Данный файл представлен исключительно в ознакомительных целях.

Уважаемый читатель!
Если вы скопируете данный файл,
Вы должны незамедлительно удалить его сразу после ознакомления с содержанием.
Копируя и сохраняя его Вы принимаете на себя всю ответственность, согласно действующему международному законодательству .
Все авторские права на данный файл сохраняются за правообладателем.
Любое коммерческое и иное использование кроме предварительного ознакомления запрещено.

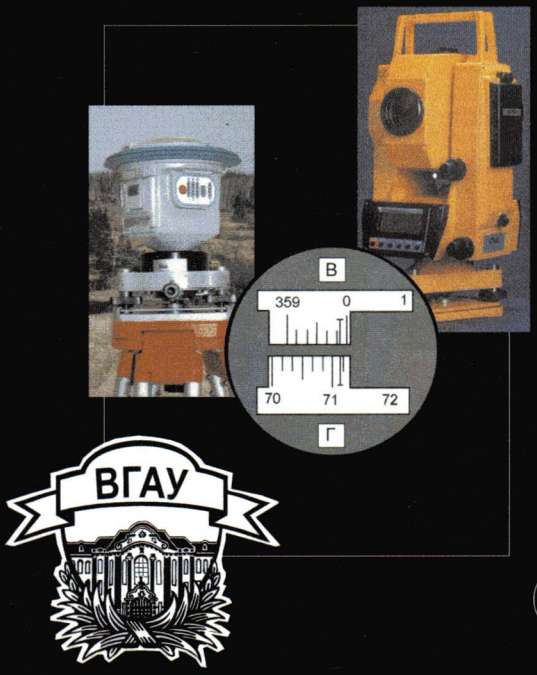
Публикация данного документа не преследует никакой коммерческой выгоды. Но такие документы способствуют быстрейшему профессиональному и духовному росту читателей и являются рекламой бумажных изданий таких документов.

gaudeamus

Г.Г. Поклад
С.П. Гриднев

Учебное пособие для вузов

ГЕОДЕЗИЯ



Министерство сельского хозяйства Российской Федерации

Воронежский государственный аграрный университет им. К.Д. Глинки

Г.Г. Поклад
С.П. Гриднев

Учебное пособие для вузов

ГЕОДЕЗИЯ

Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию в области землеустройства и кадастров в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 120300 — Землеустройство и земельный кадастр и специальностям: 120301 — Землеустройство, 120302 — Земельный кадастр, 120303 — Городской кадастр

Москва
Академический
Проект
2007

УДК 528
ББК 26.1
П48

Рецензенты:
Часть I. Зав. кафедрой Кубанского государственного аграрного университета
проф. *Ю.Г. Соколов*
Доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой геодезии и геологии Кабардино-Балкарской сельскохозяйственной академии
Е.П. Тимофеенко
Часть II. Профессор кафедры геодезии и геоинформатики Московского государственного университета по землеустройству *А.Б. Беликов*
Профессор кафедры геодезии и геоинформатики Московского государственного университета путей сообщения
У.Д. Ниязгуров

Поклад, Г.Г.
П 48 Геодезия : учебное пособие для вузов/ Г.Г. Поклад, С.П. Гриднев. — М. : Академический Проект, 2007. — 592 с.

ISBN 5-8291-0781-3

Настоящее учебное пособие — первое такого рода издание по геодезии, в котором не только подробно рассмотрены вопросы теории, но и весьма полно описаны геодезические методы и инструменты (включая самые современные), применяемые как при землеустройстве и ведении земельного и городского кадастров, так и при производстве самого широкого спектра геодезических работ в различных народно-хозяйственных отраслях. Изложены теория и методика выполнения геодезических измерений, вопросы создания съемочного обоснования и производства топографических съемок с использованием традиционных и автоматизированных методов. Представлены сведения из теории погрешностей геодезических измерений. Дан обзор основных координат геодезии и методов преобразования координатных систем. Приведены характеристики геодезических опорных сетей и способы определения положения дополнительных опорных пунктов.

Книга предназначена для студентов всех специальностей, изучающих геодезию, но может быть полезна и для работников геодезического производства.

УДК 528
ББК 26.1

ISBN 5-8291-0781-3

© Поклад Г.Г., Гриднев С.П., 2006
© Оригинал-макет, оформление. Академический Проект, 2007

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие составлено в соответствии с учебной программой курса «Геодезия», утвержденной Главным управлением высших учебных заведений Министерства сельского хозяйства Российской Федерации для вузов по направлению «Землеустройство и земельный кадастр». Оно также может быть полезно для студентов других вузов, изучающих геодезию, и для работников геодезического производства.

Геодезия является базовой дисциплиной для студентов специальностей «Землеустройство», «Земельный кадастр» и «Городской кадастр». Цель ее изучения состоит в получении студентами системы знаний, умений и навыков, позволяющих им самостоятельно выполнять весь комплекс геодезических, съемочных и инженерно-геодезических работ, связанных с составлением проектов землеустройства, мелиорации, отвода земель, планировки сельских населенных мест и проведением мероприятий по земельному кадастру. Изучение этой дисциплины на I и II курсах позволяет привить студентам интерес к будущей профессии и заложить основы знаний для последующего изучения таких специальных дисциплин, как «Теория математической обработки геодезических измерений», «Картография», «Фотограмметрия», «Геодезические работы при землеустройстве» и др. Во избежание дублирования и для обеспечения межпредметных связей отдельные разделы, изучение которых предусмотрено содержанием специальных дисциплин на старших курсах, изложены в объеме, достаточном лишь для лучшего понимания других разделов учебного пособия.

Учебный материал представлен с учетом современных достижений геодезической науки и производства по принципу последовательного изложения основных теоретических и практических вопросов — от общих к частным.

Учебное пособие состоит из двух частей, каждая из которых включает четыре раздела.

В первой части пособия изложены основные положения геодезии, даны понятия карты и плана как конечной продукции топографо-геодезических работ, рассмотрены способы решения инженерных задач по картам и планам. Приведены общие принципы организации геодезических работ, методики производства геодезических измерений и об-

работки их результатов, дано описание основных геодезических приборов, их поверок и юстировок. Рассмотрены способы создания съемочного обоснования и производства крупномасштабных топографических съемок. Даны понятия элементов геодезических разбивочных работ и способов перенесения проектов в натуру. Приведены основные положения организации безопасного ведения топографо-геодезических работ и требования к охране природы при полевых работах.

Во второй части пособия приведены сведения из теории погрешностей в объеме необходимом для обработки данных измерений и оценки точности получаемых результатов. Представлены основные системы координат геодезии и государственного земельного кадастра и методы преобразования координатных систем, дана классификация государственных геодезических опорных сетей, геодезических сетей сгущения, межевых и съемочных сетей с учетом совершенствования системы геодезического обеспечения в условиях перехода на спутниковые методы координатных определений; особое внимание уделено вопросам создания и реконструкции спутниковых городских геодезических сетей. Подробно рассмотрены способы определения положения дополнительных опорных пунктов.

Дано описание отечественных точных теодолитов, применяемых при построении геодезических сетей сгущения, приведены их основные исследования и поверки. Рассмотрена методика угловых наблюдений на пунктах, обработки и оценки точности результатов измерений, производства линейных измерений механическими мерными приборами, параллактическим методом и светодальномерами. Изложен порядок вычислительной обработки результатов полевых наблюдений в сетях сгущения. Рассмотрены вопросы уравнивания сетей сгущения коррелатным и параметрическим способами, а также упрощенные способы уравнивания сетей сгущения и съемочных сетей.

Часть первая учебного пособия написана проф. Г.Г. Покладом. В части второй пособия предисловие, гл. 4, 5, 6, 7, 8, 9, § 57 и 58 гл. 10, 11 и § 89 гл. 14 написаны проф. Г.Г. Покладом, гл. 1, 2, 3, 12, 13 и 14 (кроме § 89) — доц. С.П. Гридневым, § 23 гл. 5 совместно доц. С.П. Гридневым и проф. Г.Г. Покладом, § 60—67 гл. 10 написаны проф. Г.Г. Покладом при участии ст. преп. Н.С. Анненкова.

Авторы выражают благодарность сотрудникам кафедры геодезии ВГАУ им. К.Д. Глинки Н.А. Чучукину и Л.В. Бобрешовой за большую помощь в подготовке рукописи к изданию, а также рецензентам за ценные рекомендации по улучшению содержания учебного пособия.

Авторы будут признательны читателям, которые пришлют свои отзывы об учебном пособии.

Часть первая

Раздел I

ОСНОВЫ ГЕОДЕЗИИ

Глава 1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ПО ГЕОДЕЗИИ

§ 1. Предмет и задачи геодезии

Геодезия — одна из древнейших наук о Земле. Само название предмета (геодезия в переводе с греческого — «*землеразделение*») указывает, что геодезия как наука возникла из практических потребностей человечества, связанных с измерением и разделением земельных участков. Современная геодезия является многогранной наукой, решающей сложные научные, научно-технические и инженерные задачи путем специальных измерений, выполняемых при помощи геодезических и других приборов, и последующей математической и графической обработки их результатов.

Геодезия — наука о методах и технике производства измерений на земной поверхности, выполняемых с целью изучения фигуры Земли, изображения земной поверхности в виде планов, карт и профилей, а также решения различных прикладных задач.

С развитием человеческого общества, с повышением уровня науки и техники меняется и содержание геодезии. В процессе своего развития геодезия разделилась на ряд самостоятельных научных и научно-технических дисциплин.

1. Высшая геодезия решает задачи по изучению фигуры и размеров Земли и планет, а также по созданию геодезических опорных сетей. При подробном изучении методов решения задач высшей геодезии из нее выделяются в отдельные дисциплины геодезическая астрономия, геодезическая гравиметрия и космическая геодезия.

Геодезическая астрономия занимается вопросами определения исходных данных для опорных геодезических сетей на основе наблюдений небесных светил.

Геодезическая гравиметрия занимается изучением фигуры Земли путем измерения с помощью специальных приборов силы тяжести в отдельных точках земной поверхности.

Космическая (спутниковая) геодезия изучает геометрические соотношения между точками земной поверхности с помощью искусственных спутников Земли (ИСЗ).

2. Геодезия, или ***топография***, изучает вопросы, связанные со съемками сравнительно небольших участков земной поверхности и их детальным изображением в виде планов и карт.

3. Картография изучает методы и процессы создания изображений значительных территорий земной поверхности в виде карт различного назначения, технологию их производства и размножения.

4. Фототопография занимается разработкой методов создания планов и карт по фотоснимкам и аэрофотоснимкам местности.

5. Морская геодезия разрабатывает методы специальных измерений, связанных с картографированием и изучением природных ресурсов дна морей и океанов.

6. Прикладная геодезия занимается изучением методов геодезических работ, выполняемых при изысканиях, строительстве и эксплуатации инженерных сооружений, монтаже оборудования, а также эксплуатации природных богатств страны. Прикладная геодезия широко использует методы геодезии, а в отдельных случаях — и свои приемы и средства.

§ 2. Роль геодезии в развитии хозяйства страны

В своем развитии геодезия опирается на достижения ряда научных дисциплин, в первую очередь *математики, физики и астрономии*. Математика вооружает геодезию средствами анализа и методами обработки результатов измерений. Астрономия обеспечивает геодезию исходными данными для развития геодезических опорных сетей. На основе законов физики рассчитывают геодезические приборы. Успешно используются достижения науки и техники в области *автоматики, телемеханики и радиоэлектроники*, на базе которых конструируются геодезические приборы.

Изучением Земли в различных аспектах занимаются *география, геология, геоморфология, гравиметрия и геофизика*. Поэтому совершенно естественна тесная связь геодезии с этими науками. Знание географии обеспечивает правильную трактовку элементов ландшафта, который составляют рельеф, естественный покров земной поверхности (растительность, почвы, моря, реки и т. д.) и результаты деятельности человека (населенные пункты, дороги, сооружения, средства связи и т. д.). Формы рельефа и закономерности их изменения познаются с помощью геологии и геоморфологии. Изучение фигуры Земли связано с исследованиями ее внешнего гравитационного поля, которые невозможны без использования законов и приборов гравиметрии.

Применение в геодезии фотоснимков требует знания *фотографии*. Для качественного графического оформления планов, карт и профилей, чертежей при землеустроительном проектировании необходимо изучение правил и приемов *топографического черчения*.

Геодезия имеет огромное научное и практическое значение в самых различных сферах народного хозяйства.

Исследование околоземного и космического пространства требует детального изучения внешнего гравитационного поля Земли и распределения масс в ее теле, поэтому роль геодезии в решении задач космических исследований чрезвычайно велика. Геодезические измерения широко используются в современных научных исследованиях по изучению

внутреннего строения Земли и процессов, происходящих на ее поверхности и в недрах. С их помощью фиксируются величины вертикальных и горизонтальных тектонических движений земной коры, изменения береговых линий морей и океанов, колебания уровней последних и т. п.

Для обеспечения непрерывного роста производительных сил страны важно изучение ее территории в топографическом отношении, что осуществляют с помощью карт и планов, создаваемых по результатам геодезических работ. Карты являются основой для отображения результатов научных исследований и практической деятельности в области геологии, географии, геофизики и других наук. Карты различного назначения и содержания являются средством познания природы и жизни на Земле, источником разнообразных сведений о мире.

Геодезия играет важную роль в решении многих задач хозяйства страны: при изысканиях, проектировании и строительстве самых различных сооружений, при разведке и разработке месторождений полезных ископаемых, при планировке, озеленении и благоустройстве населенных пунктов, земле- и лесоустройстве, осушении и орошении земель, при наблюдениях за деформациями сооружений и т. д.

Большое значение имеют результаты топографо-геодезических работ в сельском хозяйстве. Планы, карты профиля и цифровые модели местности используются для отвода земельных участков, уточнения и изменения границ землепользований, внутрихозяйственной организации территорий сельскохозяйственных предприятий, проведения почвенных, геоботанических и других обследований и изысканий, проектирования и вынесения в натуру проектов сельскохозяйственных объектов и решения других задач.

Важнейшая роль отведена геодезии в составлении и ведении государственного *земельного кадастра*, данные которого служат для рационального использования земель и их охраны, регулирования земельных отношений, планирования сельскохозяйственного производства, обоснования размеров платы за землю, оценки хозяйственной деятельности, а также осуществления других мероприятий, связанных с использованием земель.

Велика роль геодезии в обороне страны. Карты — «глаза армии» — используются для изучения местности, отражения на ней боевой обстановки и разработки планов проведения боевых операций, при стрельбе по невидимым целям и возведении военно-инженерных сооружений. Значение геодезических данных особенно возросло в связи с применением военной ракетной техники. Наряду с широким использованием готовой геодезической продукции — планов и карт — в современной боевой обстановке нельзя обойтись без геодезических измерений. Поэтому некоторые рода войск имеют в своем составе геодезические подразделения.

§ 3. Краткие сведения из истории геодезии

Возникновение геодезии относится к глубокой древности, когда появилась потребность изучения земной поверхности для хозяйственных целей. Еще задолго до нашей эры в Египте, Месопотамии, Китае и Греции геодезия играла важную роль в вопросах землепольз-

зования и инженерного строительства каналов, дамб, пирамид и других сооружений.

Уже в древности геодезия решала не только практические, но и чисто научные задачи. Представления о форме Земли основывались на научных наблюдениях за явлениями природы. Пифагор и Аристотель считали Землю шарообразной, Эратосфен (276 — 194 гг. до н. э.) вычислил окружность Земли (около 40 тыс. км), что почти совпадает с современным значением этой величины.

Первое упоминание о геодезических работах в нашей стране относится ко времени Киевской Руси. В летописи 996 г. имеются указания о порядке использования земли. Еще одним документом является надпись на так называемом Тмутараканском камне, которая свидетельствует о том, что в 1068 г. князь Глеб измерил расстояние между Керчью и Таманью по льду через Керченский пролив и обнаружил его равным примерно 20 км. Простейшие геодезические измерения применялись в XIII—XV вв. при земельной переписи, где длины линий измерялись веревкой, а углы вообще не измерялись. В XVI в. межи между владениями устанавливались по специальному наказу, по которому работу требовалось выполнять «*землемерием*». К этому времени относится первая в России книга по геодезии.

Широкое развитие геодезия получила в XVI в. в связи с новыми запросами экономики зарождавшегося буржуазного общества. На территории Московского государства в XVII в. было сделано описание обмера земли и составлен «Большой чертеж» с нанесением рек, дорог и населенных пунктов.

Новый этап в геодезии ознаменовался изобретением астрономической трубы в начале XVII в. (Янсен, Галилей, Кеплер), уровня, верньера и дальномера. Первые геодезические приборы с оптической трубой — нивелиры появились во второй половине XVII в. В 1787 г. английским механиком Рамсденом был изобретен теодолит с оптической трубой. В начале XVII в. голландский ученый Снеллиус предложил метод триангуляции для определения с высокой точностью значительных расстояний на местности.

В конце XVII в. И. Ньютон на основе открытого им закона всемирного тяготения пришел к выводу, что Земля должна иметь форму шара, сплюснутого у полюсов. Начавшиеся в XVIII в. градусные измерения подтвердили теоретические выводы Ньютона о сфероидичности Земли.

Научная постановка геодезических работ в России была осуществлена в эпоху Петра I. В этот период широкое развитие получили промышленность, мореплавание, военное дело и торговля, что выдвинуло новые требования к точности геодезических измерений и картографирования. В малоизученные районы государства были направлены специальные экспедиции для производства съемочных работ. Были выполнены первые топографические съемки на Дону, Иртыше, Камчатке и Курильских островах.

В 1739 г. был учрежден *Географический департамент*, которым руководил в 1758—1765 гг. великий русский ученый М.В. Ломоносов. В XVIII в. в России были созданы первые учебные заведения для подготовки геодезистов. В 1779 г. создана *Межевая школа*, преобразованная

в 1838 г. в *Межевой институт* (ныне МГУГиК) — высшее учебное заведение по подготовке геодезистов. К первой половине XVIII в. относится начало изготовления в России геодезических приборов.

Начиная с 1765 г. проводилось генеральное межевание на территории площадью около 300 млн га. Большие картографические работы были выполнены под руководством геодезиста-картографа И.К. Кирилова.

Особый размах получили картографические работы в России после Отечественной войны 1812 г. Значительный вклад в картографирование страны внес созданный в 1822 г. *Корпус военных топографов.*

В XIX в. были проведены широкомасштабные работы по построению геодезических опорных сетей и высокоточные градусные измерения по меридиану от Северного Ледовитого океана до устья Дуная под руководством русских ученых-геодезистов К.И. Теннера и В.Я. Струве. Эти работы оказали решающее влияние на развитие теории геодезии и методов геодезических и астрономических работ.

Важнейшую роль в развитии геодезии в нашей стране сыграл изданный 15 марта 1919 г. Декрет Совнаркома Российской Федерации об утверждении *Высшего геодезического управления*, впоследствии переименованного в *Главное управление геодезии и картографии* (ГУГК). Основной задачей ГУГКа являлось сплошное картографирование страны для изучения ее территории в топографическом отношении в целях поднятия и развития производительных сил страны. Для руководства научно-исследовательскими работами геодезического направления в 1928 г. был создан *Центральный научно-исследовательский институт геодезии, аэросъемки и картографии* (ЦНИИГАиК), которому в 1978 г. присвоено имя Ф.Н. Красовского — выдающегося ученого-геодезиста.

Большое внимание было уделено подготовке высококвалифицированных специалистов геодезического и землеустроительного профилей. В 1930 г. была проведена реорганизация *Московского межевого института*, на базе которого были созданы два самостоятельных ведущих вуза страны: *Московский геодезический институт* (с 1936 г. Московский институт инженеров геодезии, аэросъемки и картографии — МИИГАиК, *ныне Московский государственный университет геодезии и картографии) и Московский землеустроительный институт (ныне Государственный университет по землеустройству — ГУЗ).* Организованный в 1934 г. астрономо-геодезический факультет при Новосибирском инженерно-строительном институте явился базой для создания в 1939 г. *Новосибирского института инженеров геодезии, аэрофотосъемки и картографии* (НИИГАиК), ныне *Новосибирский государственный университет геодезии и картографии.* Позднее геодезические и землеустроительные факультеты возникли и при других высших учебных заведениях страны. В *Воронежском сельскохозяйственном институте* (*ныне Воронежский государственный агроуниверситет им. К.Д. Глинки* — ВГАУ) землеустроительный факультет был открыт в 1918 г.

Начиная с 20-х гг. XX в. геодезическая наука и аэрогеодезическое производство получили широкое развитие. На смену традиционным геодезическим приборам пришли принципиально новые приборы, создаваемые с использованием новейших достижений науки и техники.

Совершенствование приборов направлено на повышение точности и автоматизацию измерений, увеличение производительности труда.

Отечественными геодезистами под руководством *Ф.Н. Красовского* получены новые параметры фигуры Земли. Создана отечественная школа аэрофотосъемки и фотограмметрии. Как самостоятельная дисциплина геодезической науки и техники определилась прикладная геодезия.

Выдающимся ученым-геодезистом *М.С. Молоденским* разработана новая теория изучения фигуры Земли и ее внешнего гравитационного поля, позволившая российской геодезической школе занять ведущие позиции в области решения основной научной проблемы геодезии.

К настоящему времени геодезической службой выполнены огромные работы по обеспечению территории страны пунктами геодезической опорной сети; завершено картографирование страны в масштабах 1:100 000 — 1:25 000, в большом объеме проводятся топографические съемки в масштабе 1:10 000. Высокие темпы производства съемочных работ и их высокое качество достигнуты благодаря внедрению и широкому использованию методов аэрофотосъемки.

Революционным шагом в развитии геодезии является разработка концепции перехода топографо-геодезического производства на спутниковые методы определения координат с использованием космических систем *ГЛОНАСС/GPS.*

§ 4. Организация геодезической службы в землеустройстве

Общегосударственную топографо-геодезическую и картографическую службу возглавляет *Федеральная служба геодезии и картографии* Российской Федерации (Роскартография). Ее главными производственными задачами являются:

1. Производство высокоточных работ по развитию опорных геодезических сетей на территории страны и выполнение топографических съемок для создания карт.

2. Создание и издание различного рода и назначения карт, планов и атласов.

3. Координация и государственный контроль геодезических и топографических работ, выполняемых различными ведомствами и организациями.

При Роскартографии имеется *Центральный картографо-геодезический фонд*, в котором сосредоточены все материалы картографо-геодезических работ, выполняемых на территории страны, и *Инспекция государственного геодезического надзора* (ИГГН), которая выдает разрешение на право производства топографо-геодезических работ, контролирует качество их выполнения, систематизирует материалы, служащие исходными данными (каталоги координат пунктов государственной геодезической сети).

Научные работы в области геодезии, аэрофотосъемки и картографии проводятся в *ЦНИИГАиК, Сибирском геоинформационном центре, Госцентре «Природа»*, а также на специальных кафедрах вузов. ЦНИИГАиК является ведущим отраслевым научно-исследовательским центром, где решаются основные проблемы геодезического производства, разрабатываются и внедряются новые методы и приборы.

Геодезические работы для обеспечения землеустроительных мероприятий и Государственного земельного кадастра выполняют подразделения *Федеральной службы земельного кадастра России* (Росземкадастр), *Всероссийский институт сельскохозяйственных аэрофотогеодезических изысканий* (ВИСХАГИ), *Федеральный кадастровый центр «Земля»*, *Госцентр «Землемер»*, а также соответствующие службы *региональных проектных институтов по землеустройству (гипроземов) и институтов мониторинга Земли*, подчиненных *«Росземкадастрсъемке»*.

Глава 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТОЧЕК НА ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

§ 5. Форма и размеры Земли

Точное знание формы и размеров Земли необходимо во многих областях науки и техники (при запуске искусственных спутников и космических ракет, в авиации, мореплавании, радиосвязи и т. д.) и прежде всего в самой геодезии для правильного изображения земной поверхности на картах.

Поверхность Земли общей площадью 510 млн км^2 разделяется на Мировой океан (71 %) и сушу (29 %). Средняя глубина Мирового океана — около 3800 м; средняя высота суши над средним уровнем воды в океанах — около 875 м. Поэтому можно считать, что суша имеет вид небольшого по сравнению с общей поверхностью Земли и невысокого над уровнем моря по сравнению с его глубиной плоскогорья.

Представление о форме Земли в целом можно получить, если вообразить, что вся планета ограничена поверхностью Мирового океана в спокойном состоянии, непрерывно продолженной под материками. Такая *замкнутая поверхность, в каждой своей точке перпендикулярная к отвесной линии, т. е. к направлению действия силы тяжести, называется* ***уровенной поверхностью.***

Уровенных поверхностей, огибающих Землю, можно вообразить множество. *Уровенная поверхность, совпадающая со средним уровнем воды океанов в спокойном состоянии, образует фигуру, называемую* ***геоидом.*** Термин «геоид» был введен в 1873 г. немецким физиком И.Б. Листингом. Фигура геоида, принятая в геодезии за общую фигуру Земли, определяется направлением отвесных линий, положение которых зависит от распределения масс в земной коре.

Поверхность геоида нельзя представить каким-либо конечным математическим уравнением из-за невозможности нахождения истинного распределения масс внутри Земли. Поэтому возникла необходимость замены поверхности геоида математически правильной и возможно ближе подходящей к нему поверхностью. Обычно рассматривают две такие поверхности.

В первом приближении уровенную поверхность Земли заменяют *сферой* определенного радиуса.

Путем точных геодезических, астрономических и гравиметрических измерений установлено, что по форме поверхность геоида наиболее близко подходит к математической поверхности эллипсоида вращения (рис. 1). Данная *поверхность, образованная вращением эллипса* (PEP_1E_1) *вокруг его малой оси* (PP_1), *называется поверхностью* ***земного эллипсоида, или сфероида.*** Размеры земного эллипсоида характеризуются длинами его полуосей *a (большая полуось), b (малая полуось)* и *полярным сжатием*

$$\alpha = (a-b)/a.$$

Линии сечения поверхности сфероида плоскостями, проходящими через ось вращения (PP_1), *называются* ***меридианами*** и представляют собой эллипсы.

Линии сечения поверхности сфероида плоскостями, перпендикулярными к оси вращения, называются ***параллелями*** и являются окружностями. *Параллель, плоскость которой проходит через центр сфероида, называется* ***экватором.***

Основной задачей изучения фигуры Земли является *определение размеров полуосей и сжатия эллипсоида, наилучшим образом подходящего к геоиду и правильно ориентированного в теле Земли.* Такой эллипсоид называется ***референц-эллипсоидом.***

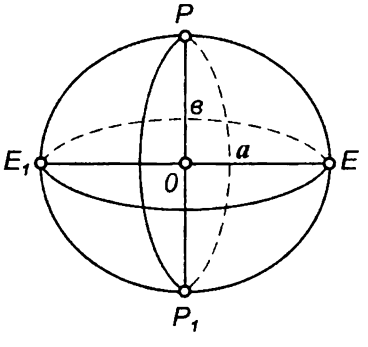


Рис. 1. *Земной эллипсоид*

Величины *a, b, α* могут быть определены посредством градусных измерений, которые позволяют вычислить длину дуги меридиана в 1°. Зная величины таких дуг в различных местах меридиана, можно установить форму и размеры Земли.

Размеры земного эллипсоида неоднократно определялись учеными в разные годы: Деламбром (1800 г.), Бесселем (1841 г.), Кларком (1880 г.), Ждановым (1893 г.), Хейфордом (1909 г.) и многими другими. До 1946 г. в СССР пользовались эллипсоидом, размеры которого были получены немецким астрономом Ф.В. Бесселем (a = 6 377 397 м, b = 6 356 079 м, α = 1:299,2). Однако эллипсоид Бесселя на территории стран СНГ существенно отклоняется от поверхности геоида.

В 1940 г. советскими учеными под руководством проф. Ф.Н. Красовского и А.А. Изотова были получены параметры эллипсоида, наиболее подходящие для территории нашей страны (a = 6 378 245 м, b = 6 356 863 м, α = 1:298,3). Эллипсоид указанных размеров с 1946 г. постановлением правительства принят для геодезических работ в бывшем СССР и назван ***эллипсоидом Красовского.*** Размеры эллипсоида Красовского, полученные из обработки геодезических, гравиметрических и астрономических измерений на территориях бывшего СССР, Западной Европы и США, являются наиболее обоснованными как по объему использованных материалов, так и по строгости их обработки.

Современная теория фигуры Земли получила строгое решение в трудах советских ученых, главным образом чл.-корр. АН СССР М.С. Молоденского.

В настоящее время изучение физической поверхности Земли производится путем определения положения (координат) точек местности относительно расположенной некоторым образом поверхности (*поверхности относимости*), за которую принимается поверхность референц-эллипсоида Красовского.

Особенности строения фигуры Земли полностью учитываются при математической обработке высокоточных геодезических измерений и создании государственных геодезических опорных сетей. Ввиду малости сжатия ($\alpha \approx 1:300$) при решении многих задач за фигуру Земли с достаточной для практических целей точностью можно принимать сферу, равновеликую по объему земному эллипсоиду. Радиус такой сферы для эллипсоида Красовского $R = 6371{,}11$ км.

§ 6. Метод проекций в геодезии

Физическая поверхность Земли представляет собой совокупность различных пространственных форм (горы, впадины, хребты и т. п.). Для определения положения характерных точек земной поверхности на плоскости в геодезии принят *метод проекций*.

При изображении на бумаге пространственных форм земной поверхности в геодезии пользуются ортогональной (прямоугольной) проекцией. При этом линии проектирования должны быть перпендикулярны к поверхности, на которую проектируются точки земной поверхности.

Изображение значительных территорий земной поверхности. При изображении больших территорий земной поверхности проектирование производится на уровенную поверхность Земли, по отношению к которой отвесные линии являются нормалями.

Пусть поверхность P (рис. 2, *а*) является частью уровенной поверхности Земли. Точки A, B, C и D, расположенные в характерных точках физической поверхности Земли на значительных расстояниях друг от друга, проектируются отвесными линиями на уровенную поверхность P. Пересечение отвесных линий с поверхностью P дает проекции точек A, B, C, D на этой поверхности a, b, c, d. Тогда положение точек a, b, c, d на уровенной поверхности Земли может быть определено в системе координат, оси которой расположены на поверхности P. Положение точек земной поверхности A, B, C, D определится соответствующими координатами на поверхности P и длинами отвесных линий aA, $вB$, cC, dD.

Расстояние по отвесной линии от уровенной поверхности до точки физической поверхности Земли называется ***высотой***. Высоты бывают *абсолютные*, если их отсчет ведется от уровенной поверхности Земли P, и *условные (относительные)*, если их отсчет ведется от произвольной уровенной поверхности P_1, параллельной поверхности P. Обычно за начало отсчета абсолютных высот принимают уровень океана или открытого моря в спокойном состоянии.

В России за начало отсчета абсолютных высот принят ***нуль Кронштадтского футштока*** (*футшток* — в данном случае медная доска с горизонтальной чертой, замурованная в гранитный устой моста Обводного канала), соответствующий среднему уровню Балтийского моря по данным многолетних наблюдений. Поэтому в нашей стране система высот получила название ***Балтийской системы высот***.

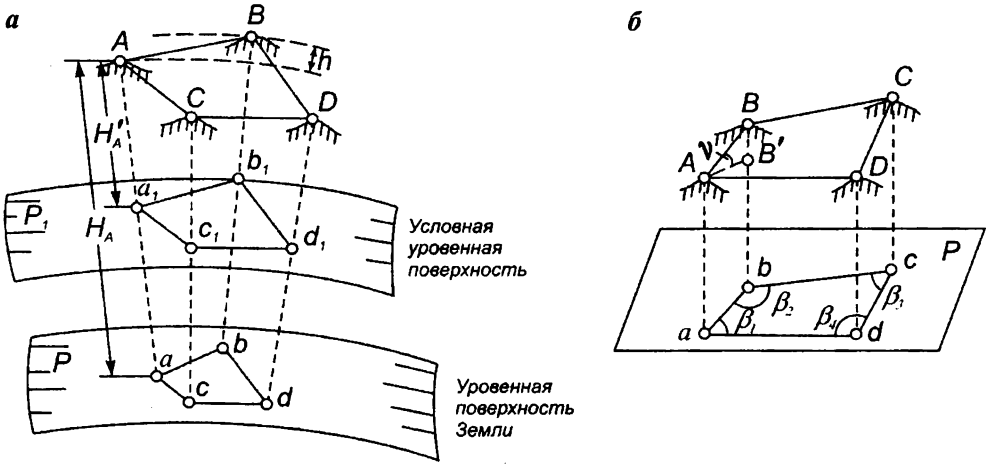


Рис. 2. *Проекции точек земной поверхности:*
а — *на уровенную поверхность;* б — *на горизонтальную плоскость*

Численное значение высоты называется ***отметкой точки*** *(абсолютной или условной).* Например, $H_A = 528{,}752$ м — абсолютная отметка точки *A*; $H'_A = 28{,}752$ м — условная отметка той же точки.

Разность высот двух точек (абсолютных или условных) называется **превышением** ***h***.

$$h = H_B - H_A = H'_B - H'_A.$$

Для перехода от условных высот к абсолютным и наоборот необходимо знать расстояние от основной уровенной поверхности до условной.

Изображение небольших участков земной поверхности. Элементы измерений на местности. При изображении небольшого участка местности соответствующую ему часть уровенной поверхности можно принять за горизонтальную плоскость. В этом случае точки физической поверхности Земли проектируются перпендикулярами, параллельными друг другу, на горизонтальную плоскость *P* (рис. 2, *б*).

Пересечение перпендикуляров с плоскостью *P* дает точки *a, b, c, d*, являющиеся ортогональными проекциями точек земной поверхности *A, B, C, D* на горизонтальную плоскость. Полученный плоский четырехугольник *abcd* представляет собой *горизонтальную проекцию* пространственного четырехугольника *ABCD* физической поверхности Земли.

Линии *ab, bc, cd* и *da* называются ***горизонтальными проложениями линий*** *AB, BC, CD, DA* местности, а углы между ними $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ — ***горизонтальными углами***. В общем случае фигура *abcd* на плоскости

не будет подобна пространственной фигуре *ABCD*, а горизонтальные проложения линий не равны самим линиям местности.

Как следует из рис. 2, *б*,

$$ab = AB' = AB \cos\nu,$$

где ν — ***угол наклона линии местности***, т. е. *угол, образованный наклонной линией с горизонтальной плоскостью*. Следовательно, для изображения фигуры местности на горизонтальной плоскости (в плане) следует знать горизонтальные проложения ее сторон и горизонтальные углы между сторонами. Поэтому в геодезической практике пользуются не измеренными расстояниями *D*, а их горизонтальными проложениями *d* (проекциями на горизонтальную плоскость).

§ 7. Влияния кривизны Земли на горизонтальные расстояния и высоты точек при переходе со сферы на плоскость

Как уже отмечалось ранее, в первом приближении уровенная поверхность Земли может быть заменена сферой определенного радиуса. Сравнительно небольшой участок уровенной поверхности Земли с достаточной для практических целей точностью можно считать плоскостью. Рассмотрим, при каких размерах участков земной поверхности можно не считаться с кривизной Земли.

Пусть *AB* (рис. 3) — часть уровенной поверхности Земли, принимаемой за сферу с центром *O* и радиусом *R*. Дуге $\overset{\smile}{AB} = s$ соответствует центральный угол ε.

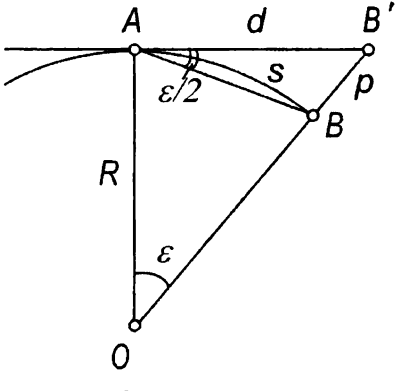


Рис. 3. *Зависимость от кривизны Земли расстояний и высот точек*

Заменим участок сферической поверхности Земли плоскостью, касающейся сферы в точке *A*.

Для учета искажения расстояния между двумя точками при замене сферической поверхности плоскостью определим разность между длиной касательной $AB' = d$ и дугой $\overset{\smile}{AB} = s$, т. е. $\Delta s = d - s$.

Как следует из рис. 3, $s = R\varepsilon$, где ε выражен в радианной мере, $d = R\,tg\varepsilon$. Отсюда

$$\Delta s = Rtg\varepsilon - R\varepsilon = R(tg\varepsilon - \varepsilon).$$

Разложив $tg\varepsilon$ в ряд и ограничиваясь при этом двумя членами разложения, получим

$$tg\varepsilon = \varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{3} + \ldots.$$

Тогда

$$\Delta s = R\left(\varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{3} - \varepsilon\right) = \frac{R\varepsilon^3}{3}.$$

Полагая $\varepsilon = \frac{s}{R}$, имеем

$$\Delta s = \frac{s^3}{3R^2}. \qquad (1)$$

По формуле (1) можно рассчитать величины линейных искажений при замене сферической поверхности плоскостью для различных значений s, приняв $R = 6371$ км. Результаты расчетов представлены ниже.

s, км	10	15	20	25	50
Δs, м	0,008	0,028	0,066	0,13	1,02
Δs/s	1:1 200 000	1:540 000	1:304 000	1:195 000	1:49 000

Как показывают приведенные данные, замена участка земной поверхности радиусом 10 км плоскостью влечет за собой незначительные (менее 1:1 000 000, т. е. менее 1 мм на 1 км длины линии) искажения расстояний, которые являются допустимыми при самых точных линейных измерениях. Поэтому участок земной поверхности радиусом 10 км можно принимать за плоскость во всех случаях геодезической практики.

При решении инженерных задач за плоскость можно принимать участок уровенной поверхности радиусом до 25 км, так как при этом искажения длин линий будут достаточно малы (порядка 1:200 000).

При замене участка AB (см. рис. 3) уровенной поверхности Земли касательной AB' точка B перемещается в положение B', в связи с чем ее высота изменяется на величину p. Величина p выражает влияние кривизны Земли на высоты точек и называется ***поправкой за кривизну Земли***. Как следует из рис. 3, угол $BAB' = \varepsilon/2$ как угол, составленный касательной и хордой. По малости этого угла отрезок p можно рассматривать как дугу радиуса s, т. е. $p = s\,(\varepsilon/2)$. Поскольку $\varepsilon = s/R$, то

$$p = \frac{s^2}{2R}. \qquad (2)$$

Придавая s в формуле (2) различные численные значения, при $R = 6371$ км определим соответствующие величины поправок p:

s, км	0,1	0,3	0,5	1,0	2,0
p, м	0,001	0,01	0,02	0,08	0,31

Отсюда следует, что влияние кривизны Земли на высоты точек заметно сказывается уже при расстоянии между ними 0,3 км. Следовательно, при измерении высот нельзя пренебрегать кривизной Земли даже при небольших горизонтальных расстояниях между точками.

Глава 3

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В ГЕОДЕЗИИ

Положение точек физической поверхности Земли определяется ***координатами*** *— величинами, характеризующими расположение искомых точек относительно исходных плоскостей, линий и точек выбранной системы координат.*

Все системы координат, применяемые в геодезии, могут быть разделены на две группы: *пространственные и плоские.*

§ 8. Пространственные системы координат

Географическая система координат объединяет под общим названием две системы: ***астрономическую и геодезическую.*** В астрономической системе координаты точек определяются относительно направлений отвесных линий в точках земной поверхности, а в геодезической — относительно нормалей к референц-эллипсоиду. Астрономические координаты могут быть измерены техническими средствами и методами геодезической астрономии. Геодезические координаты точек получают путем вычислений по формулам сфероидической геодезии соответственно параметрам принятого референц-эллипсоида и его ориентировки в теле Земли. Эти системы связаны между собой через *уклонение отвесных линий* — угол U между направлениями нормали к поверхности эллипсоида и отвесной линии в данной точке (рис. 4, *а*).

Величины уклонений отвесных линий зависят от неравномерностей распределения масс в теле Земли и составляют в среднем 3 — 4", достигая в отдельных районах десятков секунд. Поэтому координаты одних и тех же точек в двух рассматриваемых системах могут различаться до 100 м, а в аномальных районах (как правило, в горных районах) — значительно больше. Это необходимо учитывать при использовании географических координат точек, определенных из астрономических наблюдений.

В дальнейшем под географической системой координат следует понимать элементы и координаты геодезической системы, связанной с нормалями к поверхности референц-эллипсоида.

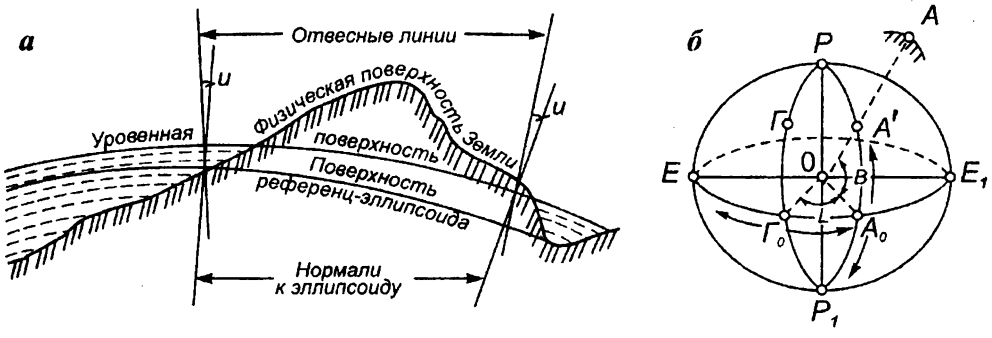


Рис. 4. *Географическая (геодезическая) система координат:*
а — *уклонение отвесных линий;*
б — *схема определения геодезических координат*

Элементами географической системы координат являются (рис.4, *б*): *плоскость экватора* EE_1; *ось вращения Земли* PP_1, перпендикулярная к экватору; *плоскость начального меридиана* $P\Gamma\Gamma_0P_1$, за который по международному соглашению принят Гринвичский меридиан, проходящий через главный зал Гринвичской обсерватории близ Лондона.

Положение проекции точки *A* на поверхности эллипсоида определится координатами: геодезической широтой *B* и геодезической долготой *L*, т. е. *A'(B, L).*

Геодезической широтой B *называется угол, образованный нормалью к поверхности эллипсоида в данной точке и плоскостью экватора.* Широта измеряется дугой геодезического меридиана A_0A' от экватора до данной точки и в зависимости от полушария может быть северной (+) или южной (−); ее величина изменяется от *0°* (на экваторе) до ± *90°* (на полюсах).

Геодезической долготой L *называется двугранный угол, составленный плоскостями начального меридиана и геодезического меридиана данной точки.* Долгота измеряется дугой экватора либо дугой параллели от Гринвичского меридиана до меридиана данной точки. Она изменяется от 0° до ±180° и может быть западной (−) или восточной (+).

Положение точки *A* на физической поверхности Земли определяется координатами *B, L* и *высотой H — отстоянием по нормали данной точки от ее проекции A' на поверхности эллипсоида.*

Географическая система координат является единой для всего земного шара. Она широко применяется при решении задач астрономии, сферической геометрии, картографии и т. д., охватывающих большие пространства.

Пространственная полярная система координат. Элементами системы координат являются (рис. 5): горизонтальная плоскость *Q*; отвесная линия Z_1Z_2, служащая осью; начальное положение P_0 вертикальной плоскости *P*; начальное положение r_0 подвижного радиус-вектора *r*; точка *O* — центр системы координат.

