами трения, то можно получить зависимости, называемые ***основными уравнениями лопастного насоса***. Эти уравнения отражают зависимость теоретического давления или напора от основных параметров рабочего колеса. Переносные скорости на входе в осевой насос и на выходе из него |одинаковы, поэтому уравнение принимает вид

$$H_T = u(V_2 - V_1)/g$$

В большинстве насосов жидкость в рабочее колесо поступает практически радиально и, следовательно, скорость $V_1 \approx 0$. С учетом вышеизложенного

$$p_T = \rho u_2 V_2 \text{ или } H_T = u_2 V_2 / g$$

Теоретические давление и напор, развиваемые насосом, тем больше, чем больше окружная скорость на внешней окружности рабочего колеса, т. е. чем больше его диаметр, частота вращения и угол β_2 , т. е. чем «круче» расположены лопатки рабочего колеса.

Действительные давление и напор, развиваемые насосом, меньше теоретических, так как реальные условия работы насоса отличаются от идеальных, принятых при выводе уравнения. Давление, развиваемое насосом, уменьшается главным образом из-за того, что при конечном числе лопастей рабочего колеса не все частицы жидкости отклоняются равномерно, вследствие чего уменьшается абсолютная скорость. Кроме того, часть энергии расходуется на преодоление гидравлических сопротивлении. Влияние конечного числа лопастей учитывают введением поправочного коэффициента *k* (характеризующею уменьшение окружной составляющей скорости V2u), уменьшение давления вследствие гидравлических потерь — введением гидравлического коэффициента полезного действия $\boldsymbol{\eta_r}$. С учетом этих поправок полное давление

$$p = k\eta_Г \rho u_2 V_{2u} \text{ а полный напор } H = k\eta_Г \frac{u_2 V_{2u}}{g}$$

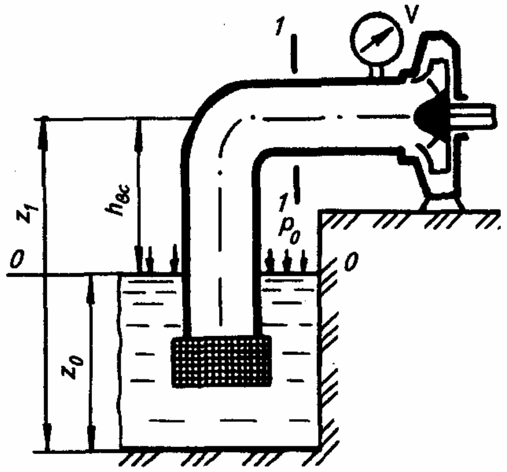
Значение коэффициента $\boldsymbol{\eta_r}$ зависит от конструкции насоса, его размеров и качества выполнения внутренних поверхностей проточной части колеса. Обычно значение $\boldsymbol{\eta_r}$ составляет 0,8...0,95. Значение *k* при числе лопастей от 6 до 10, $\alpha_2 = 8...14^0$ и V2u = 1,5...4 м/с колеблется от 0,75 до 0,9.

При вращении рабочего колеса центробежного насоса жидкость, находящаяся между лопатками, благодаря развиваемой центробежной силе выбрасывается через спиральную камеру в напорный трубопровод. Уходящая жидкость освобождает занимаемое ею пространство в каналах на внутренней окружности рабочего колеса, поэтому у входа в рабочее колесо образуется вакуум, а на периферии — избыточное давление. Под действием разности атмосферного давления в приемном резервуаре и пониженного давления на входе в рабочее колесо жидкость по всасывающему водопроводу поступает в межлопаточные каналы рабочего колеса.

Центробежный насос может работать только в том случае, когда его внутренняя полость заполнена перекачиваемой жидкостью не ниже оси насоса, поэтому насосную установку оборудуют устройством для залива насоса.

Допустимая высота всасывания и кавитация. При работе насоса разность давлений в приемном резервуаре и в корпусе насоса должна быть достаточной, чтобы преодолеть давление столба жидкости и гидравлические сопротивления во всасывающем трубопроводе, поэтому расчет и проектирование всасывающей линии представляют собой одну из самых ответственных задач при проектировании насосной установки.

Вертикальное расстояние от уровня жидкости в приемном резервуаре до центра рабочего колеса насоса называют *геометрической высотой всасывания hвс.* Для нахождения допустимой геометрической высоты всасывания запишем уравнение Бернулли. Для сечений *О—О* и *1—1* (рис. *а):*



а

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{V_0^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + \sum h_S$$

где Σ*hs* — сумма потерь напора во всасывающем трубопроводе.

Учитывая, что z_1- z_0= *hвс*, а также то, что Vо = 0 (приемный резервуар достаточно больших размеров), получим

$$h_{BC} = \frac{p_{ат} - p_1}{\rho g} - \frac{V_1^2}{2g} - \sum h_S$$

Если давление P_1 опустится до давления насыщения паров перекачиваемой жидкости *Ps* при данной температуре, то наступит кавитация.

Кавитация в переводе на русский язык означает пустотообразование. Явление кавитации представляет собой процесс нарушения сплошности течения жидкости, который происходит там, где давление, понижаясь, достигает давления насыщенных паров жидкости. Этот процесс сопровождается образованием большого числа пузырьков, наполненных парами жидкости и газами, выделившимися из нее. Находясь в области пониженного давления, пузырьки объединяются, превращаясь в большие пузыри каверны. Потоком жидкости каверны сносятся в область повышенного давления, где разрушаются вследствие конденсации заполняющего их пара. В центре каждой каверны происходит соударение частиц жидкости, что вызывает гидравлические удары. Опытами установлено, что, когда пузыри лопаются, повышаются местное давление и местная температура.

При этом местное давление достигает значений, больших 100 МПа, что сопровождается образованием положительно и отрицательно заряженных частиц ионов.

Это явление приводит к разрушению рабочих органов насоса. Поэтому кавитация в насосах недопустима. Особенно быстро разрушаются алюминий и механически обработанный чугун, а наиболее стойкой оказывается обладающая большой вязкостью нержавеющая сталь. При шлифовке и полировке стойкость металлов против кавитационного разрушения повышается. Применение стойких в отношении кавитационного разрушения материалов позволяет непродолжительное время работать в условиях местной кавитации.

Первым и главным условием устранения кавитации является правильное назначение допустимой высоты всасывания.

Практически давление на входе в насос выбирают несколько больше, чем давление насыщения паров, т. е.

$$p_1 = p_S + \Delta p_{зап}$$

где $\Delta P_{зап}$ - запас давления, гарантирующий от наступления кавитации.

Следовательно,

$$h_{BC} = \frac{p_{ат} - p_S}{\rho g} - \Delta h_{зап} - \frac{V_1^2}{2g} - \sum h_S$$

$\Delta h_{зап} = \Delta p_{зап} / \rho g$ кавитационный запас напора,

Из формулы видно, что для увеличения геометрической высоты всасывания необходимо уменьшать потери во всасывающем трубопроводе, скорость при входе в насос и давление насыщения паров. В связи с этим всасывающую линию насоса делают возможно короче, большого диаметра, с минимумом перегибов и местных сопротивлений. Снизить значение *Ps* в большинстве случаев невозможно, так как оно определяется только температурой перекачиваемой жидкости. Однако если представляется такая возможность, то эту температуру необходимо уменьшить.

Максимальная геометрическая высота всасывания насосов не может быть более *Pam/pg,* что для воды составляет 10 м. Высота всасывания центробежных насосов обычно не превышает б...7 м. Если по расчету получается hвс < 0, то насос необходимо ставить ниже уровня жидкости в приемном резервуаре (затопленный насос). Так как

$$\frac{p_{ат} - p_1}{\rho g} = H_{ВАК}$$

где Нвак — вакуумметрическая высота всасывания,

то можно записать

$$H_{ВАК} = h_{ВС} + \frac{V_1^2}{2g} + \sum h_S$$

Следовательно, вакуумметрическая высота всасывания складывается из геометрической высоты всасывания hвс, потерь напора Σhs во всасывающем трубопроводе и скоростного напора при входе в насос $v^2_1/2g$.

Допустимая вакуумметрическая высота всасывания всегда меньше высоты на кавитационный запас, т. е.

$$H_{вак}^{доп} = H_{вак} - \Delta h_{зап}$$

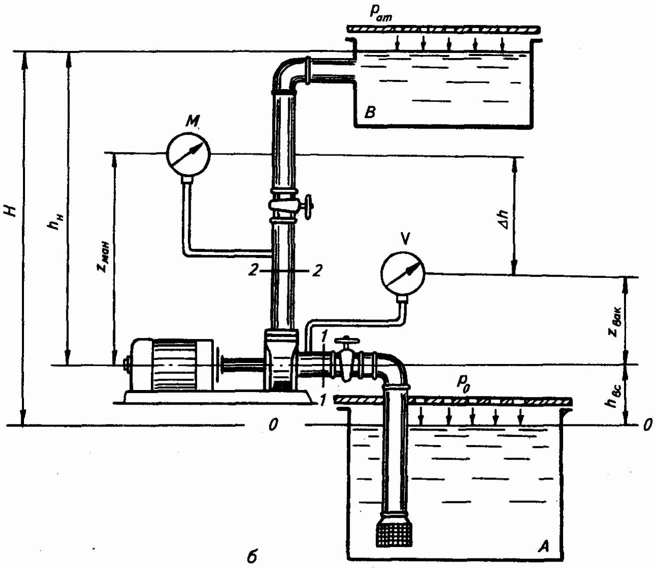
В каталогах и паспортах насосов приводят допустимую вакуумметрическую высоту или допустимый кавитационный запас.

находим геометрическую высоту всасывания насоса:

$$h_{ВС} = H_{вак}^{доп} - \frac{V_1^2}{2g} - \sum h_S$$

Геометрическая высота нагнетания и напор насоса.

Схема работы насоса, включенного в систему, нагнетающую жидкость, из резервуара *A* в напорный резервуар *B,* показана на рис. б



б

Протекающей через рабочее колесо жидкости сообщается энергия, которая расходуется на подъем ее и напорный резервуар и на преодоление сопротивлений в напорном трубопроводе.

Геометрической высотой нагнетания *hн* называют вертикальное расстояние от центральной оси насоса до уровня жидкости и напорном резервуаре.

Создаваемый насосом полный *напор Н* определяется разностью напоров, создаваемых потоком жидкости в двух сечениях, соответствующих началу нагнетательного трубопровода *(H_2)* и концу всасывающего трубопровода H_1, т. е. Н = H_2—H_1. В этих сечениях обычно устанавливают манометры и вакуумметры.

Определим значения напора потока в сечении *1—1,* где установлен вакуумметр, и в сечении *2—2,* где расположен манометр. Принимая за плоскость сравнения *О—О* уровень свободной поверхности жидкости в резервуаре *А,* получим выражения для определения значений удельной энергии:

$$H_1 = h_{BC} + z_{вак} + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} \qquad H_1 = h_{BC} + z_{ман} + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

где $z_{вак}$ и $z_{ман}$ — вертикальные расстояния от центров вакуумметра и манометра до оси насоса; P_1 и P_2 — абсолютное давление в местах установки приборов; V_1 и V_2 — скорости во всасывающей и нагнетательной трубах.