Для того чтобы определить положение в пространстве точки *M*, т. е. найти ее координаты, будем вращать вокруг отвесной линии вертикальную плоскость *P* из ее начального положения P_0 так, чтобы она

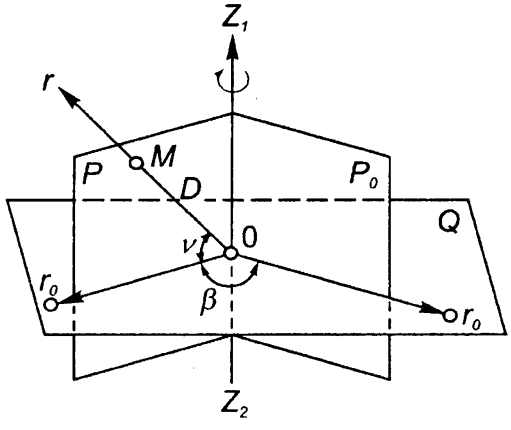


Рис. 5. *Пространственная полярная система координат*

прошла через искомую точку M. В плоскости P поворачиваем радиус-вектор r из его начального положения r_0 до тех пор, пока он не пройдет через точку M.

Тогда положение точки M определится тремя координатами:
1) горизонтальным углом β между плоскостями P_0 и P;
2) вертикальным углом ν, составленным горизонтальной плоскостью с радиус-вектором r, проходящим через искомую точку M;
3) наклонным расстоянием D от центра координат до точки по радиус-вектору r.

Данная система находит широкое применение в топографических съемках местности.

§ 9. Системы координат на плоскости

Из плоских систем координат в геодезии наибольшее распространение получили прямоугольные и полярная системы координат. Они применяются при производстве съемочных работ и отображении участков земной поверхности на плоскости бумаги в виде планов и карт.

Плоская условная система прямоугольных координат. Если размеры участка земной поверхности позволяют не принимать во внимание сферичность Земли, то при производстве геодезических работ часто применяется условная (местная) система плоских прямоугольных координат, начало которой выбирается произвольно.

Элементами данной системы координат являются (рис. 6.): ось Ox, направление которой принимается параллельным истинному, магнитному или осевому меридиану зоны либо произвольным; ось Oy, перпендикулярная к оси Ox; точка O — начало координат.

Осями координат горизонтальная плоскость делится на четыре четверти. В отличие от принятой в математике *левой* системы плоских прямоугольных (декартовых) координат в геодезии применяется *правая* система прямоугольных координат, в которой нумерация четвертей ведется по ходу часовой стрелки, начиная с северо-восточной четверти; это позволяет использовать в геодезических вычислениях формулы тригонометрии без каких-либо изменений.

Положение любой точки на плоскости в данной системе определяется координатами x, y; их знаки зависят от четверти, в которой находится точка. Координаты точек, например A и B (x_A, y_A и x_B, y_B), равны соответственно расстояниям от начала координат до проекции этих точек на оси Ox и Oy.

Проекции линии AB на оси Ox и Oy называются ***приращениями координат*** *и обозначаются* Δx, Δy. Знаки приращений зависят от четверти; если направления приращений координат — катетов прямоуголь-

ных треугольников — совпадают (см. рис. 6) с положительным направлением координатных осей, то приращения координат будут положительны, если не совпадают, то приращения отрицательны. Знаки приращений координат по четвертям показаны на рис. 6.

Если известны координаты x_A, y_A точки A и приращения координат Δx, Δy между точками A и B, то координаты точки B будут равны:

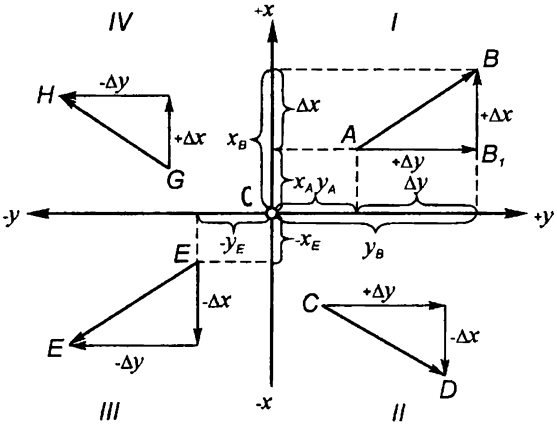


Рис. 6. *Плоская условная система прямоугольных координат*

$$x_B = x_A + \Delta x; \quad y_B = y_A + \Delta y.$$

В общем случае $x_n = x_{n-1} + \Delta x_n; \quad y_n = y_{n-1} + \Delta y_n,$ (3)

т. е. *координаты последующей точки равны координатам предыдущей точки плюс соответствующие приращения со своими знаками.* Данная система координат применяется при горизонтальных съемках и составлении планов небольших участков местности.

Зональная система плоских прямоугольных координат. При топографических съемках, землеустроительных и инженерно-геодезических работах наиболее целесообразно применять системы плоских прямоугольных координат. Поэтому для изображения на плоскости значительных территорий земной поверхности применяются картографические проекции, дающие возможность переносить точки с поверхности эллипсоида на плоскость по определенным математическим законам. В общем случае картографические проекции вызывают искажения как углов, так и длин.

В геодезии выгодно применять такие проекции эллипсоида на плоскость, которые не искажали бы углов. Подобные проекции называются ***равноугольными, или конформными.*** Возникающие при этом искажения длин и площадей должны быть незначительными и выражаться простыми формулами.

При прочих равных условиях искажения будут тем больше, чем обширнее участок поверхности эллипсоида, проектируемый на плоскость. Для того чтобы поправки за искажение длин были сравнительно невелики, при изображении больших областей поверхности эллипсоида их делят на отдельные участки (зоны) и каждый из них изображается на плоскости в системе прямоугольных координат. Для развертки поверхности земного эллипсоида на плоскость без разрывов применяют различные методы проектирования его на вспомогательные поверхности (например, цилиндра или конуса), которые затем могут быть развернуты на плоскость без искажения.

В общегосударственной системе плоских прямоугольных координат положение точек земной поверхности определяется прямоугольными координатами x, y на плоскости, на которую они проектируются по за-

кону *равноугольной поперечно-цилиндрической проекции Гаусса – Крюгера.* Данная проекция была разработана немецким ученым К. Гауссом в 1825–1830 гг.; разработку рабочих формул для вычислений координат в этой проекции выполнил в 1912 г. Л. Крюгер. Мировое значение данная система приобрела лишь после введения ее в СССР с 1928 г.; в настоящее время она принята в странах СНГ, а также в ряде стран Европы.

Сущность проекции Гаусса – Крюгера заключается в следующем. Земной эллипсоид делится меридианами через 6° по долготе на 60 зон, простирающихся от полюса до полюса (рис. 7, *а*).

Нумерация зон ведется с запада на восток от Гринвичского меридиана, который является западной границей первой зоны. *Средний меридиан каждой зоны называется* ***осевым.***

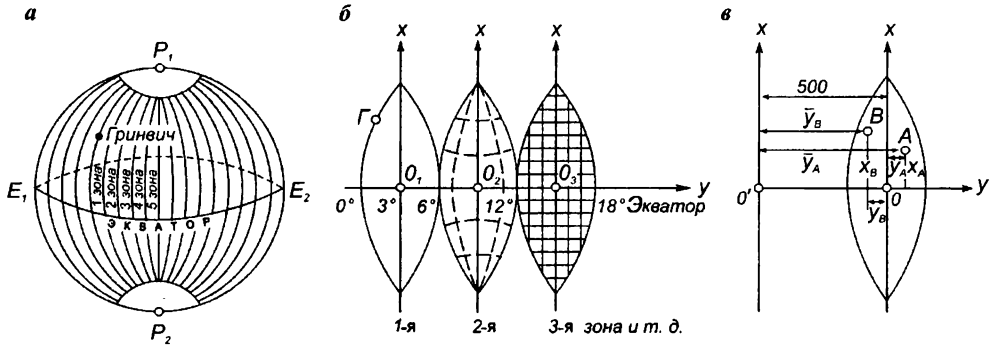


Рис. 7. *Зональная система прямоугольных координат:*
а — *схема деления поверхности земного шара на зоны;*
б — *схема изображения зон после развертки на плоскости;*
в — *схема определения преобразованных ординат*

Долгота осевого меридиана любой зоны Восточного полушария определяется по формуле

$$L = 6^{\circ}N - 3^{\circ}, \qquad (4)$$

где N — номер 6-градусной зоны.

Поверхность каждой зоны в отдельности проектируется на плоскость; при этом вся зона переходит с эллипсоида на плоскость в несколько расширенном виде.

В результате такого проектирования получают изображение поверхности земного шара (эллипсоида) в виде шестидесяти зон, примыкающих друг к другу на экваторе (рис. 7, *б*). Каждая из этих зон имеет прямоугольную систему координат со своим началом координат — точкой пересечения экватора с осевым меридианом зоны.

Осевой меридиан зоны изображается на плоскости прямой линией и принимается за ось абсцисс (x); осью ординат (y) является изображение экватора. Остальные меридианы и параллели в пределах зоны изобразятся кривыми линиями (дугами). Абсциссы отсчитываются от экватора к северу и югу; к северу от экватора абсциссы положительны, к югу — отрицательны. Ординаты отсчитываются от осевого меридиана к востоку (положительные) и к западу (отрицательные).

Для удобства измерения прямоугольных координат при решении практических задач на планах и картах наносят координатную сетку (см. рис. 7, *б*), которая представляет собой систему линий, проведенных через определенное расстояние параллельно осевому меридиану зоны (оси *x*) и экватору (оси *y*).

На территории России, полностью расположенной в Северном полушарии, абсциссы всегда положительны. Ординаты могут быть как положительными, так и отрицательными. Чтобы избежать отрицательных значений ординат, в каждой зоне ось абсцисс (*x*) условно переносят на 500 км к западу от осевого меридиана (рис. 7, *в*). Исправленную таким образом ординату называют *преобразованной* (приведенной). Как следует из рис. 7, *в*,

$$\bar{y}_A = 500 \text{ км} + y_A; \quad \bar{y}_B = 500 \text{ км} + y_B.$$

Если $y_A = 102{,}375$ км, $y_B = -70{,}188$ км, то $\bar{y}_A = 602{,}375$ км, $\bar{y}_B = 429{,}812$ км.

В каждой из шестидесяти зон численные значения координат *x* и *y* могут повторяться. Поэтому для однозначного определения положения точки на земной поверхности перед каждой ординатой ставится номер зоны. Например, точка *B* находится в 11-й зоне, тогда ее полная преобразованная ордината $\bar{y}_B = 11429{,}812$ км.

Зональная система плоских прямоугольных координат находит самое широкое применение при составлении планов и карт территории нашей страны.

Более подробные сведения о зональной системе координат приводятся во второй части учебного пособия.

Система плоских полярных координат. Элементами данной системы координат являются (рис. 8): 1) полярная ось *Ox*; за ось *Ox* может приниматься любое направление, например сторона теодолитного хода; 2) точка *0* — начало координат (полюс), принимается произвольно; полюсом может быть любая точка, в том числе и вершина теодолитного хода.

Положение точек на плоскости в рассматриваемой системе определяется двумя координатами: горизонтальным углом β между полярной осью и направлением на определяемую точку; горизонтальным расстоянием *d* от полюса до определяемой точки (см. рис. 8). Например, точка $A(\beta_1, d_1)$, точка $B(\beta_2, d_2)$.

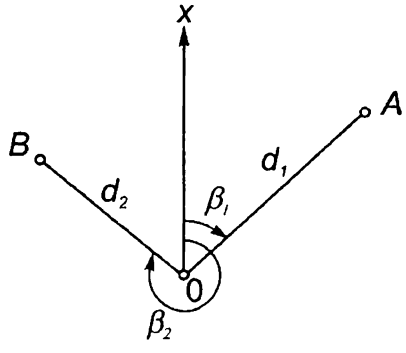


Рис. 8. *Плоская система полярных координат*

Данная система координат находит широкое применение в теодолитной съемке и при выносе точек в натуру на горизонтальной плоскости.

Глава 4

ОРИЕНТИРОВАНИЕ ЛИНИЙ

Ориентировать линию местности — значит найти ее направление относительно какого-либо другого направления, принимаемого за исходное.

Горизонтальный угол между исходным направлением и ориентируемой линией называется **ориентирным углом**.

В геодезии в качестве исходных принимают направления *истинного* (географического) меридиана, *магнитного* меридиана либо *осевого* меридиана зоны, т. е. оси *Ox*, или линии, ей параллельной. В зависимости от выбранного исходного направления ориентирным углом может быть *истинный азимут, магнитный азимут, дирекционный угол* или *румб*.

§ 10. Ориентирование линий по истинному и магнитному меридианам

Истинный и магнитный азимуты. Склонение магнитной стрелки. Направление истинного меридиана на местности может быть получено из астрономических наблюдений, а также с помощью специальных приборов — гирокомпасов или гиротеодолитов.

Угол, отсчитываемый по ходу часовой стрелки от северного направления истинного меридиана до данного направления, называется ***истинным азимутом*** *A*. Истинный азимут (рис. 9, *а*) изменяется от 0° до 360°.

Угол, отсчитываемый по ходу часовой стрелки от северного направления магнитного меридиана до данного направления, называется ***магнитным азимутом*** $A_м$. Направление магнитного меридиана (см. рис. 9, *а*) определяется с помощью приборов с магнитной стрелкой (компаса или буссоли). Магнитный азимут, так же как и истинный, может изменяться от 0 до 360°.

Магнитный меридиан, как правило, не совпадает с истинным меридианом в данной точке земной поверхности и образует с ним некоторый угол δ, называемый ***склонением магнитной стрелки***. Угол δ отсчитывается от истинного меридиана до магнитного и может быть восточным (со знаком «плюс») и западным (со знаком «минус»).

Зная склонение магнитной стрелки в данной точке, можно осуществить переход от магнитного азимута направления к истинному по формуле

$$A = A_м + \delta, \qquad (5)$$

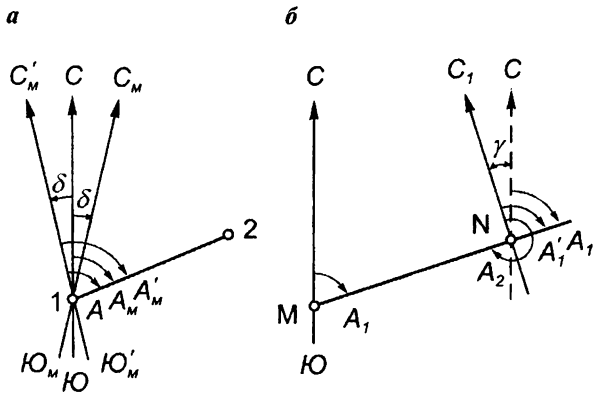


Рис. 9. *Истинный и магнитный азимуты*

т. е. *истинный азимут направления равен магнитному азимуту плюс склонение магнитной стрелки со своим знаком.*

В различных точках земного шара склонение магнитной стрелки имеет разные значения. Так, на территории России его величина изменяется от +30° до −14°. Склонение магнитной стрелки в одной и той же точке существенно изменяется со временем. Различают вековые (на 22,5° за 500 лет), годовые (до 8') и суточные (порядка 15" и более) изменения склонения магнитной стрелки. Кроме того, вследствие магнитных бурь могут возникнуть случайные изменения склонения магнитной стрелки.

Приборы с магнитной стрелкой нельзя использовать в местах скопления больших масс металлических конструкций и механизмов, вблизи железных дорог и линий электропередач высокого напряжения. В районах магнитных аномалий, связанных обычно с залежами железных руд, использование для ориентирования магнитной стрелки вообще невозможно.

Вследствие указанных причин положение магнитного меридиана может быть установлено лишь приближенно, и ориентирование линий с помощью магнитных азимутов допускается только при составлении планов небольших участков местности.

Связь истинных азимутов линии в различных ее точках. Сближение меридианов. В геодезии принято различать прямые и обратные направления линий местности. Если направление линии *MN* с точки *M* на точку *N* (рис. 9, *б*) считать прямым, то *NM* будет обратным направлением той же линии. В соответствии с этим угол A_1 является *прямым азимутом линии* MN в точке *M*, а A_2 — *обратным азимутом* той же линии в точке *N*.

Вследствие сферичности Земли меридианы в различных точках, расположенных на одной линии, не параллельны между собой. Поэтому азимут линии в каждой ее точке имеет различное значение. *Угол между направлениями меридианов в данных двух точках линии называется* ***сближением меридианов*** γ.

Как следует из рис. 9, *б*, зависимость между прямым и обратным азимутами линии *MN* определится выражением:

$$A_2 = A_1 + 180^\circ + \gamma,$$

или в общем случае $A_{пр} = A_{обр} \pm 180^\circ + \gamma$.

Если известны долготы точек M и N, то сближение меридианов

$$\gamma' = \Delta\lambda' \sin\varphi,$$

где $\Delta\lambda$ — разность долгот меридианов, проходящих через точки M и N; φ — средняя широта ориентируемой линии.

На территории нашей страны, особенно в северных широтах, величина сближения меридианов достигает более минуты на 1 км дуги параллели. Поэтому угол γ должен приниматься в расчет в большинстве случаев геодезической практики.

§ 11. Ориентирование линий относительно оси *Ox* зональной системы плоских прямоугольных координат

Дирекционный угол. При изображении земной поверхности в проекции Гаусса – Крюгера для ориентирования линий в пределах каждой зоны за исходное направление принимают осевой меридиан, т. е. **ось** *Ox*.

Угол, отсчитываемый по ходу часовой стрелки от северного направления осевого меридиана, т. е. оси Ox, либо линии, ей параллельной, до данного направления, называется **дирекционным углом** α (рис. 10, *а*).

Дирекционные углы, как и азимуты линий, изменяются от 0° до 360°. Дирекционный угол направления *AB* называется *прямым* и соответственно направления *BA* — *обратным*. Из рис. 10, *а* следует, что

$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^\circ,$$

или в общем случае $\alpha_{обр} = \alpha_{пр} \pm 180^\circ$, т. е. *обратный дирекционный угол направления равен прямому дирекционному углу этого направления плюс (минус) 180°*.

В отличие от азимутов дирекционный угол линии в любой ее точке сохраняет свою величину. Поэтому предпочтительно во всех возможных случаях производства геодезических и землеустроительных работ ориентирование линий осуществлять с помощью дирекционных углов.

Понятие о сближении меридианов в зональной системе плоских прямоугольных координат. Дирекционный угол какого-либо направления не может быть измерен непосредственно на местности, однако его можно вычислить, если измерен истинный азимут данного направления.

В пределах зоны направления оси *Ox* и истинного меридиана совпадают лишь для точек, находящихся на осевом меридиане (см. рис. 10, *а*). В этом случае дирекционный угол α линии *AB* в точке *K* равен азимуту *A*. Для всех других точек линии истинный меридиан не совпадает с направлением, параллельным оси *Ox*, и поэтому в этих точках истинные азимуты направления не равны дирекционному углу.

Угол γ между северным направлением истинного меридиана и линией, параллельной осевому меридиану (оси *Ox*), ***есть сближение меридианов***.

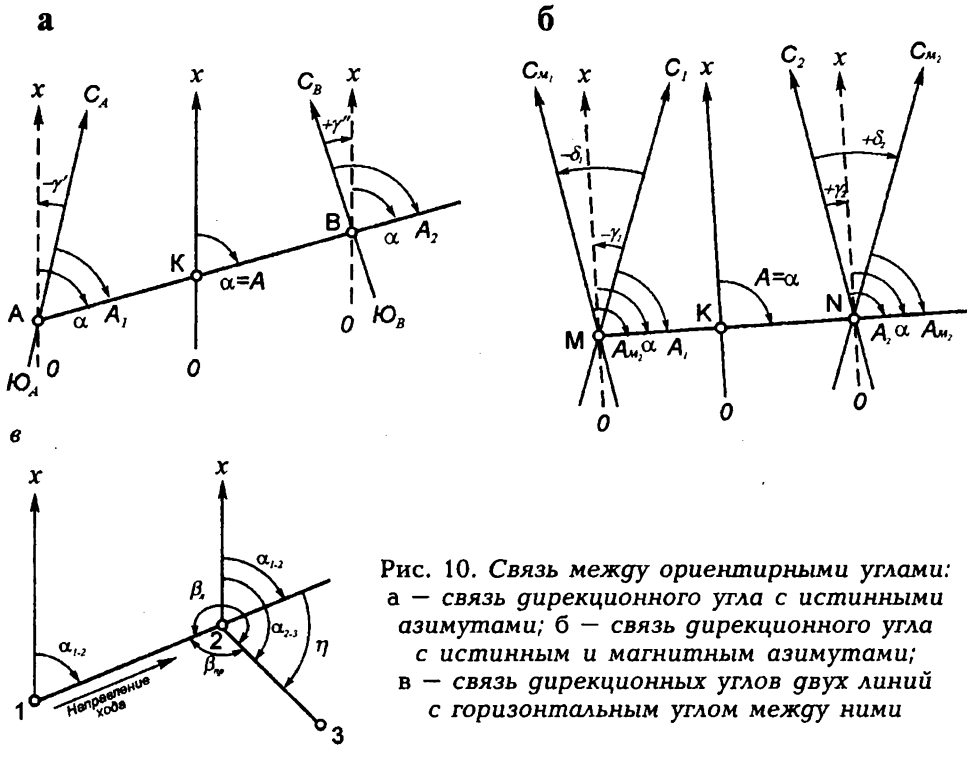


Рис. 10. *Связь между ориентирными углами:* а — *связь дирекционного угла с истинными азимутами;* б — *связь дирекционного угла с истинным и магнитным азимутами;* в — *связь дирекционных углов двух линий с горизонтальным углом между ними*

Сближение меридианов отсчитывается от истинного меридиана и может быть восточным (со знаком «плюс»), если линия расположена в восточной части зоны, и западным (со знаком «минус»), если точка расположена в западной части зоны.

На основе рис. 10, *а* установим связь дирекционного угла α с истинными азимутами A_1 и A_2 линии *AB*:

в точке *A* $\alpha = A_1 - (-\gamma')$;

в точке *B* $\alpha = A_1 - (-\gamma'')$.

Тогда в общем виде можно записать

$$\alpha = A - \gamma, \qquad (6)$$

т. е. *дирекционный угол направления равен истинному азимуту минус сближение меридианов (со своим знаком).*

Связь дирекционных углов с истинным и магнитным азимутами. Пусть *Ox* (рис. 10, *б*) — направление осевого меридиана зоны, в пределах которой располагаются точки *M* и *N* линии *MN*. Проведем через точки *M* и *N* направления истинных и магнитных меридианов и введем соответствующие обозначения ориентирных углов, сближений меридианов и склонений магнитной стрелки (см. рис. 10, *б*). Тогда с учетом знаков склонения магнитной стрелки и сближения меридианов в соответствующих точках связь дирекционного угла с истинным и магнитным азимутами направления *MN* определится выражениями:

в точке M

$$\alpha = A_{м_1} - \delta_1 + \gamma_1 = A_{м_1} + (-\delta_1) - (-\gamma_1);$$

в точке N

$$\alpha = A_{м_2} + \delta_2 - \gamma_2 = A_{м_2} + (+\delta_2) - (+\gamma_2).$$

Обобщая эти выражения, получим

$$\alpha = A_м + \delta - \gamma. \qquad (7)$$

Формулу (7) можно записать в виде

$$\alpha = A_м + П,$$

где $П = \delta - \gamma$ — суммарная поправка за склонение магнитной стрелки и сближение меридианов со своими знаками.

Зная значения одного из ориентирных углов, сближение меридианов и склонение магнитной стрелки, по формулам (4), (5) и (6) можно рассчитать значения других ориентирных углов.

Связь дирекционных углов двух линий с горизонтальным углом между ними. Пусть две линии *1—2* и *2—3* образуют между собой угол $\beta_{пр}$ (рис. 10, *в*), лежащий справа по ходу. Если известны дирекционный угол стороны *1—2* и горизонтальный угол $\beta_{пр}$, то можно рассчитать дирекционный угол последующей стороны α_{2-3}.

Согласно обозначениям рис. 10, *в*

$$\alpha_{2-3} = \alpha_{1-2} + \eta,$$

где $\eta = 180^\circ - \beta_{пр}$.

Тогда

$$\alpha_{2-3} = \alpha_{1-2} + 180^\circ - \beta_{пр}. \qquad (8)$$

Если известен горизонтальный угол $\beta_л$, лежащий слева по ходу полигона, то дирекционный угол α_{2-3} определится:

$$\alpha_{2-3} = \alpha_{1-3} + \eta,$$

где $\eta = \beta_л - 180^\circ$;

отсюда

$$\alpha_{2-3} = \alpha_{1-2} - 180^\circ + \beta_л. \qquad (9)$$

Полученные для конкретного случая формулы (8) и (9) справедливы для определения дирекционного угла любой последующей стороны. Тогда для общего случая можно записать:

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + 180^\circ - \beta_{пр};$$

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} - 180^0 + \beta_л, \qquad (10)$$

т. е. *дирекционный угол последующей стороны равен дирекционному углу предыдущей стороны плюс (или минус) 180° минус правый (или плюс левый) по ходу измеренный горизонтальный угол.*

На основе формул (8) – (10) может быть легко решена *обратная задача — определение горизонтального угла (правого или левого по ходу) между двумя сторонами с известными дирекционными углами.*

§ 12. Румбы и табличные углы

В некоторых случаях геодезической практики ориентирование линий на местности производится с помощью румбов.

***Румбом** называется острый угол, отсчитываемый от ближайшего (северного или южного) направления осевого меридиана до данного направления.* Румб изменяется от 0° до 90° и сопровождается наименованием четверти относительно стран света (рис. 11): I четверть — СВ, II — ЮВ, III — ЮЗ и IV — СЗ. Например, $r_1 = 42°$ запишется как *СВ : 42°*.

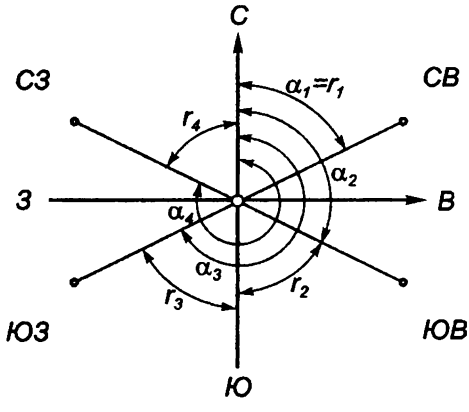


Рис. 11. *Румбы*

В геодезии часто пользуются численными значениями румбов (без указания четвертей), называемыми ***табличными углами***. Соотношения между дирекционными углами (азимутами) и румбами (табличными углами) по четвертям, установленные согласно схеме рис. 11, приведены в табл. 1.

Замена дирекционных углов табличными позволяет правильно пользоваться таблицами натуральных значений тригонометрических функций, которые составлены для углов в пределах от 0° до 90°.

Таблица 1

Соотношения румбов и дирекционных углов

Четверти и их наименования	Значения дирекционных углов	Связь румбов (табличных углов) с дирекционными углами	Знаки приращений координат	
			Δx	Δy
I – СВ	0° – 90°	$r_1 = \alpha_1$	+	+
II – ЮВ	90° – 180°	$r_2 = 180° - \alpha_2$	–	+
III – ЮЗ	180° – 270°	$r_3 = \alpha_3 - 180°$	–	–
IV – СЗ	270° – 360°	$r_4 = 360° - \alpha_4$	+	–

§ 13. Прямая и обратная геодезические задачи

Вычислительная обработка результатов измерений на местности, проводимая при составлении планов, решение ряда землеустроительных задач, подготовка данных для выноса проектов в натуру непосредственно связаны с прямой и обратной геодезическими задачами на координаты.

Прямая геодезическая задача. Сущность данной задачи (рис. 12): по известным координатам точки *1* (x_1, y_1) линии *1–2*, дирекционному углу этой линии α_{1-2} и ее горизонтальному проложению d_{1-2} требуется определить координаты точки *2*.

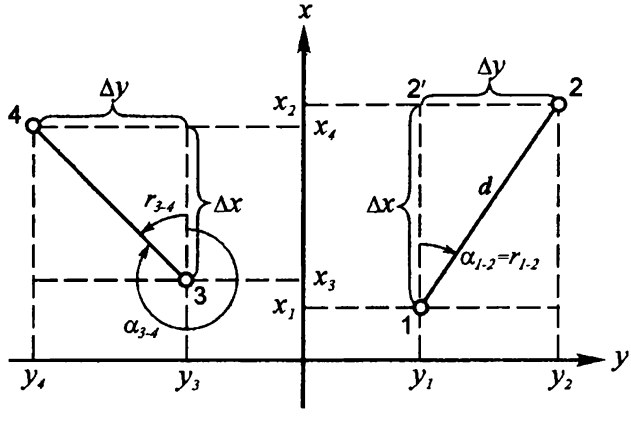


Рис. 12. *Прямая и обратная геодезические задачи*

Проведя через точки *1* и *2* линии, параллельные координатным осям, получим прямоугольный треугольник *1–2′–2*, в котором известны гипотенуза d_{1-2} и острый угол $r = \alpha_{1-2}$. Катеты этого треугольника есть приращения координат Δx и Δy, которые могут быть получены по формулам:

$$\Delta x = d_{1-2}\cos\alpha_{1-2}; \quad \Delta y = d_{1-2}\sin\alpha_{1-2}. \tag{11}$$

Контроль: $d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$.

Следует помнить, что в общем случае знаки приращений координат зависят от четверти, определяемой дирекционным углом заданного направления (см. табл. 1).

Тогда координаты искомой точки *2* определятся по формулам:

$$x_2 = x_1 + \Delta x; \qquad y_2 = y_1 + \Delta y;$$

или

$$x_2 = x_1 + d_{1-2}\cos\alpha_{1-2}; \qquad y_2 = y_1 + d_{1-2}\sin\alpha_{1-2}. \tag{12}$$

Приращения координат и координаты искомой точки вычисляются с точностью, соответствующей точности измерения горизонтальной длины линии.

Обратная геодезическая задача. По известным координатам точек *3*(x_3, y_3) и *4*(x_4, y_4) требуется определить горизонтальное проложение стороны d_{3-4} и дирекционный угол направления α_{3-4}.

Согласно рис. 12 и формулам (11) можно записать

$$\Delta x = x_4 - x_3; \qquad \Delta y = y_4 - y_3. \tag{13}$$

По найденным значениям приращений координат Δx и Δy, решая прямоугольный треугольник, вычисляют табличный угол:

$$tg\, r = \frac{\Delta y}{\Delta x},$$

отсюда

$$r = arctg\left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right|. \qquad (14)$$

По знакам приращений координат Δx и Δy определяют, в какой четверти находится данное направление. Затем, руководствуясь соотношением между табличным и дирекционным углами (см. табл. 1), находят дирекционный угол направления. Например, в рассматриваемом случае знаки приращений координат показывают, что направление *3—4* находится в IV четверти, тогда $\alpha_{3-4} = 360^\circ - r$. Зная дирекционный угол направления и приращения координат, определяют горизонтальное проложение стороны

$$d_{3-4} = \frac{\Delta x}{\cos\alpha_{3-4}} = \frac{\Delta y}{\sin\alpha_{3-4}} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}\,. \qquad (15)$$

По формуле (15) значение горизонтального проложения стороны определяется трижды; сходимость результатов служит надежным контролем решения задачи. Наибольшее внимание при решении обратной задачи следует уделять вычислению приращений координат Δx и Δy.

Глава 5

МАСШТАБЫ. ПЛАН И КАРТА

§ 14. Масштабы и их точность

При составлении планов и карт горизонтальные проекции линий местности уменьшают в определенное число раз в зависимости от требований и точности, предъявляемых к планам и картам.

Степень уменьшения горизонтальных проекций линий местности при изображении их на плане или карте называется ***масштабом.***

Иными словами, *масштаб есть отношение длины отрезка на плане или карте* $d_{пл}$ *к горизонтальной проекции соответствующего отрезка* $d_м$ *на местности, т. е.* $\frac{d_{пл}}{d_м}$ *— масштаб.* Различают численный и графические масштабы.

Численный масштаб — это аликвотная дробь, числитель которой есть единица, а знаменатель — число, показывающее, во сколько раз горизонтальные проекции линий местности уменьшены на плане или карте.

$$\frac{d_{пл}}{d_м} = \frac{1}{d_м : d_{пл}} = \frac{1}{M}, \qquad (16)$$

где M — знаменатель численного масштаба.

Чем больше значение знаменателя численного масштаба M, тем больше степень уменьшения горизонтальных проекций линий местности и тем мельче масштаб плана или карты. Численный масштаб — безразмерная величина, поэтому им можно пользоваться при измерениях в любых линейных мерах.

В геодезии наиболее часто применяются следующие масштабы: 1:500, 1:1000, 1:2000, 1:5000 —для планов и 1: 10 000, 1: 25 000, 1:50 000, 1:100 000, 1:200 000, 1:300 000, 1:500 000, 1:1 000 000 —для карт. Указанные отношения показывают, что горизонтальные проекции линий местности уменьшены на плане соответственно в 500, 1000, 2000 и т. д. раз, т. е. отрезку в 1 см на плане соответствуют на местности длины: 500 см или 5 м; 1000 см или 10 м; 2000 см или 20 м и т. д. На картах ниже подписи численного масштаба (например, 1:10 000) приводится ***именованный*** (*пояснительный*) ***масштаб*** : «в 1 сантиметре 100 м».

С помощью масштабов можно решать следующие задачи.

1. Определение длины отрезка $d_{пл}$ на плане масштаба *1:M* по длине горизонтальной проекции линии на местности $d_м$.

Пусть $d_м$ = 275,5 м, *1:M* = 1:5000.

Из соотношения $\frac{d_{пл}}{d_м} = \frac{1}{M}$ находим $d_{пл} = \frac{d_м}{M} = \frac{27550\,см}{5000} = 5{,}51\,см.$

2. Определение горизонтальной проекции линии местности $d_м$ по длине отрезка $d_{пл}$ на плане масштаба *1:M*.

Пусть $d_{пл}$ = 3,62 см, *1:M* = 1:2000.

Тогда $d_м = d_{пл} \times M$ = 3,62 см × 2000 = 7240 см = 72,4 м.

При большом объеме работ для исключения вычислений в решении указанных задач удобнее пользоваться изображениями масштабов в графическом виде, к которым относятся ***линейный и поперечный (трансверсальный) масштабы.***

Линейный масштаб — *графическое изображение численного масштаба в виде прямой линии с делениями для отсчета расстояний* (рис. 13, *а*).

Для построения линейного масштаба на прямой линии откладывают ряд отрезков одинаковой длины *а* (например, *а* = 2 см), называемой ***основанием линейного масштаба.***

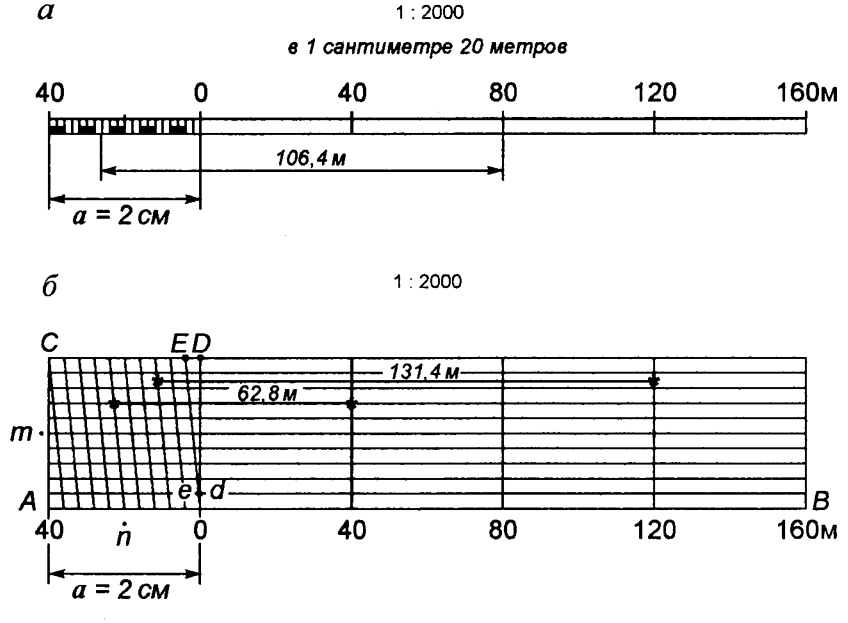


Рис. 13. *Масштабы:*
а — *линейный;* б — *поперечный*

Крайний левый отрезок делят на 10 равных частей и на правом его конце ставят 0, а на левом — число метров (километров), которое на плане соответствует основанию в заданном масштабе. Вправо от нулевого деления масштаба подписывают значения соответствующих расстояний

на местности. Размерность ставится один раз в правом конце линейного масштаба.

На рис. 13, *а* показан линейный масштаб для численного масштаба 1:2000, на котором раствором циркуля-измерителя найден отрезок на плане, соответствующий линии местности $d_м$ = 106,4 м. Десятые доли малого деления оцениваются на глаз. В связи с этим линейный масштаб во многих случаях не позволяет измерять расстояния с необходимой точностью.

Предельная и графическая точности масштабов. При оценке точности нанесения точек на план следует исходить из физиологических возможностей человеческого глаза. Как известно, глаз человека способен отчетливо различать две точки, если они располагаются под углом не менее 60″ к наблюдателю. При меньшем угле зрения глаз воспринимает две точки слившимися в одну. Расстоянию наилучшего зрения, равному 25 см, углу в 60″ соответствует отрезок, равный 0,1 мм. Таков, например, диаметр кружка от укола остро отточенной иглы. Отсюда следует, что на плане (карте) в самом благоприятном случае можно изобразить лишь такие горизонтальные проекции линий местности, которым в данном масштабе соответствует отрезок 0,1 мм и более.

Горизонтальное расстояние на местности, соответствующее в данном масштабе 0,1 мм (0,01см) на плане, называется ***предельной точностью масштаба*** $t_{пред}$, т. е.

$$t_{пред} = \frac{0{,}01\ см \cdot M}{100},\ м. \qquad (17)$$

Практически принимается, что длина отрезка на плане или карте может быть оценена с точностью 0,2 мм.

Горизонтальное расстояние на местности, соответствующее в данном масштабе 0,2 мм (0,02 см) на плане, называется ***графической точностью масштаба*** $t_{граф}$ т. е.

$$t_{граф} = \frac{0{,}02\ см \cdot M}{100},\ м. \qquad (18)$$

Значения предельной и графической точностей различных численных масштабов, найденные по формулам (17) и (18), приведены ниже.

Численные масштабы	1:500	1:1000	1:2000	1:5000	1:10 000	1:25 000
Точность масштаба, м:						
предельная	0,05	0,1	0,2	0,5	1,0	2,5
графическая	0,1	0,2	0,4	1,0	2,0	5,0

Такая точность определения расстояний на плане или карте не может быть достигнута при использовании линейного масштаба. Поэтому для повышения точности измерений расстояний на плане или карте применяют *поперечный* ***(трансверсальный)*** *масштаб.*

Поперечный масштаб является разновидностью линейного масштаба. Для его построения на отрезке прямой *АВ* (рис. 13, *б*) несколько раз откладывают основание масштаба, равное обычно 2 см. В получен-

ных точках восставляют перпендикуляры к линии *AB* произвольной, но равной длины. Два крайних перпендикуляра делят на *m* равных частей и через одноименные точки проводят линии, параллельные прямой *AB*. Левые нижнее *AO* и верхнее *CD* основания делят на *n* равных частей; точку *O* нижнего основания соединяют наклонной линией с первой точкой *E* верхнего основания *CD*, а через все остальные точки проводят линии, параллельные *OE* (***трансверсали***).

Для определения величины наименьшего деления *ed* поперечного масштаба из подобия треугольников *OED* и *Oed* можно записать

$$\frac{ed}{ED}=\frac{Od}{OD},$$

отсюда $ed=\frac{ED\cdot Od}{OD}$.

Поскольку $ED=\frac{a}{n}$, а $Od=\frac{OD}{m}$,

тогда $ed=\frac{a\cdot OD}{m\cdot n\cdot OD}=\frac{a}{m\cdot n}=p$,

где $p = ed$ — наименьшее деление поперечного масштаба.

Если основание поперечного масштаба $a = 2$ *см*, а левое основание и перпендикуляры разделены на 10 частей, т. е. $m \times n = 100$, то имеем *нормальный сотенный поперечный масштаб.* У такого масштаба отрезки между перпендикуляром *OD* и трансверсалью *OE* (см. рис. 13, *б*) составляют сотые доли основания масштаба.

Выразив величину *p* в масштабе плана (карты), получим ***точность поперечного масштаба***

$$t=p_{см}\cdot\frac{M}{100}=\frac{a_{см}}{m\cdot n}\cdot\frac{M}{100},\ м. \qquad (19)$$

Иными словами, ***точностью поперечного масштаба*** *называется горизонтальное расстояние на местности, соответствующее наименьшему делению масштаба.* Например, для масштаба 1:2000

$t=\frac{2\ см}{10\times10}\times\frac{2000}{100}=0{,}4\ м$. Нетрудно убедиться, что для нормального сотенного поперечного масштаба его точность равна графической точности масштаба.

Поперечный масштаб обычно гравируют на металлических пластинках, которые закрепляются на некоторых геодезических приборах (геодезических транспортирах, масштабных линейках, кипрегелях). Оцифровка поперечного масштаба производится так же, как и линейного — в соответствии с численным масштабом. С помощью поперечного масштаба можно решать те же задачи, что и по численному или линейному масштабам.

Каждая линия, откладываемая на плане или карте с помощью поперечного масштаба, слагается из трех частей: *а)* числа целых оснований, взятых от нулевого перпендикуляра до правой ножки циркуля; *б)* числа малых делений (десятых долей основания), взятых от нулевого перпен-

дикуляра до левой ножки циркуля; *в)* сотых долей основания, расположенных между вертикальной линией и трансверсалью. Аналогично можно решить обратную задачу — по длине отрезка на плане или карте определить длину соответствующей линии местности.

Для примера на поперечном масштабе 1: 2000 (см. рис. 13, *б*) показано положение ножек циркуля-измерителя при взятии отрезков длиной 62,8 м и 131,4 м. При пользовании поперечным масштабом необходимо следить, чтобы концы обеих ножек циркуля-измерителя располагались на одной горизонтальной линии масштаба либо в середине между одноименными горизонтальными линиями.

§ 15. Понятие о плане, карте и профиле

Основным итогом топографо-геодезических работ является чертеж земной поверхности, составленный по определенным правилам и отвечающий требованиям инструкции*. Такими чертежами являются план, карта и профиль.

Из приведенного ранее видно, что при изображении небольшого участка земной поверхности (в пределах площади круга радиусом до 10 км) соответствующую ему часть уровенной поверхности можно принять за горизонтальную плоскость. Следовательно, при ортогональном проектировании точек земной поверхности на горизонтальную плоскость проекции линий и углов местности будут получены без искажений. *Чертеж, дающий в уменьшенном и подобном виде изображение горизонтальной проекции небольшого участка местности, в пределах которого кривизна уровенной поверхности не учитывается, называется* ***планом.***

На плане могут изображаться ситуация и рельеф.

Ситуацией местности *называется совокупность контуров и неподвижных местных предметов.* Ситуация на плане представляет собой горизонтальную проекцию контуров и отдельных предметов местности. В геодезии часто используется термин «плановая съемка» применительно к понятию «съемка ситуации».

Рельефом *называется совокупность неровностей земной поверхности естественного происхождения.* Рельеф на плане представляет собой изображение пространственных форм физической поверхности Земли на плоскости.

Если на плане изображается только ситуация, то такой план называется ***ситуационным,*** *или* ***контурным.*** *Если кроме ситуации на плане изображается рельеф, то такой план называется* ***топографическим.***

По плану можно решать различные задачи: измерять расстояния между точками местности, углы между заданными направлениями, площади участков земной поверхности, определять отметки точек, крутизну скатов и т. п. Точность решения указанных задач зависит от масштаба плана.

---

* Инструкция по топографической съемке в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500. — М. : Недра, 1985.

Имея топографический план, можно составить ***профиль***, *т. е. изображение вертикального разреза местности по заданному направлению.* Профиль характеризует рельеф по линии местности. План и профиль служат основными исходными документами при проектировании и строительстве инженерных сооружений.

При изображении значительных территорий земной поверхности возникает необходимость учета кривизны Земли. *Уменьшенное и искаженное из-за кривизны Земли изображение значительных территорий земной поверхности на плоскости, построенное в определенной картографической проекции, называется* ***картой***. При построении карты на плоскости бумаги наносится ***картографическая сетка***, *т. е. сетка меридианов и параллелей*, которая служит основой для нанесения ситуации местности.

План и карта представляют собой уменьшенное изображение на плоскости бумаги проекций участков местности, однако между ними имеются существенные различия.

1. Масштаб в пределах плана есть величина постоянная; на карте масштаб изменяется от точки к точке и по направлениям. Установленный для данной карты масштаб соблюдается только по одному из направлений (по одному меридиану или параллели); этот масштаб называется ***главным***. В остальных частях карты масштабы отличаются от главного и называются ***частными***.

2. Карты выполняются в масштабах 1:10 000, 1:50 000, 1:100 000 и мельче; планы строятся в более крупных масштабах: 1:100, 1:500, 1:1000, 1:2000, 1:5000 и реже 1:10 000.

В зависимости от масштаба карты условно делятся на ***крупномасштабные*** — от 1:10 000 до 1:100 000, ***среднемасштабные*** — от 1:200 000 до 1:1 000 000 и ***мелкомасштабные*** — мельче 1:1 000 000.

Карты масштабов мельче 1:1 000 000 называются ***обзорными***, а масштабов 1:200 000 — 1:1 000 000 — ***обзорно-топографическими***; они составляются по картам более крупных масштабов.

Крупномасштабные карты называются ***топографическими*** и составляются по результатам топографических съемок территорий. Топографические карты имеют многоцелевое назначение и характеризуются детальностью изображения всех элементов местности. Этим они отличаются от карт ***специального назначения***, на которых особо выделяется один или несколько элементов (административные, почвенные, геологические и т. п.), тогда как остальные элементы представлены схематично либо вообще отсутствуют.

§ 16. Номенклатура карт и планов

Карты территории СНГ являются многолистными. Каждый лист карты ограничен меридианами и параллелями, протяженность которых зависит от масштаба карты. Наличие многолистных карт разных масштабов потребовало создания определенной системы учета отдельных листов карт для быстрого их нахождения. *Система обозначения (нумерации) отдельных листов многолистной карты называется* ***номенклатурой***.

В основу номенклатуры карт различных масштабов положена международная разграфка карты масштаба 1:1 000 000. Для получения одного листа карты этого масштаба весь земной шар делят меридианами от Гринвичского меридиана через 6° по долготе на 60 *колонн* (рис. 14), которые нумеруются арабскими цифрами на восток от 180°-градусного

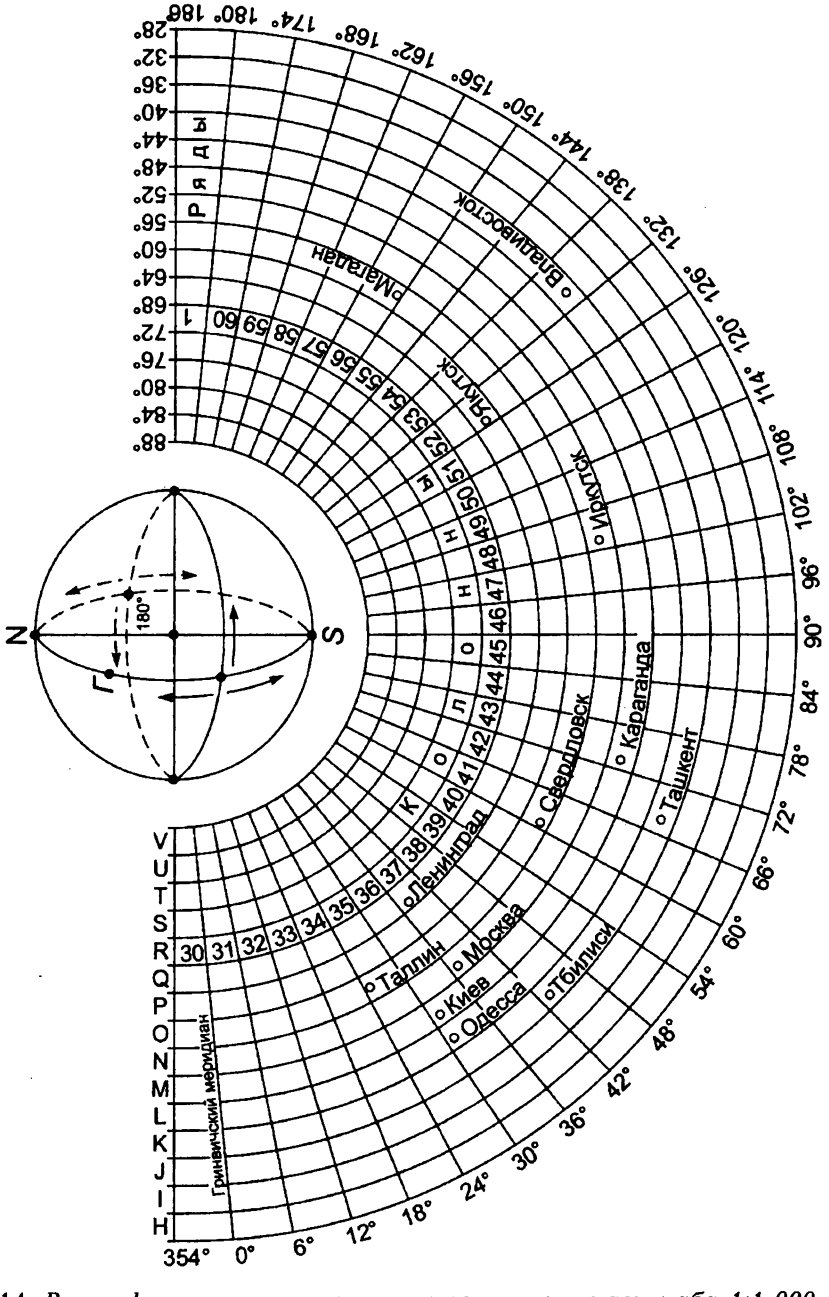


Рис. 14. *Разграфка и номенклатура листов карты масштаба 1:1 000 000*

меридиана. Таким образом, номер колонн отличается от номера 6°-й зоны на 30. Каждая колонна делится параллелями через 4° по широте на *ряды*, обозначаемые прописными буквами латинского алфавита, к северу и югу от экватора. Таким образом, вся поверхность земного шара изображается на 2640 листах, а территория СНГ покрывается примерно 230 листами миллионной карты.

Номенклатура листа масштаба 1:1 000 000 складывается из двух индексов: обозначения ряда и номера колонны. Так, г. Москва расположен на листе *N-37* (см. рис. 14). По международному соглашению номенклатура листов карты масштаба 1:1 000 000 принята единой для всех стран. Для карт других масштабов в разных странах номенклатура может быть различной.

Деление листа карты одного масштаба на листы карты более крупного масштаба называется ***разграфкой*** *карты.* Разграфка листа карты на части предусматривает получение листов карт различных масштабов примерно одинаковых размеров.

В нашей стране лист карты масштаба 1:1 000 000 является исходным для установления номенклатуры листов карт более крупного масштаба.

Для получения карты масштаба 1:500 000 лист карты масштаба 1:1 000 000 делят на 4 части, которые обозначают прописными буквами русского алфавита (рис. 15, *а*). Номенклатура листа карты масштаба 1:500 000 складывается из номенклатуры листа исходного масштаба

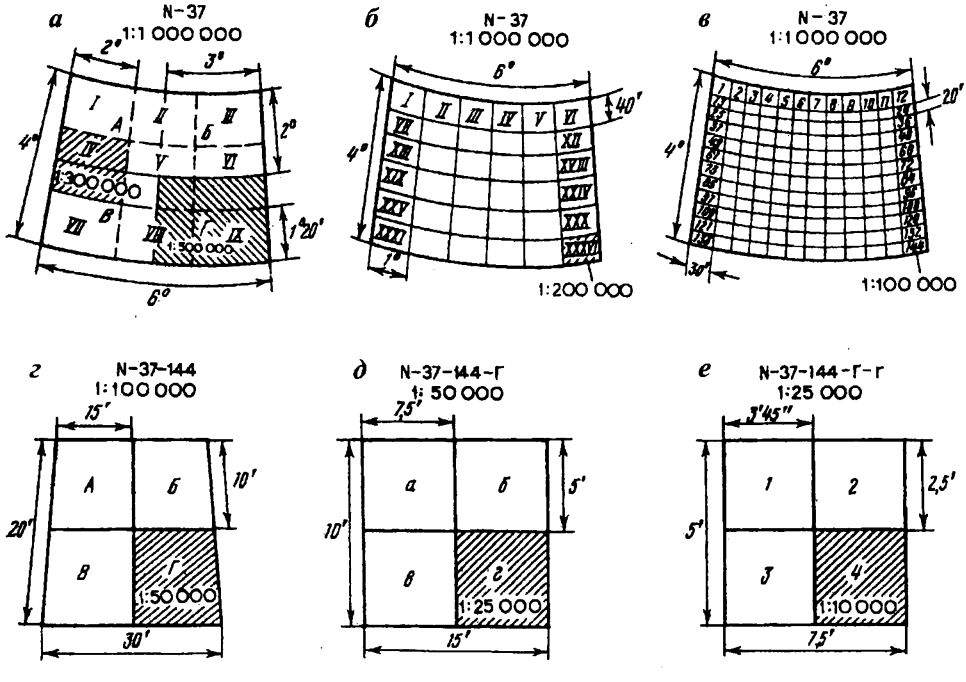


Рис. 15. *Номенклатура листов карты масштаба 1:500 000 — 1:10 000:* а — *1:500 000 и 1:300 000;* б — *1:200 000;* в — *1:100 000;* г — *1:50 000;* д — *1:25 000;* е — *1:10 000*

1:1 000 000 с добавлением индекса листа масштаба 1:500 000, например *N-37-Г*.

В одном листе карты масштаба 1:1 000 000 содержится 9 листов карты масштаба 1:300 000, которые обозначаются римскими цифрами от *I* до *IX*, подписываемыми перед номенклатурой миллионного листа, например *IX-N-37* (см. рис. 15, *а*). Если миллионный лист карты разделить на 36 частей, то каждая часть будет составлять лист карты масштаба 1:200 000. Каждый лист нумеруется римскими цифрами от *I* до *XXXVI*, начиная с северо-западного угла. Номенклатура листа карты масштаба 1:200 000 слагается из номенклатуры миллионного листа с добавлением к ней соответствующей римской цифры, например *N-37-XXXVI* (рис. 15, *б*).

Лист карты масштаба 1:100 000 получается при делении листа карты масштаба 1:1 000 000 на 144 части, которые нумеруются арабскими цифрами от *1* до *144*. Его номенклатура слагается из номенклатуры миллионного листа с добавлением к ней соответствующей арабской цифры, например *N-37-144* (рис. 15, *в*).

Листы карт масштабов от 1:50 000 до 1:10 000 получают последовательным делением листа карты более мелкого предыдущего масштаба на 4 части. Так, если разделить лист карты масштаба 1:100 000 на 4 части, обозначив каждую из них прописными буквами русского алфавита *А, Б, В, Г*, то получим 4 листа карты масштаба 1:50 000. Номенклатура листа *Г* масштаба 1:50 000 будет *N-37-144-Г* (рис. 15, *г*). Лист карты масштаба 1:50 000 делится на 4 листа масштаба 1:25 000, обозначаемые строчными буквами русского алфавита. Например, лист *г* масштаба 1:25 000 имеет номенклатуру *N-37-144-Г-г* (рис. 15, *д*).

Лист карты масштаба 1:25 000 делится на 4 листа масштаба 1:10 000, которые обозначаются арабскими цифрами *1, 2, 3, 4*. Номенклатура листа карты данного масштаба получается добавлением справа к номенклатуре листа карты масштаба 1:25 000 соответствующей арабской цифры; например, лист 4 имеет номенклатуру *N-37-144-Г-г-4* (рис. 15, *е*).

Номенклатура позволяет легко отыскать не только нужный лист карты данного масштаба, но и найти его положение на земном шаре, используя географические координаты (широту и долготу) углов рамок трапеций.

С увеличением широты изображаемой территории листы карт всех масштабов сужаются, оставаясь неизменного размера по направлению с юга на север. Поэтому, начиная с 60°-й параллели листы карты вычерчиваются сдвоенными, а с 76°-й параллели — счетверенными по долготе.

Лист карты масштаба 1:100 000 служит также основой для разграфки и номенклатуры листов планов масштабов 1:5000 и 1:2000 (рис. 16). Одному листу карты масштаба 1:100 000 соответствуют 256 (16 × 16) листов плана масштаба 1:5000, которые обозначаются арабскими цифрами *1, 2, 3, ..., 256*, заключенными в скобки. Например, номенклатура 256-го листа плана масштаба 1:5000 запишется: *N-37-144-(256)* (см. рис. 16, *а*). Одному листу плана масштаба 1:5000 соответствуют 9 листов плана масштаба 1:2000, которые обозначаются строчными буквами русского алфавита от *а* до *и*, также заключенными в скобки.

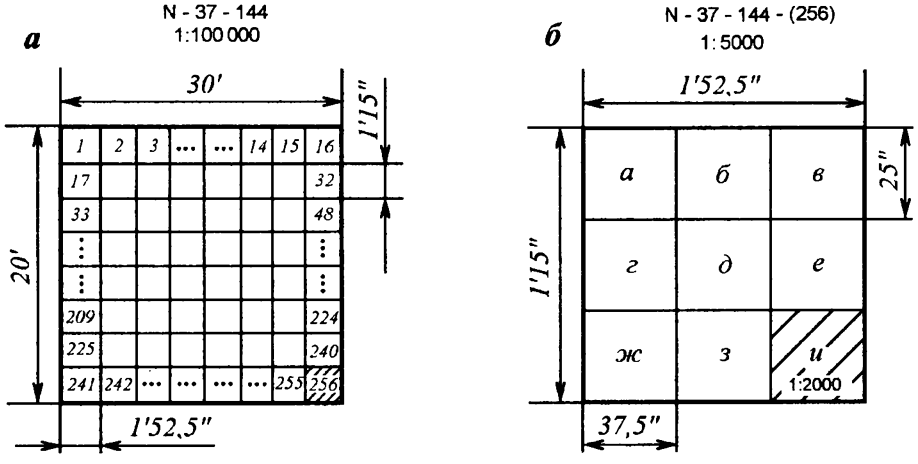


Рис. 16. *Номенклатура листов планов масштабов:*
а — *1:5000;* б — *1:2000*

Тогда номенклатура листа плана масштаба 1:2000 будет: *N-37-144-(256-и)* (рис. 16, *б*).

Согласно инструкции при съемке участков местности площадью менее 20 км^2 допускается применение прямоугольной разграфки планшетов. В основу этой разграфки положен планшет масштаба 1:5000 с размерами рамок 40 × 40 см, обозначаемый арабскими цифрами (рис. 17). Ему соответствуют 4 листа планов масштаба 1:2000, каждый из которых обозначается присоединением к номеру планшета масштаба 1:5000 одной из прописных букв русского алфавита (*А, Б, В, Г*). Листу масштаба 1:2000 соответствуют 4 листа масштаба 1:1000, обозначаемых римскими цифрами (*I, II, III, IV*), и 16 листов масштаба 1:500, обозначаемых арабскими цифрами (*1, 2, 3, ..., 16*). Такая разграфка приводит к образованию планшетов масштабов 1:2000, 1:1000 и 1:500 с размерами 50 × 50 см.

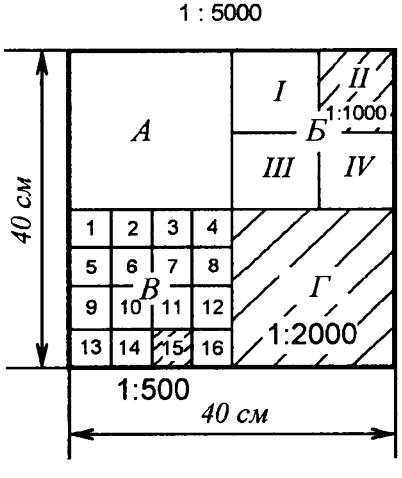


Рис. 17. *Прямоугольная разграфка листа плана масштаба 1:5000*

Номенклатура листов планов масштабов 1:1000 и 1:500 складывается из номенклатуры листа масштаба 1:2000 и соответствующей римской цифры для листа масштаба 1:1000 или арабской цифры для листа масштаба 1:500. Показанные на рис. 17 заштрихованные планшеты масштабов 1:2000, 1:1000 и 1:500 имеют соответственно номенклатуру: *7-Г, 7-Б-II* и *7-В-15*.

§ 17. Условные знаки планов и карт

Важнейшим показателем качества топографических карт и планов наряду с точностью является их наглядность. Она достигается применением условных знаков, с помощью которых на картах и планах изображаются *ситуация* и *рельеф* местности. Условные знаки, изображающие ситуацию местности, подразделяются на площадные, внемасштабные, линейные и пояснительные (рис. 18).

Площадные, *или* ***масштабные***, *условные знаки служат для изображения объектов, занимающих значительную площадь и выражающихся в масштабе карты или плана.* Площадной условный знак состоит из знака границы объекта и заполняющих его знаков или условной окраски. Контур объекта показывается точечным пунктиром (контур леса, луга, болота), сплошной линией (контур водоема, населенного пункта) или условным знаком соответствующей границы (канавы, изгороди). Заполняющие знаки располагаются внутри контура в определенном порядке (произвольно, в шахматном порядке, горизонтальными и вертикальными рядами). Площадные условные знаки позволяют не только найти расположение объекта, но и оценить его линейные размеры, площадь и очертания.

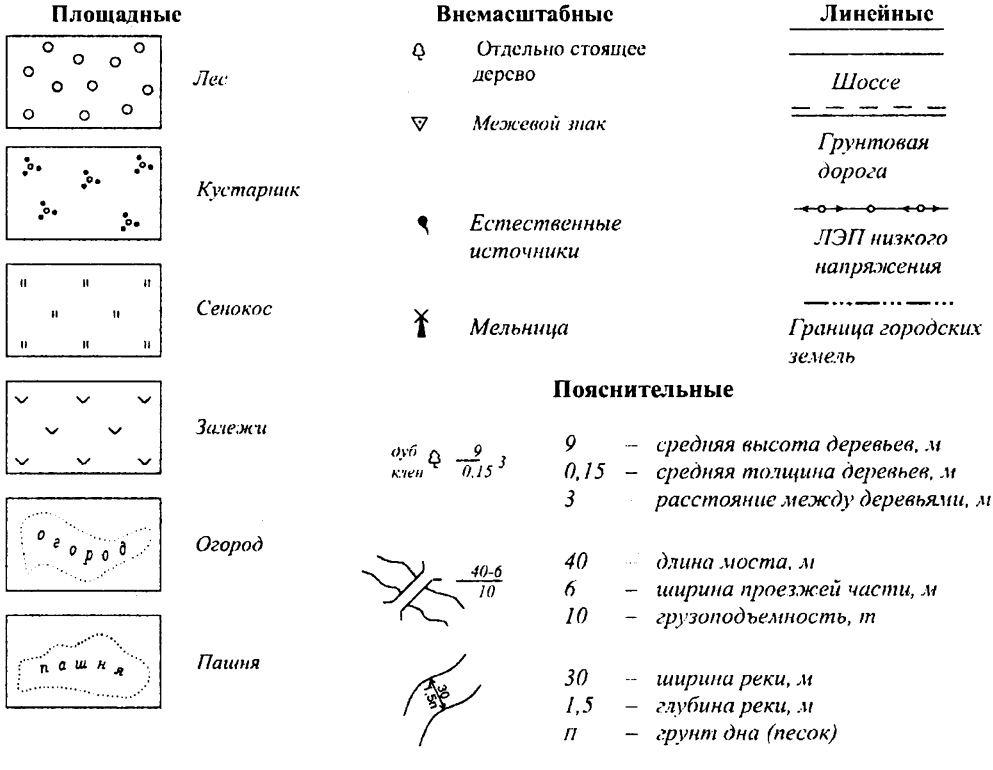


Рис. 18. *Типы условных знаков*

Внемасштабными *называются такие условные знаки, которыми предметы местности изображаются без соблюдения масштаба карты или плана* (например, отдельное дерево, километровый столб, колодец и т. д.). Эти знаки не позволяют судить о размерах изображаемых местных предметов. Положению предмета на местности соответствует определенная точка знака (обычно в центре или в вершине прямого угла у основания знака). Следует учесть, что одни и те же местные предметы на картах или планах крупных масштабов могут быть выражены площадными (масштабными) условными знаками, а на картах мелких масштабов — внемасштабными условными знаками.

Линейными *условными знаками называются знаки, изображающие протяженные объекты на местности*, например железные, автогужевые дороги, ручьи, границы и другие. Они занимают промежуточное положение между масштабными и внемасштабными условными знаками. Длина таких объектов выражается в масштабе карты, а ширина на карте — вне масштаба; обычно она получается больше ширины изображаемого объекта местности, а его положению соответствует продольная ось условного знака.

Пояснительные *условные знаки служат для дополнительной характеристики изображаемых на карте местных предметов*, например: длина, ширина и грузоподъемность моста, ширина и характер покрытия дорог, средняя толщина и высота деревьев в лесу, глубина и характер грунта брода и т. д. Различные надписи и собственные названия объектов на картах также носят пояснительный характер; каждая из них выполняется установленным шрифтом и буквами определенного размера.

Рельеф местности на топографических планах и картах изображается следующими методами: *методами штрихов, отмывки, цветной пластики, отметок или горизонталей*. На картах крупного масштаба и планах рельеф изображается, как правило, методом горизонталей, имеющим значительные преимущества перед всеми остальными методами.

Все условные знаки карт и планов должны обладать наглядностью, выразительностью и легко вычерчиваться. Условные знаки для всех масштабов карт и планов устанавливаются нормативными и инструктивными документами и являются обязательными для всех организаций и ведомств, выполняющих съемочные работы.

Учитывая многообразие сельскохозяйственных угодий и объектов, которое не укладывается в рамки обязательных условных знаков, землеустроительные организации издают дополнительные условные знаки, отражающие специфику сельскохозяйственного производства.

В зависимости от масштаба карт или плана местные предметы показываются с различной подробностью. Так, например, если на плане масштаба 1:2000 в населенном пункте будут показаны не только отдельные дома, но и их форма, то на карте масштаба 1:50 000 — только кварталы, а на карте масштаба 1:1 000 000 весь город обозначится небольшим кружком. Подобное *обобщение элементов ситуации и рельефа при переходе от более крупных масштабов к более мелким называется* ***генерализацией*** *карт.*

Глава 6

РЕЛЬЕФ МЕСТНОСТИ И ЕГО ИЗОБРАЖЕНИЕ НА ТОПОГРАФИЧЕСКИХ КАРТАХ И ПЛАНАХ

Изучение рельефа земной поверхности и способов его отображения на планах и картах имеет большое значение для решения широкого круга задач, связанных с проектированием, строительством и эксплуатацией инженерных сооружений и осуществлением различных землеустроительных мероприятий, направленных на рациональное использование земель.

Наиболее совершенным методом изображения рельефа земной поверхности является метод горизонталей, который является наглядным и дает однозначное пространственное представление о рельефе местности, позволяет быстро и просто получить количественные характеристики рельефа и решать на плане или карте ряд инженерно-технических задач.

§ 18. Сущность изображения рельефа земной поверхности горизонталями

Горизонталью *называется плавная линия на земной поверхности, соединяющая точки с равными высотами.* Термин «*горизонталь*» иногда заменяют термином «*изогипса*», что означает «*линия одинаковых высот*». Понятие о горизонтали можно получить, если представить, что участок физической поверхности Земли сечется рядом горизонтальных плоскостей P_1, P_2, P_3, P_4 и т. д. (рис. 19, *а*), расположенных по вертикали на одинаковом друг от друга расстоянии h. Спроектировав образованные в сечениях линии на горизонтальную плоскость Q, получим ряд замкнутых кривых — горизонталей.

Расстояние h между соседними секущими плоскостями называется ***высотой сечения рельефа.*** Высота сечения рельефа на планах и картах устанавливается в зависимости от характера рельефа местности и масштаба съемки. Чем меньше высота сечения рельефа h, тем подробнее изображается рельеф. По существующим инструкциям для топографических планов и карт различных масштабов приняты определенные сечения рельефа в зависимости от типа рельефа (см. ниже).

Масштаб съемки	**1:500**	**1:1000**	**1:2000**	**1:5000**	**1:10 000**
Высота сечения рельефа, м:					
равнинного и пересеченного . .	0,5	0,5	0,5 – 1,0	1,0 – 2,0	2,0 – 2,5
горного и предгорного	1,0	1,0	2,0	2,0 – 5,0	5,0 – 10,0

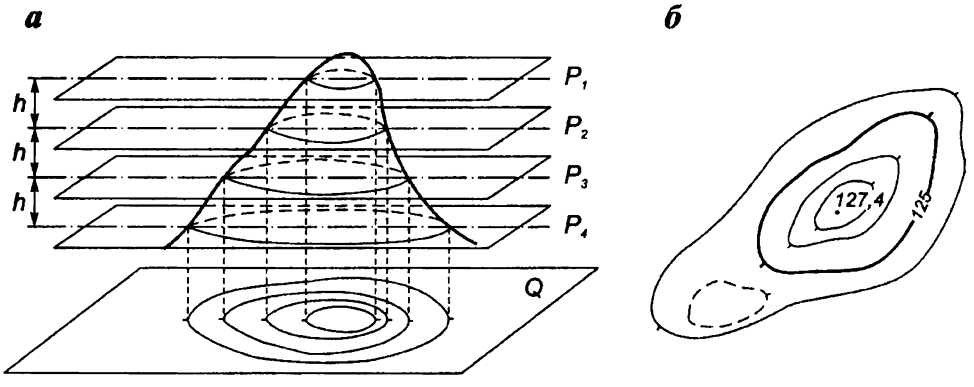


Рис. 19. *Сущность способа горизонталей:*
а — *принцип образования горизонталей;*
б — *горизонтали и полугоризонтали*

Изгибы горизонталей позволяют судить о форме рельефа. Если некоторые мелкие, но важные подробности рельефа невозможно изобразить горизонталями основного сечения, то на карте пунктирными линиями дополнительно проводят *полугоризонтали*, а при необходимости — и *четвертьгоризонтали* (рис. 19, *б*).

Как видно из рис. 19, *а*, крутой склон изображается более частыми горизонталями, пологий — более редкими.

Расстояние между двумя смежными горизонталями в плане называется ***заложением.*** По величинам заложений можно судить о крутизне склонов. Для облегчения чтения рельефа и определения направления скатов перпендикулярно горизонталям ставятся *бергштрихи* (скат-штрихи). Каждая пятая (иногда четвертая) основная горизонталь проводится утолщенной и подписывается в разрыве основанием цифр в сторону падения ската (см. рис. 19, *б*).

На топографических картах горизонталями изображаются формы рельефа, у которых угол наклона ската не превышает 45°. При изображении более крутых скатов пользуются особыми условными знаками. К числу дополнительных знаков при изображении рельефа горизонталями относятся также подписи отметок вершин, глубин и других высот, характеризующих рельеф.

§ 19. Основные формы рельефа

В зависимости от характера рельефа местность делят на равнинную, холмистую и горную. Рельеф местности слагается из различных сочетаний форм земной поверхности, к основным из которых относятся *холм, котловина, хребет, лощина и седловина* (рис. 20).

Холм, гора *— выпуклая конусообразная форма рельефа, возвышающаяся над окружающей местностью* (рис. 20, *а*). Наивысшая точка горы или холма называется *вершиной.* От вершины во все стороны идут *склоны,* или *скаты;* линия перехода скатов в окружающую равнину называет-

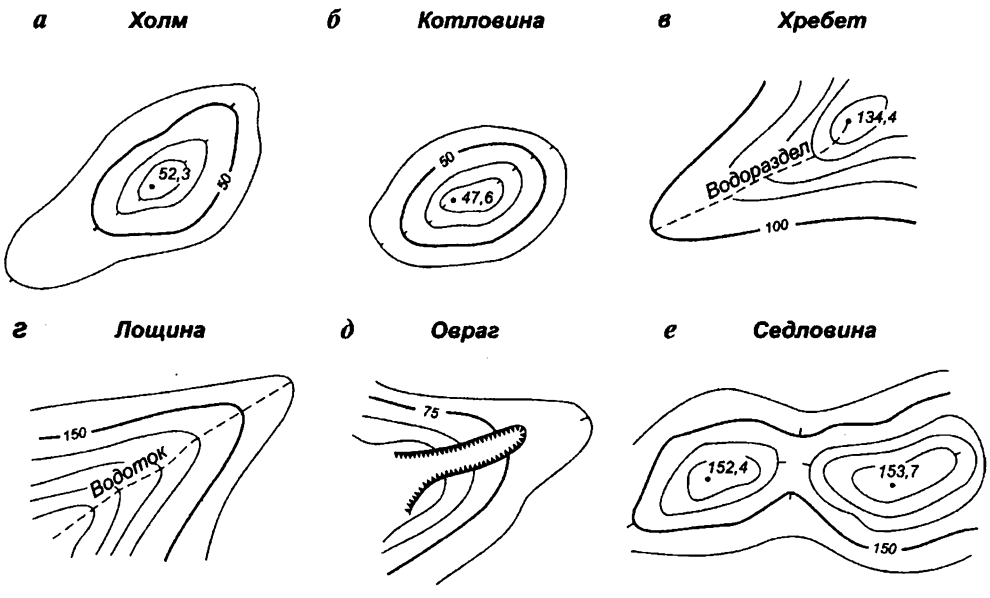


Рис. 20. *Схемы изображения основных форм рельефа горизонталями*

ся *подошвой*. Гора отличается от холма размерами и крутизной скатов; при высоте над окружающей местностью до 200 м подобная форма рельефа с пологими скатами называется *холмом*, а более 200 м с крутыми скатами — *горой*. Горы и холмы изображаются замкнутыми горизонталями с бергштрихами, направленными от вершины к подошве.

Котловина, или впадина, — *противоположная горе (холму) форма рельефа, представляющая чашеобразное углубление земной поверхности* (рис. 20, *б*). Самая низкая точка котловины называется *дном*. Боковая поверхность котловины состоит из скатов; линия их перехода в окружающую местность называется *бровкой*. Котловина, как и гора, изображается замкнутыми горизонталями, однако бергштрихи в этом случае направлены ко дну.

Хребет — *вытянутая и постепенно понижающаяся в одном направлении возвышенность* (рис. 20, *в*). Хребет обычно представляет собой ответвление горы или холма. *Линия, соединяющая самые высокие точки хребта, от которой в противоположные стороны отходят скаты, называется водоразделом*. Хребет изображается выпуклыми горизонталями, направленными выпуклостью в сторону понижения местности.

Лощина — *вытянутое в одном направлении углубление земной поверхности с постепенно понижающимся дном* (рис. 20, *г*). Два ската лощины, сливаясь между собой в самой низкой ее части, образуют линию *водотока (водослива)*, или *тальвег*. Разновидностями лощины являются: *долина* — широкая лощина с пологими скатами; *овраг* (в горной местности — *ущелье*) — узкая лощина с обрывистыми обнаженными скатами; *балка* — заросший травой и кустарником овраг с выположенными обрывами. Лощина изображается вогнутыми горизонталями, направленными вогнутостью в сторону понижения мест-

ности; обрывистые склоны оврага изображаются специальными условными знаками (рис. 20, *д*).

Седловина *— пониженный участок местности, расположенный на хребте между соседними вершинами* (рис. 20, *е*). От седловины берут начало две лощины, распространяющиеся в противоположных направлениях. В горной местности седловины служат путями сообщения между противоположными склонами хребта и называются *перевалами*. Седловина изображается горизонталями, обращенными выпуклостями навстречу друг к другу.

Вершина горы, дно котловины, самая низкая точка седловины и точки перегиба скатов называются **характерными точками рельефа**, а линии водораздела и водотока — **характерными линиями рельефа**.

Разновидностями основных форм рельефа являются: *гребни* — острые части хребта по водоразделу; *террасы* — пологие площадки на крутых скатах. Терраса изображается системой выпуклых и вогнутых горизонталей со значительным промежутком между ними в одном месте.

Все формы рельефа образуются из сочетания наклонных поверхностей — скатов, которые подразделяются на *ровные, выпуклые, вогнутые и смешанные* (рис. 21).

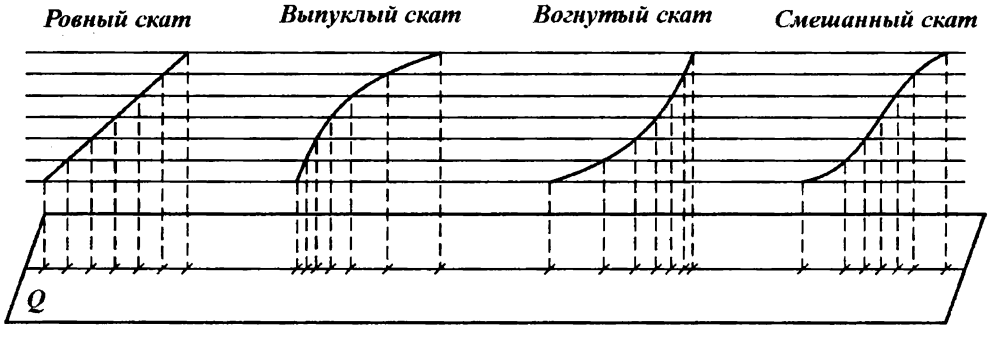


Рис. 21. *Формы скатов*

Как видно из рис. 21, горизонтали, изображающие ровный скат, располагаются на одинаковых расстояниях друг от друга. При выпуклом скате расстояния между горизонталями у подошвы меньше, чем у вершины. При вогнутом скате горизонтали у подошвы отстоят друг от друга на большем расстоянии, чем у вершин. Следовательно, по характеру горизонталей на топографической карте или плане можно установить форму скатов.

§ 20. Свойства горизонталей

Из сущности изображения рельефа горизонталями вытекают следующие основные их свойства.

1. Все точки, лежащие на одной и той же горизонтали, имеют одинаковую высоту.

2. Замкнутые в пределах карты или плана горизонтали обозначают холм или котловину.

3. Горизонтали на плане или карте должны быть непрерывными линиями. Они могут прерываться лишь в оврагах (см. рис. 20, *г*).

4. Горизонтали не могут пересекаться и разветвляться. Исключение может составлять случай, когда горизонталями изображается нависший утес. Поэтому для изображения на картах скал (в том числе и нависших утесов) установлен специальный условный знак.

5. Расстояние между горизонталями в плане (заложение) характеризует ***крутизну ската****, т. е. угол наклона ската к горизонту x.*

Как следует из рис. 22, *б*, угол наклона ν_1 линии местности *AB*, которой соответствует заложение *Ab*, больше угла наклона ν_2 линии *Ac*, заложение которой *Ac* > *Ab*; следовательно, при данной высоте сечения рельефа *h* крутизна линии тем больше, чем меньше ее заложение.

Заложение, нормальное к горизонталям и являющееся кратчайшим, называется ***заложением ската*** (см. рис. 22, *а*). *Заложению Ab = d соответствует линия местности AB наибольшей крутизны,* ***называемая линией ската****,* которая принимается за направление ската в данной точке *A*.

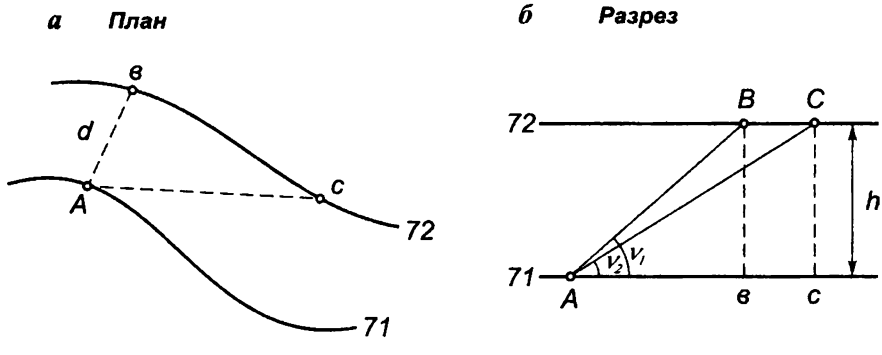


Рис. 22. *Крутизна ската:*
а — *план;* б — *разрез*

Отношение высоты сечения рельефа к заложению называется **уклоном линии ската**.

$$i = tg\nu = \frac{h}{d}. \qquad (20)$$

Уклоны линии выражаются в процентах либо промилле (тысячных долях единицы). Например: h = 1 м, d = 40 м. Тогда

$$i = \frac{1\,м}{40\,м} = 0{,}025 = 25‰ = 2{,}5\%.$$

Определив уклон линии местности, легко найти крутизну ската по данному направлению из выражения

$$\nu = arctg\frac{h}{d}.$$

6. Линии водоразделов и водотоков (водосливов) пересекаются горизонталями под прямыми углами (см. рис. 20, *в*, *г*).

7. Горизонтали имеют отметки, кратные высоте сечения рельефа. Например, при высоте сечения рельефа $h = 1$ м горизонтали будут иметь отметки 120 м; 121 м; 122 м; 123 м и т. д.; при $h = 2{,}5$ м — 120 м; 122,5 м; 125 м, 127,5 м; 130 м и т. д.

При чтении карты или плана, а также при их составлении следует помнить, что все горизонтали, бергштрихи, подписи высот и другие условные знаки, относящиеся к рельефу, изображаются коричневой тушью (сиеной жженой).

§ 21. Проведение горизонталей по отметкам точек

В результате топографической съемки на чертеже получают плановое положение характерных точек рельефа местности с их отметками. На основании отметок этих точек изображается рельеф местности в горизонталях. Для этого, руководствуясь масштабами составляемого плана или карты и характером снимаемой местности, в соответствии с требованиями инструкции выбирают высоту сечения рельефа. Точки, лежащие на одном скате, соединяют прямыми линиями. Затем на каждой линии находят точки, отметки которых кратны высоте сечения рельефа.

Определение положения точек с отметками, кратными высоте сечения рельефа h, называется ***интерполированием горизонталей.*** Интерполирование горизонталей может выполняться аналитическим способом, «на глаз» либо графически.

Аналитическое интерполирование горизонталей рассмотрим на примере, приведенном на рис. 23. При высоте сечения рельефа $h = 1$ м и диапазоне отметок точек A и B от 55,3 до 57,5 м горизонталями должны соединяться точки с отметками 56,0 м и 57,0 м. Расстояние между точками A и B на плане $d = 25{,}0$ мм.

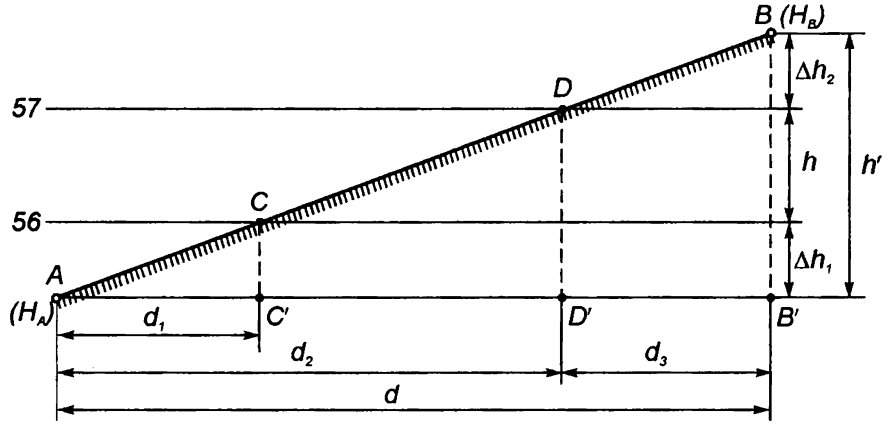


Рис. 23. *Аналитическое интерполирование горизонталей*

На рис. 23 показано: H_A и H_B — отметки точек линии ската AB; h — высота сечения рельефа; h' — разность отметок точек A и B ($h' = 2{,}2$ м); Δh_1 — превышение ближайшей старшей горизонтали с отметкой 56,0 м

над точкой с отметкой $H_A = 55{,}3$ м, т. е. $\Delta h_1 = 0{,}7$ м; Δh_2 — превышение точки B с отметкой $H_B = 57{,}5$ м над ближайшей младшей горизонталью с отметкой 57,0 м, т. е. $\Delta h_2 = 0{,}5$ м.

Решение задачи сводится к нахождению планового положения точек C' и D', для чего необходимо вычислить горизонтальные расстояния d_1, d_2 и d_3. Поскольку эти расстояния пропорциональны соответственно превышениям Δh_1, $\Delta h_1 + h$ и Δh_2, то имеем:

$$d_1 = \frac{d}{h'}\Delta h_1 = \frac{25}{2{,}2} \times 0{,}7 = 8{,}0\,мм;$$

$$d_2 = \frac{d}{h'}(\Delta h_1 + h) = \frac{25}{2{,}2} \times (0{,}7 + 1{,}0) = 19{,}3\,мм;$$

$$d_3 = \frac{d}{h'}\Delta h_2 = \frac{25}{2{,}2} \times 0{,}5 = 5{,}7\,мм.$$

Расстояние d_3 определяется для контроля вычислений: $d_2 + d_3 = d$. В рассмотренном примере 19,3 + 5,7 = 25,0 мм. Отложив на плане от точки A отрезки d_1 и d_2, получают точки C' и D', через которые должны проходить горизонтали с отметками 56,0 и 57,0 м.

Принцип интерполирования горизонталей *«на глаз»* и различными графическими способами основан на изложенной выше идее аналитического интерполирования.

Графическое интерполирование состоит в следующем.

Пусть на линии *1—2* (рис. 24, а) с отметками точек *1* и *2*, соответственно, 48,7 и 51,2 м требуется найти положение точек с отметками, кратными выбранной высоте сечения рельефа $h = 1$ м, т. е. 49, 50 и 51 м.

На листе миллиметровой бумаги через одинаковое расстояние (например, 0,5 или 1,0 см) проводят ряд параллельных линий, которые оцифровываются согласно отметкам точек и принятому сечению рельефа.

Приложив лист миллиметровки к линии *1 — 2*, сносят эти точки согласно их отметкам на миллиметровку. Соединив полученные точки *1* и *2* прямой линией, получают ее профиль. Далее отмечают точки пересечения линии *1' — 2'* профиля с оцифрованными линиями миллиметровки (точки *а, в, с*). Спроектировав эти точки на линию *1 — 2*, получают положение точек, через которые должны проходить горизонтали с отметками 49, 50 и 51 м.