Следовательно, полный напор насоса

$$H = \frac{p_2}{\rho g} + \Delta h + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \quad \text{где} \quad \Delta h = z_{ман} - z_{вак}$$

Вакуумметр показывает значение разрежения (вакуума) Нвак во всасывающей трубе, поэтому

$$H_{вак} = \frac{p_{AT}}{\rho g} - \frac{p_1}{\rho g} \quad \text{или} \quad \frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_{AT}}{\rho g} - H_{вак}$$

Манометр показывает избыточное давление в нагнетательном трубопроводе, поэтому

$$H_{ман} = \frac{p_2}{\rho g} - \frac{p_{AT}}{\rho g} \quad \text{или} \quad \frac{p_2}{\rho g} = H_{МАН} + \frac{p_{AT}}{\rho g}$$

Подставляя эти значения получим

$$H = H_{МАН} + H_{ВАК} + \Delta h + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

В случае равенства диаметров всасывающего и нагнетательного трубопроводов (V1 = V2) и при расположении вакуумметра и Е манометра на одном уровне

($\Delta h = 0$) полный напор насоса

$$H = H_{МАН} + H_{ВАК}$$

При подборе насоса для данной установки потребный напор насоса рассчитывают по формуле

$$H = h_{BC} + h_{H} + h_{SBC} + h_{SH}$$

где *hвс, hн* — соответственно геометрическая высота всасывания и нагнетания;

h_s *вс,* h_s *н*— соответственно потери напора во всасывающем и нагнетательном трубопроводах,

или иначе $$H = H_r + \sum h_S$$

где $H_r = h_{BC} + h_H$ - полная высота подъема жидкости; $\sum h_S = h_{SBC} + h_{Sh}$ сумма гидравлических потерь напора во всасывающем и напорном трубопроводах.

Мощность и коэффициент полезного действия насоса. Полезную, или теоретическую, мощность насоса *N* (кВт) определяют как произведение весовой подачи на напор:

$$N_{П} = \frac{\rho g Q H}{1000}$$

где *pg*— удельный вес жидкости, Н/м^3; Q— объемная подача насоса, м/с; Н— напор, развиваемый насосом, м.

Полезная (или теоретическая) мощность насоса Nп всегда меньше затрачиваемой мощности или мощности, подводимой к валу насоса *N,* так как в насосе неизбежно возникновение потерь энергии:

$$\eta = N_{П} / N$$

Общие потери (гидравлические, объемные и механические), возникающие при передаче энергии перекачиваемой жидкости, учитывает полный коэффициент полезного действия.

Гидравлическими потерями называют потери энергии на преодоление гидравлических сопротивлений при движении жидкости от входа в насос до выхода из него. Эти потери энергии учитываются гидравлическим **КПД**

$$\eta_Г = \frac{H}{H + h}$$

где *H*— требуемый напор насоса; *h* — потери напора внутри насоса.

В современных насосах КПД = 0,8...0,95.

Объемными потерями называют потери энергии, возникающие в результате утечки жидкости из нагнетательной части насоса во всасывающую. Например, через рабочее колесо выходит жидкость в количестве Qк, основная часть которой по ступает в напорный патрубок насоса, а другая часть возвращается на всасывание через зазоры в уплотнении между корпусом насоса и колесом. При этом теряется часть энергии. Эти потери оценивают объемным КПД насоса:

$$\eta_0 = Q / Q_К$$

где *Q* — подача насоса; Qк — расход жидкости, проходящей через колесо насоса, в современных насосах 0,9...0,98.

Потери энергии, возникающие вследствие трения в подшипниках, сальниках, а также вследствие трения наружной поверхности рабочего колеса о жидкость, называют механическими потерями. Эти потери учитываются механическим КПД:

$$\eta_М = (N - N_{ТР}) / N$$

где *N*— мощность, подводимая к валу насоса; Nтр — потери мощности на преодоление сопротивления трения.

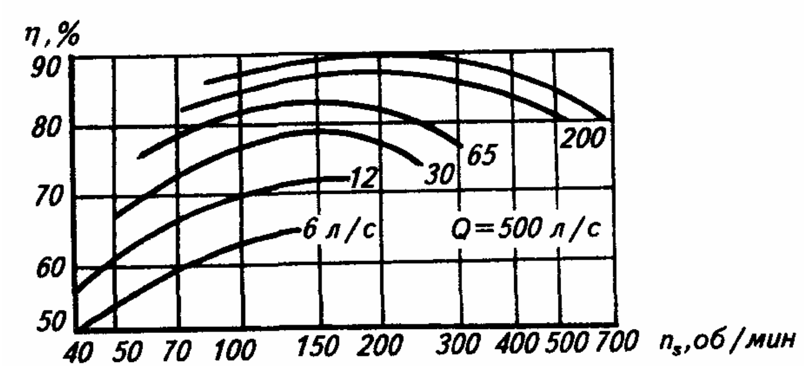
Механический КПД может составлять 0,95...0,98. Полный КПД насоса представляет собой произведение всех трех коэффициентов полезного действия:

$$\eta = \eta_Г \eta_0 \eta_М$$

и характеризует совершенство конструкции насоса и степень его изношенности.

Максимальный КПД крупных современных насосов достигает 0,9 и более, а КПД малых насосов может составлять 0,6...0,7.

На КПД насоса влияет коэффициент быстроходности. Общий характер этого влияния показывают кривые, приведенные на рис. из которых следует, что максимальные КПД соответствуют диапазону *ns* = 140...220 об/мин, причем существенное влияние оказывает подача *Q,* т. е. размер насоса. С ростом подачи *Q* увеличивается и КПД насоса.



Влияние быстроходности на характеристики (а)

При непосредственном соединении вала насоса с валом электродвигателя мощность Nдв (кВт) электродвигателя

$$N_{ДВ} = KN = K\frac{\rho gQH}{1000\eta}$$

где *K*— коэффициент запаса, учитывающий случайные перегрузки двигателя; при мощности двигателя до 2 кВт рекомендуется принимать коэффициент *K* равным 1,5; от 2 до 5 кВт— 1,5...1,25; от 5 до 50 кВт- 1,25.. 1,15; от 50 до 100 кВт-1,15...1,05; более 100 кВт- 1,05.

Если вал насоса соединен с валом двигателя редуктором или ременной передачей, то мощность двигателя $N_{дв} = KN/\eta_{пр}$, где $\eta_{пр}$ — КПД привода или редуктора.

Зависимость напора от количества и формы лопаток. Нетрудно заметить, что развиваемый центробежным насосом напор зависит от формы лопаток и создаваемого ими соотношения скоростей. Различают три типа лопаток: отогнутые назад (по ходу вращения рабочего колеса); отогнутые вперед; с радиальным выходом.

Лопатки первого типа обеспечивают наименьшие гидравлические потери и больший КПД. Причем изменение подачи практически не влияет на потребляемую мощность, что благоприятно воздействует на условия работы двигателя, который даже при изменении подачи насоса работает в постоянном режиме.

При использовании лопаток, отогнутых вперед, с радиальным выходом наблюдаются значительные гидравлические потери и снижение КПД насоса. Это происходит в результате резкого увеличения сечений канала между лопатками. В данном случае незначительное изменение подачи приводит к резкому изменению мощности и, следовательно, требуется двигатель повышенной мощности.

Характеристика насоса. Характеристикой центробежного насоса, или внешними и рабочими характеристиками, называют графическую зависимость основных показателей насоса, таких как напор, мощность и КПД, от подачи, а кавитационной характеристикой — график зависимости напора, подачи и КПД от избыточного напора на всасывании *H*.

Все параметры насоса взаимосвязаны, и изменение одного из них неизбежно влечет за собой изменение других. Если при постоянной частоте вращения ротора увеличить подачу насоса, то создаваемый им напор уменьшится. При изменении условий работы КПД насоса также меняется: при некоторых определенных значениях расхода и напора КПД насоса будет максимальным, а при всех других режимах его работы насос работает с худшим КПД. Отметим, что на КПД сильно влияет коэффициент быстроходности .

Характеристики центробежных насосов наглядно показывают эффективность их работы на различных режимах и позволяют точно подобрать наиболее экономичный насос для заданных условий работы.

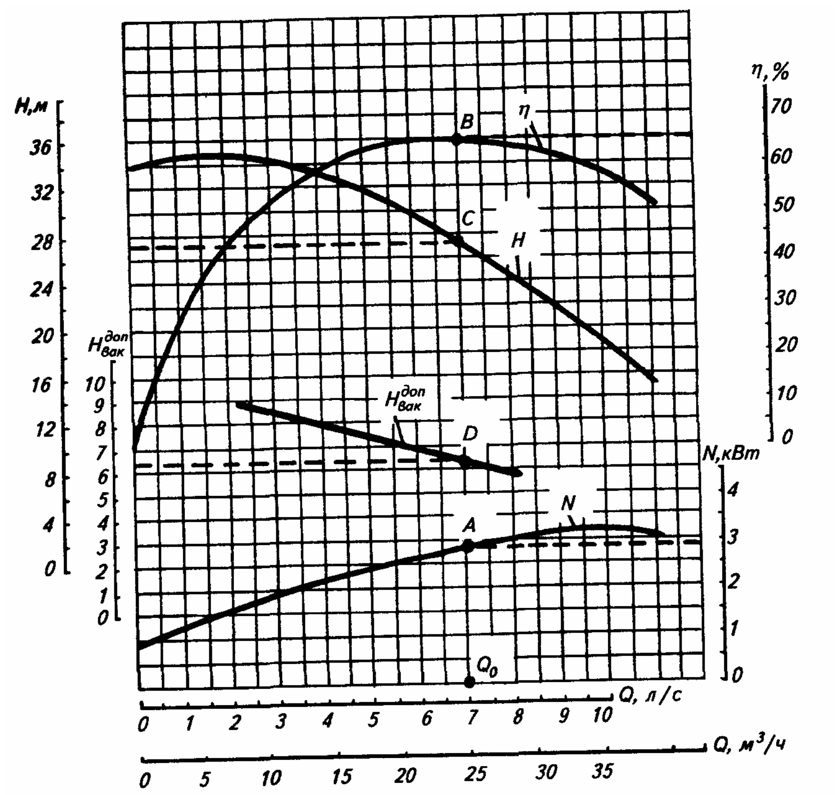
Рабочая характеристика насоса вследствие гидравлических потерь и непостоянства гидравлического КПД отличается от теоретической.

Потери напора в рабочем колесе складываются из потерь на Трение в каналах колеса, потерь на удар при отклонениях скорости на входе в колесо от касательного направления в лопатке и др.

Как видно из рис. *б,* все зависимости строят на одном графике в соответствующих масштабах, причем подачу $\boldsymbol{Q}$ насоса откладывают по оси абсцисс, а напор Н, вакуумметрическую высоту, мощность и КПД — по оси ординат.