В практике вместо миллиметровки для графического интерполирования часто используют *палетку* — восковку (кальку) с рядом параллельных линий, проведенных через равные промежутки (например, через 0,5 см). Линии оцифровывают согласно выбранной высоте сечения рельефа и отметкам точек плана, между которыми проводится интерполирование. Накладывают палетку, например, на линию *3—4* (рис. 24, *б*) так, чтобы точка *3* оказалась на соответствующей отметке палетки. Затем, прижав палетку в точке *3* иглой, вращают палетку вокруг этой точки до тех пор, пока точка *4* не окажется на соответствующей отметке палетки (рис. 24, *в*). Точки пересечения линии *3 — 4* линиями палетки перекалывают на план и у каждой из точек подписывают соответствующую отметку. Аналогично проводят интерполирование

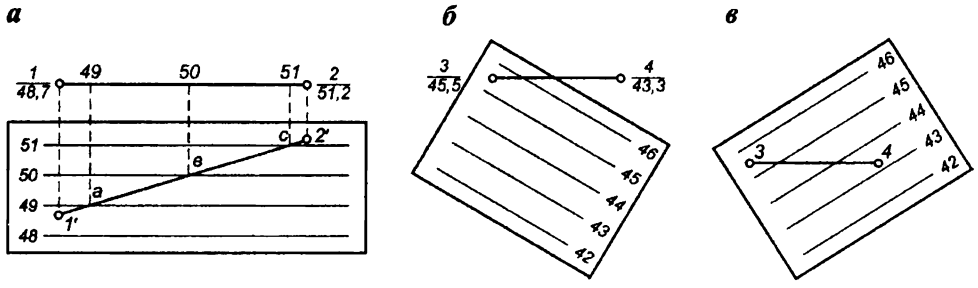


Рис. 24. *Графическое интерполирование горизонталей:*
а — *с помощью миллиметровки;* б, в — *с помощью палетки*

всех других линий. Затем точки на плане с одинаковыми отметками соединяют плавными кривыми линиями и получают изображение рельефа горизонталями.

Интерполирование «на глаз» допускается производить в процессе съемки только при наличии у исполнителя соответствующих профессиональных навыков.

Глава 7

ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ ПО ТОПОГРАФИЧЕСКИМ КАРТАМ И ПЛАНАМ

§ 22. Градусная и километровая сетки карты. Зарамочное оформление

Крупномасштабные и среднемасштабные карты издаются отдельными листами на территорию, ограниченную в зависимости от масштаба определенными размерами по широте и долготе. Северная и южная линии внутренней рамки листа карты являются параллелями, а западная и восточная — меридианами (рис. 25). В углах внутренней рамки листа указываются их широты и долготы.

На отстоянии 0,6 см от внутренней рамки карты проводится *градусная рамка* в виде двойной линии, разделенной по широте и долготе на части, кратные 1'. Минутные интервалы выделяются попеременно черным и белым (незакрашенные части) цветами. Каждый минутный интервал с помощью точек разбит на 10-секундные интервалы. Используя разграфку градусной рамки, на листе карты можно расчертить *градусную сетку* (сеть меридианов и параллелей), позволяющую определять географические (геодезические) координаты *(B, L)* точек карты.

Кроме градусной сетки на карту наносится квадратная координатная сетка зональной системы плоских прямоугольных координат. Стороны квадратов этой сетки обычно выражаются целым числом километров, поэтому ее называют *километровой*.

Линии километровой сетки, проведенные с юга на север, параллельны осевому меридиану зоны (т. е. оси *Ox*), а линии, проходящие с запада на восток, параллельны изображению экватора на плоскости проекции (т. е. оси *Oy*). Подписи горизонтальных линий соответствуют расстоянию в километрах от экватора, а вертикальных — их преобразованным (приведенным) ординатам (первая цифра обозначает номер зоны, а последующие — истинную ординату линии плюс 500 км). С помощью километровой сетки определяются прямоугольные координаты (x, y) точек на карте.

В общем случае на листах карты, не примыкающих к осевому меридиану зоны, вертикальные линии километровой сетки повернуты на запад или восток относительно меридианов градусной сетки на величину сближения меридианов γ. Если лист карты расположен в западной части зоны, то километровая сетка развернута на запад относительно градусной сетки, и наоборот. Например, изображенный на рис. 25 лист карты расположен в западной части зоны, поэтому километровая сетка развернута на запад на угол сближения меридианов $\gamma = 0°27'$.

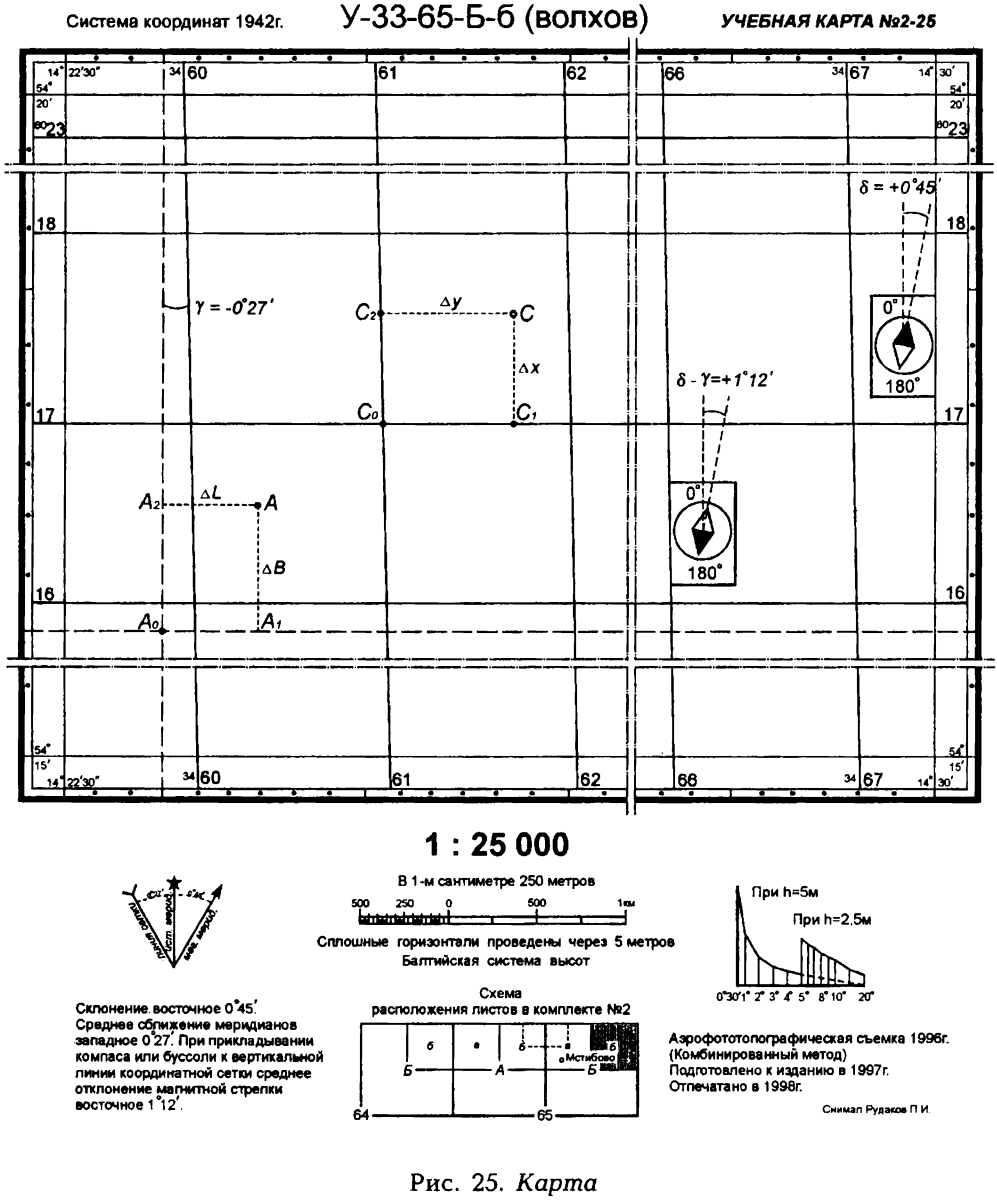


Рис. 25. *Карта*

За градусной рамкой листа карты вычерчивается *оформительская рамка*. Все подписи и графики, расположенные за пределами этой рамки, относятся к *зарамочному оформлению*. Над оформительской рамкой указываются номенклатура листа карты и его название, соответствующее обычно названию наиболее крупного населенного пункта, изображенного на карте. В северо-западном углу листа карты указывается система прямоугольных координат, а в северо-восточном — наименование учреждения (ведомства), выполнившего съемку. В юго-западном углу листа карты приводятся величины склонения магнитной стрелки δ (например, восточное 0°45'), сближения меридианов γ (например, западное 0°27') и суммарной поправки $П = \delta - \gamma$, облегчающие ориентирование карты по компасу. Правее дается схема взаимного расположения вертикальной линии километровой сетки (оси *Ox*), истинного и магнитного меридианов. В южной части листа подписывается численный масштаб карты (например, 1:25 000), именованный масштаб (в 1 см — 250 м) и вычерчивается линейный масштаб. Ниже масштабов указываются высота сечения рельефа (например, «сплошные горизонтали проведены через 5 м») и наименование принятой системы высот. Справа от масштабов приводится график заложений. В юго-восточном углу листа карты указываются метод съемки, год составления и издания карты и производитель работ. К зарамочному оформлению относятся также подписи номенклатуры соседних листов, которые подписываются в разрывах градусной и оформительской рамок в середине каждой стороны, схемы расположения листов в комплекте и некоторые другие пояснительные надписи.

§ 23. Определение координат точек на карте

При решении различных инженерно-технических задач по карте часто возникает необходимость определения географических (геодезических) и прямоугольных координат точек или нанесения точек по известным координатам на карту. Для решения этих вопросов используется градусная и километровая сетка карты.

Определение геодезических координат точки. Для определения геодезических координат (*B, L*) точки *A* (см. рис. 25) на карте проводят ближайшие к данной точке южную параллель и западный меридиан, соединив одноименные минутные деления градусной рамки.

Определяют широту B_0 и долготу L_0 точки A_0 пересечения меридиана и параллели. Через заданную точку *A* проводят линии, параллельные ближайшим меридиану и параллели, и с учетом масштабов минутной рамки измеряют расстояния $AA_1 = \Delta B$ и $AA_2 = \Delta L$. Тогда окончательно геодезические координаты точки определяются так:

$$B_A = B_0 + \Delta B; \qquad L_A = L_0 + \Delta L.$$

Для рассматриваемого примера:

$$B_A = 54^\circ 16' + 18'' = 54^\circ 16' 18''; \quad L_A = 14^\circ 23' + 24'' = 14^\circ 23' 24''.$$

Определение прямоугольных координат точки. Для определения прямоугольных координат (*x, y*) точки C (см. рис. 25), используя оцифровку километровой сетки, находят координаты (x_0, y_0) юго-западного

угла квадрата, в котором находится данная точка. Затем из точки C на стороны квадрата опускают перпендикуляры CC_1, и CC_2, и с учетом масштаба карты определяют их длины: $CC_1 = \Delta x$ и $CC_2 = \Delta y$.

Тогда прямоугольные координаты точки C:

$$x_A = x_0 + \Delta x; \quad y_A = y_0 + \Delta y.$$

В рассматриваемом примере:

$$x_c = 6017 \text{ км} + 0{,}510 \text{ км} = 6017{,}510 \text{ км};$$
$$y_c = 3461 \text{ км} + 0{,}670 \text{ км} = 3461{,}670 \text{ км}.$$

Задача по нанесению на карту точки, заданной геодезическими или прямоугольными координатами, является обратной относительно рассмотренной выше задачи по определению координат точек на карте. Точность решения этих задач зависит от масштаба карты.

§ 24. Ориентирование карты по компасу

Ориентировать карту *— это значит расположить ее так, чтобы направления линий на карте были параллельны направлениям горизонтальных проекций соответствующих линий местности.*

При ориентировании карты с помощью компаса (буссоли) следует помнить, что ось магнитной стрелки прибора устанавливается в направлении магнитного меридиана. На карте же имеются только направления истинных меридианов (западная и восточная линии внутренней рамки) и направления, параллельные оси Ox (вертикальные линии километровой сетки). Следовательно, при ориентировании карты с помощью компаса по истинному меридиану необходимо учитывать склонение магнитной стрелки δ, а по километровой сетке — склонение δ и сближение меридианов γ; при этом удобно пользоваться схемой взаимного расположения вертикальной линии километровой сетки (оси Ox), истинного и магнитного меридианов, приводимой в левом нижнем углу листа карты.

Для ориентирования карты по истинному меридиану компас прикладывают (см. рис. 25) к западной или восточной линии внутренней градусной рамки таким образом, чтобы его диаметр $0-180°$ был параллелен направлению истинного меридиана, а нуль шкалы направлен на север. Вращая карту вместе с компасом в горизонтальной плоскости, добиваются такого положения, когда северный конец стрелки компаса отклонится от нуля на величину угла, равную склонению магнитной стрелки δ; если склонение восточное (см. рис. 25), то магнитная стрелка своим северным концом отклонится от нуля на восток, если западное — на запад.

При ориентировании карты по километровой сетке компас прикладывают к вертикальной линии километровой сетки и, вращая карту с компасом в горизонтальной плоскости, добиваются такого положения, чтобы северный конец стрелки отклонился от нуля на угол, равный суммарной поправке за склонение магнитной стрелки и сближение меридианов, т. е. $П = \delta - \gamma$. В приведенном примере (см. рис. 25) северный конец стрелки компаса должен отклониться на восток на угол $(+0°45') - (-0°27') = +1°12'$.

§ 25. Ориентирование карты или плана по местным предметам

Ориентирование карты по известному направлению. Если на карте и на местности известны направление линейного объекта (например, железной дороги) или две точки (километровый столб и отдельно стоящее дерево), то карта может быть сориентирована по местным предметам (рис. 26).

Для этого на местности становятся на данном направлении (полотно железной дороги) либо в одной из точек (километровый столб) и, приведя карту в горизонтальное положение, совмещают скошенный край *CD* визирной линейки с известным направлением или двумя точками на карте. Затем карту вместе с линейкой поворачивают до тех пор, пока визирное ребро *AB* линейки не совпадет с направлением на местности (железная дорога или километровый столб — дерево). Тогда все линии на карте окажутся параллельными соответствующим горизонтальным проекциям линий местности, следовательно, карта ориентирована.

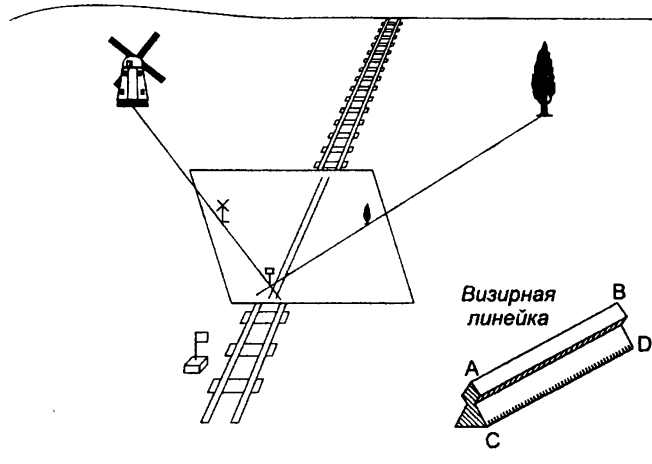


Рис. 26. *Ориентирование карты по местным предметам*

Для ориентирования на местности по плану или карте и движения по заданному азимуту необходимо знать положение точки стояния наблюдателя на плане или карте, которое может быть определено по окружающим предметам, боковой и обратной (способ проф. А.П. Болотова) графическими засечками.

В первом случае точка стояния (например, километровый столб) опознается на карте по взаимному расположению местных предметов (см. рис. 26).

Определение точки стояния наблюдателя боковой засечкой производится по двум хорошо видимым с этой точки предметам местности, изображенным на карте (дерево, мельница), в следующем порядке (рис. 26):

1) на точке стояния ориентируют карту с помощью компаса или по линии местности;

2) не сбивая ориентировки карты, прикладывают визирную линейку скошенным краем к точке ее изображения на карте (дерево);

3) вращая линейку вокруг точки, направляют ее визирное ребро на местный предмет (дерево) и проводят линию вдоль скошенного края линейки *CD*;

4) прикладывают визирную линейку к изображению другого предмета на карте (мельница) и, добившись совмещения визирного ребра с направлением на местный предмет, проводят на карте вторую линию;

5) точка пересечения этих двух линий будет являться точкой стояния наблюдателя.

При определении положения точки стояния данным способом должна быть обеспечена надежная ориентировка и неподвижность карты (плана).

Определение положения точки стояния обратной засечкой по способу А.П. Болотова может быть выполнено при наличии видимости с данной точки на три местных предмета (например, дерево, мельница, сигнал), которые изображены на карте.

Для этого на планшете закрепляют лист кальки (восковки) и в середине листа условно намечают точку стояния *А*. Затем закрепляют планшет в горизонтальном положении и с помощью визирной линейки проводят через намеченную точку три направления на выбранные предметы местности (рис. 27, *а*). Сняв кальку с планшета, накладывают ее на карту так, чтобы все три направления одновременно проходили через соответствующие изображения местных предметов (рис. 27, *б*). Переколов точку *А* на карту, получают изображение точки стояния наблюдателя на карте (плане).

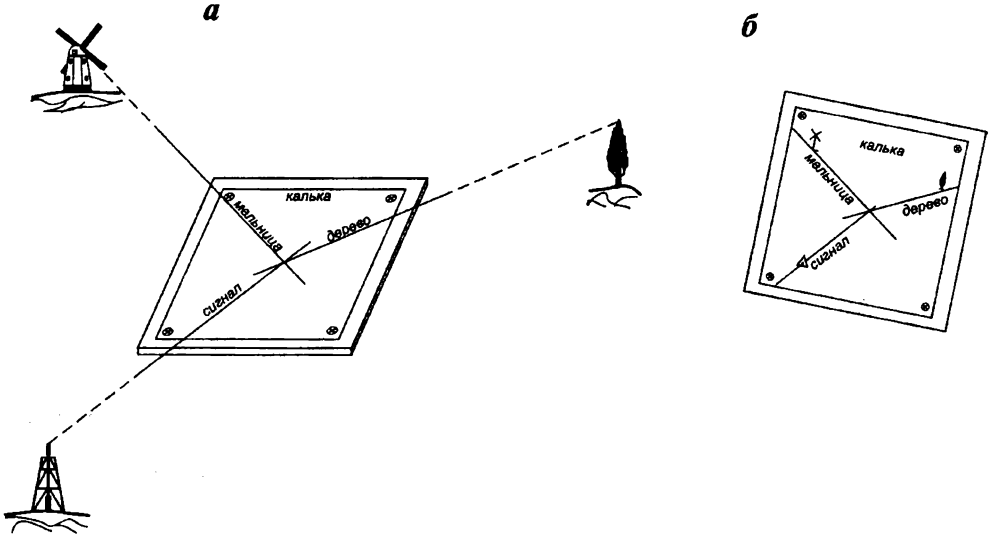


Рис. 27. *Определение положения точки стояния обратной засечкой:*
а — *проведение направлений на предметы местности;*
б — *получение изображения точки стояния на карте*

§ 26. Определение истинного и магнитного азимутов и дирекционного угла направления по карте

Определение ориентирных углов относительно истинного меридиана. Для определения по карте истинного азимута направления, используя минутную разграфку градусной рамки, через начальную его точку *B* проводят истинный меридиан, относительно которого геодезическим транспортиром измеряют величину истинного азимута *A* (рис. 28).

Зная величины склонения магнитной стрелки δ и сближения меридианов γ, можно рассчитать магнитный азимут и дирекционный угол данного направления, исходя из формул (5) и (6):

$$A_м = A - \delta; \qquad \alpha = A - \gamma.$$

Определение ориентирных углов относительно километровой сетки. Для определения по карте дирекционного угла направления *DE* через начальную его точку *D* проводят линию, параллельную оси абсцисс (вертикальной линии километровой сетки), и относительно нее измеряют транспортиром дирекционный угол α_{DE} (см. рис. 28). Дирекционный угол заданной линии можно замерить в любой точке ее пересечения с вертикальной линией километровой сетки.

Графо-аналитический способ определения ориентирных углов. Если известны (либо определены графически) координаты x_1, y_1 и x_2, y_2 начальной и конечной точек линии, то дирекционный угол данного направления может быть рассчитан исходя из выражения:

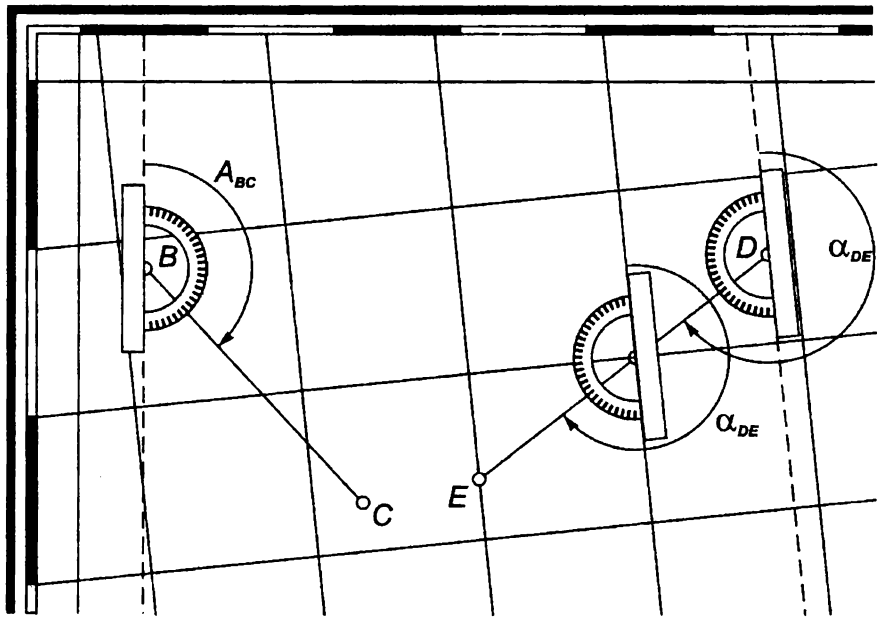


Рис. 28. *Определение истинного азимута и дирекционного угла направления по карте*

$$tg\ \alpha_{1-2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

На практике для решения указанных задач по карте обычно сначала находят дирекционный угол направления, а затем, зная склонение магнитной стрелки δ и сближение меридианов γ, вычисляют истинный и магнитный азимут, исходя из формул (6) и (7):

$$A = \alpha + \gamma;$$

$$A_м = \alpha - \delta + \gamma = \alpha - П.$$

Средние значения δ и γ для данного листа карты приводятся на схеме и в пояснениях в юго-западном углу карты.

§ 27. Решение задач по плану или карте с горизонталями

Определение высот точек по горизонталям. При решении этой задачи возможны три случая.

1 — точка расположена на горизонтали. Отметка точки, расположенной на горизонтали, равна отметке этой горизонтали. Если горизонталь не оцифрована, то ее отметка находится по оцифровке соседних горизонталей с учетом высоты сечения рельефа.

2 — точка расположена между двумя горизонталями. Пусть точка M (рис. 29, *а*), отметку которой требуется определить, расположена между горизонталями с отметками 125 и 130 м.

Через точку M проводят прямую AB как кратчайшее расстояние между горизонталями и на плане измеряют заложение $d = AB$ и отрезок $l = AM$. Как видно из вертикального разреза по линии AB (рис. 29, *б*), величина Δh представляет собой превышение точки M над младшей горизонталью. Из подобия треугольников ABB' и AMM' следует

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{l}{d},\ \text{отсюда}\ \Delta h = \frac{l}{d}h.$$

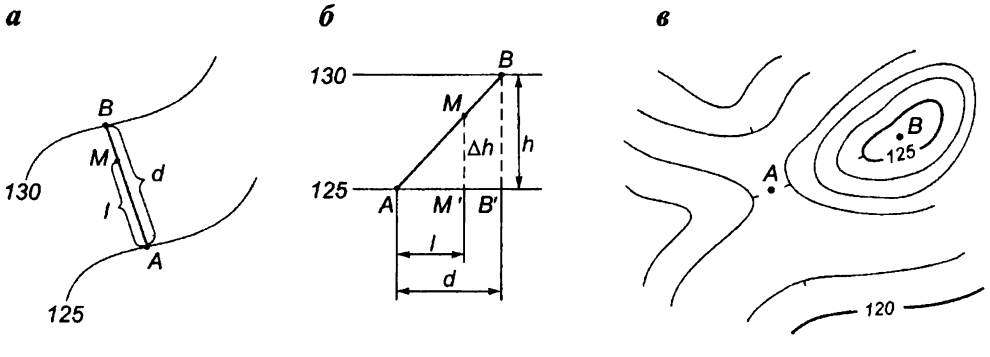


Рис. 29. *Схемы определения отметок точек по горизонталям:*
а, б — *точка расположена между разноименными горизонталями;*
в — *точка расположена между одноименными горизонталями*

Тогда $$H_м = H_A + \Delta h = H_A + \frac{l}{d}h. \quad (21)$$

Для приведенного на рис. 29, *а* примера

$$H_м = 125\,м + \frac{14}{20} \times 5\,м = 128{,}5\,м.$$

3 — точка расположена между одноименными горизонталями. Если точка расположена между горизонталями с одинаковыми отметками (точка *А* на рис. 29, *в*) либо внутри замкнутой горизонтали (точка *В*), то ее отметку можно определить лишь приближенно. При этом считают, что отметка точки меньше или больше высоты этой горизонтали на половину высоты сечения рельефа, т. е. *0,5h* (например, $H_A = 121{,}5$ м, $H_B = 125{,}5$ м). Поэтому отметки характерных точек рельефа (вершина холма, дно котловины и т. п.), полученные из измерений на местности, выписывают на планах и картах.

Определение крутизны скатов и уклонов линий по горизонталям. Графики заложений. Крутизна ската (угол наклона ската) ν и уклон линий i между точками, лежащими на соседних горизонталях, определяются по известной формуле (20):

$$i = tg\nu = \frac{h}{d},$$

отсюда $$\nu = arctg\frac{h}{d},$$

где h — высота сечения рельефа, *м*; d — заложение, *м*.

Чтобы избежать расчетов при определении уклонов и крутизны скатов по плану или карте, на практике пользуются специальными графиками, называемыми *графиками заложений*.

Для построения графика заложений горизонтальную линию делят на равные отрезки произвольной длины и у концов отрезков подписывают значения углов наклона, начиная с 30'. Предельное значение углов на шкале графика назначают в зависимости от максимальной крутизны скатов данного плана или карты. Затем вычисляют заложения, соответствующие каждому значению угла наклона при принятой высоте сечения рельефа, по формуле

$$d = \frac{h}{tg\nu}.$$

Полученные величины заложений, выраженные в масштабе плана (карты), откладывают на перпендикулярах к горизонтальной линии против соответствующих углов наклона. Через полученные точки проводят плавную линию и получают график заложений, называемый в данном случае *графиком крутизны* (рис. 30, *а*).

Если в точках деления горизонтальной линии вместо углов наклона подписаны значения уклонов и на перпендикулярах отложены соответствующие заложения, то получают *график уклонов* (рис. 30, *б*).

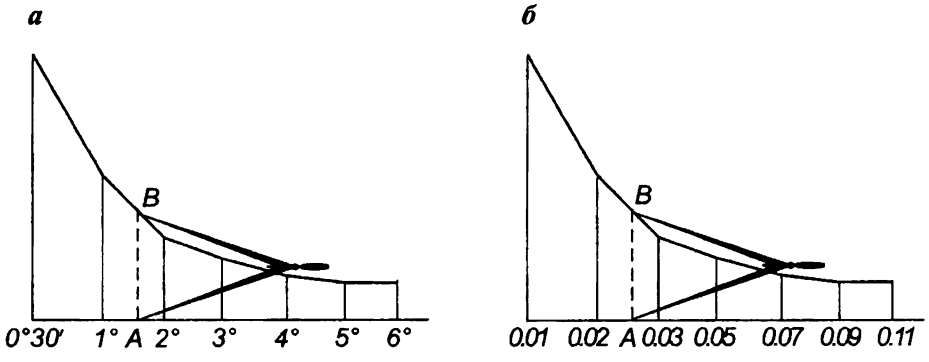


Рис. 30. *Графики заложений:*
а — крутизны; б — уклонов

Для определения крутизны ската или уклона с плана берут в раствор циркуля соответствующее заложение (например, *AB*), переносят его на график заложений (см. рис. 30) так, чтобы отрезок *AB* оказался параллельным линиям графика, а одна ножка циркуля располагалась на горизонтальной линии, другая — на кривой. Значение крутизны или уклона определяют, пользуясь оцифровкой горизонтальной шкалы графика. В рассматриваемом примере крутизна ската $\nu = 1°30'$, а уклон $i = 0{,}026$.

Необходимо помнить, что графики заложений, приводимые за оформительской рамкой, рассчитываются и строятся соответственно сечению рельефа и масштабу данного плана или карты.

Проектирование трассы с заданным уклоном. При проектировании железных и шоссейных дорог, каналов и других протяженных объектов возникает необходимость наметить на карте (плане) трассу будущего сооружения с заданным уклоном.

Пусть на плане масштаба 1: 10 000 требуется наметить трассу шоссейной дороги между точками *M* и *N*, чтобы уклон ее во всех частях не превышал $i_{пр} = 0{,}05$ (рис. 31). Высота сечения рельефа на плане $h = 5$ *м*.

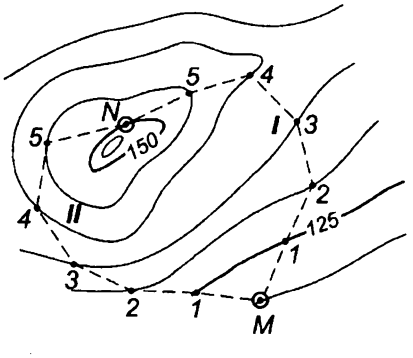


Рис. 31. *Схема проектирования трассы с заданным уклоном*

Для решения задачи рассчитывают заложение, соответствующее заданному уклону *i* и высоте сечения рельефа *h*, как

$$d = \frac{h}{i_{пр}} = \frac{5\,м}{0{,}05} = 100\,м$$

и выражают его в масштабе плана

$$d' = \frac{d,\,м \times 100}{M} = \frac{100\,м \times 100}{10\,000} = 1\,см,$$

где M — знаменатель численного масштаба плана. Величину заложения d' можно определить также по графику заложений.

Раствором циркуля, равным заложению $d' = 1$ см, из точки M засекают соседнюю горизонталь и получают точку *1*; из точки *1* тем же раствором засекают следующую горизонталь, получая точку *2*, и т. д. Соединив полученные точки, проводят линию с заданным уклоном.

Если рассчитанное заложение d' окажется меньше расстояния между двумя соседними горизонталями (т. е. уклон ската на данном участке меньше заданного), то участок трассы проводится по кратчайшему расстоянию между ними. При проектировании дорог последнее расценивается как положительный фактор.

Следует сказать, что решение данной задачи позволяет наметить несколько вариантов трассы, из которых выбирается наиболее приемлемый с технико-экономической точки зрения.

Построение профиля местности по заданному направлению. При проектировании инженерных сооружений, а также для определения видимости между точками местности необходимо построение профиля местности по заданному направлению.

Для построения профиля по линии *AB* (рис. 32, *а*) на листе бумаги проводят горизонтальную линию и на ней в масштабе плана последовательно откладывают отрезки *A–1*, *1–2*, *2–3* — отм. 54,5 и т. д. (рис. 32, *б*).

Выбирают условный горизонт таким образом, чтобы его линия не пересекалась с линией профиля (например, *УГ* = 50 м). В каждой из полученных точек восставляют перпендикуляры и на них в принятом вертикальном масштабе откладывают профильные отметки, равные разности абсолютных отметок точек и условного горизонта, т. е.

$$H_{проф} = H_{абс} - УГ.$$

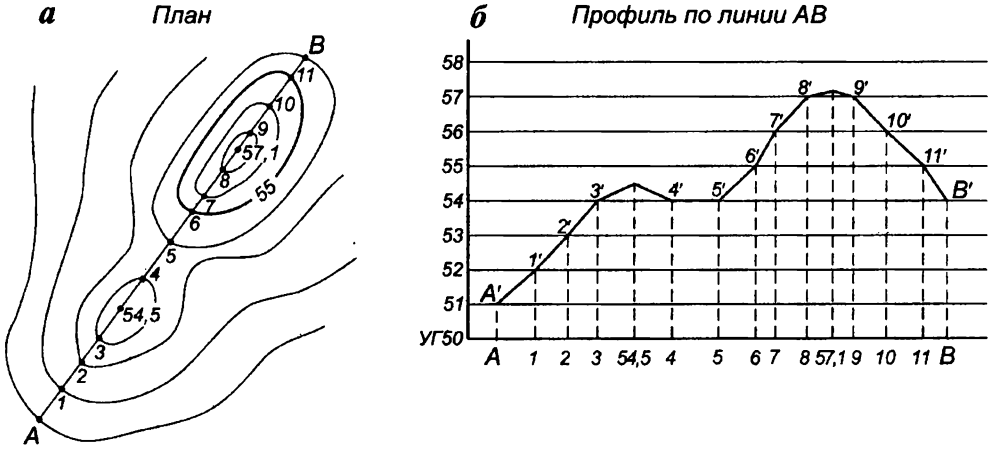


Рис. 32. *Построение профиля местности по заданному направлению*

Соединив полученные точки *A'*, *1'*, *2'* и т. д. плавной кривой, получают профиль местности по линии *AB*. Для большей наглядности вертикальный масштаб профиля обычно принимается в 10 раз крупнее горизонтального масштаба, т. е. масштаба плана.

Определение границы водосборной площади. ***Водосборной площадью,*** *или* ***бассейном,*** *называется участок земной поверхности, с которой вода по условиям рельефа должна стекать в данный водосток* (реку, лощину и т. д.). Оконтуривание водосборной площади проводится с учетом рельефа местности по горизонталям карты (плана).

Границами водосборной площади служат линии водоразделов, пересекающие горизонтали под прямым углом. На рис. 33 линии водоразделов показаны пунктиром.

Зная водосборную площадь, среднегодовое количество осадков, условия испарения и впитывания влаги почвой, можно подсчитать мощность водного потока, которая необходима для расчета мостов, площадок дамб и других гидротехнических сооружений.

Определение объемов земляных тел. Используя план с горизонталями, можно вычислить объемы земляных тел, представляющих собой холмы или горы, либо объемы пространств, образуемых впадиной или котловиной.

Объем пород, заключенных в холме (рис. 34), может быть представлен как сумма объемов, заключенных между соседними горизонталями. Объем каждого пояса определится по приближенной формуле объема усеченного конуса:

для I пояса $V_1 = \frac{S_1 + S_2}{2} h$;

для II пояса $V_2 = \frac{S_2 + S_3}{2} h$ и т. д.,

где h — высота сечения рельефа; S_i, S_{i+1} — площади нижнего и верхнего оснований пояса, ограниченные горизонталями; в зависимости от необходимой точности определяются графически либо с помощью планиметра.

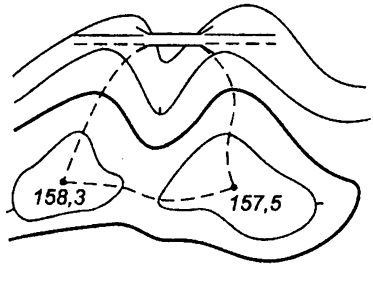


Рис. 33. *Схема определения границы водосборной площади*

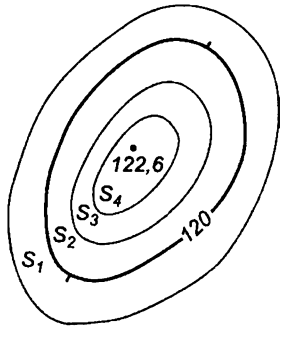


Рис. 34. *Схема определения объемов земляных тел*

Если верхний слой холма имеет форму купола, то его объем определится по приближенной формуле

$$V_в = \frac{1}{2} S_в h',$$

где $S_в$ — площадь основания верхнего слоя; h' — разность отметок горизонтали основания верхнего слоя и вершины холма.

Тогда общий объем холма $V = \sum_{i=1}^{n} V_i$.

Раздел II

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Глава 8

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ИХ ТОЧНОСТЬ

§ 28. Процессы производства геодезических работ

Геодезические работы разделяются на *полевые* и *камеральные*. Главное содержание полевых работ составляет процесс измерений, а камеральных — вычислительный и графический процессы.

Измерительный процесс состоит из геодезических измерений на местности, выполняемых при производстве съемочных работ и решении специальных инженерных задач, например при разбивке сооружений, отводе земельных участков, прокладке трасс и т. п. Объектами геодезических измерений являются горизонтальные и вертикальные углы, наклонные, горизонтальные и вертикальные расстояния. Измерение состоит в сравнении величины измеряемого угла или длины измеряемой линии с другой однородной с ней величиной, принятой за единицу меры, — угловым градусом, метром и т. п.

Для измерения углов и длин линий применяют различные геодезические приборы: теодолиты, тахеометры, нивелиры, кипрегели, оптические и электромагнитные дальномеры, мерные ленты, рулетки, проволоки и др. Результаты измерений заносят в полевые журналы установленной формы или фиксируют в накопителях информации электронных измерительных приборов. При этом зачастую одновременно с измерениями в поле составляют схематические чертежи, называемые *абрисами*.

Геодезические измерения производятся непосредственно на местности в разнообразных физико-географических и климатических условиях, оказывающих влияние на точность выполняемых работ. Поэтому вредные воздействия окружающей среды необходимо исключать или ослаблять путем правильного выбора приборов, методики измерений и порядка производства работ.

Вычислительный процесс заключается в математической обработке результатов измерений. Вычисления выполняются по определенным схемам и установленным правилам, позволяющим быстро находить требуемые результаты и своевременно контролировать правильность их расчетов. Для облегчения вычислений применяют различные вспомогательные средства: таблицы, графики, номограммы, счетно-цифровые машины; в настоящее время для обработки геодезических из-

мерений широко используются электронные микрокалькуляторы и компьютеры.

Графический процесс заключается в составлении на основе результатов измерений и вычислений чертежей с соблюдением установленных обозначений. В геодезии и землеустройстве чертеж служит не иллюстрацией, прилагаемой к какому-либо документу, а является конечной продукцией производства геодезических или землеустроительных работ. На основании его в дальнейшем проводятся расчеты, проектирование и перенесение проектов в натуру. Такой чертеж должен составляться по проверенным и точным данным и обладать высоким качеством графического исполнения.

§ 29. Единицы измерений, применяемые в геодезии

При производстве геодезических измерений находят применение меры длины, площади, массы, температуры, времени, давления, угловые меры и др.

В нашей стране линейные измерения производят в метрической системе мер. За основную единицу измерения длины принят *метр*. Длина метра была определена из результатов градусных измерений французскими учеными Мишеню и Деламбром и в 1799 г. принята условно как 1:40 000 000 Парижского меридиана. На этом основании был изготовлен платиновый жезл соответствующей длины, получивший название «архивный метр». По результатам произведенных впоследствии более точных измерений «*архивный метр*» оказался короче первоначально задуманной величины на 0,21 мм. Однако изменять длину метра сочли нецелесообразным, так как это повлекло бы за собой переделку всех приборов для линейных измерений и перевычисление измеренных ранее расстояний. Поэтому в качестве международного эталона длины за метр была принята длина «архивного метра» при температуре 0°С.

В 1875—1889 гг. из платино-иридиевого сплава был изготовлен 31 жезл, из которых по международному соглашению Россия получила два эталона за номерами 11 и 28. Метр-прототип № 28 хранится во Всесоюзном научно-исследовательском институте метрологии им. Д.И. Менделеева (ВНИИМ) в Санкт-Петербурге и является государственным эталоном длины в нашей стране. Для более надежного хранения установленной длины метра XI Генеральная конференция по мерам и весам в 1960 г. утвердила новый стандарт метра как длину, равную 1 650 763,73 длины волны оранжевой линии спектра излучения в вакууме атома изотопа криптона-86. Этот более стабильный эталон метра 12 января 1968 г. был утвержден Госстандартом СССР в качестве нового государственного эталона.

Для точного определения длин мерных проволок и рулеток в нашей стране изготовлены трехметровые жезлы из инвара (64% железа и 36% никеля), длины которых выверены по государственному эталону (жезл № 28). Для сравнения длин мерных проволок с трехметровыми жезлами в ряде городов установлены стационарные компараторы, из которых наиболее известен компаратор МИИГАиКа (трехметровый жезл № 541).

Один метр (м) содержит 10 *дециметров* (дм), 100 *сантиметров* (см) или 1000 *миллиметров* (мм); одна тысячная доля миллиметра, т. е. миллионная доля метра, называется *микрометром* (мкм).

Единицей измерения плоских углов является *градус*, равный 1/90 части прямого угла; 1° содержит 60′, 1′ — 60″. Значения углов можно выражать также в радианной мере, представляющей отношение длины соответствующей дуги к ее радиусу. Следовательно, окружность длиной $2pR$ содержит $2p$ радиан. Отсюда значения радиана c в градусах, минутах и секундах будут равными:

$$c^\circ = 57{,}3^\circ; \qquad c' = 3438', \qquad c'' = 206265''.$$

Для перевода значения угла из градусной меры в радианную нужно разделить его на радиан:

$$\alpha = \frac{\alpha^\circ}{\rho^\circ} = \frac{\alpha'}{\rho'} = \frac{\alpha''}{\rho''}.$$

При малых значениях углов с достаточной точностью можно считать, что

$$\sin \alpha = tg\ \alpha = \frac{\alpha}{\rho}.$$

В ряде стран (Германия, Франция и др.) при измерении углов применяется также десятичная (метрическая) система угловых мер. В ней прямой угол делится на 100 частей, которые называются *гонами* (ранее их называли *градами*). 1 гон равен 0,9 градуса и содержит 100 *сантигон* (сгон) или 1000 *миллигон* (мгон). Эта система нашла применение в угломерных кругах электронных тахеометров.

Единицей измерения площади является *квадратный метр*; 10 000 $м^2$ = = 1 *гектару* (*га*); 1 000 000 $м^2$ = 100 га = 1 $км^2$.

Единицами измерения времени, массы и температуры являются соответственно *секунда*, международный *килограмм* и *градус* по шкале Цельсия.

Единицей измерения атмосферного давления является *миллиметр ртутного столба* (мм рт. ст.) или *миллибар* (мб). 1мб = 0,750 мм рт. ст. За нормальное давление атмосферы принято давление ртутного столба высотой 760 мм на уровне моря и на географической широте 45° при температуре 0°С. В некоторых типах приборов для измерения атмосферного давления (барометр-анероид и микробарометр) в соответствии с Международной системой единиц (СИ) в качестве единицы измерения принят *паскаль* (Па); 1 мм рт. ст. = 133,322 Па.

За единицу измерения частоты периодических (модулированных) электромагнитных колебаний принят *герц*; 10^6 герц = 1 мегагерц.

§ 30. Понятие о погрешностях измеренных величин и характеристиках точности измерений

Любое геодезическое измерение выполняется при наличии и взаимодействии пяти необходимых факторов: объекта измерений, исполнителя, прибора, метода измерений и внешней среды. Под внешней средой понимается совокупность всех внешних условий измерений:

рельеф и грунт местности, растительный покров, температура, влажность и запыленность воздуха, освещение, ветер, облачность и др. Конкретное содержание этих факторов в процессе измерения определяет так называемые *условия измерения*.

Вследствие непрерывных изменений этих условий результаты любых измерений в той или иной мере сопровождаются *погрешностями*, которые по характеру возникновения и величинам делятся на грубые, систематические и случайные.

Грубые погрешности являются следствием промахов и просчетов наблюдателя в процессе измерений или вычислений либо неисправности применяемых приборов: например, просчет на целое число метров по мерной ленте, на 1° или 10° при измерении углов и т. д. Грубые погрешности выявляются путем повторных измерений и контрольных вычислений.

Систематические погрешности возникают в результате несовершенства применяемых приборов, влияния внешней среды и личных качеств наблюдателя. Они могут быть постоянными по знаку и величине либо входить в результаты измерений по некоторому закону. Влияние систематических погрешностей на результаты измерений сводится к минимуму применением соответствующей методики работ, тщательной поверкой приборов, а также введением поправок в измеренные величины.

Случайные погрешности — это неизбежные погрешности, происходящие из-за несовершенства органов чувств и применяемых приборов, а также изменения внешних условий. Эти погрешности непостоянны по знаку и не могут быть исключены из результатов измерений.

Если исключить из результатов измерений грубые погрешности и свести к минимуму систематические, то случайные погрешности будут определять качество выполненных измерений. Точность измерений характеризуют *погрешностями измерений*.

Погрешностью измерения называется разность между результатом измерения l и истинным значением измеренной величины L:

$$\Delta = l - L. \tag{22}$$

Истинное (абсолютно точное) значение измеряемой величины получить невозможно, даже используя приборы самой высокой точности и самую совершенную методику измерений. Лишь в отдельных случаях может быть известно теоретическое значение величины. Накопление погрешностей приводит к образованию расхождений между результатами измерений и действительными их значениями.

Разность суммы практически измеренных (или вычисленных) величин и теоретического ее значения называется ***невязкой***. Например, теоретическая сумма углов в плоском треугольнике равна 180°, а сумма измеренных углов оказалась равной 180°02′; тогда погрешность суммы измеренных углов составит +0°02′. Эта погрешность будет *угловой невязкой* треугольника.

Одно значение погрешности Δ не может характеризовать точность измерений, поскольку при повторных измерениях будут получены различные значения измеряемой величины l_i, а следовательно, и погрешности Δ_i. Поэтому в качестве обобщенной характеристики точно-

сти многократных измерений величины принимают ***среднюю квадратическую погрешность***, определяемую по формуле Гаусса

$$m = \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \cdots + \Delta_n^2}{n}}, \qquad (23)$$

где n — число измерений.

Погрешности Δ и m называются *абсолютными* и используются для оценки точности измерений, не зависящих от значения измеряемой величины (например, от величины измеряемого угла). Однако абсолютные погрешности не всегда наглядно характеризуют точность измерений, особенно результатов измерений линейных величин, погрешности которых зависят от длин линий. В таких случаях используют понятие *относительной погрешности.*

Относительной погрешностью *называется отношение абсолютной погрешности к измеренной величине.* Она выражается правильной (аликвотной) дробью, числитель которой равен единице. Например, линия длиной $l = 165{,}12$ м измерена с абсолютной погрешностью $m_l = 0{,}11$ м. Тогда относительная погрешность

$$f_{отн} = \frac{m_l}{l} = \frac{1}{l : m_l} = \frac{0{,}11\ м}{165{,}12\ м} = \frac{1}{1500}.$$

Для определения допустимости расхождений между значениями неоднократно измеренной величины либо невязок используют понятие *предельной погрешности.*

Предельной погрешностью *называется такое значение случайной погрешности, появление которого при данных условиях измерений маловероятно.* Установлено, что случайная погрешность измерения может превысить среднюю квадратическую примерно в 32 случаях из 100, удвоенную среднюю квадратическую погрешность — в 4 случаях из 100, утроенную — в 3 случаях из 1000. Следовательно, достаточно маловероятно, что случайная погрешность измерения превысит утроенную среднюю квадратическую. Поэтому при топографо-геодезических работах за предельную допустимую величину погрешности обычно принимают утроенную среднюю квадратическую погрешность, т. е.

$$m_{преД} = 3m.$$

При выполнении особо ответственных измерений предельную допустимую величину погрешности ограничивают величиной

$$m_{преД} = 2m.$$

Величины предельных допустимых погрешностей приводятся в инструкциях по производству геодезических измерений и служат критериями для отбраковки результатов измерений, имеющих погрешности более допустимых. Такие погрешности считают грубыми, и соответствующие измерения должны быть выполнены заново.

Более подробные сведения из теории погрешностей измерений приведены во второй части пособия.

§ 31. Требования к оформлению результатов полевых измерений и их обработке

Все материалы геодезических измерений состоят из полевой документации, а также документации вычислительных и графических работ. Многолетний опыт производства геодезических измерений и их обработки позволил разработать правила ведения этой документации.

Оформление полевых документов. К полевым документам относят материалы поверок геодезических приборов, журналы измерений и бланки специальной формы, абрисы, пикетажные журналы. Вся полевая документация считается действительной только в подлиннике. Она составляется в единственном экземпляре и в случае утраты может быть восстановлена лишь повторными измерениями, что практически не всегда возможно.

Правила ведения полевых журналов сводятся к следующим.

1. Заполнять полевые журналы следует аккуратно, все цифры и буквы должны быть записаны четко и разборчиво.

2. Исправление цифр и их подчистка, а также написание цифры по цифре не допускаются.

3. Ошибочные записи отсчетов зачеркиваются одной чертой и справа указывается «ошибочно» или «описка», а правильные результаты надписываются сверху.

4. Все записи в журналах ведутся простым карандашом средней твердости, чернилами или шариковой ручкой; использование для этого химических или цветных карандашей запрещается.

5. При выполнении каждого вида геодезических съемок записи результатов измерений делают в соответствующих журналах установленной формы. До начала работ страницы журналов пронумеровывают и их число заверяет руководитель работ.

6. В процессе полевых работ страницы с забракованными результатами измерений зачеркивают по диагонали одной чертой, указывают причину брака и номер страницы, содержащей результаты повторных измерений.

7. В каждом журнале на заглавном листе заполняют сведения о геодезическом приборе (марка, номер, средняя квадратическая погрешность измерения), записывают дату и время наблюдений, метеоусловия (погода, видимость и т. п.), фамилии исполнителей, приводят необходимые схемы, формулы и примечания.

8. Журнал должен заполняться таким образом, чтобы другой исполнитель, не участвующий в полевых работах, мог безошибочно выполнить последующую обработку результатов измерений. При заполнении полевых журналов следует придерживаться следующих форм записи:

а) числа в столбцах записываются так, чтобы все цифры соответствующих разрядов располагались одна под другой без смещения.

Пример: **1175,18** 1232,79
234,49, а не 125,15;

б) все результаты измерений, выполненных с одинаковой точностью, записывают с одинаковым числом знаков после запятой.

Пример: **356,24 и 205,60 м** — правильно,
356,24 и 205,6 м — неправильно;

в) значения минут и секунд при угловых измерениях и вычислениях всегда записывают двузначным числом.

Пример: **127°07′ 05″**, а не 127°7′5″;

г) в числовых значениях результатов измерений записывают такое количество цифр, которое позволяет получить отсчетное устройство соответствующего средства измерений. Например, если длина линии измеряется рулеткой с миллиметровыми делениями и отсчитывание проводится с точностью до 1 мм, то отсчет должен быть записан 27,400 м, а не 27,4 м. Или если угломерный прибор позволяет отсчитывать только целые минуты, то отсчет запишется как 47°00′, а не 47° или 47°00′00″.

Понятие о правилах геодезических вычислений. К обработке результатов измерений приступают после проверки всех полевых материалов. При этом следует придерживаться выработанных практикой правил и приемов, соблюдение которых облегчает труд вычислителя и позволяет ему рационально использовать вычислительную технику и вспомогательные средства.

1. Перед началом обработки результатов геодезических измерений следует *разработать подробную вычислительную схему*, в которой указывается последовательность действий, позволяющая получить искомый результат наиболее простым и быстрым путем.

2. С учетом объема вычислительных работ *выбирать наиболее оптимальные средства и способы вычислений*, требующие наименьших затрат при обеспечении необходимой точности.

3. *Точность результатов вычислений не может быть выше точности измерений.* Поэтому заранее следует задаваться достаточной, но не излишней точностью вычислительных действий.

4. При вычислениях *нельзя пользоваться черновиками*, так как переписывание цифрового материала отнимает много времени и часто сопровождается ошибками.

5. Для записей результатов вычислений *рекомендуется использование специальных схем, бланков и ведомостей*, определяющих порядок расчетов и обеспечивающих промежуточный и общий контроль.

6. *Без контроля вычисление не может считаться законченным.* Контроль можно выполнять, используя другой ход (способ) решения задачи либо выполняя повторные вычисления другим исполнителем (в «две руки»).

7. *Вычисления всегда заканчиваются определением погрешностей и обязательным их сравнением с допусками*, предусматриваемыми соответствующими инструкциями.

8. Особые требования при вычислительных работах предъявляются к аккуратности и четкости записи чисел в вычислительных бланках, поскольку небрежности в записях приводят к ошибкам.

Как и в полевых журналах, при записях столбцов чисел в вычислительных схемах цифры одинаковых разрядов следует располагать одна под другой. При этом дробную часть числа отделяют запятой; многоразрядные числа желательно записывать с интервалами, например: 2 560 129,13. Записи вычислений следует вести только чернилами пря-

мым вычислительным шрифтом; ошибочные результаты аккуратно перечеркивать и сверху писать исправленные значения.

При обработке материалов измерений следует знать, с какой точностью должны быть получены результаты вычислений, чтобы не оперировать с излишним числом знаков; если окончательный результат вычисления получается с бóльшим числом знаков, чем это необходимо, то производят округление чисел.

Округление чисел. *Округлить число до n знаков — значит сохранить в нем первые n значащих цифр.*

Значащие цифры *числа — это все его цифры от первой слева, отличной от нуля, до последней записанной цифры справа.* При этом нули справа не считаются значащими цифрами, если они заменяют неизвестные цифры или поставлены вместо других цифр при округлении данного числа.

Например, число 0,027 имеет две значащие цифры, а число 139,030 — шесть значащих цифр.

При округлении чисел следует придерживаться следующих правил.

1. Если первая из отбрасываемых цифр (считая слева направо) меньше 5, то последняя оставляемая цифра сохраняется без изменения.

Например, число 145,873 после округления до пяти значащих цифр будет 145,87.

2. Если первая из отбрасываемых цифр больше 5, то последняя оставляемая цифра увеличивается на единицу.

Например, число 73,5672 после округления его до четырех значащих цифр будет 73,57.

3. Если последней цифрой округляемого числа является цифра 5 и она должна быть отброшена, то предшествующую ей цифру в числе увеличивают на единицу только в том случае, если она нечетная (правило четной цифры).

Например, числа 45,175 и 81,325 после округления до 0,01 будут соответственно 45,18 и 81,32.

Действия с приближенными числами. Результаты геодезических измерений являются числами приближенными. Степень приближения, характеризующая точность измерения, зависит от способа измерения и применяемых приборов.

При действиях с приближенными числами необходимо руководствоваться следующими правилами приближенных вычислений.

1. Чтобы при сложении приближенных чисел получить сумму с n верными (т. е. заслуживающими доверия) десятичными знаками, следует каждое слагаемое округлить до $n+1$-го десятичного знака.

При вычитании, когда уменьшаемое значительно превосходит вычитаемое, к числу верных знаков разности применяют те же правила, что и для числа верных знаков суммы.

При сложении или вычитании приближенных чисел в результате (в сумме или разности) необходимо оставлять столько десятичных знаков, сколько их дано в числе с наименьшим количеством этих знаков.

Пример:

$135{,}32 + 18{,}537 + 4{,}7183 \approx 135{,}32 + 18{,}537 + 4{,}718 = 158{,}575 \approx 158{,}58;$

$4617{,}77 - 3{,}1182 \approx 4617{,}77 - 3{,}118 = 4614{,}652 \approx 4614{,}65.$

2. При умножении двух приближенных чисел, имеющих поровну значащих цифр, в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их было в каждом из сомножителей.

Пример: $72{,}6 \times 32{,}7 = 2374{,}02 \approx 23{,}7 \times 10^2$.

При умножении двух приближенных чисел с разным числом значащих цифр в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в числе с наименьшим количеством значащих цифр.

Пример: $4{,}248 \times 0{,}55 = 2{,}3364 \approx 2{,}3$.

Для получения произведения с n верными знаками сомножители следует брать с $n+1$ или $n+2$ верными знаками.

3. При делении двух приближенных чисел, имеющих одинаковое число значащих цифр, в частном следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в каждом из данных.

Пример: $4{,}347 : 6{,}173 = 0{,}704\,196 \ldots \approx 0{,}7042$.

При делении двух приближенных чисел, имеющих различное число значащих цифр, в частном следует сохранять столько значащих цифр, сколько их было в числе с меньшим количеством значащих цифр.

Пример: $548{,}4 : 3{,}6 = 152{,}33 \approx 1{,}5 \times 10^2$.

4. При возведении приближенных чисел в степень в результате следует оставлять столько значащих цифр, сколько их содержится в основании степени.

Пример: $12{,}31^2 \approx 151{,}5$; $1{,}42^3 \approx 2{,}86$.

5. При извлечении корня из приближенного числа в результате следует оставлять столько значащих цифр, сколько их имеется в подкоренном числе.

Пример: $\sqrt{61{,}3} \approx 7{,}83$; $\sqrt[3]{229{,}7} \approx 6{,}214$.

6. Если для вычисления искомой величины требуется произвести ряд разных действий, то в этом случае во всех промежуточных результатах следует сохранять на одну цифру больше, чем это указано в правилах 1 — 4, отбрасывая эту цифру только в окончательном результате.

7. Если некоторые величины, участвующие в вычислении, имеют десятичных знаков (при сложении и вычитании) или значащих цифр (при умножении, делении, возведении в степень или извлечении корня) больше, чем другие, то их предварительно округляют, сохраняя лишь одну цифру против числа, заданного с наименьшим числом значащих цифр.

Соблюдение данных правил при вычислениях позволяет обеспечить необходимую точность и повысить производительность вычислительных работ.

Средства вычислений. При обработке результатов геодезических измерений широко используются различные средства вычислений: таблицы, номограммы, логарифмическая (счетная) линейка, микрокалькуляторы, переносные (notebook) и стационарные компьютеры.

Таблицы. До сих пор в практике используются различные таблицы. Они содержат численные значения функций, данных с определенной точностью для последовательно расположенных значений аргументов. Таблицы бывают общие, или математические (таблицы квадратных и кубических корней, натуральных значений тригонометрических функ-

ций, логарифмов и т. п.), и специальные (таблицы превышений, приращений координат, тахеометрические таблицы и т. п.). Общие таблицы пригодны для любых вычислений, а по специальным можно вычислить искомую величину по одной формуле (например, поправку за наклон, поправку за температуру и др.).

При нахождении значений тригонометрических функций и логарифмических вычислениях следует пользоваться таблицами с количеством знаков, обеспечивающих заданную точность. При решении задач, связанных с отысканием по таблицам величин углов по значениям их функций, для определения угла следует:

а) по *sin a* и *cos a* использовать функцию, меньшую по абсолютному значению;

б) по *tg a* и *ctg a*, *sec a* и *cosec a* использовать функцию, большую по абсолютному значению.

Во всех случаях второе определение будет менее точным, чем первое, и используется для контроля.

Номограмма представляет собой чертеж, на котором изображена функциональная зависимость между переменными, входящими в данную математическую формулу. Номограммы играют роль специальных приспособлений, позволяющих без вычислений определять численное значение одной переменной по значениям других переменных. Они могут использоваться для вычисления величин, содержащих не более трех значащих цифр.

Логарифмическая линейка используется для приближенных контрольных подсчетов, а также для расчета поправок, величины которых содержат не более трех значащих цифр.

Калькуляторы являются одним из самых главных средств при расчетах как в полевых, так и в камеральных условиях. По количеству производимых операций калькуляторы подразделяются на следующие типы:

а) простые — с арифметическим объемом операций;

б) инженерные — имеющие встроенные функции (*sin, cos, tg, log, ln, exp* и др.) и позволяющие производить достаточно сложные расчеты;

в) программируемые — позволяющие производить расчеты без промежуточных вычислений.

В настоящее время из счетных машин индивидуального пользования наибольшее распространение получили ***микрокалькуляторы*** типов «Электроника» и др. Они практически обеспечивают возможность решения многих геодезических задач без привлечения других вычислительных средств. Они отличаются малыми габаритами и сравнительно большим числом производимых математических операций, работают как от электросети, так и от батарей миниатюрных аккумуляторов, которые при необходимости могут подзаряжаться, обеспечивая автономную работу микрокалькулятора в течение нескольких часов. Это позволяет успешно использовать микрокалькуляторы и в полевых условиях.

Единственным недостатком микрокалькуляторов является их небольшой объем памяти.

Компьютерная техника является наиболее высокоэффективным средством обработки геодезических измерений. На современном этапе

как геодезическое, так и землеустроительное производство основано на применении этих устройств.

Все современные электронные геодезические инструменты имеют встроенные калькуляторы программируемого типа и снабжены электронными накопителями информации. Практически все результаты измерений хранятся на специальных дискетах в виде файлов или впрямую передаются на вычислительное устройство — *компьютер или ноутбук (notebook)* — переносной компьютер.

Для ввода в дальнейшем обрабатываемой картографической информации (карт и планов) используются специальные приборы: *дигитайзеры,* поточечно фиксирующие графические изображения, и *сканеры,* передающие фотографическое изображение объектов.

Камеральная обработка результатов проводится, как правило, в полуавтоматическом режиме, используя специальное программное обеспечение. Участие инженера-геодезиста в этом случае сводится к выбору того или иного шага компьютерной операции.

Для получения искомой (выводной) информации используются принтеры различных типов (матричные, струйные, лазерные и др.) и плоттеры (или графопостроители)

Все сложные геодезические вычисления, связанные с решением большого числа уравнений, выполняются на электронно-вычислительных машинах. Однако в практической деятельности при выполнении простых вычислений с небольшим количеством цифр нельзя преуменьшать роли устного счета (вычислений в «уме»), позволяющего легко и быстро получить окончательный результат. Для этого нужно научиться устно складывать и вычитать числа, умножать и делить на такие простые числа, как 2, 3, 4 и 5. Устным счетом следует также пользоваться при приближенном контроле вычислений, подставляя в формулы округленные значения исходных данных.

Графические работы. Ценность графических материалов (планов, карт и профилей), являющихся конечным результатом геодезических съемок, в значительной мере определяется не только точностью полевых измерений и правильностью вычислительной их обработки, но и качеством графического исполнения. Графические работы должны выполняться с помощью тщательно проверенных чертежных инструментов: линеек, треугольников, геодезических транспортиров, циркулей-измерителей, остро отточенных карандашей (Т и ТМ) и т. п. Большое влияние на качество и производительность чертежных работ оказывает организация рабочего места. Чертежные работы должны выполняться на листах качественной чертежной бумаги, закрепленных на ровном столе либо на специальной чертежной доске. Составленный карандашный оригинал графического документа после тщательной проверки и корректировки оформляют в туши в соответствии с установленными условными знаками.

Глава 9

УГЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

§ 32. Принцип измерения горизонтальных и вертикальных углов

При геодезических работах широко применяются приборы для измерения горизонтальных и вертикальных углов любой величины.

Если на местности требуется измерить угол между двумя направлениями, то обычно два пункта визирования не находятся в горизонтальной плоскости, проходящей через точку стояния прибора. В геодезии же используются горизонтальные углы, представляющие собой проекции углов на горизонтальную плоскость.

Пусть на местности имеются точки A, B и C (рис. 35), расположенные на разных высотах. Необходимо измерить горизонтальный угол при вершине B. Горизонтальным углом будет угол $abc = \beta$, образованный проекциями ba и bc сторон угла ABC на горизонтальную плоскость Q. Следовательно, горизонтальный угол β есть линейный угол двугранного угла между отвесными проектирующими плоскостями P и P_1, проходящими соответственно через стороны BA и BC угла на местности. Горизонтальному углу β будет равен всякий другой угол, вершина которого находится в любой точке отвесного ребра Bb двугранного угла ABC, а стороны лежат в плоскости, параллельной горизонтальной плоскости Q.

Если в точке b' поместить горизонтально расположенный градуированный круг, центр которого лежит на отвесном ребре Bb, то на нем можно отметить дугу $a'c'$, заключенную между плоскостями двугранного угла. Эта дуга, являясь мерой центрального угла $a'b'c'$, будет также мерой и равного ему угла $abc = \beta$.

Следовательно, для измерения горизонтальных углов на местности угломерный прибор должен иметь следующие принципиальные элементы:

1) ***лимб*** *— градуированный горизонтальный круг, ось которого совпадает с отвесной линией ZZ, служащей осью прибора;*

2) ***коллимационную плоскость*** *— подвижную вертикальную плоскость, проходящую через отвесную линию ZZ (ось прибора) и вращающуюся вокруг нее.*

Последовательно совмещая с помощью визирного приспособления коллимационную плоскость со сторонами двугранного угла, путем взятия отсчетов по лимбу на нем можно отметить начало и конец дуги $a'c'$. Если деления круга оцифрованы по часовой стрелке, то угол β определится как разность отсчетов по лимбу a' и c', т. е. $\beta = a' - c'$.

Изложенный геометрический принцип измерения горизонтального угла осуществляется в угломерном приборе — ***теодолите***.

Вертикальные углы направлений на точку визирования лежат в вертикальной плоскости.

Вертикальные углы, отсчитываемые от отвесной линии ZZ до направлений на точки A и C, называются ***зенитными расстояниями*** z_1 *и* z_2 (см. рис. 35).

При отсчете вертикальных углов от горизонтальных проекций линий до их направлений на местности получают ***углы наклона*** ν_1 и ν_2.

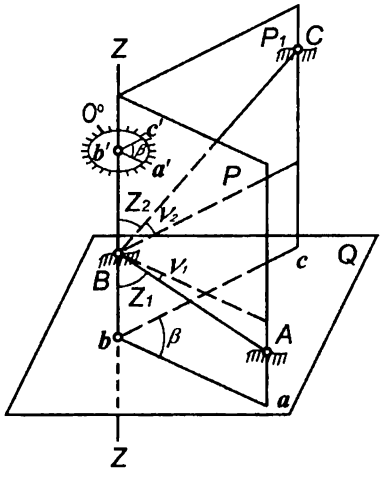


Рис. 35. *Принцип измерения углов*

§ 33. Классификация теодолитов

Существующие типы теодолитов различаются по точности, виду отсчетных устройств, конструкции системы вертикальных осей горизонтального круга и назначению.

В зависимости *от точности измерения горизонтальных углов* теодолиты могут быть разделены на три типа.

1. *Высокоточные* Т05 и Т1, предназначенные для измерения углов в триангуляции и полигонометрии 1-го и 2-го классов.

2. *Точные* Т2 — для измерения углов в триангуляции и полигонометрии 3-го и 4-го классов; Т5 — для измерения углов в триангуляционных сетях и полигонометрии 1-го и 2-го разрядов.

3. *Технические* Т15, Т30 и Т60 — для измерения углов в теодолитных и тахеометрических ходах и съемочных сетях, а также для выполнения разбивочных работ на местности.

В условных обозначениях теодолитов цифра означает среднюю квадратическую погрешность измерения горизонтального угла одним приемом в секундах; для теодолита Т5 $m_в = 5''$, для Т30 $m_в = 30''$ и т. д.

По виду отсчетных устройств различают *верньерные* и *оптические* теодолиты. Отсчетные устройства в виде верньеров использовались в теодолитах с металлическими кругами (ТТ-50, Т-5 и др.). Теодолиты со стеклянными угломерными кругами и оптическими отсчетными устройствами называются *оптическими*; в них с помощью оптической системы изображения горизонтального и вертикального кругов передаются в поле зрения специального микроскопа.

В настоящее время отечественной промышленностью выпускаются только оптические теодолиты. Выпуск теодолитов с металлическими кру-

гами и верньерами прекращен. В последние годы взамен теодолитов серии Т налажен выпуск более совершенных теодолитов унифицированных серий 2Т, 3Т и 4Т (например: 2Т2, 3Т2, 2Т5, 3Т5, 2Т15, 4Т15, 2Т30, 4Т30 и др.).

По конструкции системы вертикальных осей горизонтального круга теодолиты подразделяются на *неповторительные* и *повторительные.*

У *неповторительных* теодолитов лимбы имеют только закрепительные винты либо приспособления для поворота и закрепления его в различных положениях. *Повторительные* теодолиты имеют специальную повторительную систему осей лимба и алидады, позволяющую лимбу совместно с алидадой вращаться вокруг своей оси. Такой теодолит позволяет поочередным вращением алидады несколько раз откладывать (повторять) на лимбе величину измеряемого горизонтального угла, что повышает точность измерений.

По назначению различают следующие типы теодолитов.

1. *Геодезические* (собственно теодолиты) — предназначены для измерения горизонтальных и вертикальных углов.

2. *Тахеометры* — предназначены для измерения горизонтальных и вертикальных углов и определения расстояний с помощью нитяного дальномера или оптическими дальномерными насадками, что позволяет выполнять с их помощью тахеометрическую съемку. Все технические теодолиты (Т15, Т30 и др.) являются тахеометрами.

3. *Теодолиты специального назначения*: астрономические теодолиты (АУ2"/10", АУ2"/2") — предназначены для определения широты, долготы и азимутов на основе астрономических наблюдений; маркшейдерские теодолиты (Т15М, Т30М, 2Т30М) для измерений в подземных горных выработках; специализированные теодолиты — гиротеодолиты, фототеодолиты, лазерные теодолиты, кодовые теодолиты и др.

В инженерной практике наибольшее распространение получили оптические теодолиты типов Т30, Т15 и Т5.

§ 34. Принципиальная схема устройства теодолита

В соответствии с принципом измерения горизонтального и вертикального углов конструкция теодолита должна включать следующие части (рис. 36).

Основной частью теодолита является механическая конструкция, состоящая из *лимба 3* и *алидады 2*, которую обобщенно принято называть *горизонтальным кругом*. В процессе измерения горизонтального угла плоскость лимба должна быть горизонтальной, а его центр — устанавливаться на отвесной линии, проходящей через вершину измеряемого угла.

Отвесная линия ZZ, проходящая через ось вращения алидады горизонтального круга, называется ***осью вращения теодолита.***

Ось вращения теодолита *ZZ* устанавливается в отвесное положение (плоскость лимба — в горизонтальное положение) по *цилиндрическому уровню 9* с помощью *трех подъемных винтов 1 подставки 10*. Лимб и алидада снабжены *зажимными (закрепительными) винтами*, служащими для закрепления их в неподвижном положении, и *наводящими винтами* для их медленного и плавного вращения.

Визирование на наблюдаемые цели осуществляется *зрительной трубой 5*, визирная ось *VV* которой при вращении трубы вокруг горизонтальной оси *HH* образует проектирующую плоскость, называемую *коллимационной*. Зрительная труба соединена с алидадой горизонтального круга с помощью *колонки 4*. На одном из концов оси вращения зрительной трубы закреплен *вертикальный круг 5*, на алидаде *6* которого имеется цилиндрический уровень *7*. Зрительная труба имеет закрепительный и наводящий винты.

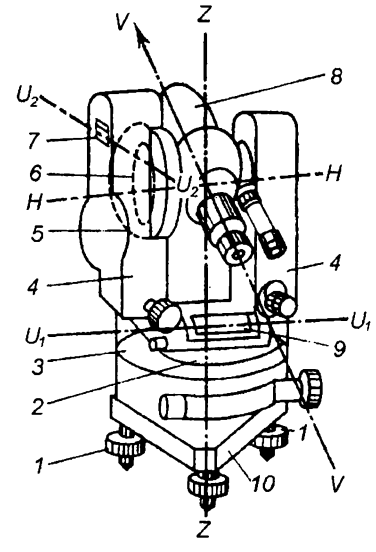


Рис. 36. *Принципиальная схема теодолита*

При измерениях теодолит обычно устанавливается на *штативе*. Штатив состоит из металлической верхней части — головки и трех раздвижных (переменной длины) деревянных ножек. Концы ножек снабжены металлическими острыми наконечниками для вдавливания их в грунт и надежного закрепления штатива над точкой. Теодолит закрепляется на штативе *становым винтом*. К крючку станового винта привязывается нить отвеса, служащая продолжением вертикальной оси вращения прибора *ZZ*. С помощью отвеса теодолит центрируется над точкой, т. е. устанавливается таким образом, чтобы ось вращения прибора проходила через вершину измеряемого угла. Становые винты изготавливаются полыми, что дает возможность использовать для центрирования теодолита над точкой оптические центиры.

Рассмотрим подробнее основные части теодолита.

§ 35. Горизонтальный круг. Отсчетные устройства

Горизонтальный круг теодолита предназначен для измерения горизонтальных углов и состоит из *лимба* и *алидады*. Лимб является основной частью угломерного прибора и в оптических теодолитах представляет собой стеклянное кольцо. На скошенном крае лимба с помощью делительной машины нанесены равные деления.

Величина дуги лимба между двумя ближайшими штрихами называется ***ценой деления лимба***. Цена деления лимба определяется по оцифровке градусных (или градовых) штрихов. Оцифровка лимбов обычно производится по часовой стрелке от 0 до 360°. Лимб закрывается металлическим кожухом, предохраняющим его от механических повреждений, влаги и пыли.

Роль алидады в современных теодолитах выполняют специальные оптические системы, являющиеся отсчетными устройствами (отсчетными индексами). Алидада может вращаться вокруг своей оси совместно с верхней частью теодолита относительно неподвижного лимба; при этом отсчет по горизонтальному кругу изменяется. Если алидада вращается вокруг оси совместно с лимбом (зажимной винт алидады за-

креплен, а лимб — открепален), то отсчет по горизонтальному кругу остается неизменным.

Отсчетом *по угломерному кругу называется угловая величина дуги между нулевым штрихом лимба и индексом алидады.* Штрихи лимба, между которыми оказывается индекс, называются *младшим* и *старшим штрихами.* Для оценки интервала между младшим штрихом лимба и индексом служат отсчетные устройства.

В зависимости от типа и назначения приборов для взятия отсчетов по лимбу применяются верньеры, штриховые (микроскопы-оценщики) и шкаловые микроскопы, оптические микрометры и микроскопы-микрометры. В технических теодолитах старых конструкций с металлическими лимбами в качестве отсчетных устройств использовались верньеры, в оптических теодолитах применяются штриховые и шкаловые микроскопы и реже — микрометры. Принцип действия указанных отсчетных устройств основан на способности глаза с высокой точностью воспринимать совпадение штрихов одной шкалы со штрихами другой, а также оценивать десятые доли промежутка между штрихами.

Микроскоп-оценщик *(штриховой микроскоп) — это отсчетное устройство, в котором интервал между младшим штрихом и индексом оценивается «на глаз» до десятых долей делений лимба* (рис. 37). Изображения шкал и индекс рассматривают через окуляр микроскопа, который располагается рядом с окуляром зрительной трубы.

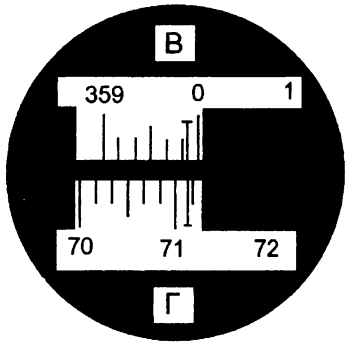


Рис. 37. *Поле зрения отсчетного микроскопа-оценщика теодолита Т30*
Отсчеты: по горизонтальному кругу 71°07'; по вертикальному кругу 359°53'

В теодолите Т30 в поле зрения микроскопа-оценщика строятся одновременно изображения шкал горизонтального и вертикального кругов с общим индексом. Отсчеты берут по одной стороне кругов с точностью до 1′.

Шкаловый микроскоп широко используется в современных технических и точных теодолитах с односторонним отсчитыванием по лимбу. В поле зрения такого микроскопа видны изображения лимба и шкалы, длина которой равна изображению наименьшего (обычно градусного) деления лимба. Индексом для отсчета служит штрих лимба, расположенный в пределах шкалы.

На рис. 38, *а* показано поле зрения шкалового микроскопа теодолитов Т5 и Т15, имеющих шкалы для горизонтального и вертикального кругов, каждая из которых разделена на 60 частей. Поскольку цена деления лимба 1°, одно деление шкалы соответствует 1′. При отсчете по микроскопу десятые доли наименьшего деления шкалы оцениваются на глаз с точностью до 0,1′.

В теодолитах Т15К, 2Т5К, 2Т30 и 4Т30П (рис. 38, *б, в*) отсчеты по горизонтальному кругу производятся по аналогии с предыдущим. Однако

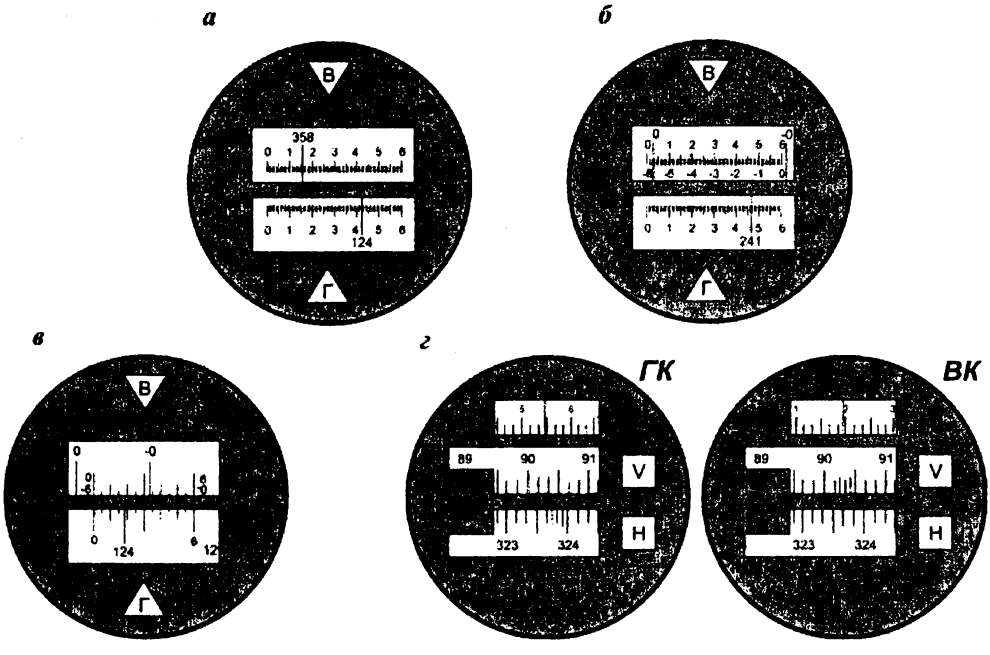


Рис. 38. *Поле зрения шкалового микроскопа теодолитов*
Отсчеты:
а — *по горизонтальному кругу 124°42,1′; по вертикальному кругу 358°15,5′;*
б — *по горизонтальному кругу 241°46,7′; по вертикальному кругу 0°02,6′;*
в — *по горизонтальному кругу 124°18,5′; по вертикальному кругу — 0°26,5′;*
г — *по горизонтальному кругу 323°55′28″; по вертикальному кругу 90°21′57″*

шкала вертикального круга имеет два ряда цифр со знаками «+» и «—». По нижнему ряду со знаком «—» берут отсчеты в случаях, если в пределах шкалы находится штрих вертикального круга с тем же знаком.

У теодолитов 2Т30 и 4Т30П цена деления шкал отсчетного микроскопа (рис. 38, *в*) равна 5′, отсчеты по угломерным кругам берутся с точностью 0,5′. У теодолита 4Т30П в экспортном варианте горизонтальный (*Н*) и вертикальный (*V*) угломерные круги разделены на 360°, а цена деления шкал микроскопа составляет 1′, т. е. аналогично теодолитам Т15 и Т5 (см. рис. 38, *а*).

У теодолита 4Т15П отсчеты по угломерным кругам берутся с помощью ***микрометра***, обеспечивающего высокую точность отсчитывания (рис. 38, *г*). Для этого вращением рукоятки микрометра ближайший штрих лимба вводят в середину бифилярного индекса, после чего берут отсчет по шкале микрометра соответствующего угломерного круга с точностью до 1′.

Результаты отсчитывания по угломерным кругам с помощью рассмотренных видов отсчетных устройств приведены на рис. 38.

На точность взятия отсчета по угломерным кругам оказывают влияние погрешности делений лимба, эксцентриситета алидады и некоторые другие.

Эксцентриситетом алидады *называют несовпадение оси вращения теодолита (оси вращения алидады) с центром лимба.* Это вызывает смещение отсчетного индекса или шкалы отсчетного микроскопа относительно делений лимба, что влечет за собой взятие ошибочных отсчетов по лимбу. У технических оптических теодолитов влияние эксцентриситета алидады на точность взятия отсчетов не учитывается из-за малого его значения по сравнению с погрешностью отсчитывания по лимбу. Кроме того, при взятии отсчетов по лимбу при положениях вертикального круга влево от зрительной трубы и вправо от нее среднее арифметическое из отсчетов будет свободным от эксцентриситета алидады.

§ 36. Зрительные трубы

Устройство зрительной трубы. Для визирования на удаленные наблюдаемые предметы в геодезических приборах используют зрительные трубы. Некоторые из них относятся к типу *астрономических* и дают обратное изображение предметов. Во многих случаях в оптических теодолитах используются трубы, обеспечивающие прямое изображение (например, 4Т30П и др.).

Перед наблюдением зрительная труба должна быть отфокусирована.

Фокусированием *называется установка трубы таким образом, чтобы в поле зрения было отчетливо видно изображение* ***визирной цели****, т. е. наблюдаемого предмета.* Различают трубы с внешним и внутренним фокусированием.

В современных геодезических приборах применяют трубы с внутренним фокусированием, имеющие постоянную длину. Их конструкция обеспечивает большее увеличение при меньшей длине по сравнению с трубами с внешним фокусированием, а также предохраняет от проникновения в нее пыли и влаги.

Оптическая система зрительной трубы с внутренним фокусированием (рис. 39, *а*) состоит из *объектива* 1, *окуляра* 2, внутренней *фокусирующей линзы* 3, которая перемещается внутри трубы вращением *кремальеры* 4 (кремальерного винта или кольца) и *сетки нитей* 5.

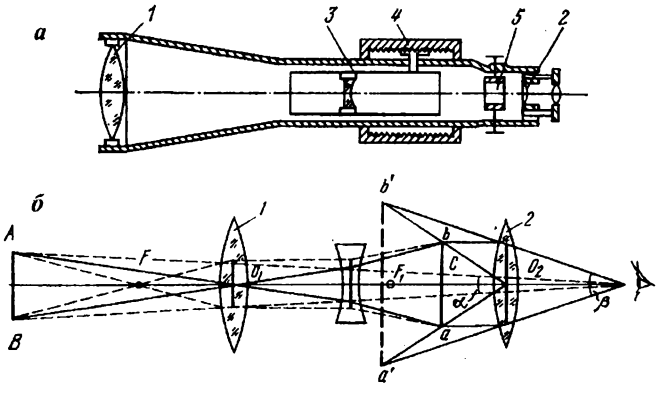


Рис. 39. *Зрительная труба:*
а — *продольный разрез;* б — *ход лучей в зрительной трубе*

Совместное действие объектива и фокусирующей линзы равносильно действию одной собирательной линзы с переменным фокусным расстоянием, называемой *телеобъективом*. Принципиально оптическая схема трубы с телеобъективом (рис. 39, *б*) не отличается от схемы простой зрительной трубы (трубы Кеплера) с внешним фокусированием, но обладает более совершенной конструкцией.

Предмет *AB*, расположенный за двойным фокусным расстоянием, рассматривается через объектив (см. рис. 39, *б*). Его изображение *ab*, получаемое с помощью телеобъектива, будет действительным, обратным и уменьшенным. Указанное изображение увеличивается окуляром, в результате чего получается мнимое и увеличенное изображение *a'b'* наблюдаемого предмета.

Изображение предмета, получаемое простой зрительной трубой, сопровождается оптическими искажениями, основными из которых являются ***сферическая и хроматическая аберрации***.

Сферическая аберрация вызывается тем, что лучи света (особенно падающие на края линзы) после преломления не пересекаются в одной точке и дают тем самым неясное и расплывчатое изображение.

Хроматическая аберрация заключается в том, что лучи света после преломления в линзе разлагаются на составные цвета светового спектра и окрашивают края изображений. Для ослабления влияния оптических искажений в зрительных трубах применяют диафрагмы, задерживающие прохождение крайних лучей света, а также сложные объективы и окуляры, состоящие из 2—3 линз с различными коэффициентами преломления стекла.

Сетка нитей. Установка зрительной трубы для наблюдения. Для визирования на наблюдаемые цели в зрительной трубе должна быть постоянная точка *K* — действительная или воображаемая между параллельными линиями. Для получения этой точки в окулярном колене вблизи переднего фокуса окуляра помещается металлическая оправа, в которой вставлена стеклянная пластинка с нанесенной на ней *сеткой нитей* (штрихов) (рис. 40, *а*). Виды сеток нитей, применяемых в оптических теодолитах, показаны на рис. 40, *б, в*.

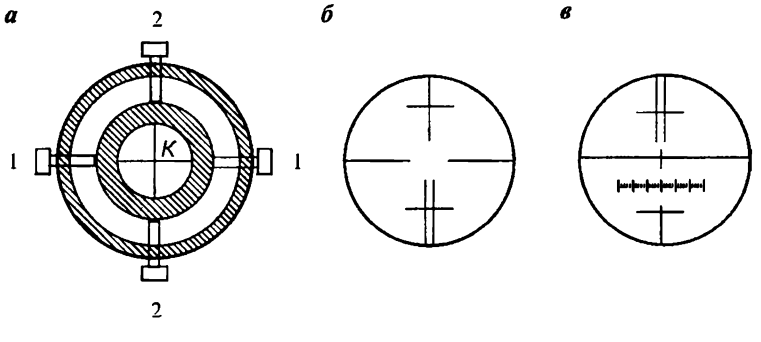


Рис. 40. *Сетка нитей зрительной трубы:*
а — *схема закрепления оправы сетки нитей;* б — *сетка теодолитов Т5, Т15, Т30, Т60;* в — *сетка теодолитов Т15М и Т30М*

Сетка нитей представляет собой систему штрихов, расположенных в плоскости изображения, даваемого объективом зрительной трубы. Основные штрихи сетки используются для наведения трубы в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Двойной вертикальный штрих называется ***биссектором*** нитей; визирование на наблюдаемую цель биссектором производится точнее, чем одной нитью. Точка пересечения основных штрихов сетки нитей (либо осей заменяющих их биссекторов) называется ***перекрестием сетки нитей***.

Воображаемая линия, соединяющая перекрестие сетки нитей и оптический центр объектива, называется ***визирной осью трубы***, а ее продолжение до наблюдаемой цели — ***линией визирования***. *Линия, проходящая через оптические центры объектива и окуляра, называется* ***оптической осью трубы***.

Зрительная труба имеет также *геометрическую ось*, т. е. линию симметрии, проходящую через центры поперечных сечений цилиндра трубы.

Для правильной установки сетки нитей ее оправа снабжена исправительными (юстировочными) винтами: двумя горизонтальными — *1* и двумя вертикальными — *2* (см. рис. 40, *а*), которые закрываются навинчивающимся колпачком. С помощью каждой из пар исправительных винтов сетку нитей можно перемещать в небольших пределах в горизонтальной и вертикальной плоскостях, изменяя тем самым положение визирной оси зрительной трубы.