Чтобы определить по рабочей характеристике необходимые параметры насоса, поступают следующим образом. По заданной подаче насоса $\boldsymbol{Q_o}$ находят на кривой $\boldsymbol{Q}$ —$\boldsymbol{H}$ точку С, от которой проводят горизонтальную линию до пересечения со шкалой $\boldsymbol{H}$, где находят напор, соответствующий заданному расходу. Для определения мощности и КПД насоса проводят горизонтальные прямые из точек A и B и на шкалах N и η и таким образом находят соответствующие значения No и η_o.

Рабочие характеристики насосов имеют несколько отличительных точек и областей. Начальная точка характеристики соответствует нулевой подаче насоса Q=0, что наблюдается при работе насоса с закрытой задвижкой на напорном трубопроводе. Как видно из рис. а, центробежный насос в этом случае развивает некоторый напор и потребляет мощность, которая расходуется на механические потери и нагрев воды в насосе.



Рабочая характеристика центробежного насоса (б)

Режим работы насоса, соответствующий максимальному КПД, называют *оптимальным.* Главная цель подбора насосов — обеспечение их эксплуатации при оптимальном режиме, учитывая, что кривая КПД имеет в зоне оптимальной точки пологий характер, однако на практике пользуются рабочей частью характеристики насоса (зона, соответствующая примерно 0,9ηмакс, в пределах которой допускаются подбор и эксплуатация насосов).

Кавитационные характеристики необходимы для оценки кавитационных свойств насосов и правильного выбора высоты всасывания. Для построения кавитационной характеристики насоса его подвергают кавитационным испытаниям на специальных стендах.

В определенных границах изменения избыточного напора на всасывании Нвс.изб значения ***Q, H*** и ηостаются неизменными. При некоторых значениях Нвс.изб появляются шумы и треск при работе насоса, характеризующие наступление местной кавитации. При дальнейшем понижении Нвс.изб значения ***Q, H*** и η начинают постепенно уменьшаться, кавитационный шум усиливается и в конечном счете происходит срыв работы насоса. Точно установить момент начала воздействия кавитации на ***Q, H*** и η не представляется возможным, поэтому условно принимают за минимальную избыточную высоту всасывания Нвс.изб min, то ее значение, при котором подача насоса падает на 1 % своего первоначального значения.

Очень часто на рабочие характеристики насосов наносят еще кривую Нвак — ***Q****,* которая дает значения допустимой вакуумметрической высоты всасывания в зависимости от подачи насоса.

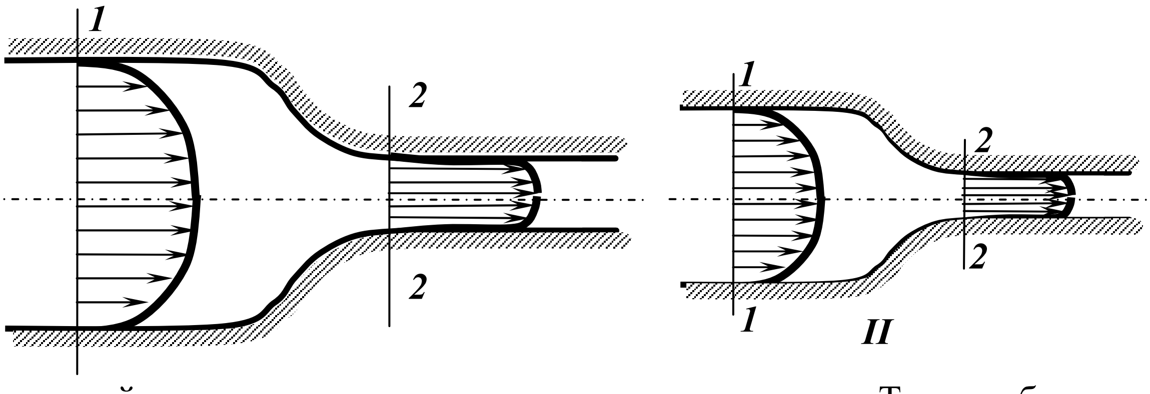
Лекция 14. Критерии подобия

В процессе проектирования различных гидросистем, трубопроводов, гидротехнических сооружений, гидравлических и газовых систем химических и нефтехимических предприятий нередко возникает необходимость не только математического, но и натурного моделирования. В таком случае необходимо, чтобы работа гидросистемы действующей модели соответствовала функционированию реального объекта. Это означает, что различные характеристики потоков жидкости, которые имеют место в модели и в реальной системе, должны описываться одинаковыми закономерностями, хотя их численные значения могут существенно различаться. В натурной модели они меньше (как правило) или больше (встречается реже), чем в действительности. Для этого необходимо иметь критерии, которые позволяли ли бы «масштабировать» реальную систему. Эти критерии устанавливаются в теории подобия потоков жидкости.

Основы теории подобия, геометрическое и динамическое подобие

Гидродинамическое подобие - это подобие потоков несжимаемой жидкости, включающее в себя ***подобие геометрическое***, ***кинематическое*** и ***динамическое***.

Из геометрии известно, что ***геометрическое подобие*** означает пропорциональность сходственных размеров и равенство соответствующих углов. В гидравлике под геометрическим подобием понимают подобие тех



поверхностей, которые ограничивают потоки жидкости, Таким образом в гидравлике геометрическое подобие означает подобие русел или трубопроводов, по которым течёт жидкость.

Кинематическое подобие это подобие линий тока и пропорциональность сходственных скоростей. Это значит, что для кинематического подобия потоков требуется соблюдение геометрического подобия.

Динамическое подобие заключается в пропорциональности сил, действующих на сходственные элементы кинематически и геометрически подобных потоков, и равенство углов, характеризующих направление действия этих сил.

В потоках жидкостей (в нашем случае в трубопроводах, в гидромашинах и т.д.) обычно действуют разные силы – силы давления, силы вязкого трения, силы тяжести, инерционные силы. Соблюдение пропорциональности всех сил, действующих в потоке, означает ***полное гидродинамическое подобие.***

На практике полное гидродинамическое подобие достигается редко, поэтому обычно приходится ограничиваться ***частичным (неполным) гидродинамическим подобием***, при котором имеется пропорциональность лишь основных сил.

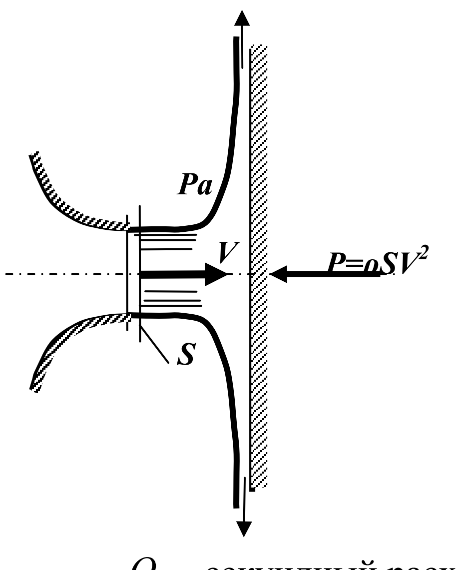
Записывается подобие следующим образом. Например, пропорциональность сил давления ***P*** и сил трения ***T***, действующих в потоках ***I*** и ***II***, можно записать в виде

$$\left(\frac{P}{T}\right)_I = \left(\frac{P}{T}\right)_{II}.$$

Критерии подобия для потоков несжимаемой жидкости

Критерий подобия Ньютона

В подобных потоках силы, с которыми поток воздействует на препятствия - твердые стенки, лопасти гидромашин, обтекаемые потоком тела, и другие преграды, должны быть пропорциональны. Этими силами являются силы инерции движущейся жидкости, которые пропорциональны произведению динамического давления $\frac{\rho V^2}{2}$ на преграду при площади воздействия ***S***.



Рассмотрим, как поток жидкости наталкивается на безграничную стенку, установленную нормально к нему, и в результате, растекаясь по ней, меняет свое направление на 90°. На основании теоремы механики о количестве движения секундный импульс силы I_F, с которой поток действует на стенку, равен:

$$I_F = \rho Q V = \rho V^2 S,$$

где ρ - плотность жидкости,

Q - секундный расход жидкости,

V - средняя скорость жидкости,

S - площадь воздействия струи на преграду.

Это и есть сила воздействия на преграду. Для подобных потоков I и II должно выполняться равенство

$$\frac{F_I}{F_{II}} = \frac{\left(\rho V_{cp}^2 S\right)_I}{\left(\rho V_{cp}^2 S\right)_{II}},$$

или

$$\left(\frac{F}{\left(\rho V_{cp}^2 S\right)}\right)_I = \left(\frac{F}{\left(\rho V_{cp}^2 S\right)}\right)_{II} = Ne.$$

Последнее отношение, одинаковое для подобных потоков, называется ***числом Ньютона*** и обозначается ***Ne***.

Критерий подобия Эйлера

Вначале рассмотрим наиболее простой случай - напорное движение идеальной жидкости, т. е. такое движение, при котором отсутствуют силы вязкости. Для этого случая уравнение Бернулли для сечений ***1-1*** и ***2-2*** будет иметь вид:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}.$$

Из условия неразрывности потока расходы в сечениях ***1-1*** и ***2-2*** с площадями соответственно ω_1 и ω_2 одинаковы, а это значит, что

$$V_1\omega_1 = V_2\omega_2,$$

откуда

$$V_1 = V_2 \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Подставив последнее соотношение в уравнение Бернулли, после переноса членов получим:

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho g} = \frac{1}{2g}\left(V_2^2 - V_2^2 \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}\right).$$

После очевидных преобразований и сокращений придём к виду

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho \frac{V_2^2}{2}} = 1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}.$$

Если два потока геометрически подобны, то правая часть уравнения имеет одно и то же значение, следовательно, левая часть тоже одинакова, т.е.

разности давлений в сечениях ***1-1*** и ***2-2*** пропорциональны динамическим давлениям:

$$\left(\frac{\Delta P}{\rho V^2}\right)_I = \left(\frac{\Delta P}{\rho V^2}\right)_{II}.$$

Таким образом, при напорном движении идеальной несжимаемой жидкости для обеспечения гидродинамического подобия достаточно одного геометрического подобия. Безразмерная величина, представляющая собой отношение разности давлений к динамическому давлению (или разности пьезометрических высот к скоростной высоте), называется ***коэффициентом давления*** или ***числом Эйлера*** и обозначается ***Eu***.

В случае напорного движения в приведённых уравнениях под $P_1, P_2, \Delta P$ можно понимать полное давление (на жидкость действует также сила тяжести, но в напорных потоках ее действие проявляется через давление, т. е. оно сводится лишь к соответствующему изменению давления за счёт глубины потока), т.к. при высоких давлениях величина давления, зависящая от глубины потока, несоизмеримо мала, и величина гидростатического напора практически полностью определяется избыточным давлением. Следовательно, для ***Eu*** можно записать:

$$Eu = 2\frac{g(\Delta P)}{\rho g V^2} = 2\frac{g\Delta H_{cm}}{V^2},$$

где ΔH_{cm} - разность статических напоров.