При визировании на цель наблюдатель должен отчетливо видеть в поле зрения трубы штрихи сетки нитей и изображение рассматриваемого предмета. Для выполнения этого условия должны быть выполнены действия, составляющие *установку зрительной трубы для наблюдения*. Полная установка трубы для наблюдения складывается из установки ее по глазу и по предмету.

1. Установка трубы по глазу производится перемещением диоптрийного кольца окуляра до получения четкой видимости штрихов сетки нитей; она выполняется каждым наблюдателем соответственно остроте его зрения и периодически проверяется.

2. Установка трубы по предмету (фокусирование) для получения отчетливого изображения визирной цели осуществляется перемещением фокусирующей линзы с помощью *кремальеры* (кремальерного винта или кольца). При наблюдении предметов, расположенных на различных расстояниях от прибора, фокусирование приходится проводить каждый раз заново. Перекрестие сетки нитей не должно сходить с изображения наблюдаемой цели при перемещении глаза относительно окуляра. В противном случае имеет место явление, называемое *параллаксом сетки нитей*, который возникает при недостаточно тщательном фокусировании трубы вследствие несовмещения изображения предмета с плоскостью сетки нитей. Параллакс устраняется небольшим поворотом кремальеры, что способствует повышению точности визирования.

Технические показатели зрительных труб. Оценка качества зрительных труб осуществляется по ряду технических показателей, к основным из которых относятся увеличение трубы, поле зрения трубы и яркость изображения.

Видимым, или угловым, увеличением *зрительной трубы* Γ *называется отношение угла* β (см. рис. 39, *б*), *под которым изображение рассматриваемого предмета видно в трубу, к углу* α, *под которым предмет виден невооруженным глазом,* т. е.

$$\Gamma = \frac{\beta}{\alpha}.$$

Практически увеличение зрительной трубы можно принять равным отношению фокусных расстояний объектива и окуляра:

$$\Gamma = \frac{f_{об}}{f_{ок}}.$$

Увеличение зрительной трубы можно определить по вертикальной рейке, установленной в 5 — 10 м от прибора (рис. 41, *а*). На рейку смотрят одновременно двумя глазами: одним — непосредственно на рейку, другим — через трубу. При этом два видимых изображения рейки проектируются одно на другое; подсчитывают, сколько делений рейки, видимых невооруженным глазом, проектируется на одно увеличенное деление, видимое через трубу. Это число и будет увеличением зрительной трубы.

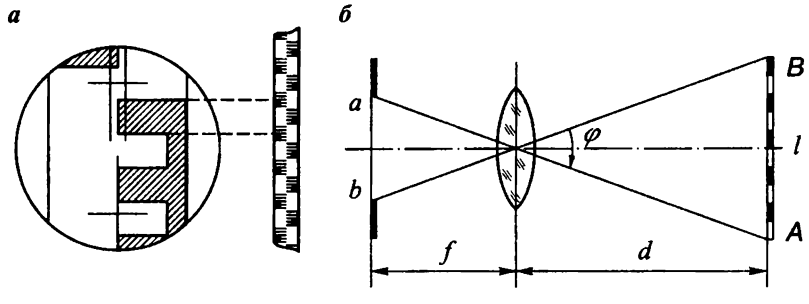


Рис. 41. *Схема исследования зрительной трубы при помощи рейки:*
а — *определение увеличения зрительной трубы;*
б — *определение поля зрения зрительной трубы*

Принимая погрешность визирования невооруженным глазом равной 60″ и зная увеличение трубы Γ, можно найти *предельную погрешность визирования* при наблюдении в зрительную трубу:

$$m_v = \frac{60''}{\Gamma}. \qquad (24)$$

Для получения большего увеличения в зрительных трубах геодезических приборов используют длиннофокусные объективы и короткофокусные окуляры. Увеличение зрительных труб, применяемых в инженерной практике, находится в пределах 15 — 30×, а в высокоточных приборах — до 40×.

Полем зрения *зрительной трубы называется коническое пространство, видимое глазом через неподвижно установленную трубу.* Оно измеряется углом φ между лучами, идущими из оптического центра объектива к краям *a* и *b* диафрагмы (рис. 41, *б*). Величина угла поля зрения трубы определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{38{,}2^\circ}{\Gamma}, \qquad (25)$$

т. е. угол поля зрения обратно пропорционален увеличению трубы и не зависит от размеров объектива. Это обстоятельство ограничивает применение в геодезических приборах труб с большим увеличением, так как ими весьма трудно отыскивать визирные цели. Поэтому на трубах с большим увеличением часто устанавливают дополнительную трубу-искатель с малым увеличением, но большим полем зрения.

На практике для определения угла поля зрения трубы на расстоянии d от объектива (рис. 41, б) устанавливают рейку и отсчитывают по ней число делений l, видимых в трубу между краями поля зрения. Тогда

$$\varphi = \frac{l}{d}\rho'.$$

Пример: d = 20 м, l = 60 см, $\varphi = \frac{0{,}60\text{ м}}{20\text{ м}} \times 3438' = 103' = 1{,}7^\circ$.

Зрительные трубы геодезических приборов имеют углы поля зрения от 30′ до 2°.

Яркость изображения*, или степень освещенности, характеризуется количеством света, получаемым глазом в одну секунду на каждый квадратный миллиметр видимого изображения.* Относительная яркость изображения I, определяемая отношением яркостей изображения при наблюдении невооруженным глазом E_0 и с помощью зрительной трубы E_1, может быть найдена из выражения

$$I = \frac{E_1}{E_0} = \tau\left(\frac{D_{вх}}{\Gamma d_{гл}}\right)^2, \qquad (26)$$

где τ — коэффициент пропускания системы, учитывающий потери светового потока на отражение при преломлении лучей на полированных поверхностях и поглощение при их прохождении через оптические детали; $D_{вх}$— диаметр входного отверстия объектива; $d_{гл}$ — диаметр зрачка глаза.

Как следует из формулы (26), для наблюдений (особенно в затемненных условиях или при слабой освещенности) выгодно применять трубы с большим диаметром входного отверстия и небольшим увеличением. Однако увеличение диаметра входного отверстия объектива ведет к усилению влияния хроматической аберрации, а уменьшение оптического увеличения трубы — к снижению ее разрешающей способности и соответственно точности визирования.

Применение просветленной оптики в современных геодезических приборах сводит к минимуму потери яркости изображения при прохождении лучей через оптическую систему трубы.

§ 37. Уровни

Уровни служат для приведения осей и плоскостей геодезических приборов в горизонтальное либо вертикальное положение. В точных приборах с помощью накладных уровней измеряют незначительные

(порядка нескольких секунд) углы наклона осей. Уровни применяются также в виде самостоятельных приборов при монтаже технологического оборудования и в строительном деле. По форме различают цилиндрические и круглые (сферические) уровни.

Цилиндрический уровень. Цилиндрический уровень (рис. 42, *а*) представляет собой стеклянную трубку (ампулу), внутренняя поверхность которой в вертикальном продольном разрезе имеет вид дуги *AB* круга радиуса от 3,5 до 200 м.

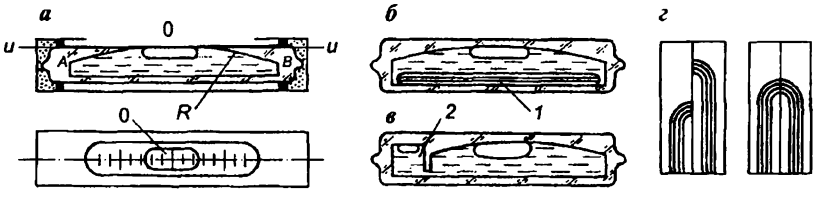


Рис. 42. *Типы цилиндрических уровней:*
а — *разрез уровня и вид сверху;* б — *компенсированный;* в — *камерный;* г — *контактный*

При изготовлении уровня ампулу заполняют легкоподвижной жидкостью (серным эфиром или спиртом), нагревают и запаивают. После охлаждения внутри ампулы образуется небольшое пространство, заполненное парами жидкости, которое называется ***пузырьком уровня***. Для защиты от повреждений ампула заключается в металлическую оправу, заполненную гипсом. Юстировка уровня, т. е. его установка на приборе в требуемом положении, выполняется исправительными винтами.

На наружной поверхности ампулы наносятся деления через 2 мм (см. рис. 42, *а*). Средний штрих *0* шкалы принимается за нулевой и называется ***нуль-пунктом*** уровня. *Касательная UU к дуге AB внутренней поверхности уровня в нуль-пункте называется* ***осью уровня***.

Если пузырек уровня находится в нуль-пункте, то ось уровня горизонтальна. При наклоне оси уровня его пузырек перемещается. *Центральный угол, соответствующий одному делению ампулы, называется* ***ценой деления уровня*** μ.

Следовательно, с помощью уровня можно измерять небольшие углы наклона линий, связанных с его осью. Если пузырек отклоняется от нуль-пункта на n делений, то угол наклона оси уровня к горизонту

$$\nu = n\mu.$$

В геодезических приборах используют цилиндрические уровни с ценой деления от 1′ до 2′. Цена деления зависит от радиуса внутренней поверхности ампулы уровня и служит мерой *чувствительности* уровня, т. е. способности его пузырька быстро и точно занимать наивысшее положение. Кроме того, чувствительность уровня зависит от качества шлифовки внутренней поверхности ампулы, свойств заполняющей жидкости, ее температуры и длины пузырька уровня (длинный пузырек обладает большей чувствительностью, чем короткий).

Нормальная длина пузырька уровня составляет 30 — 40% длины ампулы при температуре + 20°. Для сохранения длины пузырька при изме-

нении температуры используют *компенсированные уровни* (рис. 42, *б*) либо уровни с запасной камерой — *камерные уровни* (рис. 42, *в*). Принцип устройства компенсированной ампулы основан на сокращении объема заполнителя путем помещения в ампулу стеклянной трубки *1* с запаянными концами.

Камерный уровень кроме рабочей камеры имеет запасную камеру. Запасная камера *2* (см. рис. 42, *в*) такого уровня отделяется от рабочей стеклянной перегородкой с отверстием внизу. Наклоняя уровень, можно перемещать часть паров заполнителя из одной камеры в другую и тем самым регулировать длину пузырька. На некоторых приборах устанавливают реверсивные (оборотные) уровни, позволяющие наблюдать пузырек при опрокидывании его на 180°.

Для повышения точности установки пузырька в нуль-пункт используют *контактные уровни*. В таких уровнях изображение концов пузырька с помощью призменной системы передается в поле зрения трубы (рис. 42, *г*). Несовмещенное положение концов пузырька уровня соответствует наклонному положению оси цилиндрического уровня, совмещенное — горизонтальному. Опыт показывает, что точность контактного уровня обычно в 3—4 раза выше точности цилиндрического.

Круглый уровень (рис. 43) представляет собой цилиндрический стеклянный резервуар *1*, внутренняя сторона *3* которой является частью сферической поверхности определенного радиуса. Резервуар заполнен серным эфиром или спиртом и заключен в металлическую оправу *2*, прикрепляемую к прибору тремя винтами.

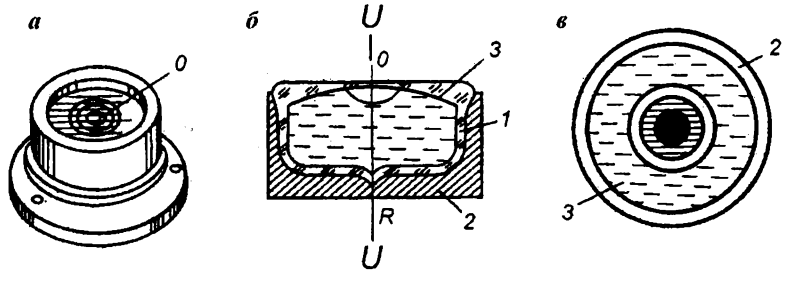


Рис. 43. *Круглый уровень:*
а — *общий вид;* б — *разрез;* в — *вид сверху*

На наружной поверхности резервуара выгравировано несколько окружностей с общим центром *0*, являющимся *нуль-пунктом круглого уровня*.

Линия радиуса внутренней сферической поверхности, проходящая через нуль-пункт, называется ***осью круглого уровня.*** Если пузырек круглого уровня находится в нуль-пункте, т. е. расположен концентрично с окружностями, то его ось занимает отвесное положение.

Круглые уровни отличаются простотой конструкции и удобством в работе, но менее чувствительны, чем цилиндрические; обычно цена деления составляет 5′ и более. Поэтому круглые уровни используются

для предварительного приведения осей приборов в отвесное положение, а также в случаях, когда не требуется большой точности в установке приборов.

§ 38. Вертикальный круг теодолита

Вертикальный круг служит для измерения углов наклона и зенитных расстояний. В инженерной практике измеряют преимущественно углы наклона.

Устройство вертикального круга. Вертикальный круг теодолита состоит из лимба и алидады. Лимб вертикального круга жестко закреплен на оси вращения зрительной трубы и вращается вместе с ней; при этом нулевой диаметр лимба (0° — 180° или 0° — 0° в зависимости от оцифровки лимба) должен быть параллелен визирной оси трубы. Алидада вертикального круга при вращении трубы остается неподвижной.

На алидаде вертикального круга закреплен цилиндрический уровень, который предназначен для приведения линий нулей (отсчетных индексов) алидады при измерении углов наклона в горизонтальное положение. С этой целью перед взятием отсчетов по вертикальному кругу пузырек уровня должен быть приведен в нуль-пункт с помощью наводящего винта алидады.

Уровень укрепляется на алидаде таким образом, чтобы его ось $U_2 - U_2$ была параллельна линии нулей (нулевому диаметру) алидады 00 (рис. 44, *а*). При соблюдении этого условия после установки на лимбе нулевого отсчета и приведения пузырька уровня в нуль-пункт визирная ось зрительной трубы будет горизонтальна.

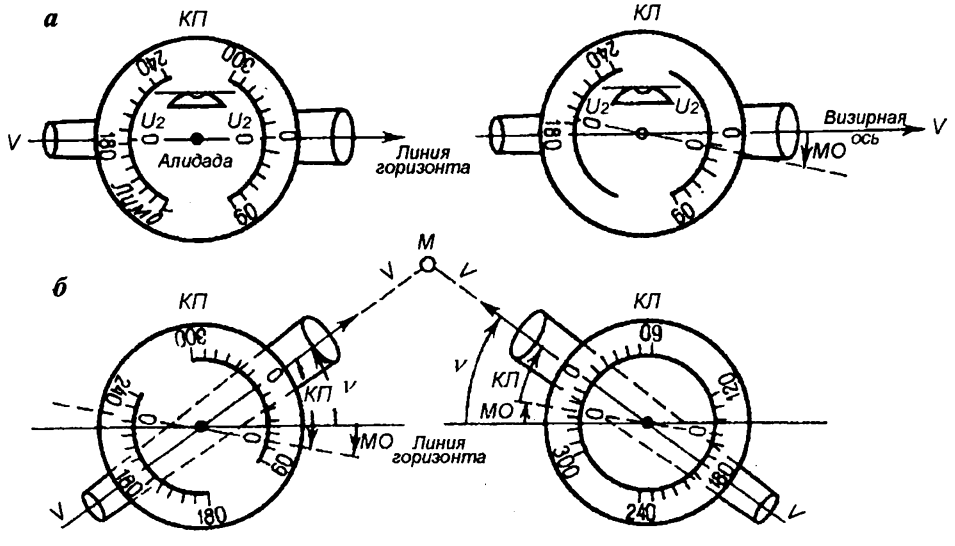


Рис. 44. *Вертикальный круг*

В теодолитах типов Т30 и Т15 уровень при алидаде вертикального круга отсутствует; его функции выполняет цилиндрический уровень при

алидаде горизонтального круга, пузырек которого устанавливается в нуль-пункт подъемными винтами теодолита.

У многих оптических теодолитов (Т15К, Т5К) уровень при алидаде вертикального круга заменяет специальная оптическая система — *компенсатор*, который автоматически устанавливает указатель отсчетного микроскопа (индекс шкалы) в необходимое положение.

В современных теодолитах используются две основные системы оцифровки вертикальных кругов:

1) *азимутальная* (круговая), при которой деления круга подписаны от 0 до 360° по ходу часовой стрелки (теодолит Т15, Т5) либо против хода часовой стрелки (теодолит Т30);

2) *секторная*, при которой вертикальный круг разбит на четыре сектора, из которых два диаметрально противоположных сектора имеют положительную оцифровку, а два других — отрицательную (2Т30, Т15К, 2Т5 и др.). Подобная система надписей более удобна, так как отсчеты градусов получаются одинаковыми по обеим сторонам вертикального угла, что упрощает вычисления углов наклона.

Теория вертикального круга. *Угол наклона представляет собой разность двух направлений в вертикальной плоскости.* Одно из направлений должно соответствовать горизонтальному положению визирной оси зрительной трубы. В случае совпадения нулевых диаметров лимба и алидады (отсчетного устройства) при горизонтальном положении визирной оси трубы и оси цилиндрического уровня отсчет по вертикальному кругу должен равняться нулю. Тогда отсчет по вертикальному кругу при визировании на наблюдаемую цель дает значение угла наклона ν. Однако на практике при горизонтальном положении визирной оси трубы *VV* и оси цилиндрического уровня U_2U_2 отсчет по вертикальному кругу может оказаться равным не нулю, а некоторой величине, называемой *местом нуля МО* (рис. 44, *б*). Как следует из рис. 44, *б*, величина *МО* представляет собой угол, обусловленный непараллельностью нулевого диаметра алидады *00* и оси цилиндрического уровня, т. е. линии горизонта.

Местом нуля МО вертикального круга *называется отсчет по вертикальному кругу при горизонтальном положении визирной оси трубы и оси цилиндрического уровня при алидаде вертикального круга.*

Если место нуля заранее неизвестно, то угол наклона ν и *МО* можно определить по результатам двух отсчетов, полученных при визировании на наблюдаемую цель при двух положениях вертикального круга относительно зрительной трубы (со стороны окуляра): «*круге право*» (*КП*) и «*круге лево*» (*КЛ*). При этом вид формул, по которым вычисляют значения ν и *МО*, зависит от системы оцифровки лимба вертикального круга.

1. *Азимутальная оцифровка лимба (теодолиты Т15 и Т5).* Как видно из рис. 44, *в*, при визировании на точку *М* при двух положениях трубы (*КП* и *КЛ*) угол наклона ν можно определить из отсчетов по вертикальному кругу и значению *МО:*

при «круге право»

$$\nu = КП - МО; \qquad (27)$$

при «круге лево» $\nu = 360° - КЛ + МО,$

или, отбросив полную окружность (*360°*), получим

$$\nu = МО - КЛ. \tag{28}$$

Решая уравнения (27) и (28) относительно ν и *МО*, имеем

$$\nu = \frac{КП - КЛ}{2}; \tag{29}$$

$$МО = \frac{КП + КЛ}{2}. \tag{30}$$

Следует иметь в виду, что формулы (28) — (30) справедливы в том случае, если отсчеты берутся по стороне лимба, ближайшей к окуляру. Если же при *КП* и *КЛ* отсчитывание производится по одной стороне лимба, то отсчеты при *КЛ* увеличиваются на 180°, тогда значения *МО* и угла наклона ν определятся по формулам:

$$МО = \frac{КП + (КЛ + 180°)}{2}; \tag{31}$$

$$\nu = \frac{КП - (КЛ + 180°)}{2}; \tag{32}$$

$$\nu = МО - (КЛ + 180°) = КП - МО. \tag{33}$$

Нетрудно убедиться, что для теодолитов с круговой оцифровкой вертикального круга против часовой стрелки (теодолит Т30) значения *МО* и углов наклона могут быть рассчитаны по формулам:

$$МО = \frac{КЛ + КП + 180°}{2}; \tag{34}$$

$$\nu = \frac{КЛ - (КП + 180°)}{2}; \tag{35}$$

$$\nu = КЛ - МО = МО - (КП + 180°). \tag{36}$$

При вычислениях по всем вышеприведенным формулам (27) — (36) следует руководствоваться следующим правилом: ***к величинам отсчетов КП, КЛ и МО, меньшим 90°, необходимо прибавлять 360°.***

2. *Секторная оцифровка лимба вертикального круга от нуля в обе стороны — по ходу и против хода часовой стрелки (теодолиты 2Т30, 2Т15, 2Т5 и др.).*

Для указанных теодолитов вычисление *МО* и углов наклона можно выполнять по формулам (34) — (36), исключив из них значение 180°, т. е.

$$МО = \frac{КП + КЛ}{2}; \tag{37}$$

$$\nu = \frac{КЛ - КП}{2}; \tag{38}$$

$$\nu = КЛ - МО = МО - КП. \tag{39}$$

При этом добавлений 360° делать не нужно.

Таким образом, особенностью измерения углов наклона является необходимость определения места нуля вертикального круга. В принципе углы наклона могут быть вычислены по формулам (29), (32), (35),

(38) без предварительного определения *МО*. Однако на практике *МО* вычисляют на каждой станции, так как его постоянство (в пределах допустимых отклонений) служит надежным контролем правильности измерения углов наклона при КП и КЛ.

§ 39. Устройство технических теодолитов

Из всех типов применяемых в настоящее время оптических теодолитов рассмотрим устройство технических теодолитов Т30, Т15 и их модификаций.

Теодолит Т30 (рис. 45, *а*) является малогабаритным повторительным теодолитом закрытого типа. Он устанавливается на головку штатива вместе с круглым основанием *10* металлического упаковочного футляра и прикрепляется становым винтом. К основанию наглухо прикреплена подставка *8* с тремя подъемными винтами *9*. Лимб и алидада имеют зажимные (на рис. не видны) и наводящие винты *1* и *7*. Зажимные (закрепительные) винты лимба и алидады обеспечивают как совместное, так и раздельное вращение этих частей теодолита, что позволяет измерять углы способами приемов и повторений. Полая (в смысле конструкции) вертикальная ось теодолита дает возможность использовать зрительную трубу для центрирования прибора над точкой.

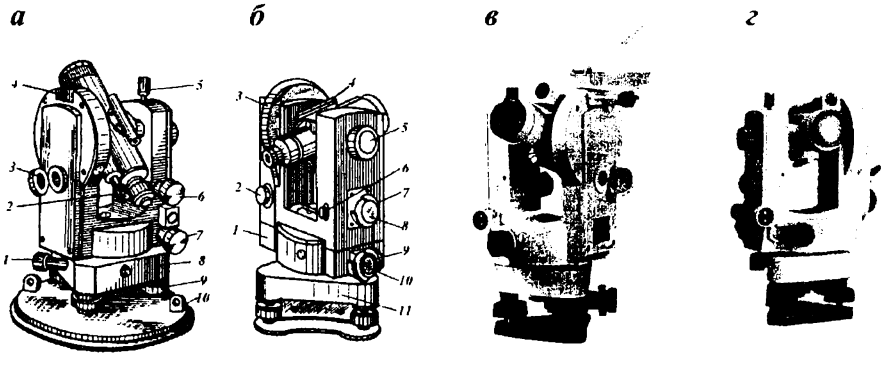


Рис. 45. *Теодолиты:* а — *Т30;* б — *Т15;* в — *4Т30П;* г — *4Т15П*

На корпусе алидады установлен цилиндрический уровень, с помощью которого ось вращения прибора приводится в отвесное положение подъемными винтами. Так как алидада вертикального круга не имеет уровня, то уровень горизонтального круга располагается параллельно коллимационной плоскости. Внутри колонки закреплены втулки, в которых вращается ось зрительной трубы. К корпусу трубы прикреплен вертикальный круг. Вертикальный круг снабжен зажимным (закрепительным) *5* и наводящим *6* винтами.

Зрительная труба с внутренним фокусированием имеет увеличение 20$^{\times}$ и оснащена просветленной оптикой. Фокусирование трубы осуществляется вращением кремальеры, установка сетки нитей по глазу наблюдателя — вращением диоптрийного кольца окуляра. Перемещение

сетки нитей производится с помощью юстировочных винтов, закрываемых защитным колпачком. По обе стороны трубы имеются оптические визиры для ее грубого наведения на наблюдаемые предметы.

Горизонтальный и вертикальный угломерные круги диаметром 70 мм — стеклянные. Круги разделены делениями от 0 до 360° через 10′, каждое градусное деление оцифровано. С помощью специальной оптической системы изображение горизонтального и вертикального кругов передается в поле зрения отсчетного микроскопа-оценщика (см. рис. 37), окуляр которого расположен рядом с окуляром зрительной трубы. Отсчет и оценка долей наименьшего деления круга производится по неподвижному индексу. Угломерные круги освещаются с помощью откидного зеркала *3*.

Для наблюдения предметов, расположенных под углом более 45° к горизонту, а также для центрирования теодолита над точкой используются окулярные насадки, надеваемые на окуляры зрительной трубы и отсчетного микроскопа *2*. Теодолит снабжен съемной буссолью, устанавливаемой в посадочный паз *4* на боковой крышке вертикального круга.

В 1981 г. теодолит Т30 заменен новой моделью 2Т30, которая отличается от базовой применением шкалового микроскопа с пятиминутной ценой деления шкал горизонтального и вертикального кругов. Это дает возможность брать отсчеты по лимбам с ценой деления в 1° с точностью до 0,5′ (см. рис. 38, *в*). Вертикальный круг имеет секторную оцифровку от 0 до +75° и от 0 до −75°. Теодолит 2Т30П имеет зрительную трубу прямого изображения.

Новая модификация теодолита 4Т30П снабжена съемной подставкой со встроенным оптическим центриром (рис. 45, *в*) и зрительной трубой прямого изображения. Средние квадратические погрешности измерения одним приемом горизонтального и вертикального углов составляют соответственно 20 и 30″.

Теодолит Т15 (рис. 45, *б*) с повторительной системой вертикальной оси имеет ряд особенностей. Наводящий винт *10* алидады горизонтального круга соосен с соответствующим зажимным винтом *9*. Юстировочный винт *6* цилиндрического уровня выведен на колонку. В полой оси алидады расположен объектив оптического центрира, а его окуляр закреплен в алидадной части теодолита.

Корпус зрительной трубы изготовлен совместно с горизонтальной осью, имеющей на концах цапфы, с помощью которых она устанавливается в эксцентриковых лагерах колонки. Зрительная труба с внутренним фокусированием имеет увеличение 25×. Фокусирование трубы осуществляется вращением кремальеры *5*. По обе стороны трубы расположены оптические визиры *4* для предварительного наведения на цель.

Вертикальный круг имеет зажимной *7* и наводящий *8* винты, расположенные соосно. На алидаде вертикального круга закреплен цилиндрический уровень *3*. Перед отсчитыванием по вертикальному кругу пузырек уровня приводят в нуль-пункт наводящим винтом *2*.

У теодолитов Т15К и 2Т15К роль уровня выполняет самоустанавливающаяся система оптического компенсатора. Диапазон действия ком-

пенсатора ±4′, точность компенсации — 5″. Горизонтальный и вертикальный стеклянные угломерные круги разделены и оцифрованы через 1°. Оцифровка вертикального круга выполнена по секторам: от 0 до +75° и от 0 до −75°. Отсчеты производятся по одной стороне угломерных кругов с точностью до 0,1″. Изображение штрихов и цифр передается в поле зрения отсчетного шкалового микроскопа (см. рис. 38, *б*), окуляр которого расположен рядом с окуляром зрительной трубы прямого изображения. Теодолит Т15К может быть как повторительного, так и неповторительного типа.

Теодолит закрепляется в съемной подставке *11*. В комплект теодолита входят съемная ориентир-буссоль, а также окулярные насадки зрительной трубы и отсчетного микроскопа для удобства визирования при больших углах наклона. Прибор может быть снабжен электроосветителем отсчетного микроскопа, выполненным во взрывобезопасном исполнении.

Новая модель 4Т15П (рис. 45, *г*) снабжена зрительной трубой прямого изображения. Отсчетная система теодолита — микрометр с ценой деления шкалы 10″.

Устройство точных теодолитов Т5 и Т2 и их модификаций рассмотрено во второй части учебного пособия.

§ 40. Поверки и юстировки теодолита

Перед началом измерений теодолит необходимо тщательно осмотреть и проверить, так как даже серийно выпускаемые приборы имеют свои индивидуальные особенности. В первую очередь производят проверку и регулировку его механических деталей, обращая внимание на состояние и работу всех винтов прибора: подъемных, зажимных и наводящих винтов лимба и алидады, наводящего винта уровня вертикального круга, исправительных (юстировочных) винтов уровней, колонок, сетки нитей и т. п. Вращение лимба и алидады должно быть плавным, без заеданий и колебаний. Горизонтальный и вертикальный угломерные круги не должны иметь механических повреждений; изображения делений шкал и сетки нитей должны быть четкими. Зрительная труба должна быть уравновешенной (центр тяжести должен находиться в районе оси ее вращения) и иметь свободное вращение. Присутствие пыли и грязи на оптических деталях прибора не допускается. После внешнего осмотра теодолита выполняют его поверки и юстировки.

Действия, имеющие целью установить соблюдение предъявляемых к конструкции прибора геометрических условий, называются **поверками**.

Для обеспечения выполнения нарушенных условий производят ***юстировку*** *(регулировку) прибора.*

Рассмотрим основные поверки и юстировки технических теодолитов.

В соответствии с принципом измерения горизонтального угла конструкция теодолита должна удовлетворять следующим основным геометрическим условиям (см. рис. 36).

1. *Ось цилиндрического уровня U_1U_1 должна быть перпендикулярна к оси вращения теодолита ZZ.*

2. *Визирная ось зрительной трубы VV должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси теодолита (оси вращения трубы) HH.*
3. *Горизонтальная ось теодолита HH должна быть перпендикулярна к оси вращения теодолита ZZ.*

Дополнительные геометрические условия вытекают из теории измерения вертикальных углов. Поверки должны выполняться в последовательности, в которой они изложены далее.

1. Поверка цилиндрического уровня. *Ось цилиндрического уровня алидады горизонтального круга должна быть перпендикулярна к оси вращения теодолита.*

Выполнение этого условия позволяет с помощью уровня устанавливать ось вращения теодолита в отвесное положение, а следовательно, плоскость лимба в горизонтальное.

Пусть ось уровня неперпендикулярна к оси вращения теодолита ZZ и составляет с ней угол β (рис. 46, *а*). Тогда при приведенном на середину ампулы пузырьке уровня ось вращения прибора не будет отвесной. При повороте алидады горизонтального круга вместе с уровнем вокруг оси ZZ пузырек сойдет с середины на n делений, и ось уровня займет новое положение U_1U_1. Как видно (рис. 46, *а*), при этом ось уровня составит со своим горизонтальным положением UU некоторый угол $\delta = \mu n$, где μ — цена деления уровня. Очевидно, что если привести ось уровня в положение биссектрисы $U'_1U'_1$ угла δ, то она окажется перпендикулярной к оси вращения теодолита, так как $2\beta + \delta = 180°$, следовательно, $\beta + \delta/2 = 90°$.

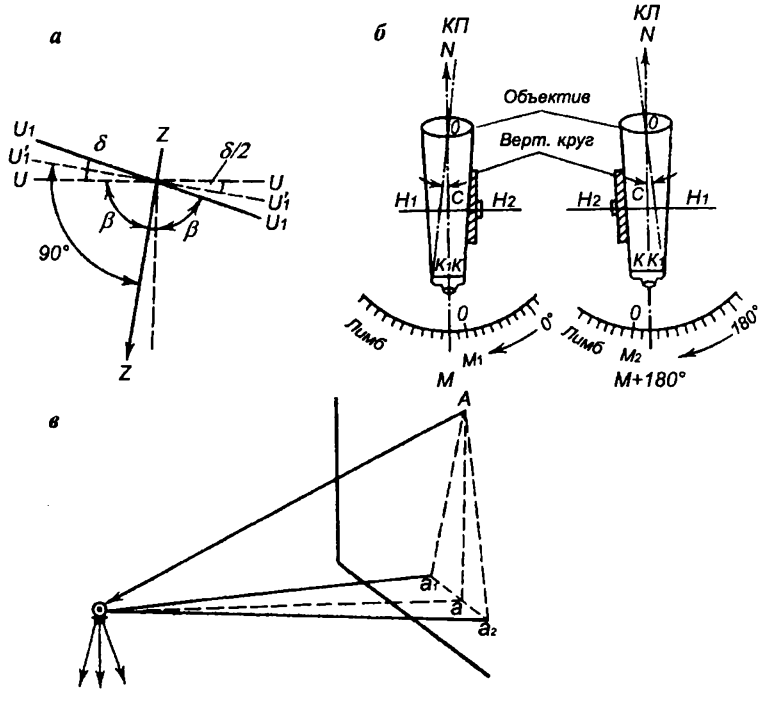


Рис. 46. *Схемы поверок теодолита*

Из вышеизложенного вытекает способ поверки данного условия. Ось поверяемого уровня устанавливают по направлению двух подъемных винтов и вращением их в разные стороны приводят пузырек уровня в нуль-пункт. Вращением алидады вокруг оси *ZZ* поворачивают уровень на 180°. Если после поворота пузырек уровня останется в нуль-пункте, то условие перпендикулярности осей *UU* и *ZZ* выполняется. При смещении пузырька производится исправление положения уровня. Для этого пузырек уровня перемещают по направлению к нуль-пункту на половину дуги отклонения с помощью исправительных винтов при уровне.

После юстировки уровня следует повторить поверку и убедиться в выполнении требуемого условия. Практически условие считается выполненным, если после поворота на 180° пузырек уровня отклоняется от нуль-пункта в пределах одного деления шкалы ампулы цилиндрического уровня.

Перед выполнением следующих поверок необходимо тщательно *привести ось вращения теодолита в отвесное положение по исправленному цилиндрическому уровню, т. е. выполнить* ***горизонтирование теодолита.***

Уровень устанавливают по направлению двух подъемных винтов и вращением их в разные стороны выводят пузырек уровня в нуль-пункт. Затем поворачивают алидаду примерно на 90° и третьим подъемным винтом выводят пузырек на середину ампулы. Эти действия повторяют до тех пор, пока пузырек не будет оставаться на середине ампулы при любом положении алидады.

2. Поверка положения коллимационной плоскости. *Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси теодолита.*

Как известно, визирная ось трубы проходит через оптический центр объектива и перекрестие сетки нитей. Если указанное условие выполняется, то при вращении трубы вокруг горизонтальной оси визирная ось образует коллимационную плоскость. При несоблюдении условия визирная ось будет описывать не плоскость, а две конические поверхности.

Угол с между фактическим положением визирной оси OK_1 *и требуемым положением OK* (рис. 46, *б*) *называется* ***коллимационной погрешностью.***

Для поверки данного условия на местности выбирают ясно видимый удаленный предмет *N* и, визируя на него при двух положениях вертикального круга (*КП* и *КЛ*), берут отсчеты по лимбу горизонтального круга M_1 и M_2. Как видно из рис. 46, *б*, при *КП* отсчет по лимбу M_1 будет меньше правильного отсчета *M* на величину *x*, а при *КЛ* отсчет M_2 будет больше правильного отсчета $M + 180°$ на ту же величину *x*, т. е. при *КП* $M = M_1 + x$, при *КЛ* $M + 180° = M_2 - x$. Решая полученные уравнения относительно *x* и *M*, имеем:

$$x = \frac{M_2 - (M_1 + 180^\circ)}{2}; \tag{40}$$

$$M = \frac{M_1 + M_2 - 180^\circ}{2}. \tag{41}$$

Следует учесть, что величина *x* является проекцией угла на горизонтальную плоскость лимба и меняется в зависимости от угла наклона

визирной оси; для угла наклона, равного 0°, $x = c$ при обоих положениях трубы. Поэтому при выполнении поверки линия визирования должна быть по возможности горизонтальной.

Как следует из выражения (41), среднее из отсчетов по лимбу, взятых при двух положениях вертикального круга, свободно от влияния коллимационной погрешности. Поэтому измерение горизонтальных углов следует производить при двух положениях трубы (*КП* и *КЛ*).

Если величина коллимационной погрешности превышает точность отсчетного устройства, то производят исправление положения визирной оси. Для этого по формуле (41) вычисляют правильный отсчет *М* и наводящим винтом алидады устанавливают отсчет $M + 180^\circ$ (при КЛ) на лимбе горизонтального круга. При этом алидада повернется на угол $x = c$, а перекрестие сетки нитей отклонится от изображения наблюдаемой точки *N*. Тогда, ослабив вертикальные винты оправы сетки нитей, с помощью боковых юстировочных винтов перемещают сетку до совмещения ее перекрестия с визирной целью. После этого сетку закрепляют вертикальными винтами и вновь повторяют поверку.

3. Поверка положения горизонтальной оси теодолита. *Горизонтальная ось теодолита должна быть перпендикулярна к оси вращения теодолита.*

Выполнение условия необходимо для того, чтобы после горизонтирования теодолита коллимационная плоскость занимала отвесное положение. Поверка может быть выполнена двумя способами.

Первый способ. На расстоянии 10 — 20 м от стены здания устанавливают теодолит и визируют на высоко расположенную точку *А* на стене здания (рис. 46, *в*). Наклоняя трубу, проектируют эту точку до горизонтального положения визирной оси и отмечают на стене проекцию точки a_1. Повторив ту же операцию при втором положении трубы, отмечают точку a_2. Если точки a_1 и a_2 не совпадут, то условие не выполнено, т. е. необходимо изменить положение горизонтальной оси теодолита относительно вертикальной.

Второй способ. На расстоянии 10 — 20 м от теодолита подвешивают отвес на длинной нити. Наводят перекрестие сетки нитей на верхнюю точку отвеса и плавно опускают зрительную трубу до горизонтального ее положения; при этом наблюдают, не сходит ли изображение нити отвеса с перекрестия сетки нитей.

В современных теодолитах соблюдение этого условия гарантируется предприятием-изготовителем. Тем не менее поверка условия должна быть обязательно выполнена.

В случае несоблюдения условия исправление положения горизонтальной оси теодолита в полевых условиях не производится; его выполнение допускается только в специальной мастерской или в заводских условиях, так как требует частичной разборки прибора.

Следует учесть, что среднее из отсчетов по лимбу, взятых при наведении на точку при двух положениях трубы (*КП* и *КЛ*), свободно от влияния наклона оси вращения трубы.

4. Поверка сетки нитей. *Вертикальный штрих сетки нитей должен располагаться в коллимационной плоскости трубы.* Или, иначе, *горизонтальный штрих сетки нитей должен быть перпендикулярным к оси вращения теодолита.*

Выполнение данного условия требуется для создания удобства при визировании на отвесные предметы (например, вехи). Для этого, тщательно установив ось вращения теодолита в отвесное положение, визируют на нить отвеса, подвешенного на расстоянии 5 — 10 м от прибора. Если вертикальный штрих сетки нитей не совпадает с изображением нити отвеса, то необходимо исправить ее положение путем поворота.

Для этого слегка ослабляют винты, скрепляющие окулярную часть с корпусом трубы, и поворачивают окулярную часть вместе с сеткой нитей до требуемого положения; затем винты закрепляют. Отклонение вертикального штриха от отвесной линии допускается не более чем на $^1/_3$ величины биссектора сетки нитей.

После юстировки второй основной штрих сетки должен быть горизонтальным, так как взаимная перпендикулярность штрихов гарантируется заводом-изготовителем. Чтобы убедиться в этом, наводят горизонтальный штрих на какую-либо точку и наводящим винтом поворачивают алидаду горизонтального круга; при этом поверяемый штрих должен оставаться на изображении точки. При невыполнении условия юстировку повторяют.

5. Поверка места нуля. *Место нуля МО вертикального круга должно быть равно 0° либо близким к 0°.*

Для поверки данного условия до начала работ несколько раз определяют *МО* из измерений различных углов наклона при двух положениях зрительной трубы, чтобы на практике убедиться в его постоянстве. Если среднее значение *МО* не превышает двойной точности отсчетного устройства ($MO \le 2t$), то оно не осложняет вычислений. В противном случае *МО* необходимо привести к нулю либо сделать близким к 0°.

В зависимости от конструкции теодолита выполнение данной поверки имеет свои особенности.

Для теодолитов с цилиндрическим уровнем при алидаде вертикального круга (Т5, Т15) и др. Действуя наводящим винтом зрительной трубы, устанавливают на вертикальном круге отсчет, равный вычисленному значению *МО*; при этом пузырек уровня при алидаде вертикального круга должен находиться в нуль-пункте. В результате визирная ось трубы будет приведена в горизонтальное положение. Далее наводящим винтом алидады совмещают нулевые штрихи отсчетного устройства и вертикального круга; при этом пузырек уровня отклонится от нуль-пункта. Тогда с помощью исправительного винта уровня снова приводят пузырек уровня в нуль-пункт. После этого для контроля вновь определяют *МО* из измерений вертикального угла при *КП* и *КЛ* и в случае необходимости повторяют юстировку.

Для теодолитов с уровнем при горизонтальном круге (Т30, 2Т30 и др.) по отсчетам *КЛ* и *КП*, полученным при визировании на один и тот же предмет, по формуле (35) или (38) вычисляют свободное от места нуля значение угла наклона ν и наводящим винтом трубы устанавливают его на вертикальном круге. При этом горизонтальный штрих сетки сместится с визирной цели. Тогда, действуя вертикальными юстировочными винтами сетки нитей, совмещают средний горизонтальный штрих сетки с изображением наблюдаемой цели. После этого повторяют данную поверку и поверку коллимационной погрешности.

Для теодолитов с компенсатором вертикального круга (Т5К, 2Т5К и др.). В теодолитах данного типа $МО = 0°$ обеспечивается автоматически с помощью специального оптического компенсатора вертикального круга, действующего в диапазоне $\pm 3{,}0 - 5{,}0'$. При больших значениях *МО* указанная поверка должна выполняться при установке компенсатора в среднее положение. Уменьшение величины *МО* вертикального круга теодолитов Т5К и др. может быть достигнуто, как и в предыдущем случае, перемещением основного горизонтального штриха сетки вертикальными юстировочными винтами. В теодолитах 2Т5К и Т15К место нуля исправляют вращением специального юстировочного винта компенсатора.

§ 41. Установка теодолита в рабочее положение

Перед началом измерений теодолит устанавливается над точкой в рабочее положение. Полная установка прибора в рабочее положение складывается из его центрирования над точкой, горизонтирования и установки зрительной трубы для наблюдений.

Центрированием *называются действия, в результате которых центр лимба горизонтального круга совмещается с отвесной линией, проходящей через точку стояния прибора.* Центрирование может быть выполнено с помощью нитяного отвеса либо оптического центрира.

При центрировании теодолита с помощью нитяного отвеса штатив устанавливается так, чтобы отвес оказался приблизительно над точкой, а головка штатива была горизонтальна. Затем, ослабив становой винт, теодолит перемещают по головке штатива до положения, когда острие отвеса будет находиться над центром точки; после этого становой винт закрепляют.

При центрировании с помощью оптического центрира теодолит перемещают по головке штатива до тех пор, пока в поле зрения центрира центр точки (например, шляпки гвоздя в торце колышка) не совпадет с центром сетки нитей.

Горизонтирование теодолита *заключается в приведении оси его вращения в отвесное положение, а следовательно, плоскости лимба — в горизонтальное положение.* Предварительное горизонтирование прибора грубо достигается при установке штатива, а точное приведение выполняется подъемными винтами с использованием предварительно поверенного цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга.

Установка зрительной трубы для наблюдений включает в себя установку трубы и отсчетного микроскопа по глазу наблюдателя и по предмету, т. е. фокусирование трубы по наблюдаемой цели.

§ 42. Измерение горизонтальных углов

Общие требования. Измерение углов следует выполнять поверенным теодолитом. Перед началом измерений теодолит устанавливают в вершине измеряемого угла в рабочее положение. На задней и передней точках *А* и *В* (направления *ВА* и *ВС* называют соответственно

младшим и старшим направлениями) в створе линий отвесно устанавливаются вехи (рейки), на нижнюю часть которых осуществляют визирование (рис. 47, *а*).

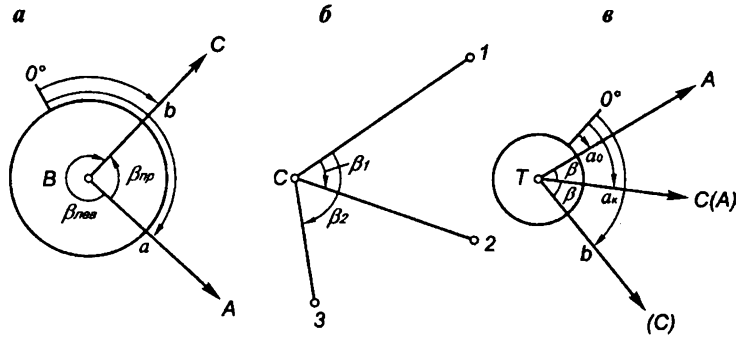


Рис. 47. *Способы измерения горизонтальных углов*

В зависимости от конструкции приборов, условий измерений и предъявляемых к ним требований применяются следующие способы измерения горизонтальных углов.

1. *Способ приемов* (или способ отдельного угла) — для измерения отдельных углов при проложении теодолитных ходов, выносе проектов в натуру и т. д.

2. *Способ круговых приемов* — для измерения углов из одной точки между тремя и более направлениями в сетях триангуляции и полигонометрии второго и более низких классов (разрядов).

3. *Способ повторений* — для измерения углов, когда необходимо повысить точность окончательного результата измерения путем ослабления влияния погрешности отсчитывания; используется при работе с техническими повторительными теодолитами. В связи с распространением в геодезической практике оптических теодолитов с высокой точностью отсчитывания по угломерным кругам способ повторений в значительной мере утратил свое значение.

В геодезии измеряют правые или левые по ходу горизонтальные углы способом приемов. При этом *программа измерения должна предусматривать как можно более полное исключение влияния основных погрешностей теодолита на точность измерения угла.*

Способ приемов. При закрепленном лимбе вращением алидады визируют на заднюю точку *А* (см. рис. 47, *а*). Сначала по оптическому визиру зрительную трубу наводят от руки, пока визирная цель не попадет в поле зрения. Затем закрепляют зажимные винты алидады и зрительной трубы и, отфокусировав зрительную трубу по предмету, выполняют точное визирование с помощью наводящих винтов трубы и алидады горизонтального круга. Осветив зеркалом поле зрения отсчетного микроскопа, берут отсчет *а* по горизонтальному кругу и записывают его в журнал измерений (табл. 2). Порядок записи отсчетов в журнале и обработки результатов измерений показан номерами в круглых скобках.

Открепив алидаду, визируют на переднюю точку *C* и по аналогии с предыдущим берут отсчет *b*. Тогда значение правого по ходу угла β, измеренного при первом положении вертикального круга (например, при *КЛ*), определится как разность отсчетов на заднюю и переднюю точки:

$$\beta_{КЛ} = a - b. \qquad (42)$$

Указанные действия составляют один *полуприем.*

Проводят трубу через зенит и повторяют измерения при втором положении вертикального круга (при *КП*), т. е. выполняют второй полуприем. Вычисляют значение угла $\beta_{КП}$.

При измерении углов оптическим теодолитом с односторонним отсчитыванием перед выполнением второго полуприема лимб горизонтального круга поворачивают на небольшой (1 — 2°) угол; это позволяет не допустить грубых ошибок в отсчетах по лимбу и исключить погрешность за счет эксцентриситета алидады.

В случае, если отсчет на заднюю точку меньше отсчета на переднюю точку (см. табл. 2, первый полуприем), то при вычислении угла к нему прибавляют 360°.

Таблица 2

Журнал измерения горизонтальных углов способом приемов
Дата 28.07.02 г. Теодолит 2Т30 Наблюдал *Гуляев В.С.*
Видимость *хорошая* № 25361 Вычисляла *Шураева Л.Ю.*

Точки		Положение вертикального круга	Отсчеты по горизонтальному кругу	Угол	Средний угол
стояния	визирования				
1	2	3	4	5	6
B	*A*	КЛ	22° 17,5′ *(1)*	135°02,0′ *(3)*	135°01,8′
	C		247° 15,5′ *(2)*		
B	*A*	КП	203° 21,0′ *(4)*	135°01,5′ *(6)*	
	C		68° 19,5′ *(5)*		

Два полуприема составляют *полный прием.* Расхождение результатов измерений по первому и второму полуприемам не должно превышать двойной точности отсчетного устройства теодолита, т. е.

$$\beta_{КЛ} - \beta_{КП} \le 2t.$$

Если расхождение допустимо, то за окончательный результат принимают среднее значение угла

$$\beta = \frac{\beta_{КЛ} + \beta_{КП}}{2}. \qquad (43)$$

Такой результат будет свободен от влияния коллимационной погрешности и погрешности за счет наклона оси вращения трубы. Измерение и вычисление левого по ходу горизонтального угла (см. рис. 47, *а*) про-

изводится в аналогичной (см. табл. 2) последовательности с той лишь разницей, что левый по ходу угол в каждом полуприеме рассчитывается как разность отсчетов на переднюю и заднюю точки.

Значения измеренных углов по каждому полуприему и среднее значение угла вычисляют на станции, пока не снят теодолит.

Способ круговых приемов. Устанавливают теодолит над точкой *С* (рис. 47, *б*) и, вращая алидаду по ходу часовой стрелки, последовательно визируют на наблюдаемые точки *1, 2, 3* и повторно на точку *1*. При наведении на каждую точку берут отсчеты по лимбу. Такое измерение составляет первый полуприем. Повторное наведение на начальную точку *1* (*замыкание горизонта*) выполняется, чтобы убедиться в неподвижности лимба. Величина *незамыкания горизонта* не должна превышать двойной точности отсчетного устройства теодолита. Затем трубу переводят через зенит и при прежнем положении лимба, вращая алидаду против хода часовой стрелки, визируют на точки *1, 3, 2, 1* и берут отсчеты по лимбу, т. е. выполняют второй полуприем. Два полуприема составляют полный круговой прием.

Для ослабления влияния погрешностей делений лимба и повышения точности измерений углы измеряют несколькими приемами с перестановкой лимба между приемами на величину $180°/m$, где m — число приемов.

Способ повторений. Сущность способа заключается в последовательном откладывании на лимбе несколько раз величины измеряемого угла β (рис. 47, *в*).

Теодолит в точке *Т* приводят в рабочее положение и устанавливают на лимбе отсчет, близкий к 0°. Открепляют зажимной винт лимба и вращением лимба визируют на заднюю точку *А*, по горизонтальному кругу берут начальный отсчет a_0. Затем при открепленной алидаде визируют на переднюю точку *С* и берут контрольный отсчет $a_к$.

Переводят трубу через зенит, открепляют лимб и повторно визируют на заднюю точку *А* при втором положении вертикального круга; отсчет не берут, так как он будет равным $a_к$. Открепив алидаду, снова визируют на переднюю точку *С* и берут окончательный отсчет *b*. Этим заканчивается измерение угла одним полным повторением. Тогда величина горизонтального угла

$$\beta = \frac{\beta_{кл} + \beta_{кп}}{2}. \qquad (44)$$

Найденное значение угла сравнивают с контрольным, определяемым по формуле

$$\beta_к = a_к - a_0. \qquad (45)$$

Расхождение между окончательным и контрольным значениями угла не должно превышать полуторной точности отсчетного устройства теодолита, т. е. $\beta - \beta_к \leq \pm 1{,}5t$.

Для повышения точности угол может быть измерен несколькими повторениями. При измерении угла *n* повторениями нуль отсчетного устройства может перейти через нуль лимба *k* раз. Так как каждый такой переход делает необходимым прибавление к заключительному отсчету *360°*, то конечное значение горизонтального угла определится из выражения:

$$\beta = \frac{b + k \cdot 360^\circ - a_0}{2n}, \tag{46}$$

где n — число повторений.

Величина k находится с использованием контрольного угла $\beta_к$ по формуле

$$k = \frac{\beta_к \cdot 2n + a_0 - b}{360^\circ}. \tag{47}$$

§ 43. Погрешности измерения горизонтальных углов

Измерения углов неизбежно сопровождаются погрешностями систематического и случайного характера. Систематические погрешности можно исключить применением соответствующей методики наблюдений либо введением в результаты наблюдений необходимых поправок. Действие случайных погрешностей может быть ослаблено применением более совершенных приборов и методов измерений.

Точность измерения горизонтального угла зависит в основном от приборных погрешностей теодолита, погрешности способа измерения угла, точности центрирования теодолита и визирных целей над точками и погрешностей за счет непостоянства внешней среды.

При работе с отъюстированным теодолитом полное или частичное исключение приборных погрешностей предусматривается самой программой измерений, например измерением угла при двух положениях зрительной трубы, при *КЛ* и *КП*.

Погрешность способа измерения угла зависит от точности визирования и отсчитывания и может быть рассчитана по формулам:
при способе приемов

$$m_\beta = \sqrt{\frac{m_0^2}{n} + \frac{m_v^2}{n}}; \tag{48}$$

при способе повторений

$$m'_\beta = \sqrt{\frac{m_0^2}{2n^2} + \frac{m_v^2}{n}}, \tag{49}$$

где m_β — средняя квадратическая погрешность измерения угла; n — число приемов или повторений; m_0 — погрешность отсчета по лимбу, равная $m_0 = t/2$; t — точность отсчетного устройства теодолита; m_v — погрешность визирования, принимаемая равной $m_v = 60''/Г$; $Г$ — увеличение зрительной трубы.

Например, при $n = 2$, $t = 30''$ и $Г = 20^\times$ получаем $m_0 = 15''$, $m_v = 3''$, $m_\beta = 10{,}9''$, $m'_\beta = 5{,}6''$.

Как видно из рассмотренного примера, погрешность угла значительно уменьшается при его измерении способом повторений. Это объясняется меньшим влиянием погрешности отсчитывания на точность измеряемого угла.

Влияние неточной установки теодолита и вех над точками на погрешность измерения угла обратно пропорционально длинам сторон. Чем короче стороны измеряемого угла и чем ближе угол к *180°*, тем точнее должно выполняться центрирование теодолита. Так, при длинах сторон более 100 м допускается центрирование прибора с точностью до 5 мм. При коротких сторонах погрешность центрирования не должна превышать 1 – 2 мм.

Влияние погрешностей за счет непостоянства внешней среды может быть снижено путем измерения горизонтальных углов в лучшие часы видимости, когда горизонтальные колебания изображений наблюдаемых целей (боковая рефракция) минимальны. Лучшим временем для производства точных и высокоточных измерений горизонтальных углов являются утренние (до 10) и вечерние (с 15 до 16) часы. Наблюдения следует начинать спустя час после восхода солнца и заканчивать за час до его захода.

§ 44. Измерение вертикальных углов

В геодезии углы наклона линий в зависимости от их расположения относительно линии горизонта могут быть положительными (углы возвышения) и отрицательными (углы понижения). При измерении углов наклона перекрестие сетки нитей наводят на визирные знаки; в качестве последних обычно используют вехи (рейки), на которых отмечается точка визирования.

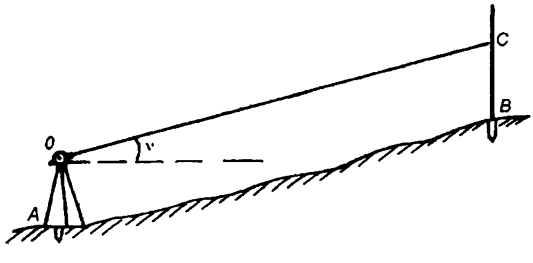


Рис. 48. *Схема измерения вертикального угла*

Теодолит устанавливают (рис. 48) над точкой *A* в рабочее положение и горизонтальным штрихом сетки визируют на наблюдаемую точку *C* при первом положении вертикального круга (при *КЛ*). С помощью отсчетного микроскопа берут отсчет по вертикальному кругу, который заносят в журнал измерений (табл. 3).

Таблица 3

Журнал измерения вертикальных углов

Дата 29.07.02 г. Теодолит Т30 Наблюдал *Коротких Р.Ю.*
Видимость *хорошая* № 56272 Вычисляла *Коротких Ю.С.*

Точки		Положение вертикального круга	Отсчеты по вертикальному кругу	*МО*	Угол наклона *ν*
	визирования				
1	2	3	4	5	6
B	*A*	КЛ	4° 32′ *(1)*	0° 00,5′ *(3)*	+ 4° 31,5′
		КП	175° 29′ *(2)*		
	C	КЛ	353° 43′	0° 01,0′	– 6° 18,0′
		КП	186° 19′		

Перед каждым отсчетом пузырек уровня при алидаде вертикального круга с помощью наводящего винта алидады выводят на середину ампулы. При работе с теодолитом типа Т30 перед отсчитыванием по вертикальному кругу следует убедиться, что пузырек уровня при алидаде горизонтального круга находится в нуль-пункте. В теодолитах с оптическими компенсаторами вертикального круга отсчет берут спустя *2* секунды после наведения зрительной трубы на наблюдаемую точку. Для исключения влияния *МО* вертикального круга измерения повторяют при втором положении зрительной трубы (при *КП*). Значения угла наклона линии визирования рассчитывают в зависимости от типа применяемого теодолита по одной из формул (29), (32), (35), (38). Правильность измерения вертикальных углов на станции контролируется постоянством *МО*, колебания которого в процессе измерений не должны превышать двойной точности отсчетного устройства.

§ 45. Измерение теодолитом магнитного и истинного азимутов направлений

Определение магнитного азимута теодолитом и буссолью. Магнитные азимуты можно измерить с помощью ориентир-буссоли, входящей в комплект технических теодолитов. Буссоль устанавливают в специальный паз в верхней части прибора и закрепляют винтом. Магнитная стрелка показывает направление магнитного меридиана, от которого отсчитывается магнитный азимут ориентируемого направления.

Для измерения магнитного азимута направления теодолит с ориентир-буссолью устанавливают над исходной точкой в рабочее положение. Положение магнитной стрелки наблюдают в откидном зеркале. Устанавливают на горизонтальном круге отсчет, равный 0°, освобождают арретиром (фиксирующим устройством) магнитную стрелку буссоли и вращением лимба приближенно наводят зрительную трубу на север. Затем закрепляют лимб и вращением наводящего винта лимба точно совмещают северный конец магнитной стрелки с нулевым делением шкалы буссоли. При этом линия визирования будет совпадать с направлением магнитного меридиана. Открепив алидаду, визируют зрительной трубой по определяемому направлению и берут отсчет по горизонтальному кругу. Значение отсчета будет соответствовать магнитному азимуту направления $A_м$.

Если известна величина склонения магнитной стрелки δ, то по измеренному азимуту $A_м$ можно рассчитать истинный азимут направления как

$$A = A_м + \delta.$$

Определение истинного азимута по Солнцу. Более точным и достаточно простым является способ определения азимута направления по наблюдениям Солнца на одинаковых высотах. Направление из точки местности на самую высокую точку, занимаемую Солнцем в течение дня, совпадает с южным направлением истинного меридиана.

Тщательно поверенный теодолит за 3 — 4 часа до полудня устанавливают над точкой *M* в рабочее положение (рис. 49), вращением алидады визируют на точку *N* ориентируемого направления *MN* и берут отсчет по горизонтальному кругу *n*. Наблюдения начинают в 10 — 11 часов по местному времени.

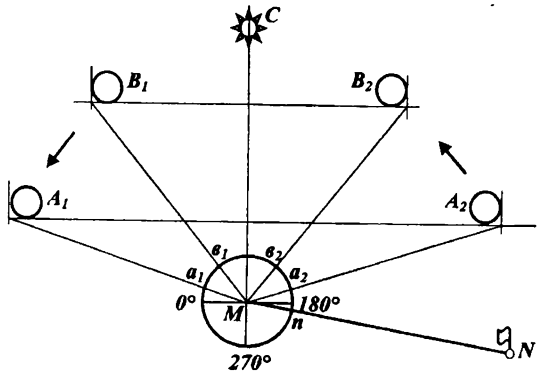


Рис. 49. *Схема наблюдений Солнца для определения истинного азимута направления*

На окуляр надевают насадку с призмой и светофильтром и наводят зрительную трубу на Солнце так, чтобы Солнце располагалось в верхнем правом углу поля зрения. Закрепляют трубу и с учетом видимого в трубу движения Солнца (на рис. 49 указано стрелками), действуя наводящими винтами алидады горизонтального круга и зрительной трубы, фиксируют момент, когда изображение Солнца коснется одновременно вертикальным и средним горизонтальным штрихами сетки (положение A_1). Берут отсчеты по горизонтальному кругу a_1 и вертикальному кругу n_1 и фиксируют время наблюдения t_1. До полудня примерно через каждые полчаса повторяют наблюдения (например, положение B_1, отсчет по горизонтальному кругу b_1).

Траектория движения Солнца от зенита к западу примерно симметрична кривой пути его подъема в зенит. Поэтому после полудня наблюдения выполняют в моменты, когда оно находится на высотах, при которых его наблюдали до полудня, но в обратной последовательности. При каждом наблюдаемом положении Солнца (B_2, A_2) берут отсчеты по горизонтальному кругу (b_2, a_2).

Отсчеты по горизонтальному кругу, соответствующие наведению зрительной трубы на южное направление меридиана, определятся как

$$a = \frac{a_1 + a_2}{2} + k_1;$$

$$b = \frac{b_1 + b_2}{2} + k_2,$$

где k_1, k_2 — поправки в минутах за счет неравномерного (неполной симметрии траектории) движения Солнца до полудня и после полудня, определяемые по формуле

$$k = \frac{t\Delta\delta}{\cos\varphi \cdot \sin 15t},$$

здесь t — половина промежутка времени в минутах между парными наблюдениями; $\Delta\delta$ — изменение склонения Солнца за 1 минуту времени, принимаемое по астрономическому ежегоднику; φ — широта точки наблюдения, определяемая по карте с точностью до десятой доли градуса; $15t$ — половина времени в минутах между парными наблюдениями, исходя из того, что за 1 минуту Земля поворачивается на 15′.

Если наблюдения выполнялись с 22 декабря по 21 июня, то поправка k берется со знаком «минус», а с 22 июня по 21 декабря — со знаком «плюс».

Как следует из рис. 49, истинный азимут направления *MN* будет равен:

$$A_{MN} = (n - a) + 180°;$$

$$A_{MN} = (n - b) + 180°.$$

За окончательное значение азимута принимают среднее. Погрешность определения азимута направления рассмотренным способом обычно не превышает 1′.

Определение истинного азимута гиротеодолитом. К числу геодезических приборов, предназначенных для автономного определения истинных азимутов направлений, относятся гиротеодолиты (гирокомпасы). Гиротеодолит представляет собой угломерный прибор, сочетающий в себе чувствительный элемент — гироскоп как датчик направления истинного меридиана и теодолит.

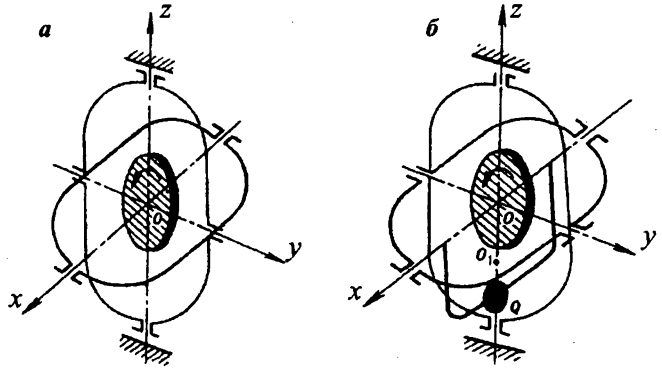


Рис. 50. *Принципиальная схема устройства гироскопа:*
а — *свободного;* б — *маятникового*

Под ***гироскопом*** *понимают твердое тело (ротор), быстро вращающееся вокруг оси симметрии, положение которой в пространстве может меняться.* Гироскоп называется *свободным*, если он имеет три степени свободы, а неподвижная точка совпадает с точкой пересечения осей подвеса ротора и совмещена с центром тяжести гироскопа (рис. 50, *а*).

При конструировании гиротеодолитов наибольшее распространение получили *маятниковые гироскопы* (рис. 50, *б*), в которых свобода вращения вокруг оси *y* частично ограничена грузом *Q*. В результате этого центр тяжести *0* сместится вниз по оси *z* в точку 0_1, что вынуждает ось *x* принять положение, параллельное плоскости горизонта.

Принцип действия гироскопа как датчика направления истинного меридиана обусловлен действием на главную ось двух сил — суточного вращения Земли и силы тяжести (груз *Q*). Сила тяжести направлена к центру Земли, поэтому под ее воздействием ось гироскопа старается занять горизонтальное положение. В то же время вследствие вращения Земли ось гироскопа стремится расположиться параллельно оси вращения Земли, т. е. в плоскости истинного меридиана.

При вращении ротора ось гироскопа совершает сложные периодические колебания относительно положения равновесия, совпадающего с плоскостью меридиана. При этом *крайние положения оси гироскопа называют* ***точками реверсии.*** Для определения направления меридиана с помощью специального *автоколлиматора* (устройства для фиксирования направления), жестко скрепленного с алидадой горизонтального круга, наблюдают крайние положения точки реверсии в момент, когда происходит изменение азимутального движения оси гироскопа на обратное. Затем рассчитывают с учетом поправок ее среднее положение, являющееся направлением меридиана.

Гироскопический азимут ориентируемой линии определяется по формуле

$$A_г = n - n_o,$$

где n — отчет по горизонтальному кругу, соответствующий направлению ориентируемой линии; n_o — отсчет по горизонтальному кругу, соответствующий направлению истинного меридиана (положение динамического равновесия оси гироскопа).

Истинный азимут направления определится как

$$A = A_г + \Delta_г,$$

где $\Delta_г$ — приборная поправка гиротеодолита, определяемая из эталонирования прибора на исходных направлениях с известными азимутами.

Определение азимутов направлений методом гироскопического ориентирования не зависит от погодных условий, времени года и суток, магнитных аномалий и физико-географических особенностей района работ; ориентируемые направления могут располагаться как на поверхности, так и в подземных или закрытых сооружениях. Отечественный гиротеодолит МТ-1 позволяет за 45 минут при наблюдении четырех последовательных точек реверсии определять азимуты направлений с погрешностью порядка 10″. Указанные достоинства гироскопического метода ориентирования направлений позволяют широко использовать его в геодезической практике.

§ 46. Понятие об электронных и лазерных теодолитах

Наиболее перспективными с точки зрения автоматизации угловых измерений являются электронные (цифровые) теодолиты. При их использовании роль наблюдателя сводится к визированию на наблюдаемые цели, анализу и оценке точности измерений.

Отличительной особенностью электронного теодолита является наличие в его конструкции цифрового преобразователя угла (ЦПУ) в цифровой код. Основными элементами ЦПУ являются кодирующий диск, индексная диафрагма и фотоэлектрическая считывающая система. Кодирующий диск и индексная диафрагма представляют собой соосно расположенные стеклянные диски, на обращенных друг к другу поверхностях которых нанесены концентрические кодовые дорожки с прозрачными и непрозрачными сегментами. В этом случае значение наблюдаемого направления (отсчет по кодовому лимбу) представляется сочетанием двух сигналов: «темно — светло». Тем самым в основу кода положена двоичная система счисления.

Регистрация информации с кодового лимба может осуществляться на фотопленку, перфоленту, магнитную ленту, световое табло или обычную компьютерную дискету.

К настоящему времени разработан целый ряд конструкций электронных теодолитов, различающихся типом отсчетного кодового устройства, способом считывания информации и регистрации результатов измерений и точностью. Из первых отечественных приборов можно отметить кодовые теодолиты ТК и ТТ11.

Кодовый теодолит ТК с фотографической регистрацией предназначен для измерения горизонтальных углов в теодолитных и тахеометрических ходах при создании съемочных сетей; средняя квадратическая погрешность измерения угла одним приемом составляет 0,0015 град (5″). Декодирование фотопленки с результатами измерений выполняется с помощью считывателя фильмов СФ-400 или вручную при наличии инструментального микроскопа.

Кодовый теодолит ТТ11 создан на базе точного теодолита 2Т2 и предназначен для измерения углов в ходах полигонометрии и триангуляции 1-го и 2-го разрядов с погрешностью не более 5″. Особенностью его конструкции является то, что снимаемые показания высвечиваются на двух цифровых табло, расположенных на противоположных сторонах колонки прибора. Цифровой отсчет получают путем применения преобразователя типа «угол — код — цифра». Кодовый лимб имеет три штриховые кодовые дорожки, а в оптический канал прибора введены фотоэлектрическое сканирующее (считывающее) устройство и счетно-логическая электронная схема с цифровым табло. Теодолит имеет выход на блок автоматической регистрации показаний (накопитель информации) в двоичном коде.

Использование теодолита при измерении угла на станции четырьмя полными приемами позволяет повысить производительность труда на 60%.

В настоящее время отечественной промышленностью освоен выпуск *электронного теодолита Т10Э* (рис. 51). Теодолит предназначен для измерения углов при создании плановых и высотных съемочных сетей. Значение измеренных углов высвечивается на цифровом табло с точностью до 10″.

Из зарубежных кодовых теодолитов следует отметить теодолит КО-В1 с фотоэлектрической регистрацией, разработанный фирмой МОМ (Венгрия). Отсчеты по угломерным кругам производятся автоматически, измеренные величины можно фиксировать на перфоленту, использовать цифропечать, считывать визуально с цифрового индикатора или передавать в телеграфную сеть. При наблюдении неподвижных целей регистрируют одиночные отсчеты либо серии,

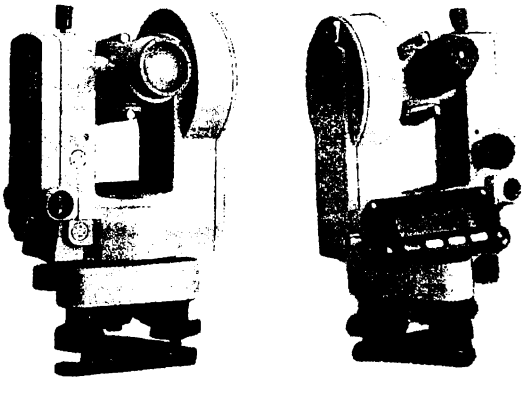


Рис. 51. *Электронный теодолит Т10Э*

состоящие из 2—5 отсчетов. Средняя квадратическая погрешность измерения угла составляет 0,7″.

К числу современных электронных теодолитов относятся теодолиты T1000 и T2000 (Швейцария), Eth3 и Eth4 (ФРГ), приборы серий DT, EtL и NE (Япония) и др.

Использование электронных теодолитов не только существенно упрощает и ускоряет полевые наблюдения, но и делает сами измерения менее субъективными.

Новым развивающимся направлением геодезического приборостроения является создание лазерных геодезических приборов и систем различного назначения, в том числе и лазерных теодолитов.

Лазерным называется теодолит, в котором параллельно визирной оси зрительной трубы либо вдоль этой оси направлен узкий пучок лазерного излучения.

Серийные оптические теодолиты могут оснащаться лазерными насадками с совмещенными осью лазерного пучка и визирной осью зрительной трубы или с параллельно расположенными осями. При совмещении осей лазерный пучок может вводиться в зрительную трубу с помощью гибких световодов или системы призм.

В качестве источников излучения используются оптические квантовые генераторы (ОКГ) — лазеры, обеспечивающие высокую направленность (малую расходимость) и большую спектральную плотность лазерного потока. В лазерных теодолитах обычно применяются газовые (преимущественно гелий-неоновые) лазеры непрерывного действия.

Для регистрации положения центра лазерного пучка в точках визирования используют экран с нанесенной на него сеткой квадратов или маркой в виде концентрических окружностей, а для автоматической регистрации — фотоэлектрические датчики. Некоторые виды фотоэлектрических приемных устройств позволяют фиксировать положение лазерного луча с точностью до 0,1 мм на расстоянии 100 м.

Разработанные в нашей стране модели лазерных теодолитов в основном предназначены для выполнения разбивочных работ, когда от видимых опорных линий, создаваемых лазерным пучком, выполняются необходимые измерения. Лазерные теодолиты часто изготавливаются на основе обычных теодолитов.

В *лазерном теодолите ЛТ-75*, выполняемом на базе теодолита ТТ 2/6, использован лазер ЛГ-75 мощностью 30 мВт (милливатт). Лазерный излучатель съемный и на его место можно установить зрительную трубу теодолита. Наведение на цель осуществляется дополнительной зрительной трубой. Устроенный на теодолите квадрант позволяет задать нужный уклон лазерного пучка с точностью до 10″. Прибор предназначен для задания направлений большой протяженности при строительстве гидротехнических сооружений.

Лазерный теодолит ЛТ-56 создан на базе горного теодолита ТГ-1 и малогабаритного лазера ЛГ-56 мощностью 2 мВт; может питаться от аккумулятора. Для наведения пучка лазера на цель на кожухе укреплена визирная труба. Используется при оперативных разбивочных работах на строительных площадках и для контроля за проведением подземных горных выработок.

Для выполнения строительно-монтажных работ с высокой точностью в ЦНИИГАиК разработан на базе теодолита Т2 оригинальный лазерный теодолит (рис. 52). В нем лазерный источник крепится сверху на подставках теодолита, позволяя зрительной трубе беспрепятственно вращаться вокруг горизонтальной оси на 360°. Лазерный луч вводится в зрительную трубу системой зеркал и линз. Прибор может работать и как лазерный, и как обычный теодолит.

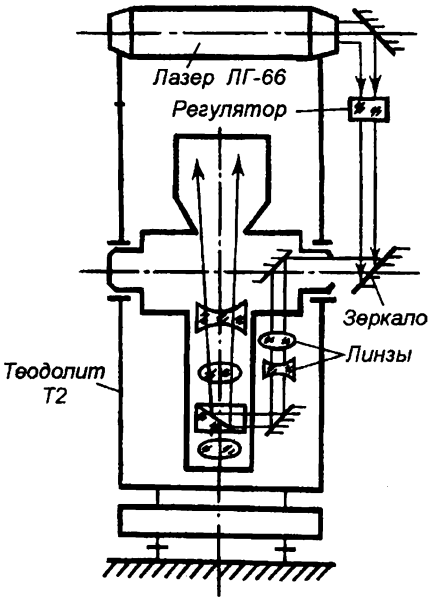


Рис. 52. *Схема лазерного теодолита конструкции ЦНИИГАиК*

Из зарубежных лазерных теодолитов можно выделить две основные группы приборов, выполненных:

1) в виде насадок к серийным оптическим теодолитам — GLO-1, GLO-2 и GLA-1, GLA-2, GLA-3 для теодолитов T1A, T16 и T2 фирмы «Вильд» (Швейцария), FVL фирмы «Отто Феннель» (ФРГ) и др.;

2) в виде самостоятельных приборов — LT3 (США), LG68 (ФРГ), SLT-20 (Япония) и др.

Широкое применение лазерных приборов открывает новые перспективы автоматизации измерительного процесса, повышает производительность труда и в ряде случаев повышает точность измерений.

Глава 10

ЛИНЕЙНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

§ 47. Способы измерения длин линий

Целью линейных измерений *является определение горизонтальных расстояний (проложений) между точками местности.* Длины линий местности в геодезии измеряют непосредственным либо косвенным способами; каждому из этих способов присущи свои приборы и методы измерений.

Непосредственный способ основан на непосредственном измерении линий местности механическими линейными приборами, к которым относятся мерные ленты, рулетки и проволоки. Процесс измерения длин линий непосредственным способом состоит в последовательном откладывании мерного прибора в створе линии.

При ***косвенном способе*** длина линии определяется как функция установленных геометрических или физических соотношений. Геометрические соотношения используют для аналитических вычислений искомых расстояний по измеренным базисам и углам, а также в оптических дальномерах. Физические соотношения для измерения расстояний положены в основу конструкции электрофизических приборов — светодальномеров и радиодальномеров.

В зависимости от назначения и вида геодезических работ, требований к их точности, а также условий измерений могут применяться те или иные способы или приборы для измерения длин линий.

§ 48. Механические приборы для непосредственного измерения длин линий

Мерные ленты. При геодезических работах линии измеряют мерными лентами длиной 20 и 24, реже 50 и 100 м. Мерные ленты изготавливаются из стали или инвара (сплава 64% железа, 35,5% никеля и 0,5% различных добавок, обладающего малым температурным коэффициентом линейного расширения $\alpha = 0{,}5 \cdot 10^{-6}$). По конструкции различают *штриховые и шкаловые ленты.*

При инженерных геодезических работах обычно применяют стальные штриховые мерные ленты типа ЛЗ (лента землемерная).

Штриховая лента (рис. 53, *а*) представляет собой стальную полосу длиной 20 или 24 м, шириной 15—20 мм и толщиной 0,3—0,4 мм. За длину ленты принимается расстояние между штрихами, нанесенными

напротив середины закруглений специальных вырезов, в которые вставляются металлические заостренные шпильки для фиксации концов ленты на земной поверхности в процессе измерений.

20-метровая штриховая лента разделена на метры, полуметры и дециметры. Метровые деления отмечены с обеих сторон полотна овальными пластинками (латунными или алюминиевыми), на которых выдавлены порядковые номера метров; для удобства пользования на разных сторонах полотна ленты подписи метров возрастают в противоположных направлениях. Дециметровые деления обозначены отверстиями в полотне ленты, а полуметры — круглыми заклепками с шайбами. Отрезки линий менее дециметра оцениваются по ленте на глаз с точностью до 1 см. В нерабочем положении лента наматывается на специальную металлическую кольцевую оправу и закрепляется винтом (рис. 53, *б*). К ленте прилагается комплект из 6 или 11 шпилек на проволочном кольце (рис. 53, *в*).

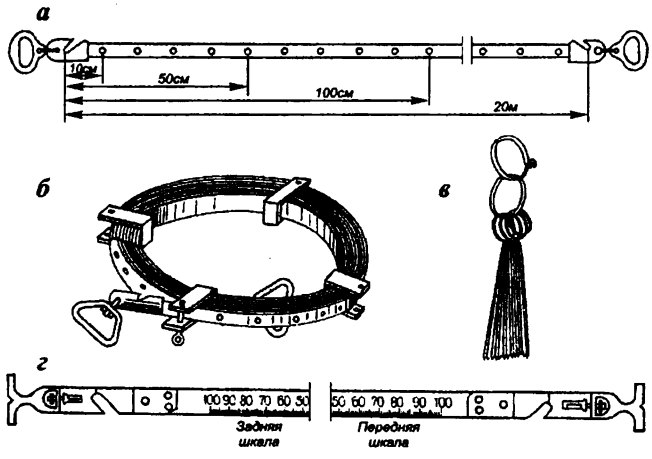


Рис. 53. *Мерные ленты:*
а — *штриховая лента ЛЗ-20;* б — *вид в сборке;*
в — *комплект шпилек;* г — *шкаловая лента ЛЗШ*

24-метровые штриховые ленты по виду, оцифровке и числу делений не отличаются от 20-метровых; длина условного метра для них составляет 120 см. Поэтому для получения фактического расстояния результат измерений 24-метровой лентой следует умножить на коэффициент 1,2. Такие ленты предназначены для контрольных измерений расстояний, выполненных обычной 20-метровой лентой. В зависимости от условий местности штриховые ленты обеспечивают точность измерений длин линий от 1:1000 до 1:3000.

Для линейных измерений с повышенной точностью используются шкаловые ленты типа ЛЗШ, изготавливаемые из стали или инвара.

Шкаловая лента представляет собой сплошную полосу, на концах которой имеются шкалы длиной по 10 см с миллиметровыми делениями (рис. 53, *г*). Разбивка на метровые и дециметровые отрезки на ленте

отсутствует. За длину ленты принимается расстояние между нулевыми делениями шкал.

Измеряемая линия предварительно разбивается на пролеты, длина которых примерно равна номинальной длине ленты (24 или 48 м). Длины пролетов фиксируются штрихами, которые прочерчиваются на подкладываемых под концы ленты башмаках, а также иглами либо лезвиями специальных ножей. Натяжение ленты производится с помощью динамометра. Отсчеты по шкалам берутся с точностью до 0,2 мм. Измерение длин шкаловыми лентами может производиться как по поверхности земли, так и в подвешенном состоянии на специальных штативах с блоками. Точность измерения длин стальными шкаловыми лентами при благоприятных условиях достигает 1:7000, а инварными — 1:100 000.

Рулетки предназначены для измерения коротких линий при топографо-геодезических, землеустроительных и строительных работах. Рулетки бывают стальные длиной 10, 20, 30, 50 м и более и тесьмяные длиной 5, 10 и 20 м.

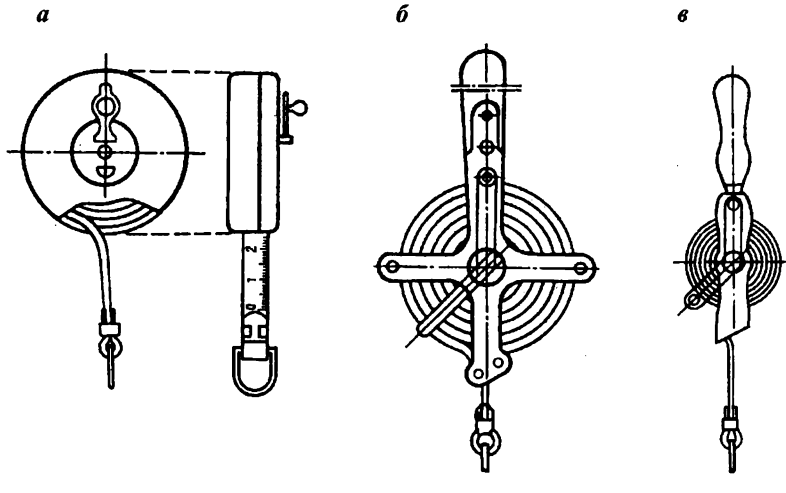


Рис. 54. *Рулетки:*
а — *в корпусе типа РЗ;* б — *на крестовине типа РК;*
в — *на вилке типа РВ*

В инженерно-геодезических работах используются металлические рулетки в *закрытом корпусе* типа РЗ (рис. 54, *а*), на крестовине типа РК (рис. 54, *б*), на вилке типа РВ (рис. 54, *в*) и др.

В геодезической практике часто применяются рулетки на вилке или крестовине типов РГ-20, РГ-30 и РГ-50, изготавливаемые из нержавеющей стали, обладающие высокими механическими свойствами и большой коррозионной стойкостью. Металлические рулетки представляют собой полосу из стали (реже — инвара), на которой нанесены сантиметровые или миллиметровые деления. По точности нанесения шкал

рулетки делятся на 1, 2 и 3-й классы. Точность измерения длин линий стальной рулеткой достигает 1:5000 и выше.

Для грубых измерений, когда можно пренебрегать погрешностями в несколько сантиметров (например, при съемке ситуации), используются тесьмяные рулетки в пластмассовых или металлических футлярах. Тесьмяная рулетка выполнена в виде полотняной полосы с проволочной стабилизирующей основой, окрашенной масляной краской, на которой отпечатаны сантиметровые деления и подписи дециметров и метров. Точность ее невелика, так как тесьма со временем вытягивается; кроме того, прочность этих рулеток значительно меньше, чем стальных.

Мерные проволоки. При точных и высокоточных линейных измерениях применяют стальные и инварные проволоки длиной 24 и 48 м, диаметр проволоки — 1,65 мм. На обоих концах проволоки расположены шкалы длиной 8 — 10 см с миллиметровыми делениями (рис. 55, *а*).

Измерение длин линий мерными проволоками производится по кольям или по целикам, устанавливаемым на штативах в створе линий. При измерениях проволока подвешивается на блочных станках под натяжением 10-килограммовых гирь (рис. 55, *б*). Пролеты между целиками или кольями измеряют несколько раз. Отсчеты по обеим шкалам проволоки производят одновременно с точностью до 0,1 мм.

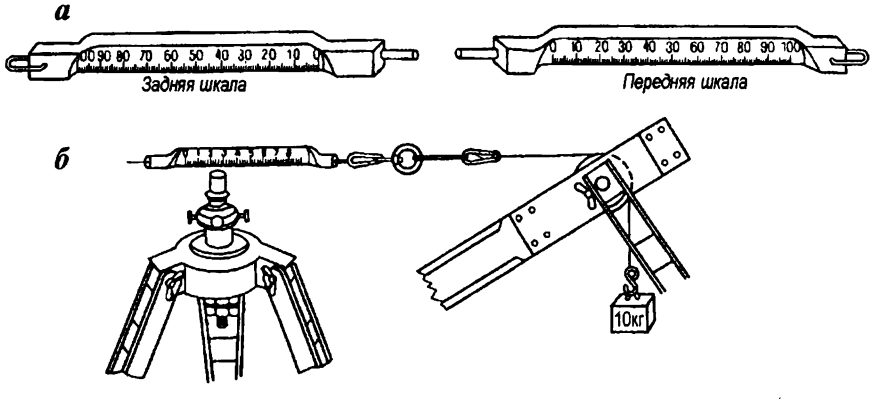


Рис. 55. *Инварная мерная проволока:*
а — *шкалы;* б — *целик на штативе и блочный станок с грузом*

Инварные проволоки входят в комплект *базисных приборов БП-1, БП-2* и *БП-3*, которые используются для измерения базисов в сетях триангуляции и длин сторон в полигонометрии, а также при точных инженерно-геодезических работах. В зависимости от числа проволок в комплекте, условий и методики измерений точность линейных измерений стальными проволоками колеблется от 1:10 000 до 1:25 000, а инварными проволоками — от 1:30 000 до 1:1 000 000.

§ 49. Компарирование мерных приборов

Фактическая длина мерного прибора обычно отличается от *номинальной*, т. е. указанной на нем длины. Поэтому перед измерениями

должна быть определена фактическая длина применяемого мерного прибора путем ее сравнения с известной длиной *нормального (образцового)* прибора, имеющего установленную точность. Практически в этом качестве может быть использован мерный прибор, точность измерений которым в 3—5 раз выше, чем поверяемым.

Процесс сравнения длины рабочего мерного прибора с образцовой мерой называется ***компарированием.*** В общем случае процесс компарирования можно рассматривать как измерение одной и той же длины образцовой и рабочей линейными мерами. Компарирование производится на лабораторных (стационарных) и полевых *компараторах* либо упрощенным способом.

При компарировании мерных приборов на стационарном компараторе сначала с высокой точностью определяют его длину с помощью образцовых инварных жезлов. Затем сравнением длины компаратора с длиной поверяемого мерного прибора устанавливают фактическую длину последнего. Наиболее совершенным из стационарных компараторов в России является компаратор МИИГАиК, на котором производится эталонирование инварных проволок базисных приборов с точностью до 1:2 500 000.