Критерий подобия Рейнольдса

Посмотрим, какому условию должны удовлетворять те же геометрически и кинематически подобные потоки для того, чтобы было обеспечено их гидродинамическое подобие при наличии сил вязкости, а, следовательно, и потерь энергии, т.е. при каком условии числа ***Eu*** будут одинаковыми для этих потоков.

Уравнение Бернулли для этого случая примет вид:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \xi \frac{V_2^2}{2g},$$

или по аналогии с предыдущими рассуждениями, учтя, что $V_i = \dfrac{Q_i}{\omega_1}$, можно написать

$$\frac{\left(P_1 - P_2\right)}{\rho\,\dfrac{V_2^2}{2}} = Eu = \alpha_2 - \alpha_1\,\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} + \xi.$$

Как видно из последнего уравнения, числа ***Eu*** будут иметь одинаковые значения для рассматриваемых потоков, а сами потоки будут подобны друг другу гидродинамически при условии равенства коэффициентов сопротивления (равенство коэффициентов α_1 и α_2 для сходственных сечений двух потоков следует из их кинематического подобия). Таким образом, коэффициенты сопротивлений ξ в подобных потоках должны быть одинаковыми, а это значит, что потери напора для сходственных участков пропорциональны скоростным напорам.

$$\left(\frac{h_{1-2}}{\dfrac{V_2^{\,2}}{2g}}\right)_I = \left(\frac{h_{1-2}}{\dfrac{V_2^{\,2}}{2g}}\right)_{II}.$$

Рассмотрим очень важный в гидравлике случай движения жидкости - движение с трением в цилиндрической трубе, для которого коэффициент трения можно описать формулой

$$\xi = \lambda\,\frac{l}{d}.$$

Для геометрически подобных потоков отношение $\dfrac{l}{d}$ одинаково, следовательно, условием гидродинамического подобия в данном случае является одинаковое значение для этих потоков коэффициента λ. Он выражается через напряжение трения τ_0 на стенке и динамическое давление, как было установлено ранее, следующим образом:

$$\lambda = \frac{4\tau_0}{\rho\dfrac{V^2}{2}}.$$

Следовательно, для двух подобных потоков I и II можно записать

$$\left(\frac{\tau_0}{\rho V^2}\right)_I = \left(\frac{\tau_0}{\rho V^2}\right)_{II} = k\,,$$

т. е. напряжения трения пропорциональны динамическим давлениям.

Учитывая закон трения Ньютона и тот факт, что в последних уравнениях $V = V_{cp}$, предыдущие отношения, равные ***k,*** можно выразить

$$k = \frac{\mu\left(\frac{dV}{dy}\right)_{y=0}}{\rho V_{cp}^2}$$

где индекс $y = 0$ означает, что производная взята при $y = 0$, т. е. у стенки трубы. При этом заметим, что закон трения Ньютона применим лишь при ламинарном течении. Однако, как было показано выше, при турбулентном течении в трубах вблизи стенок образуется тонкий ламинарный слой, внутри которого справедлив закон трения Ньютона. Поэтому напряжение трения τ_0 на стенке может определяться по этому закону также и при турбулентном течении.

После умножения и деления на диаметр трубы d и перегруппировки множителей получим:

$$k = \left(\frac{dV}{dy}\right)_{y=0} \frac{d}{V_{cp}} \frac{\mu}{\rho} \frac{1}{V_{cp} d} = \left[\frac{d\left(\frac{V}{V_{cp}}\right)}{d\left(\frac{y}{d}\right)}\right]_{y=0} \frac{\nu}{V_{cp} d} = C \frac{\nu}{V_{cp} d}.$$

Здесь буквой C обозначено выражение в квадратных скобках, представляющее собой безразмерный градиент скорости вблизи стенки.

Для кинематически подобных потоков величина C одинакова, поэтому после сокращения на C условие динамического подобия потоков перепишем в виде

$$\left(\frac{\nu}{V_{cp} d}\right)_I = \left(\frac{\nu}{V_{cp} d}\right)_{II}.$$

или, переходя к обратным величинам

$$\mathrm{Re}_I = \mathrm{Re}_{II}.$$

В этом заключается ***критерий подобия Рейнольдса***, который можно сформулировать следующим образом: для гидродинамического подобия геометрически и кинематически подобных потоков с учетом сил вязкости требуется равенство чисел Рейнольдса, подсчитанных для любой пары сходственных сечений этих потоков.

Критерий подобия Фруда

В тех случаях, когда движение жидкости является безнапорным и происходит под действием разности нивелирных высот, условие подобия потоков описывается иначе, с помощью другого критерия подобия - ***числа Фруда***. Этот критерий учитывает пропорциональность в отношениях сил инерции к силам тяжести. Однако для подавляющего большинства интересующих нас задач в области машиностроения этот критерий не имеет значения и рассматриваться не будет.

Заключение о подобии напорных потоков

Итак, в подобных напорных потоках имеем равенство безразмерных коэффициентов и чисел $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\zeta}$, $\boldsymbol{\lambda}$, ***Eu***, ***Re***, ***Ne***. Изменение ***Re*** означает, что меняется соотношение основных сил в потоке, в связи с чем указанные коэффициенты могут также несколько меняться. Поэтому все эти коэффициенты следует рассматривать как функции ***Re*** (хотя в некоторых интервалах ***Re*** они могут оставаться постоянными).

ПЕРЕСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК НАСОСА

Движение жидкости в проточной части лопастных насосов имеет достаточно сложный характер, поэтому при разработке и создании современных гидромашин необходимо проводить испытания в лабораторных и натурных условиях. Такие исследования опираются на использование общей теории гидромеханического подобия движения реальной жидкости.

Геометрическое подобие, как известно из геометрии, представляет собой пропорциональность сходственных размеров и равенство соответствующих углов. В гидравлике под геометрическим подобием понимают подобие тех поверхностей, которые ограничивают потоки, т. е. подобие русл или каналов. При моделировании два насоса могут считаться подобными, если линейные размеры одного из них (модель) в одинаковое число раз меньше соответствующих размеров другого:

$$D_H / D_M = b_H / b_M = \alpha_e = const$$

При геометрическом подобии все углы постоянны. Для полного геометрического подобия необходимо, чтобы относительная шероховатость Δ/D и относительные зазоры δ/ D) были одинаковы для обоих насосов.

Кинематическое подобие означает пропорциональность местных скоростей в сходственных точках и равенство углов, характеризующих направление этих скоростей. Траектории движения должны быть геометрически подобны:

$$V_H / V_M = w_H / w_M = u_H / u_M = n_H D_H / (n_H D_M) = const$$

Динамическое подобие— это пропорциональность сил, действующих на сходственные объемы в кинематически подобных потоках, и равенство углов, характеризующих направление этих сил. Динамическое подобие сводится к равенству чисел, или критериев Эйлера, Рейнольдса, Фруда:

$$Eu = p/(\rho V^2) \quad \mathrm{Re} = Vd/\nu \quad Fr = V^2/(gl) \quad St = l/(tV)$$

две l — характерный линейный размер; t — время.

Гидромеханическое подобие основывается на соблюдении геометрического, кинематического и динамического подобия.

Критерии будут определяющими тогда, когда они выражены через исходные величины, задаваемые в начальных и граничных условиях.

В практике моделирования гидромашин большое значение имеет критерий Эйлера:

$$Eu = gHD^4 / Q^2$$

Пересчет характеристик насоса при изменении частоты вращения и диаметра рабочего колеса. Для пересчета характеристик воспользуемся формулами закона пропорциональности:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2}; \frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2; \frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3$$

при наружном диаметре рабочего колеса D_2 = const.

Пересчет осуществляется следующим образом: задают ряд значений расхода Q, по имеющейся характеристике находят соответствующие каждому значению Q напор H и КПД. Подставляют найденные значения Q_1, n_1 и H в уравнение и получают соответствующие значения Q_2, h_2 и H_2, т. е. координаты точек новой характеристики насоса при частоте вращения n_2. Наносят точки на график и получают искомую характеристику насоса при n_2.

Если дана зависимость H от Q при n_1 = const., то аналогичная кривая для n_2 = const может быть получена пересчетом абсцисс точек (подач) первой кривой пропорционально отношениям частот вращения, а ординат (напоров) — пропорционально квадрату этого отношения. Таким путем можно получить целую серию характеристик одного и того же насоса для ряда разных частот вращения n_2, n_3, n_4 и т. д.

На практике, если подобрать центробежный насос по каталогу или с применением закона динамического подобия не удается, прибегают к обточке его рабочего колеса. Практика и проведенные испытания показали, что при допустимом уменьшении диаметра колеса КПД насоса снижается мало, но довольно сильно изменяются подача и напор. Необходимую степень обточки колеса определяют таким образом, чтобы удовлетворить расчетным значениям подачи и напора. Максимальная степень обточки колеса центробежного насоса зависит от быстроходности и возможна в следующих пределах: для n_s = 60… 120—на 20...15 %, для n_s = 120...200 — на 15...10, для n_s = 200...300 — на 10...5 %.

Лекция №15 ОБЪЕМНЫЕ ГИДРОМАШИНЫ

1. Поршневые насосы
2. Роторные гидромашины
3. Крыльчатые насосы
4. Основные сведения о гидропередачах
5. Гидромуфта
6. Гидротрансформатор

Гидромашины, в которых осуществляются попеременное заполнение рабочей камеры жидкостью и вытеснение ее из рабочей камеры, называют *объемными.* Такие машины предназначены для преобразования энергии потока жидкости в энергию движения выходного звена (гидродвигатели), и наоборот (насосы). Объемные гидромашины делятся на два больших класса — ***поршневые*** и ***роторные***.

1. Поршневые насосы

Принцип действия. Простейший поршневой насос состоит из рабочего цилиндра, снабженного двумя клапанами всасывающим и нагнетательным, поршня, совершающего возвратно-поступательное движение.

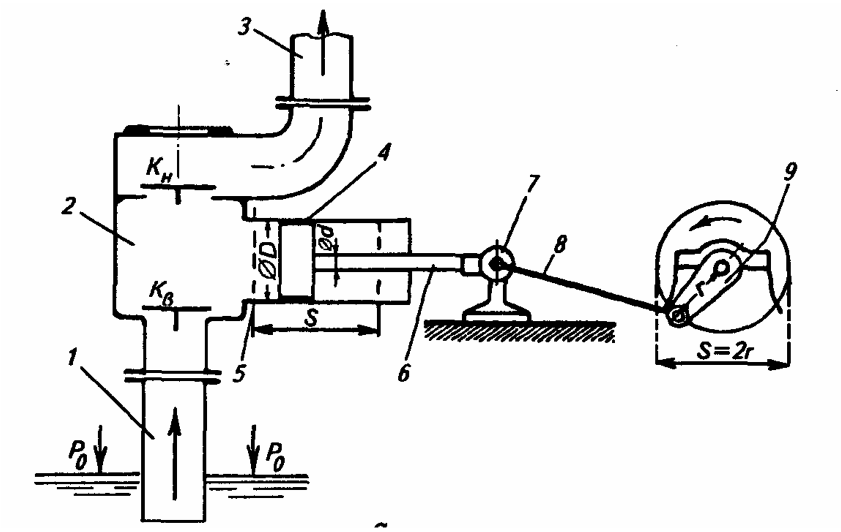


Рис. Поршневой насос одинарного действия:

1—всасывающий трубопровод; *2* — рабочая камера — напорный трубопровод; 4—поршень; *3* — цилиндр; *6* — шток; 7— крейцкопф; 8—шатун; 9—кривошип

Всасывающий трубопровод соединяет камеру цилиндра с резервуаром. При ходе всасывания (поршень движется вправо) в камере вследствие увеличения ее объема, а также в месте соединения всасывающего трубопровода с цилиндром создается разрежение. Под действием перепада давлений жидкость перемещается к насосу, всасывающий клапан открывается и жидкость заполняет рабочую камеру цилиндра.

В процессе возвратно-поступательного движения поршня жидкость перемещается по всасывающему трубопроводу в цилиндр насоса, а из него — в нагнетательную трубу и затем к потребителю. Потребителями могут быть резервуары, паровые котлы, аппараты и др.

Классификация. Поршневые насосы классифицируют следующим образом:

по числу цилиндров — одно-, двух-, трех- и многоцилиндровые;

по роду перекачиваемой жидкости — нефтяные (для перекачки горячих нефтепродуктов), дозировочные (для перекачки химических реагентов), предназначенные для перекачки сжиженных газов, цементировочные (для перекачки цементного раствора и воды при цементировании скважин) и др.;

по конструкции поршня — поршневого типа, плунжерные (поршень представляет собой удлиненный полый цилиндр), диафрагмовые (цилиндр отделен от клапанной коробки упругой диафрагмой), с проходным поршнем;

по способу действия — одинарного, двойного, тройного и четверного действия, а также дифференциальные;

по расположению рабочих цилиндров — горизонтальные и вертикальные;

по способу приведения в действие — паровые прямодействующие (поршень насоса и поршень силового цилиндра закреплены на общем штоке), приводные (работают от двигателя через соответствующие передачи и кривошипно-шатунный механизм), ручные.

Поршневые насосы могут различаться также по числу цилиндров.

Основные параметры. Параметрами, характеризующими работу любого поршневого насоса, служат подача *Q,* напор *H,* мощность *N,* высота всасывания $H_{вс}$ и полный КПД насоса .

Объем жидкости, подаваемой поршневым насосом за один оборот, определяют, исходя из объема цилиндра $V = FnS$,

где Fn - площадь поршня; *S*— ход поршня.

Действительная подача ($м^3$ /с) насоса одинарного действия

$$Q = (FnSn/60)\eta_{об}$$

где n — частота вращения вала кривошипа, об/мин;

ηоб — объемный КПД насоса.

Подачу насоса двойного действия ($м^3$/ с) определяют с учетом объемов, подаваемых обеими половинами насоса за 1 оборот:

$$Q_Д = (2Fn - f)Sn\eta_{об}/60$$

где *f* площадь штока поршня.

Среднюю подачу поршневого насоса можно определить через объем жидкости *V,* вытесняемый поршнем, и время двойного хода поршня.

Для насоса простого действия средняя подача поршневого насоса

$$Q_{ср} = Fr\omega/\pi$$

где *F*— площадь поршня; r— радиус кривошипа; *w* — угловая скорость кривошипа.

Теоретически поршневой насос может развивать любой напор. Однако практически напор ограничивается запасом прочности отдельных двигателей и мощностью двигателя, приводящего насос в действие. Мощность (кВт), потребляемая поршневым насосом,

$$N = \gamma QH/(102\eta_Н)$$

где, γ – объемный вес жидкости, Н/$м^3$, Q – подача насоса, $м^3$/с, H – напор насоса, м, $\acute{\eta}_н$ – КПД насоса (0,7…0,9).

Высота всасывания поршневого насоса зависит от атмосферного давления, температуры и плотности жидкости, а также от частоты вращения вала двигателя.

2. Роторные гидромашины

К роторным гидромашинам относятся аксиально-поршневые, шестеренные, винтовые, пластинчатые и радиально-роторные насосы.

Аксиально-поршневые насосы. Аксиально-поршневой насос состоит из ротора (блока цилиндров) 5, соединенного пространственным шарниром с наклонным валом (рис.). Поршни *4* блока цилиндров *2* соединены с шайбой шатунами 3.

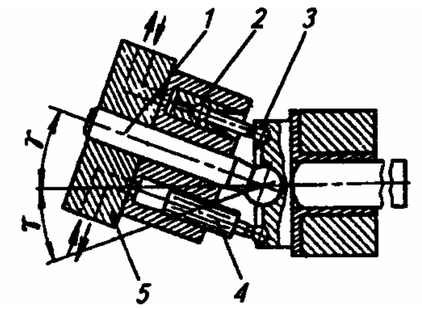


Рис. Аксиально-поршневые насосы:

1 - вал; 2 - блок цилиндров; 3 - шатуны; 4 - поршни; 5 - ротор

За полный оборот вала 1 поршень один раз всасывает и один раз нагнетает жидкость. Ротор 5 вращается относительно неподвижной распределительной плиты, в которой выполнены дуговые пазы, соединенные соответственно с каналами всасывания и нагнетания. В процессе вращения ротора *5* цилиндры с поршнями последовательно проходят пазы всасывания и нагнетания, что обеспечивает непрерывное движение масла в нагнетательный трубопровод. Таким образом, процессы всасывания и нагнетания происходят без применения клапанов, что выгодно отличает эти насосы от обычных поршневых насосов клапанного типа.

Подача Q (л/с) аксиально-поршневых насосов

$$Q = \pi d^2 / \left(4 \cdot 10^6\right) D z n \eta_{ОБ} \operatorname{tg}\alpha$$

где d — диаметр поршня, м; D — диаметр окружности, на которой расположены центры цилиндров, м; z — число поршней (цилиндров); n — частота вращения вала, об/мин; ηоб — объемный КПД насоса; α— угол наклона вала (20...25°).

Регулирование подачи достигается изменением угла наклона вала (шага поршней). При $\alpha = 0$ подача Q=0.

Эти насосы также обратимы: при подаче в них масла под давлением от другого насоса они становятся гидродвигателями вращательного движения. По сравнению с радиальными осевые поршневые насосы при одинаковой подаче имеют меньшую массу и размеры. Кроме того, из-за меньшего момента инерции вращающихся масс в них допускается большая частота вращения: n≥ 5000 об/мин (n = 15 000 об/мин у насосов на самолетах). Подача насоса достигает 900 л/с, давление (200...600)$\cdot 10^5$ Н/м^2, КПД 0,90...0,95.

Шестеренные насосы. Их применяют в системах маслоснабжения насосных и электрических станций, гидроприводов сельскохозяйственных и строительных машин с разомкнутой циркуляцией, а также для перекачки различных жидкостей, не содержащих твердых частиц.

Шестеренные насосы характеризуются простотой устройства и надежностью эксплуатации, небольшим числом высокоточных и изнашивающихся деталей, малыми стоимостью, габаритами и массой.

Принцип действия насосов состоит в следующем. Две шестерни J и 5 (рис. 6.5) равной ширины и равного модуля находятся в защеплении и располагаются в цилиндрических расточках корпуса 7 насосц с минимальным радиальным зазором. К торцам шестерен прибегают боковые стенки корпуса насоса. При вращении шестерен жидкость, расположенная между зубьями, переносится из полости всасывания 2 в полость нагнетания *4.* В напорной полости Жидкость из впадин вытесняется зубьями противоположной шестерни и поступает в напорную линию насоса.

Шестеренньгй насос желательно устанавливать так, чтобы уровень рабочей жидкости в баке был выше места установки насоса. Это особенно важно, если гидросистема эксплуатируется при пониженной температуре воздуха, когда вязкость рабочей жидкости может значительно возрасти.

Шестеренные насосы используют также в качестве гидромоторов. При этом вследствие возможности реверсирования гидромоторы должны иметь симметричные устройства входа и выхода.

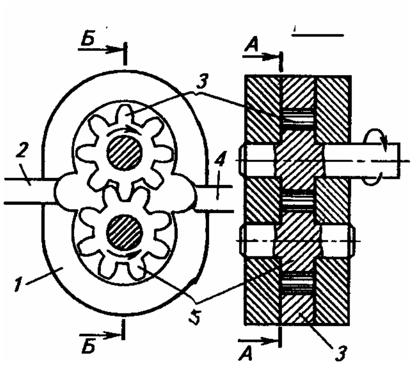


Рис. 6.5. Принцип действия шестерея-ного насоса:

1- корпус, 2- полость всасывания, 3, 5- шестерни, 4- полость нагнетания

Основные параметры шестеренного насоса рассчитывают по следующим формулам. Действительная подача (м/с) шестеренного насоса

$$Q = [FB(zi + a)n/60]\eta_{об},$$

где F-площадь поверхности впадины между зубьями, м^2; B- длина шестерни, **мм;** z_i и а — число зубьев ведущей и ведомой шестерен; n - частота вращения, об/мин, $ή_{об}$- объемный КПД.

Объемный КПД шестеренного насоса $ή_{об} = ή_д/ή_т$,

ще **$ή_д$, $ή_т$** — действительная и теоретическая подача.

Винтовые насосы. К группе винтовых герметичных насосов относятся насосы, у которых благодаря специальному профилю нарезки винтов обеспечивается почти полное разобщение напорной и всасывающей камер. Рабочими органами являются три винта (трехвинтовой насос):

Пластинчатые (шиберные) насосы. Такие насосы применяют в гидроприводе автопогрузчиков и гидроусилителях рулевого управления автомобилей. Пластинчатый (шиберный) насос (рис. 6.7) состоит из барабана, приводимого во вращение двигателем, статора 7 и пластин *4.* Барабан эксцентрично размещен в корпусе насоса. Пластины

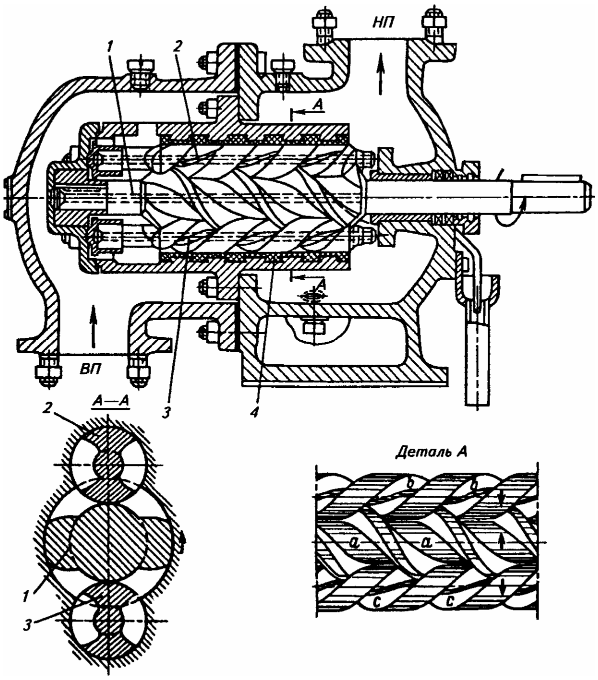
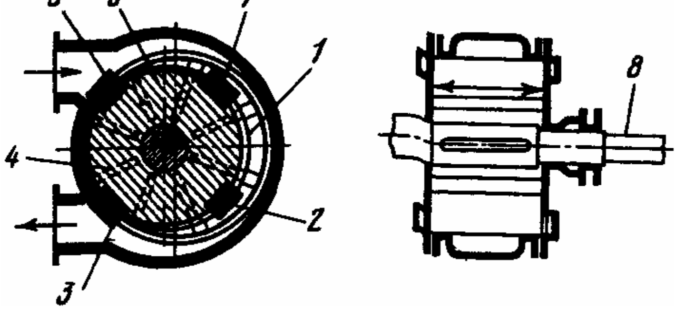


Рис. 6.6. Винтовой насос:

I, 2, 3— вшггы; *4* — корпус

вращаются вместе с барабаном и одновременно совершают возвратно-поступательное движение вследствие их эксцентричного расположения в корпусе.



1 — статор, *2, 5* — всасывающие камеры, *3,* 7—нагнетательные камеры, *4*— пластина, *6* — ротор, *8* — вал

Радиальные роторно-поршневые насосы. Такие насосы применяют в машинах большой мощности и гидроприводах стационарных установок.

Схема роторй радиально-поршневого насоса переменной подачи с автоматическим управлением приведена на рис. 6.8.

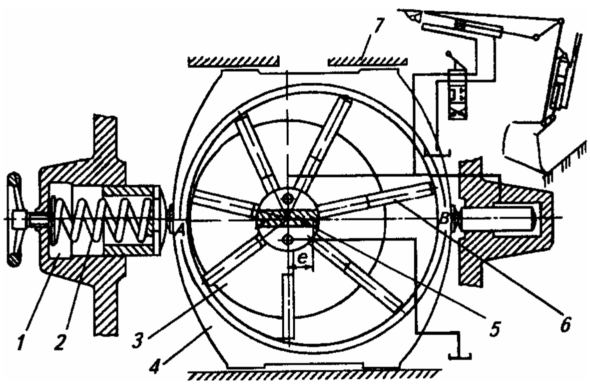


Рис. 6.8. Схема радиального роторно-поршневого насоса:

1 - цилиндры, 2 - пружины, 3 - ротор, 4 - статор, 5 - перемычки, 6 - поршни, 7 – корпус

3. Крыльчатые насосы

Крыльчатые насосы (четырехкратного действия) отличаются от других ручных насосов меньшей массой и более высокой подачей. Кроме того, чтобы привести их в действие, требуется меньшее усилие. Однако эти насосы могут засасывать жидкость снизу только в том случае, если сам насос и его всасывающая труба будут предварительно залиты перекачиваемой жидкостью.

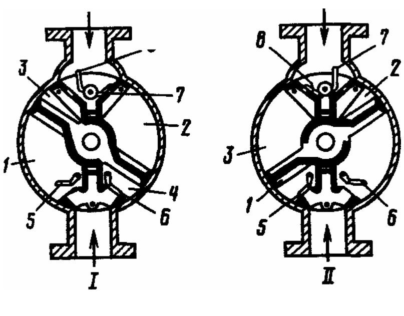


Рис. Ручной крыльчатый насос:

1, 2, 3, 4 - внутренние полости, 5, 6 - всасывающие клапаны, 7, 8 - нагнетательные клапаны, I, II— соответственно прямое и обратное движение крыльчатки

4. Основные сведения о гидропередачах

Гидропередача - это сочетание в одном агрегате рабочих органов двух лопастных машин - центробежного насоса и гидротурбины. Она состоит из рабочих колес, соосно расположенных в непосредственной близости друг от друга и заключенных в общий кожух.

Классификация и основные особенности. Гидропередачи классифицируют на гидродинамические муфты (гидромуфты) и трансформаторы (гидротрансформаторы). Их используют для переноса энергии от двигателя к приводимой машине потоком жидкости.

Поток жидкости в гидродинамической передаче характеризуется большим расходом и небольшим статическим давлением, поэтому в качестве ведущего элемента используют центробежные насосы с высокой подачей. Лопастям насосного колеса жидкости сообщается энергия динамического напора. В турбинном колесе гидравлическая энергия преобразуется в механическую. Гидродинамическая передача передает вращающий момент с одного вала на другой и мощность при отсутствии жесткого соединения ведущего и ведомого валов. Это обеспечивает защиту двигателя и приводимой машины от вредного влияния пульсаций нагрузки и перегрузок. Данные свойства значительно продлевают срок службы машин вследствие способности гидродинамической передачи плавно изменять величину, а иногда и знак передаваемого крутящего момента при соответственном изменении частоты вращения ведомого вала. Такие трансмиссии могут играть роль бесступенчатых редукторов, автоматически обеспечивающих нужное передаточное отношение. Эти и ряд других преимуществ привели за последние десятилетия к широкому распространению гидродинамических передач в промышленности и на транспорте.

5. Гидромуфта.

Это - гидродинамическая передача с двумя колесами насосным и турбинным. Она имеет одинаковые крутящие моменты на ведущем и ведомом валах, т. е. не происходит трансформации энергии. А чтобы уменьшить передаваемый на ведущий вал вращающий момент, в гидромуфте установлен диафрагмовый порог *3.* Передача энергии от насосного колеса на турбинное осуществляется при помощи рабочей жидкости. Чтобы рабочая жидкость не вытекала из внутренних полостей гидромуфты, предусмотрены уплотняющие устройства, расположенные между валом и корпусом.

При вращении насосное колесо забирает рабочую жидкость из турбинного колеса, она приобретает запас кинетической энергии и подвергается закручиванию, что приводит к увеличению количества движения рабочей жидкости. Раскручиваясь, жидкость поступает на турбинное колесо, оказывая давление на его лопасти, и при этом теряет часть своей энергии. От турбинного

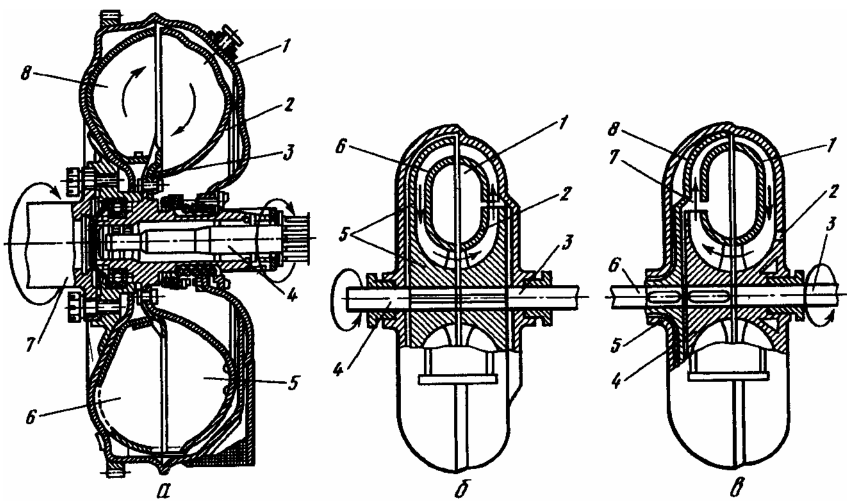


Рис. 7.2. Гидромуфта и гидротрансформатор:

а — гидромуфта: *1*— корпус; *2, 5*— турбинные колеса; *3* — диафрагмовый порог; 4—ведомый вал; *6, 8*— турбинные колеса; 7—ведущий вал; *б,* в— гидротрансформатор *(б*— ведомая часть: 7— неподвижный направляющий аппарат; *2*— насосное колесо; *3*— ведущий вал; *4*— ведомый вал; 5— турбинное колесо; *6*— тор; в—ведущая часть: У—неподвижный направляющий аппарат; *2* — отверстие для пополнения системы маслом; *3* — ведущий вал; *4* — насосное колесо; *5*—кожух; *6*—ведомый вал; 7—турбинное колесо; *8*—тор) колеса жидкость по его лопастям направляется к центру гидромуфты и поступает в насосное колесо. Итак, жидкость циркулирует от насосного к турбинному колесу, образуя вихревое кольцо, называемое кругом циркуляции.

6. Гидротрансформатор

Это - гидродинамическая передача с тремя лопаточными колесами (насосным, турбинным и направляющего аппарата), имеющая все свойства гидромуфт. Применяют гидротрансформаторы для регулирования крутящего момента или частоты вращения турбинного вала.

Гидротрансформатор состоит из ведущего вала, вращающегося от двигателя, насосного колеса, неподвижного направляющего аппарата, турбинного колеса в кожухе (которое служит для отвода масла из гидротрансформатора в холодильник), тора — внутреннего кольца подшипника. Ведомый вал передает вращающий момент на силовой орган машины. Отверстие в направляющем аппарате предназначено для пополнения системы маслом с помощью вспомогательного насоса.

Различают два варианта исполнения гидротрансформатора, когда неподвижный аппарат установлен за турбинным колесом или за насосным. В первом варианте рабочая жидкость циркулирует от насосного колеса к неподвижному направляющему аппарату, затем к лопаткам турбинного колеса и возвращается к насосному колесу. Во втором варианте рабочая жидкость из насосного колеса поступает на лопатки турбинного колеса, откуда идет в направляющий аппарат и возвращается в насосное колесо. Второй вариант конструкции гидротрансформатора называют гидротрансформатором II класса.

Лекция №16 ОБЪЕМНЫЕ ГИДРОПРИВОДЫ

1. Основные сведения о гидроприводе

Гидропривод - это совокупность гидромашин (насосов, гидродвигателей), гидроаппаратуры, гидролиний и вспомогательных устройств, предназначенная для передачи энергии и преобразования движения с помощью жидкости, а также для приведения механизмов и машин в действие.

Гидроаппаратура управляет, регулирует и защищает гидропривод от чрезвычайно высоких и низких давлений жидкости. Среди разнообразных аппаратов можно выделить три наиболее характерных типа: гидрораспределители, клапаны и дроссели.

Вспомогательными устройствами служат так называемые кондиционеры рабочей жидкости, обеспечивающие ее качество и требуемое состояние. Это различные отделители твердых частиц, в том числе фильтры, теплообменники (нагреватели и охладители жидкости), гидробаки, а также гидроаккумуляторы. Перечисленные элементы связаны между собой гидролиниями, по которым движется рабочая жидкость.

Гидравлический объемный привод имеет следующие преимущества: меньшую массу и габариты по сравнению с механическим и электрическим, так как в большинстве случаев в нем отсутствуют редукторы, муфты, фрикционные передачи, каналы и пр.; просто и более совершенно компонуется независимо от расположения валов и узлов; характеризуется малой инерционностью, что обеспечивает его долговечность и позволяет осуществлять реверсирование рабочих движений за короткий промежуток времени; обеспечивает бесступенчатое регулирование скорости движения рабочих органов;

надежно и просто защищается от перегрузок рабочих органов и двигателя; дает возможность широко применять стандартизованные и унифицированные узлы, что позволяет снизить себестоимость и облегчает его эксплуатацию и ремонт. В качестве рабочих жидкостей здесь применяют минеральные масла, которые одновременно обеспечивают смазку деталей гидропривода и повышают их износостойкость.

Однако гидравлический привод имеет и некоторые недостатки. Так, вследствие проникновения воздуха в рабочую жидкость его движение может сопровождаться толчками, что отрицательно влияет на равномерность движений рабочих органов. Во избежание больших утечек жидкости зазоры между сопрягаемыми деталями должны быть минимальными, а это обеспечивается высокой точностью их изготовления, что приводит к повышению стоимости гидропривода. Уплотнения не обеспечивают полной герметизации узлов, в результате чего уменьшается КПД и загрязняется рабочее место. Один из недостатков гидропривода - изменение вязкости рабочей жидкости в зависимости от изменения температуры, что нарушает его работу.

Классификация. Каждый объемный гидропривод содержит источник энергии, т. е. жидкость под давлением. По виду источника энергии гидроприводы разделяются на три типа: насосные, аккумуляторные и магистральные.

1. Насосный гидропривод - это гидропривод, в котором рабочая жидкость подается в гидродвигатель объемным насосом, входящим в состав этого гидропривода. Такие гидроприводы применяют наиболее широко. По характеру циркуляции рабочей жидкости насосные гидроприводы разделяют на гидроприводы с замкнутой циркуляцией жидкости (жидкость от гидродвигателя поступает во всасывающую гидролинию насоса) и гидроприводы с разомкнутой циркуляцией жидкости (жидкость **от** гидродвигателя поступает в гидробак). Для привода насоса в насосном гидроприводе могут быть использованы различные двигатели.

2. Аккумуляторный гидропривод - гидропривод, в котором рабочая жидкость подается в гидродвигатель от предварительно заряженного гидро-аккумулятора. Такие гидроприводы используют в системах с кратковременным рабочим циклом или с ограниченным числом циклов.

3. Магистральный гидропривод - это такой гидропривод, в котором рабочая жидкость поступает в гидродвигатель из гидромагистрали, не являющейся составной частью гидропривода. Напор рабочего тела в гидромагистрали создается нагнетателем, состоящим из одного или нескольких насосов и питающим несколько гидроприводов (централизованная система питания).

По характеру движения выходного звена различают объемные гидроприводы:

поступательного движения - с возвратно-поступательным движением выходного звена и с гидродвигателями в виде гидроцилиндров;

поворотного движения - с возвратно-поступательным движением выходного звена на угол менее 360° и с поворотными гидродвигателями;

вращательного движения - с вращательным движением выходного звена и с гидродвигателями в виде гидромоторов.

В зависимости от наличия устройств для регулирования скорости выходного звена различают объемные гидроприводы: нерегулируемые, регулируемые и стабилизированные.

Гидропривод, в котором отсутствует устройство для изменения скорости выходного звена, называют нерегулируемым, а гидропривод, в котором скорость выходного звена поддерживается постоянной при изменении внешних воздействий - стабилизированным. Регулируемый гидропривод, в котором выходное звено повторяет движение звена управления, называют следящим гидроприводом.

Гидропривод, который приводится в действие механическим воздействием и работает по методу сообщающихся сосудов, является безнасосным. Его применяют для управления муфтами сцепления, тормозами и другими механизмами. Преимущества безнасосного гидропривода: простота устройства, надежность эксплуатации и возможность передачи усилий с помощью жидкости в самые труднодоступные места.

В качестве приводов станков, прокатных станов, прессового и литейного оборудования, дорожных и строительных машин, транспортных и сельскохозяйственных машин и другого подобного оборудования широко используют регулируемые гидроприводы. Широкое применение в сельскохозяйственных предприятиях из-за простоты конструкции и хорошего охлаждения жидкости в процессе эксплуатации получили гидроприводы с разомкнутой системой циркуляции рабочей жидкости.

Элементы гидропривода. Элементами гидропривода являются гидродвигатель, контрольно-измерительная и распределительная аппаратура, кондиционеры рабочей жидкости, гидроаккумуляторы и др.

Гидродвигатель - это машина, которая предназначена для преобразования механической (гидравлической) энергии потока рабочей жидкости в механическую энергию движения выходного звена.

По виду движения выходного звена различают три класса объемных гидродвигателей, применяемых в гидроприводах:

гидроцилиндры, которые имеют поступательное движение выходного звена; при этом различают поршневые, плунжерные, телескопические и мембранные гидроцилиндры одно и двухстороннего действия;

гидромоторы, имеющие неограниченное вращательное движение выходного звена. По конструкции гидромоторы делятся на шестеренные, винтовые, пластинчатые и аксиально-поршневые;

поворотные гидродвигатели с ограниченным углом поворота выходного звена ($a < 360°$), к которым относят пластинчатые, поршневые, мембранные, одно-, двух- и трехлопастные.

Гидроаппаратура предназначена для регулирования движения силового органа, поддержания заданного давления в гидросистеме и выходных звеньях при разных режимах работы гидропривода.

В гидроаппаратуру входят гидравлические дроссели (регулируемые, линейные и нелинейные), гидроклапаны (предохранительные, шариковые, конические, напорные, редукционные, обратные, гидравлические замки), а также гидрораспределители (золотниковые, клапанные и крановые).

К вспомогательным устройствам относятся гидробаки открытого и закрытого типов, уплотнители, в качестве которых используют поршневые кольца и манжеты, а также гидроаккумуляторы.

Гидроаккумуляторы используют для подачи жидкости при работе гидропривода. Они предназначены для аккумулирования энергии рабочей жидкости, находящейся под давлением.

По способу накопления потенциальной энергии различают гидроаккумуляторы грузовые и с упругим элементом, по конструкции - со свободной поверхностью, поршневые, мембранные, малогабаритные, пружинные и инерционные. Фильтры применяют сетчатые, пластинчатые и войлочные, а также с предохранительным клапаном, грубой, нормальной, тонкой и особо тонкой очистки.

В гидроприводах станков и машин применяют стальные бесшовные и реже медные трубы.

2. Принцип действия и характеристики

Объемный гидропривод содержит источник энергии, которым служит жидкость под давлением. Гидропривод применяют для передачи давления при малой сжимаемости капельных жидкостей, работа которых основана на использовании закона Паскаля. Принципиальная схема простейшего гидропривода показана на рис. 8.1. Гидропривод состоит из двух цилиндров (малого 1 и большого 2), заполненных жидкостью и соединенных между собой трубопроводом. В малом цилиндре 1 находится поршень, который под действием силы F_1 перемещается вниз, вытесняя жидкость в цилиндр 2. При этом поршень цилиндра 2 начинает двигаться вверх и преодолевает нагрузку (силу) F_I.

По закону Паскаля давления в цилиндрах 7 и 2 будут одинаковыми и равными: $p = F_1/S_1 = F_2/S_2$, где S_1 и S_2 - площади поршней цилиндров 1 и 2, если пренебречь потерями давления в системе.

Считая жидкость практически несжимаемой, можно записать:

$h_1S_1 = h_1S_1$, или $v_1S_1 = v_2S_2$, где v_1 и v_2 - скорости перемещения поршней.

Затраченная на перемещение поршня мощность цилиндра 1 выражается соотношением $N = Fv_1 = pS_1v_1$. Величина S_1v_1 является расходом жидкости, тогда при отсутствии сил трения условие передачи энергии можно представить в виде $N = pQ = F_2v_2$, где F_2v_2 - мощность, развиваемая поршнем цилиндра 2; pQ - мощность потока жидкости.

Различают нагрузочные и топографические характеристики гидропривода. Для нескольких постоянных значений давления строят нагрузочные характеристики. Их наклон характеризует уменьшение частоты вращения выходного вала гидропривода с возрастанием давления из-за утечки и сжимаемости жидкости.

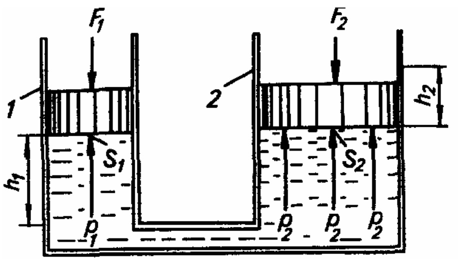


Рис. Схема простейшего гидропривода:

1, 2— цилиндры

3. Гидроцилиндры

В сельскохозяйственных машинах широко используют гидроцилиндры. Гидроцилиндр наиболее распространенного типа - с односторонним штоком - представляет собой гильзу 2 - трубу с тщательно обработанной внутренней поверхностью. Внутри гильзы перемещается поршень 5, имеющий резиновые манжетные уплотнения 4, которые предотвращают перетекание жидкости из полостей цилиндра, разделенных поршнем. Усилие от поршня передает шток *3,* имеющий полированную поверхность. Для его направления служит грунд-букса 1.

Для подвода и отвода рабочей жидкости с двух сторон гильзы укреплены крышки с отверстиями. Уплотнение между штоком и крышкой состоит из двух манжет, одна из которых предотвращает утечки жидкости из цилиндра, а другая служит грязесъемником.

Скорость перемещения штока цилиндра зависит от направления подачи жидкости. Если жидкость от насоса подается в поршневую полость п*,* то скорость перемещения штока (м/с)

$$v_п = [4Q/(\pi D_ц^2)]\,\eta_0,$$

гае Q - подача, $м^3/с$; $D_ц$ - внутренний диаметр гильзы цилиндра; $\acute{\eta}_o$ - объемный КПД.

Скорость поршня увеличится и при поступлении жидкости в штоковую полость цилиндра станет равной

$$v_ш = 4Q/[\pi\,(D_ц^2 - d_ш^2)],$$

где $d_ш$ — диаметр штока.

От соотношения диаметров цилиндра и штока зависит отношение скоростей движения штока в указанных направлениях.

$$\frac{v_п}{v_ш} = 1 - \frac{d_ш^2}{D_ц^2}.$$

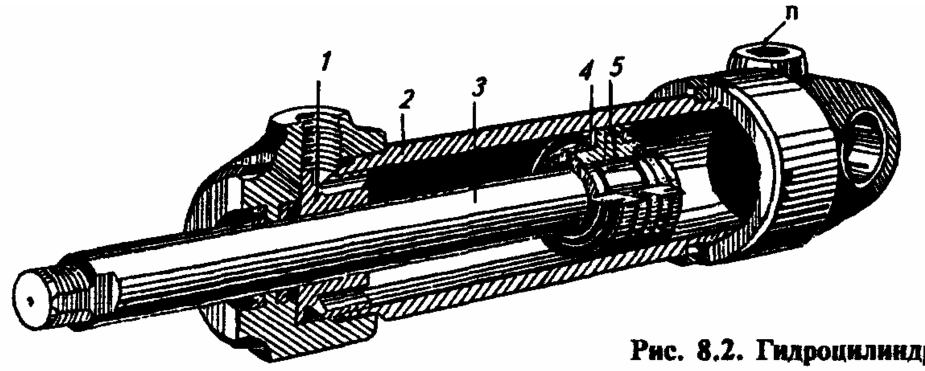


Рис. 8.2. Гидроцилиндр

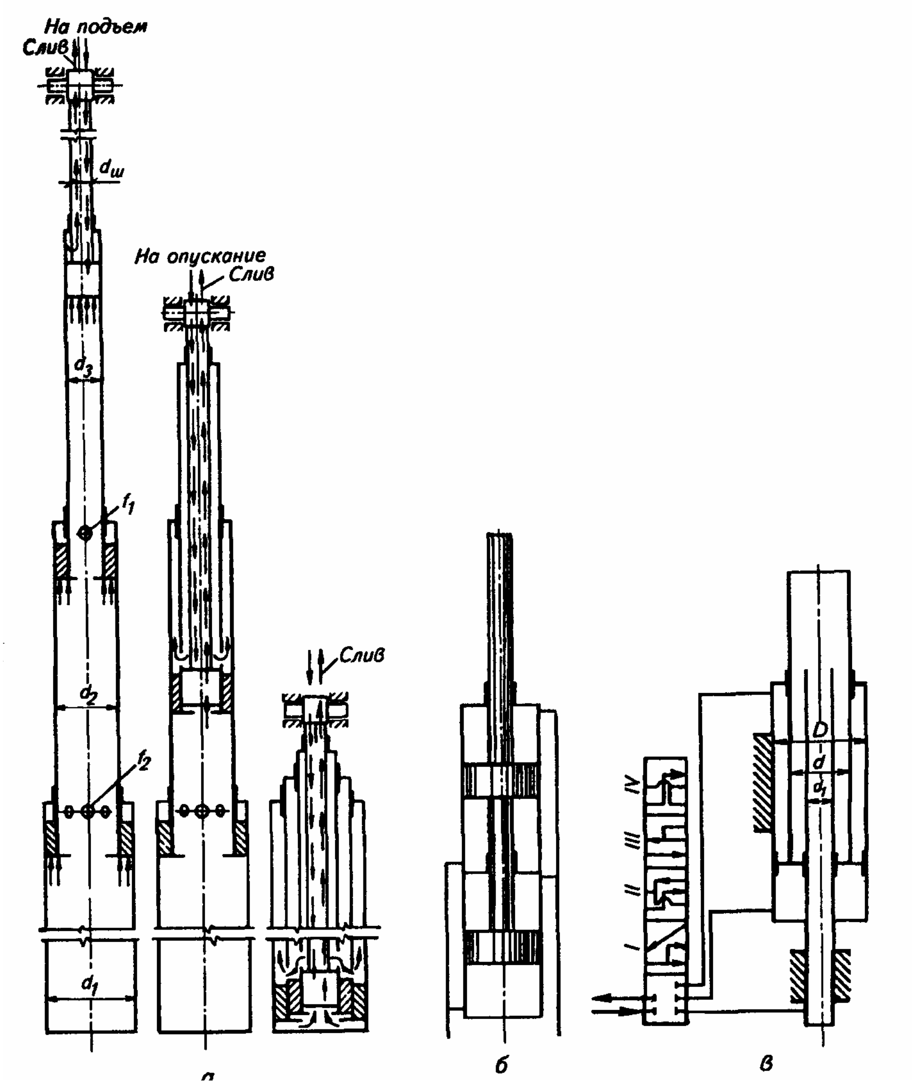


Рис. Гидроцилиндры специального назначения:

а - телескопический двойного действия; *б* - сдвоенный; в - многоскоростной

Для увеличения скорости обратного (часто нерабочего) хода используют эту особенность.

Выпускают также гидроцилиндры специального назначения: телескопический двойного действия, сдвоенные и многоскоростные.

Телескопические цилиндры одностороннего и двухстороннего действия, которые в собранном состоянии имеют небольшие размеры, применяют для увеличения хода штока.

Телескопические цилиндры, как и обычные, способны развивать усилия только в одном направлении - на выталкивание штока. Под действием силы тяжести поднятого груза или устройства совершается обратный ход - втягивание штока.

4. Гидрораспределители

Среди распределительных устройств рабочих сред обширный класс составляют золотниковые реверсивные распределители.

Золотниковый распределитель - устройство, в котором распределение рабочей среды осуществляется с помощью осевого смещения цилиндрического или плоского распределительного органа. Рабочий элемент распределителей этого типа - цилиндрический золотник, который перемещается в осевом направлении в цилиндре, имеющем камеры. Подвод и отвод рабочей среды осуществляются через отверстия в камерах.

В распределителях более сложной конструкции помимо осевых использованы также и поворотные движения плунжера вокруг оси, что значительно повышает их позиционность.

5. Клапаны

В гидравлических системах сельскохозяйственных предприятий широко применяют предохранительные, переливные, напорные, редукционные и обратные клапаны (рис. 8.14). Их изготовляют с запирающими (подвижными) элементами — шариковыми, коническими и золотниковыми.

Предохранительные клапаны служат для автоматического ограничения давления. Нормально закрытый клапан открывается, когда давление в системе возрастает до значения, на которое клапан отрегулирован. Для поддержания заданного давления в системе этого открытия достаточно. Когда давление падает ниже заданного, клапан закрывается.

В системах, в которых не происходит частых и длительных перегрузок, применяют шариковые клапаны. Их рассчитывают на небольшие расходы. Они малочувствительны к загрязнению, и не требуется их точная подгонка к седлу. Характерный шум — шариковые клапаны вибрируют при работе.

Конические клапаны надежнее, чем шариковые, центрируются в седле, имеют меньшие утечки, но также подвержены вибрации. Для их подгонки к седлу требуется притирка. При течении жидкости через щель открытого клапана давление   в суженном сечении понижается, причем величина его зависит от расхода.

Двухпозиционный обратный клапан работает следующим образом. Когда в одном из входных патрубков давление более высокое, чем в другом, под действием потока среды на соответствующую створку затвора *11* последний поворачивается на оси *13,* освобождает входной патрубок и, перекрывая противоположный, обеспечивает проход среды повышенного давления в выходной патрубок 5.

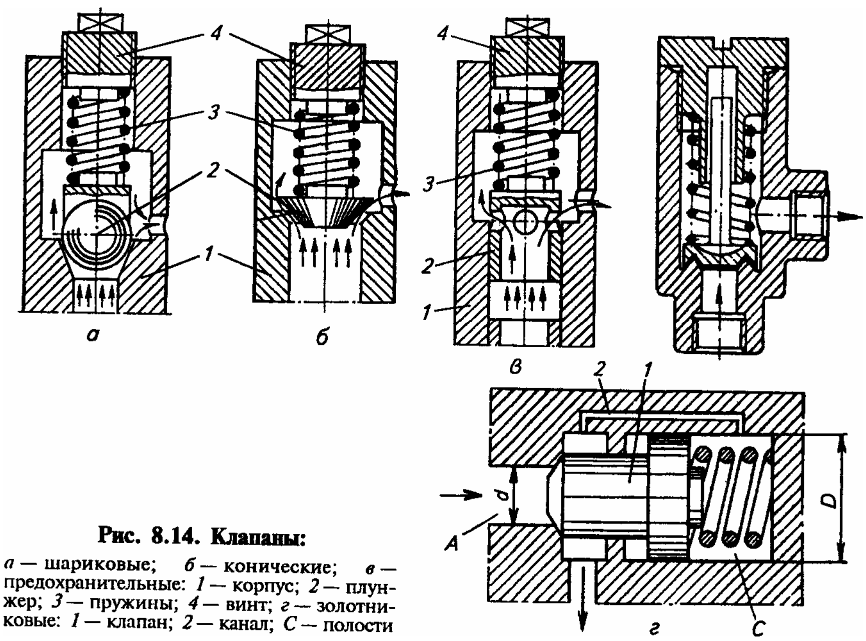


Рис. 8.14. Клапаны:

а — шариковые; *б* — конические; *в* — предохранительные: *1* — корпус; *2* — плунжер; *3* — пружины; *4* — винт; *г* — золотниковые: *1* — клапан; *2* — канал; *С* — полости

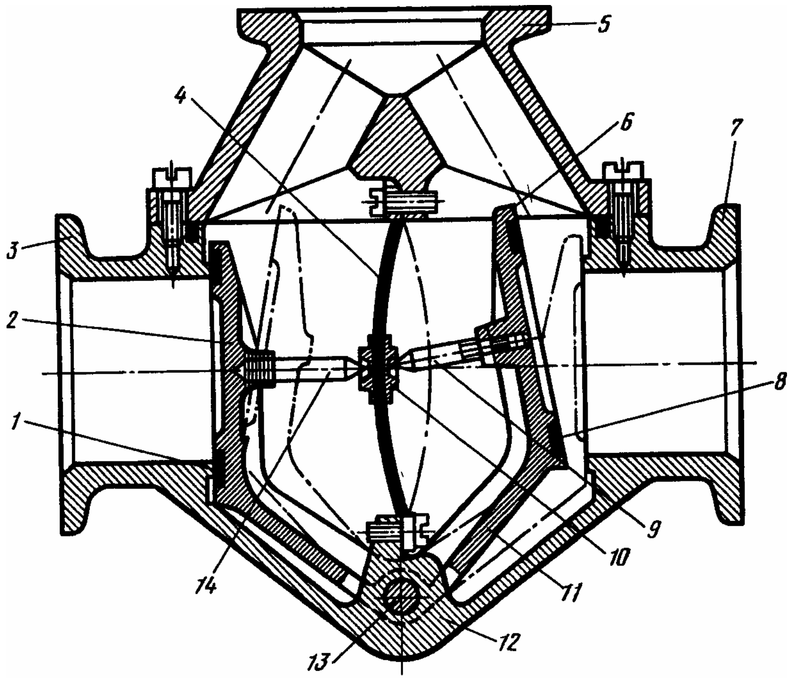


Рис. 8.15. Двухпозиционный обратный клапан:

1, 8— кольцевые уплотнения; *2, 6*— створки; *3,* 7—входные патрубки; *4*— пластичная пружина; *5* — выходной патрубок; 9, *14* — регулируемые штифты; *10* — призма; // — П-образный затвор; *12* — корпус; *13* — ось

При повышении давления в другом патрубке процесс переключения происходит в обратном порядке.