Компарирование стальных и инварных проволок, мерных лент и рулеток, предназначенных для точных измерений, может выполняться на полевых компараторах. Полевой компаратор устраивают на ровной и открытой местности с устойчивым грунтом в виде линии длиной 120 или 240 м, т. е. кратной длинам проволок и лент. Концы компаратора закрепляют бетонными монолитами, на верхней поверхности которых имеются специальные марки. Длину компаратора измеряют несколько раз образцовыми инварными проволоками. Затем эту же длину многократно измеряют рабочим прибором и вычисляют поправку за компарирование.

Длины рабочих стальных лент и рулеток поверяют упрощенным способом. На ровной поверхности (например, на бетонном полу или асфальте) укладывают рядом образцовую и рабочую меры, имеющие одинаковую номинальную длину, и совмещают их нулевые деления. Обоим мерным приборам задают одинаковое натяжение (обычно 10 кг) и линейкой измеряют разность $\Delta l_к$ между фактической длиной l мерного прибора и длиной l_0 образцового (контрольного) прибора, т. е.

$$\Delta l_к = l - l_0,$$

где $\Delta l_к$ — поправка за компарирование.

Тогда фактическая длина рабочей ленты (рулетки) будет

$$l = l_0 + \Delta l_к, \qquad (50)$$

где l_0 — номинальная длина рабочей ленты или рулетки.

При этом поправка за компарирование $\Delta l_к$ считается положительной, если длина рабочей ленты больше номинальной, и отрицательной, если меньше номинальной.

В случае, когда при линейных измерениях необходимо учитывать температурные поправки, то следует измерить температуру t_0, при которой производилось компарирование. По окончании компариро-

вания к каждому мерному прибору (проволоке, ленте, рулетке) прилагают свидетельство (аттестат), в котором указываются способ и дата компарирования, длина прибора, натяжение и температура компарирования.

§ 50. Понятие о свето- и радиодальномерах

В настоящее время в геодезии большое распространение получили электрофизические приборы для определения расстояний, основанные на принципах электронного измерения времени распространения электромагнитных волн между конечными точками измеряемой линии. В зависимости от вида электромагнитных колебаний такие приборы подразделяются на *светодальномеры*, использующие поддиапазон видимых и инфракрасных длин волн, и *радиодальномеры*, использующие поддиапазон радиоволн.

Свето- и радиодальномеры по сравнению с оптическими дальномерами обладают значительно более высокой точностью измерений и возможностью измерений больших расстояний. Приоритет в области разработки теории и конструирования этих приборов принадлежит отечественным ученым и инженерам. Теоретические основы радиодальномера впервые разработаны акад. Л.И. Мандельштамом и Н.Д. Папалекси в начале 1930-х гг. В.Я. Щеголевым был сконструирован первый советский радиодальномер, с 1936 г. приборы этого типа применялись при гидрографических работах в Арктике. Честь изобретения электрооптического дальномера принадлежит советскому специалисту Г.И. Трофимуку, который в 1933 г. создал конструкцию первого в мире светодальномера; однако этот прибор не был построен.

Первый электрооптический дальномер был разработан и построен в 1936 г. в Государственном оптическом институте им. С.И. Вавилова сотрудниками института В.В. Балаковым и В.Г. Вафиади под руководством акад. А.А. Лебедева. С начала 1950-х гг. в России был создан целый ряд конструкций геодезических и топографических светодальномеров, обеспечивающих измерения расстояний от нескольких метров до 50 км с точностью от 1:10 000 до 1:500 000.

Светодальномеры. По методу определения времени прохождения света по измеряемой линии светодальномеры можно делить на импульсные, фазовые и комбинированные.

В *импульсных светодальномерах* излучение света высокой интенсивности производится в виде кратковременных импульсов, а время прохождения световым импульсом расстояния до отражателя и обратно определяется непосредственно с помощью быстродействующего датчика времени либо с последующим преобразованием вре-

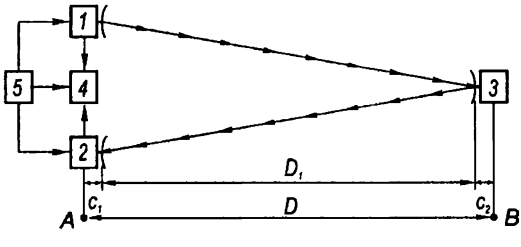


Рис. 56. *Принцип измерения расстояния светодальномером*

менного интервала. Принцип измерения расстояния импульсным светодальномером показан на рис. 56.

Импульс электромагнитных колебаний передатчиком *1* направляется к отражателю *3*; одновременно часть импульса направляется на индикатор времени *4*. Отраженный импульс улавливается приемником *2* и регистрируется индикатором времени. Для образования сигнала и обеспечения работы частей дальномера служит источник энергии *5*. Определив время t прохождения импульсом пути «передатчик – отражатель – приемник» и зная скорость V распространения электромагнитных волн в воздухе, можно рассчитать расстояние между точками A и B по формуле

$$D = D_1 + c = V\frac{t}{2} + c, \qquad (51)$$

где V — скорость распространения электромагнитных волн в воздухе, равная $V = V_0/n$; V_0 — скорость распространения электромагнитных волн в вакууме ($V_0 = 299\,792\,458 \pm 1{,}2$ м/с); n — показатель преломления воздуха, зависящий от температуры, давления и влажности воздушной среды; D_1 — расстояние, проходимое световым импульсом от передатчика до отражателя; c — постоянная дальномера, определяемая специальными исследованиями; согласно рис. 56 $c = c_1 + c_2$.

Из-за трудностей фиксации моментов излучения и приема импульсов этот метод не обеспечивает необходимой точности измерения расстояний и имеет ограниченное применение в геодезических работах. Наиболее точные из импульсных светодальномеров — радиовысотомеры, применяются при аэрофотосъемке для определения высоты полета самолета в момент фотографирования местности. Погрешность определения высоты составляет в равнинной местности около 1,2 м, в гористой — 2 м.

Для более точных измерений в геодезических работах получили распространение *фазовые светодальномеры*, в которых время прохождения световой волны по измеряемой длине определяется косвенно — методом сравнения фаз опорного и отраженного сигналов.

Дальнейшим развитием этого метода является *импульсно-фазовый гетеродинный способ измерения*, реализованный в светодальномерах типов СТ5, СП2 и электронных тахеометрах типов Та5 и Та3. В комбинированных светодальномерах используется импульсный метод для измерения в режиме «ГРУБО» и фазовый — в режиме «ТОЧНО».

В современных светодальномерах в качестве источников света используются светодиоды и лазеры. Результаты измерений индицируются на цифровом табло.

Радиодальномеры. Принцип действия радиодальномеров практически тот же, что и светодальномеров. Радиодальномер состоит из двух взаимозаменяемых приемопередающих радиостанций, размещаемых в пунктах, между которыми определяется расстояние. Радиостанции снабжены устройствами для измерения времени прохождения радиосигналов от одного пункта до другого. В отличие от светодальномеров, на работу которых существенное влияние оказывают атмосферные условия, радиодальномеры позволяют вести измерения при любых метеорологических условиях (кроме сильного дождя) и в любое время

суток. Радиодальномеры обладают большей (до 150 км) дальностью действия, чем светодальномеры. Это объясняется меньшим затуханием радиоволн в атмосфере по сравнению со световыми, а также применением в радиодальномерах активных отражателей, которые ретранслируют сигналы, принятые от передающей станции.

Недостатком радиодальномеров являются большая постоянная часть погрешностей измерений (до 3—5 см) и возможность получения ошибочных результатов вследствие отражения радиоволн от складок рельефа и местных предметов.

В последние годы созданы радиодальномеры с отделяемыми антенно-передающими устройствами, которые поднимаются с помощью легких мачт на высоту до нескольких десятков метров (радиодальномер «Луч»). Это позволяет создавать геодезические сети методами трилатерации и полигонометрии без постройки дорогостоящих геодезических сигналов. В настоящее время при измерениях длин сторон государственных геодезических сетей 2, 3 и 4-го классов успешно применяются радиодальномеры РДГВ и «Луч», обеспечивающие измерение расстояний до 30—40 км с точностью 1: 200 000 — 1:300 000.

Лазерные рулетки. В последнее время все большее применение в практике геодезического производства находят лазерные рулетки, позволяющие исполнителю измерять расстояние без посторонней помощи бесконтактным методом. Принцип измерения расстояний лазерной рулеткой тот же, что и при использовании лазерных светодальномеров.

Видимый лазерный луч направляется непосредственно на объект, до которого измеряется расстояние, и после нажатия кнопки на дисплее прибора появляется результат измерения с точностью до миллиметра. Лазерные рулетки типа DISTO (Leica, Швейцария) имеет диапазон измерений от 0,3 до 120 м с точностью до 3 мм, причем расстояния до 30 м можно измерять без отражателя. Бесконтактный принцип работы позволяет использовать рулетку для измерения расстояний до объектов, которые труднодоступны для традиционных методов. Результаты измерений могут накапливаться в памяти прибора, их можно суммировать, умножать, производя подсчет площадей и объемов. Рулетка снабжена встроенным аккумулятором, общая масса таких приборов 600 — 800 г.

Уникальные возможности лазерной рулетки делают ее незаменимой при проведении обмеров земельных участков, выполняемых в ходе инвентаризации земель населенных пунктов, а также при линейных измерениях на стройплощадках промышленных и гражданских объектов.

§ 51. Оптические дальномеры. Нитяной дальномер

Принцип измерения расстояний оптическими дальномерами. *Оптические дальномеры* — это геодезические приборы, позволяющие определять горизонтальные и наклонные расстояния косвенным методом. При этом в основу определения расстояний положено решение равнобедренного (или прямоугольного) треугольника, имеющего одну короткую сторону (рис. 57, *а*).

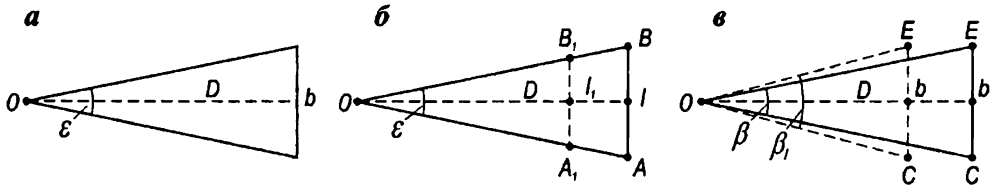


Рис. 57. *Принцип измерения расстояния оптическими дальномерами:* а — *параллактический треугольник;* б — *с постоянным параллактическим углом;* в — *с постоянной базой*

Острый угол ε такого треугольника называется ***параллактическим***, а противолежащая сторона *b* — ***базой***. Расстояние *D* определяется решением параллактического треугольника по формуле

$$D = b/2\ ctg\ \varepsilon/2. \tag{52}$$

Поскольку угол ε мал (менее 1°), то функцию $tg\ \varepsilon/2$ можно заменить значением аргумента $\varepsilon/2$, выраженным в радианной мере.

Тогда
$$D = \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{tg\varepsilon/2} = \frac{b \cdot \rho}{\varepsilon}. \tag{53}$$

Конструкциями оптических дальномеров предусматривается, что одна из величин (угол ε или база *b*) является постоянной, а вторая — переменной величиной, подлежащей измерению. В зависимости от этого различают два типа оптических дальномеров.

Дальномеры с постоянным параллактическим углом (рис. 57, *б*). При работе с такими дальномерами измеряют переменную величину *l* (базу) с помощью дальномерной рейки, устанавливаемой в конечной точке измеряемой линии. В этом случае расстояние *D* равно

$$D = \frac{l \cdot \rho}{\varepsilon}.$$

Обозначив в последней формуле постоянную величину через *K*, т. е. $\rho/\varepsilon = K$, получим

$$D = Kl, \tag{54}$$

где *K* — коэффициент дальномера.

Дальномеры с постоянной базой (рис. 57, *в*). При работе с дальномерами данного типа измеряют угол *β*; постоянный базис *b* закрепляется на дальномерной рейке специальными марками. В этом случае искомое расстояние *D* определится по формуле

$$D = K/\beta, \tag{55}$$

где $K = bc$ — коэффициент дальномера.

Во всех случаях дальномерная рейка может занимать как горизонтальное, так и вертикальное положение. При горизонтальном расположении ее длина обычно не превосходит 2 м, а при вертикальном достигает 4 м. Оптические дальномеры предназначены для определения расстояний от десятков до нескольких сотен метров.

Определение расстояний нитяным дальномером. *Нитяной дальномер* относится к простейшим оптическим дальномерам с постоянным параллактическим углом и переменной базой при определяемой точке. Он представляет собой зрительную трубу, на сетке нитей которой дополнительно нанесены дальномерные штрихи (рис. 58), расположенные симметрично визирной оси.

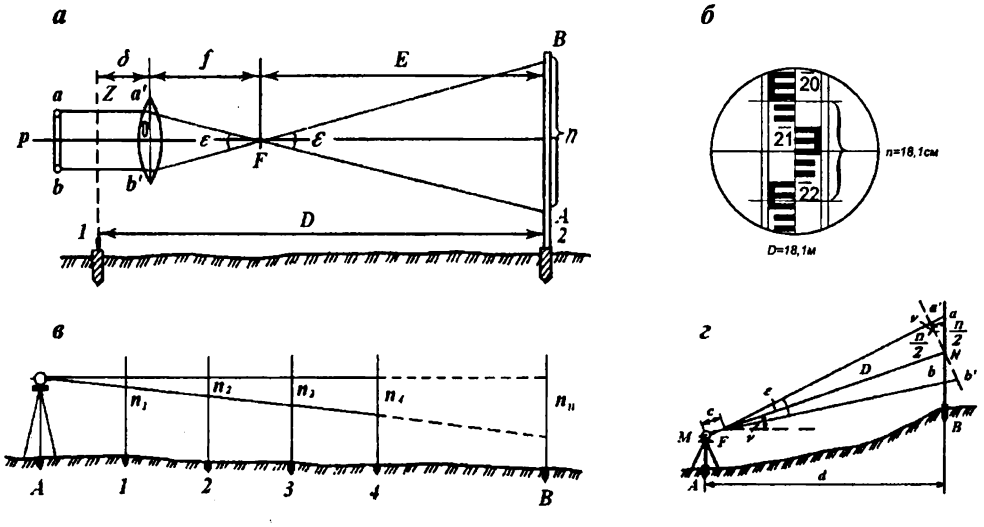


Рис. 58. *Схема определения расстояний нитяным дальномером:* а — *принципиальная схема;* б — *определение расстояния;* в — *определение коэффициента дальномера;* г — *определение горизонтальной проекции наклонного расстояния*

Нитяные дальномеры не являются самостоятельными приборами. Они совмещаются с геодезическими приборами (теодолитами, нивелирами, кипрегелями), что придает этим приборам универсальность.

Теория нитяного дальномера определяется типом зрительной трубы, в которой он используется, — с внешним или внутренним фокусированием. Рассмотрим его принципиальную схему.

Пусть требуется определить расстояние D (рис. 58, *а*) между точками *1* и *2*. В точке *1* установлен теодолит, ось вращения которого совпадает с отвесной линией точки *1*; в точке *2* вертикально установлена дальномерная рейка.

Рассмотрим вначале частный случай, когда визирная ось трубы занимает горизонтальное положение и, следовательно, перпендикулярна к рейке. Параллактический угол ε образуется лучами визирования, проходящими через дальномерные нити *a* и *b*; его величина зависит от расстояния между ними $p = ab$. Вершина угла совпадает с передним фокусом F объектива.

Как видно из рис. 58, *а*, искомое расстояние

$$D = E + \delta + f, \qquad (56)$$

где E — расстояние от переднего фокуса объектива до рейки; δ — расстояние от объектива до оси вращения прибора; f — фокусное расстояние объектива.

Лучи от дальномерных нитей a и b, пройдя через объектив и его передний фокус, пересекают рейку в точках A и B. Из подобия треугольников ABF и $a'b'F$ имеем

$$\frac{E}{n}=\frac{f}{p},\ \text{откуда}\ \ E=\frac{f}{p}\cdot n.$$

Поскольку величины f и p являются постоянными, то и их отношение $\frac{f}{p}=K$ — величина постоянная для данного прибора и называется ***коэффициентом дальномера***. Тогда определяемое расстояние между точками *1* и *2* будет

$$D=E+\delta+f=Kn+c, \tag{57}$$

где $c=\delta+f$ — постоянная слагаемая дальномера.

Для удобства вычисления расстояний величины f и p в приборах подбирают таким образом, чтобы $K=100$. Такое значение коэффициента дальномера будет иметь место при $\varepsilon = 34{,}38' = 34'22{,}6''$.

Для труб с внутренним фокусированием величина c весьма мала, в связи с чем ею обычно пренебрегают.

При измерении расстояний нитяным дальномером величину переменной базы выражают числом n делений дальномерной рейки, видимых под углом ε на данном расстоянии. Значение n находят как разность отсчетов по рейке, взятых по нижней и верхней дальномерным нитям. Тогда для труб с внутренним фокусированием искомое расстояние определится как

$$D=Kn=100n. \tag{58}$$

Пример: отсчеты по дальномерным нитям по рейке равны 2234 и 2053 мм.

Тогда $n = 2234 - 2053 = 181$ мм $= 18{,}1$ см; $D=K\times n = 100\times 18{,}1$ см$=$ $= 1810$ см$=18{,}1$ м.

Практически измерение расстояния нитяным дальномером производится следующим образом. Визируют на рейку и наводящим винтом зрительной трубы совмещают верхнюю дальномерную нить с отсчетом, кратным 10 см. По рейке отсчитывают число сантиметров, заключенных между дальномерными нитями. При $K = 100$ дальномерный отсчет по рейке в сантиметрах выразит искомое расстояние в метрах (рис. 58, *б*).

При измерении больших расстояний, а также в случаях, когда нижние деления рейки закрываются травой, кустарником, складками рельефа местности и т. п., для взятия дальномерных отсчетов можно пользоваться дальномерной и средней нитями, принимая коэффициент дальномера $K=200$. С помощью нитяного дальномера рекомендуется измерять линии длиной не более 200 м; при больших расстояниях линию следует делить на части.

К достоинствам нитяного дальномера относятся простота устройства и удобство применения, к недостаткам — сравнительно низкая точность измерения расстояний, равная 1:200 – 1:400. Такая точность обусловлена влиянием на результаты измерений неблагоприятных внешних условий, неточности отсчитывания по рейке, большой толщины нитей, неточности коэффициента дальномера и делений рейки и т. п. При необходимости точность измерения длин линий может быть повышена применением дальномеров двойного изображения.

Определение коэффициента дальномера. Значения постоянных дальномера обычно приводятся в паспорте геодезического прибора. Однако перед началом полевых работ независимо от паспортных данных следует определять коэффициент дальномера.

В практике геодезических работ обычно применяется *способ зависимого определения коэффициента нитяного дальномера.* Этот способ учитывает цену деления рейки, поэтому полученное значение коэффициента дальномера соответствует только определенной дальномерной рейке. В основу определения коэффициента дальномера K положена формула

$$K = \frac{D}{n}. \tag{59}$$

Определение коэффициента дальномера следует проводить с точностью ±0,1 при наиболее благоприятных атмосферных и погодных условиях.

Для этого на ровной местности выбирается базис, на котором отмеряются отрезки длиной 25, 50, 75, 100 и 150 м (рис. 58, *в*). Длину базиса и его отрезков измеряют мерной лентой или дальномером двойного изображения с точностью не ниже 1:2000.

На одном конце базиса устанавливают прибор, а в точках *1, 2, 3, 4, B* — последовательно дальномерную рейку в прямом, а затем в обратном направлениях. В каждой точке берут дальномерные отсчеты по рейке. Из каждой пары отсчетов вычисляются коэффициенты дальномера K_1, K_2, K_3, ..., K_n, значения которых не должны отличаться друг от друга более чем на 0,4. За окончательное значение коэффициента дальномера принимают среднее арифметическое

$$K = \frac{K_1 + K_2 + K_3 + ... + K_n}{N}, \tag{60}$$

где N — число измеренных отрезков.

Если коэффициент дальномера не равен 100, то для удобства и повышения производительности при определении расстояний составляется таблица поправок, рассчитываемая по формуле

$$\Delta D = (K - 100)\, n, \tag{61}$$

где K — полученное значение коэффициента.

Из таблицы по аргументу n выбирается значение поправки ΔD. В некоторых случаях для дальномера изготавливают специальную рейку, при работе с которой коэффициент был бы равен 100. Для этой цели берется выдержанный загрунтованный брусок дерева необхо-

димой длины (3 — 4 м). Над начальной точкой базиса устанавливают прибор, а брусок последовательно устанавливают на расстояниях 50, 100, 150 и 200 м; при этом каждый раз одну крайнюю дальномерную нить наводят на верхний обрез бруска, а проекцию другой дальномерной нити отмечают на бруске чертой. Полученные на рейке интервалы делят на соответствующее число частей и раскрашивают в контрастные тона.

Определение горизонтальных проекций наклонных расстояний при измерении длин дальномером. На практике при определении расстояний с помощью нитяного дальномера по вертикальной рейке визирование обычно производится наклонным лучом (рис. 58, *г*). Если бы рейка была перпендикулярна к визирной оси, т. е. наклонена к визирному лучу на угол ν, то наклонное расстояние $D = MN = Kn' + c$. Но поскольку рейка устанавливается вертикально, фактический дальномерный отсчет по ней будет равен n.

Как видно из рис. 58, *г*, в треугольниках $Na'a$ и Nbb' углы при точках a' и b' отличаются от 90° на половину параллактического угла ε, т. е. на $\varepsilon/2 = 17{,}2'$. Учитывая невысокую точность измерений нитяным дальномером, этим отличием можно пренебречь, принимая треугольники $Na'a$ и Nbb' прямоугольными.

Тогда можно записать

$$Na' + Nb' = (Na + Nb)\cos\nu,$$

или

$$n' = n\cos\nu.$$

Отсюда наклонное расстояние $D = Kn\cos\nu + c$. Принимая для труб с внутренним фокусированием $c = 0$, имеем

$$D = K\,n\cos\nu.$$

Горизонтальная проекция линии будет равна

$$d = D\cos\nu = Kn\cos^2\nu, \tag{62}$$

или, обозначив величину Kn через L, получим

$$d = L\cos^2\nu. \tag{63}$$

После преобразования формулу (64) можно представить в виде

$$d = L - \Delta L_{н'} \tag{64}$$

где $\Delta L_н = L\sin^2\nu$ — поправка за наклон в измеренное дальномером наклонное расстояние.

§ 52. Дальномеры двойного изображения

Типы дальномеров двойного изображения. Дальномеры двойного изображения в значительной мере свободны от недостатков, присущих нитяному дальномеру, и позволяют получать результаты с точностью, близкой к точности измерения расстояний мерными лентами. В основу этих дальномеров положено свойство стеклянной призмы отклонять проходящие через нее лучи к основанию. Призма с очень малым преломляющим углом называется *оптическим клином*.

В соответствии с ГОСТ в нашей стране серийно выпускаются три типа дальномеров двойного изображения: Д-2, ДНР-5 и ДН-8. Цифры в шифре дальномеров обозначают среднюю квадратическую погрешность в см на 100 м измеряемого расстояния.

Дальномер Д-2 — прибор с переменным параллактическим углом; предназначен для измерения длин линий от 40 до 400 м в полигонометрии 2-го разряда, теодолитных ходах и съемочных сетях по горизонтальной или вертикальной рейкам с относительной погрешностью соответственно не более 1:5000 и 1:3000.

Редукционный дальномер ДНР-5 выполнен в виде насадки на зрительную трубу теодолита; прибор с постоянным параллактическим углом, предназначен для измерения горизонтальных проложений длин линий от 20 до 120 м по вертикальной рейке в теодолитных ходах с относительной погрешностью 1:1500 – 1:2000 и при съемках застроенных территорий.

Дальномерная насадка ДН-8 с переменным параллактическим углом; предназначена для измерения длин линий от 50 до 700 м в теодолитных ходах, при городских съемках и аналитических построениях по горизонтальной рейке с относительной погрешностью 1:1200 – 1:1500.

Ниже приведены сведения об основных типах дальномеров, применяемых при выполнении топографо-геодезических работ.

Дальномеры двойного изображения с постоянным параллактическим углом. В данных приборах объектив зрительной трубы наполовину перекрывается *оптическим клином* (рис. 59, *а*). При визировании на дальномерную рейку в поле зрения видны два соприкасающихся изображения рейки: одно — через свободную часть объектива, второе — через оптический клин, смещенное относительно первого на величину *l*, являющуюся дальномерным отсчетом (см. рис. 59, *б*). Так, точки *K* и *M* рейки, находящиеся на расстоянии *l* друг от друга, видны совмещенными в точке *k* сетки нитей.

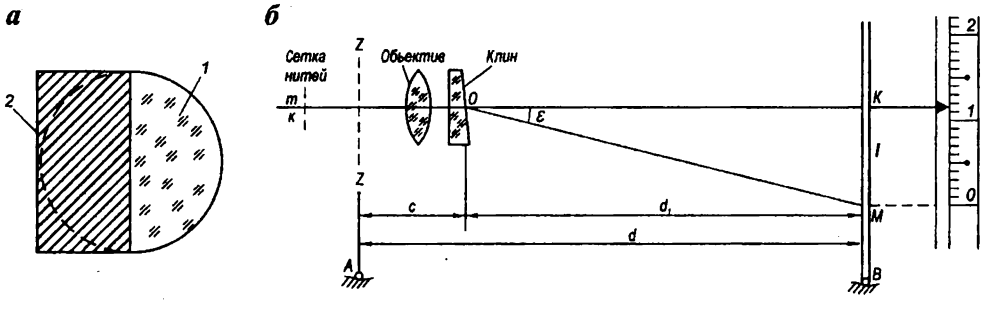


Рис. 59. *Принцип определения расстояния дальномером двойного изображения с постоянным параллактическим углом:*
а — *оптический клин;* б — *схема определения расстояния*

По делениям рейки относительно нулевого индекса определяют величину смещения *l*, обусловленную отклоняющим углом ε клина, который является параллактическим углом дальномера.

Как следует из рис. 59, *б*, расстояние от оси вращения прибора *ZZ* до рейки

$$d = l\ ctg\ \varepsilon + c, \qquad (65)$$

где c — расстояние от оси вращения прибора до точки O клина; $\varepsilon = \Theta(n - l)$ — отклоняющий угол клина; Θ — преломляющий угол клина; n — показатель преломления стекла, из которого изготовлен клин.

При изготовлении оптических клиньев значения n и Θ подбирают таким образом, чтобы $ctg\ \varepsilon = 100$, т. е. $\varepsilon = 34'22{,}6''$. Для повышения точности отсчитывания по рейке вместо индекса применяется верньер.

К дальномерам этого типа относится редукционный дальномер ДНР-5.

Редукционный дальномер ДНР-5 представляет собой дальномерную насадку (рис. 60, *а*), надеваемую на трубу теодолита с противовесом.

Особенностью дальномера является наличие *редукционного устройства*, автоматически преобразующего наклонные расстояния в их горизонтальные проложения при углах наклона зрительной трубы до ±12°.

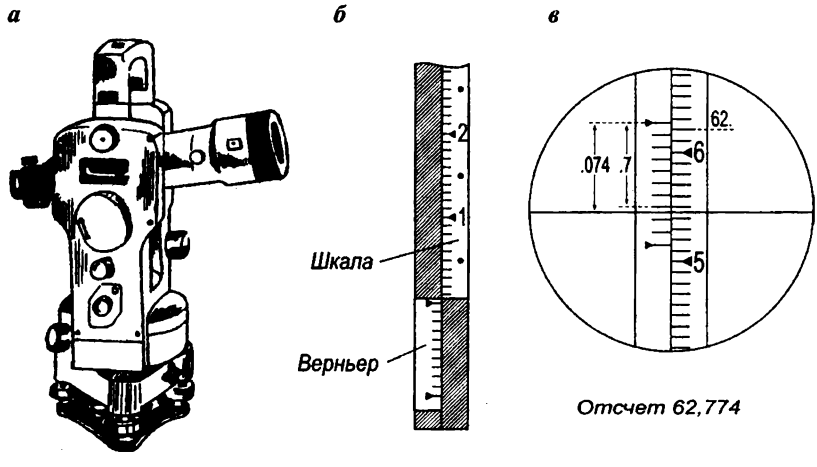


Рис. 60. *Дальномер ДНР-5:*
а — *внешний вид;* б — *дальномерная рейка;*
в — *схема отсчитывания по рейке*

Редуцирующим устройством является подвесной качающийся клин, который, оставаясь в отвесном положении при наклоне зрительной трубы, изменяет отсчет по дальномерной рейке, автоматически вводя в него поправку за наклон измеряемой линии. Редуцирующий клин является составной частью *оптического компенсатора*, с помощью которого создается параллактический угол.

Оптический компенсатор перекрывает одну половину объектива зрительной трубы. Вторую половину перекрывает телескопическая линза, выполняющая роль *микрометра*; она имеет свойство, не изменяя фокусировки зрительной трубы, изменять ее увеличение, что повышает точность отсчитывания по рейке. В результате действия оптического компенсатора и телескопической линзы в поле зрения трубы видны два изображения дальномерной рейки, смещенные относитель-

но друг друга на величину, соответствующую параллактическому углу. При измерении расстояния используется шкала одного изображения рейки и верньер другого.

Для повышения точности совмещения штрихов шкалы и верньера зрительная труба может быть оборудована специальным *разделительным устройством*, состоящим из *бипризмы и щелевой диафрагмы*. Бипризму устанавливают вместо сетки нитей зрительной трубы, а щелевую диафрагму навинчивают на окуляр.

При измерении длин линий применяют вертикально устанавливаемые двусторонние рейки, шкалы которых изготовлены из инварных полос (рис. 60, *б*). На обеих сторонах рейки имеются шкалы с двухсантиметровыми делениями и обратные верньеры. На контрольной (желтой) стороне рейки верньер сдвинут на величину, соответствующую расстоянию 11,111 м. Для установки в отвесное положение рейка имеет круглый уровень и снабжена подставкой и двумя подпорками.

Для определения расстояния визируют на рейку и наводящим винтом зрительной трубы совмещают какой-либо штрих верньера со штрихом рейки; при этом горизонтальная нить сетки не должна выходить за пределы верньера. Поскольку рейка имеет обратный верньер, то отсчет по нему производится от нулевого индекса в направлении, противоположном оцифровке шкалы рейки. Пример взятия отсчета по дальномерной рейке представлен на рис. 60, *в*.

При использовании реек с двухсантиметровыми делениями шкал отсчет по рейке выражает половину измеряемого расстояния. Поэтому следует производить два отсчета по рейке при двух независимых совмещениях; их сумма даст горизонтальное проложение расстояния.

Пример: $L_1 = 51{,}723$ и $L_2 = 51{,}727$, тогда горизонтальное проложение

$$d = L_1 + L_2 = 51{,}723 + 51{,}727 = 103{,}450 \text{ м}.$$

При определении расстояния по контрольной стороне рейки к сумме двух отсчетов необходимо прибавить постоянную величину 11,111 м. При углах наклона от ±12 до ±20° в измеренное расстояние вводится дополнительная поправка за наклон, определяемая с помощью специальных номограмм.

Дальномерная насадка ДНР-5 может быть использована с теодолитами, имеющими посадочный диаметр объективной части трубы 46 мм (Т2, Т5, Т15 и др.).

Дальномеры двойного изображения с постоянной базой. В дальномерах данного типа (рис. 61) перед объективом *1* зрительной трубы установлена длиннофокусная *линза-компенсатор 2*, которую можно перемещать микрометренным винтом в направлении, перпендикулярном к оптической оси трубы. При этом изображение, даваемое объективом зрительной трубы, будет смещаться в сторону перемещения линзы. В результате образуется параллактический треугольник, позволяющий определить расстояние.

Для измерения параллактического угла β при постоянной базе $AB = b$ линзу-компенсатор необходимо сместить на величину Δ, чтобы изображения марок A и B совместились в фокальной плоскости объектива зрительной трубы.

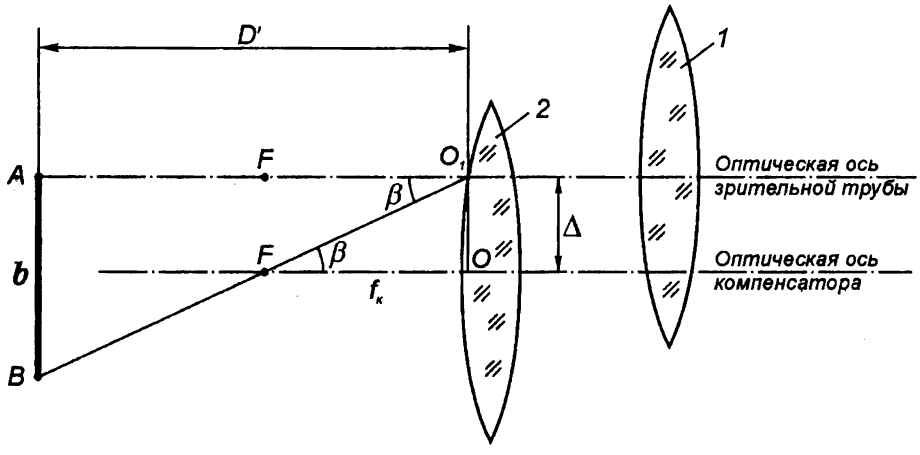


Рис. 61. *Принципиальная схема дальномера двойного изображения с постоянной базой*

Из подобия треугольников ABO_1 и OFO_1 имеем

$$D' = \frac{bf_k}{\Delta}, \tag{66}$$

где D' — расстояние от рейки до линзы-компенсатора; f_k — фокусное расстояние линзы.

Из треугольника OFO_1 следует, что

$$\beta = \frac{\Delta}{f_k} \times \rho. \tag{67}$$

Как видно из формулы (67), линейная величина перемещения компенсатора Δ и параллактический угол β взаимосвязаны. Следовательно, измерительные шкалы в дальномерах с линзовыми компенсаторами могут быть градуированы в линейных и угловых величинах. В последнем случае путем взятия отсчетов по шкале при измерениях можно непосредственно получать значения параллактических углов. При малых значениях угла β расстояние от рейки до линзы-компенсатора определится выражением

$$D' = \frac{b}{\beta} \cdot \rho = \frac{K}{\beta}. \tag{68}$$

Рассмотренный принцип определения расстояний положен в основу конструкции дальномеров типов ДН-8 и Д-2.

Дальномерный комплект ДН-8 состоит из дальномерной насадки (рис. 62, *а*), закрепляемой на трубе теодолита типа Т5, Т15 и др., и дальномерной рейки (рис. 62, *б*).

Дальномерная насадка состоит из *линзового компенсатора* и *микроскопа* и служит для измерения параллактических углов. Компенсатор обеспечивает получение в поле зрения трубы теодолита двух изображений дальномерной рейки, наложенных одно на другое. В зрительных трубах сетка нитей заменяется *бипризмой*, а на окуляр надевается

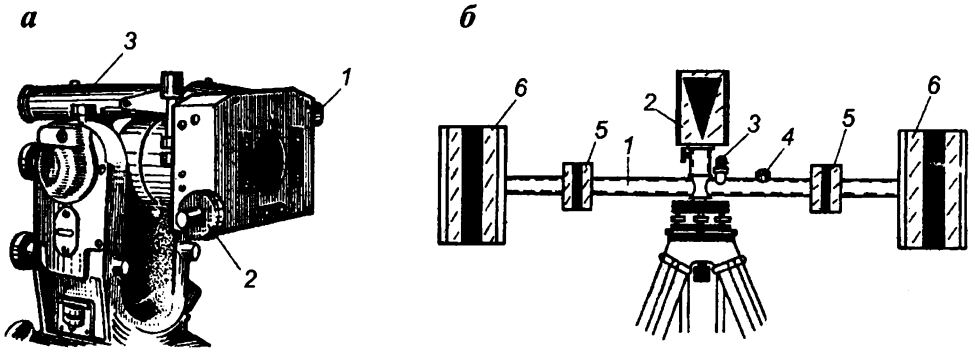


Рис. 62. *Дальномерный комплект ДН-8:*
а — *теодолит с насадкой;* б — *дальномерная рейка*

щелевая диафрагма. Бипризма и щелевая диафрагма образуют *разделительное устройство* дальномера. Бипризма делит каждое изображение рейки, полученное компенсатором, на две части, а щелевая диафрагма срезает верхнюю часть одного и нижнюю часть другого изображения. Это позволяет совмещать изображения марок рейки с высокой точностью, располагая их на продолжении друг друга.

Компенсатор состоит из двух разрезанных пополам двояковогнутой и двояковыпуклой линз. Половинки положительной и отрицательной линз попарно объединены в оправы. Верхняя отрицательная и нижняя положительная полулинзы образуют *измерительную часть*, а верхняя положительная и нижняя отрицательная — *установочную часть* компенсатора. Обе части компенсатора (установочная и измерительная) перемещаются независимо одна от другой с помощью *установочного 1* и *измерительного 2 винтов* соответственно (см. рис. 62, *а*). Величина взаимного смещения частей компенсатора определяется по дальномерной шкале, видимой в поле зрения отсчетного микроскопа *3*.

Дальномерная шкала (рис. 63, *а*), состоящая из 120 делений, оцифрована через каждые 5 делений. Оценка десятых и сотых долей этих делений производится по шкале микроскопа.

Входящие в комплект дальномера горизонтальные базисные рейки устанавливаются на штативах (см. рис. 62, *б*). Рейка состоит из полой дюралюминиевой *штанги 1*, на которой закреплены четыре *дальномерные марки*, размеры которых попарно совпадают. Марка представляет собой пластину с черной полосой на желтом фоне. Лицевая поверхность всех марок находится в одной плоскости, а их штрихи параллельны между собой и попарно имеют равную толщину. Крайние марки *6* образуют *большой базис*, равный 1018 мм, и предназначены для измерения расстояний более 180 м; *малый базис* между средними марками *5*, равный 550 мм, используется при расстояниях от 50 до 180 м.

В центре рейки в специальном гнезде устанавливается *визирная марка 2*, которая используется при измерении горизонтальных углов. На штанге рейки укреплены *круглый уровень 4* для приведения ее

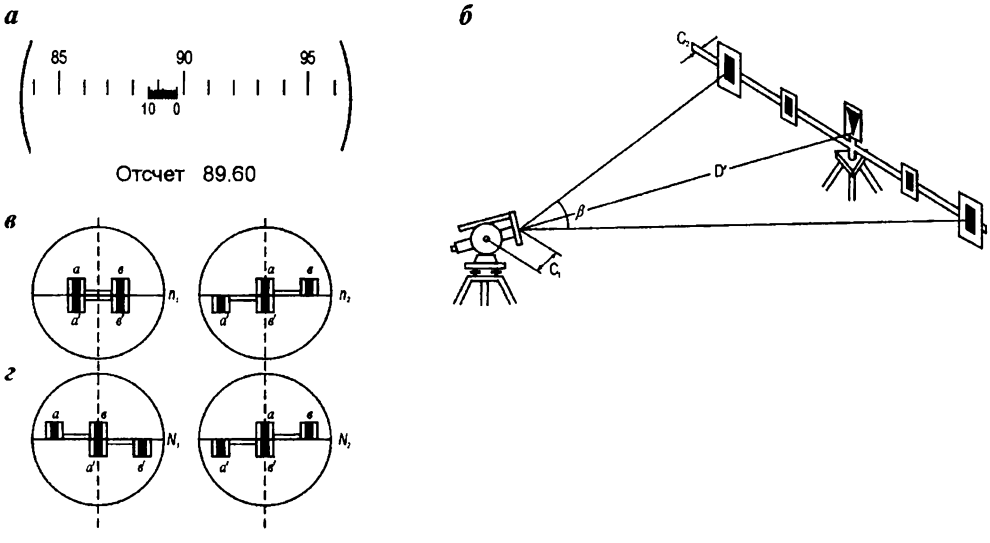


Рис. 63. *Измерение расстояния дальномером ДН-8:*
а — *поле зрения отчетного микроскопа;*
б — *схема измерения;* в, г — *схема измерения параллактического угла*

в горизонтальное положение и *оптический визир 3* — для ее установки перпендикулярно измеряемой линии. Внутри штанги вмонтирован *термометр* для определения температуры рейки во время измерения.

При измерении длины линии на одном ее конце устанавливают теодолит с дальномерной насадкой, на другом — дальномерную рейку (рис. 63, *б*).

Как видно из рис. 63, *б*, измеряемое расстояние

$$D = D' + c_1 + c_2, \tag{69}$$

где D' — расстояние от вершины параллактического угла до плоскости марок рейки; c_1 — расстояние от вертикальной оси теодолита до вершины параллактического угла; c_2 — расстояние от плоскости марок до оси рейки.

Обозначив сумму постоянных величин $c = c_1 + c_2$, с учетом формулы (68) получим

$$D = \frac{K}{\beta} + c, \tag{70}$$

где β — параллактический угол.

Величину коэффициента дальномера для большого и малого базисов определяют до начала работ на специально измеренном базисе для каждой насадки и комплекта реек. В измеренное расстояние вводятся поправки за температуру и наклон линии.

Определение дальномерного расстояния сводится к измерению параллактического угла. В зависимости от длин сторон с помощью

дальномерной насадки измеряют половинный либо полный параллактический угол. При расстояниях более 100 м измеряют полный параллактический угол, причем при длинах от 100 до 180 м используют малый базис, а при длинах более 180 м — большой базис реек. Если длина стороны менее 100 м, то измеряют половинный параллактический угол по малому базису и полученный результат удваивают.

Измерения параллактических углов выполняются в следующей последовательности. Зрительную трубу наводят на рейку и наводящим винтом трубы устанавливают разделительное ребро бипризмы по оси штанги рейки; при этом в поле зрения трубы появится изображение двух половин дальномерной рейки. Измерительным винтом компенсатора устанавливают по шкале микроскопа отсчет, близкий к 60, а установочным винтом совмещают изображения марок (рис. 63, *в*) и берут отсчет по шкале микроскопа n_1.

Измерительным винтом компенсатора перемещают изображения марок навстречу друг другу и берут отсчет n_2. По разности отсчетов вычисляют половинный параллактический угол $\beta/2 = n_2 - n_1$. При измерении угла несколькими приемами необходимо перед каждым приемом немного сместить изображения установочным винтом, а измерительным винтом вновь совместить изображения марок.

Полный параллактический угол измеряют по схеме, показанной на рис. 63, *г*. В этом случае при взятии начального отсчета марки разводят в противоположные направления. Параллактический угол вычисляют как разность отсчетов

$$\beta = N_2 - N_1.$$

При расстояниях до 400 м параллактические углы измеряют четырьмя приемами, более 400 м — шестью приемами. В первом случае расхождения между результатами измерений в отдельных приемах не должны превосходить 0,15, во втором — 0,20 одного деления шкалы. За окончательный результат принимают среднее арифметическое от результатов измерений во всех приемах.

Дальномер Д-2 (ОТД) является наиболее совершенной конструкцией дальномера с постоянной базой и переменным параллактическим углом.

Дальномер Д-2 является самостоятельным прибором и состоит (рис. 64, *а*) из *дальномерного устройства, вертикального круга* для измерения углов наклона линии визирования с точностью до 1°, *алидадной части* с осью вращения и винтами управления и *подставки*.

Дальномерный блок содержит *зрительную трубу с разделительным устройством* и *оптический компенсатор* комбинированного типа конструкции А.И. Захарова, позволяющий точно измерять сравнительно большие параллактические углы (до 1,5°).

Компенсатор состоит из *перекидного оптического клина*, задающего постоянную часть параллактического угла $\beta_к$, и *линзовой системы*, сходной с компенсатором ДН-8; последняя позволяет совмещать два полуизображения рейки и задавать тем самым переменную часть угла $\beta_ц$.

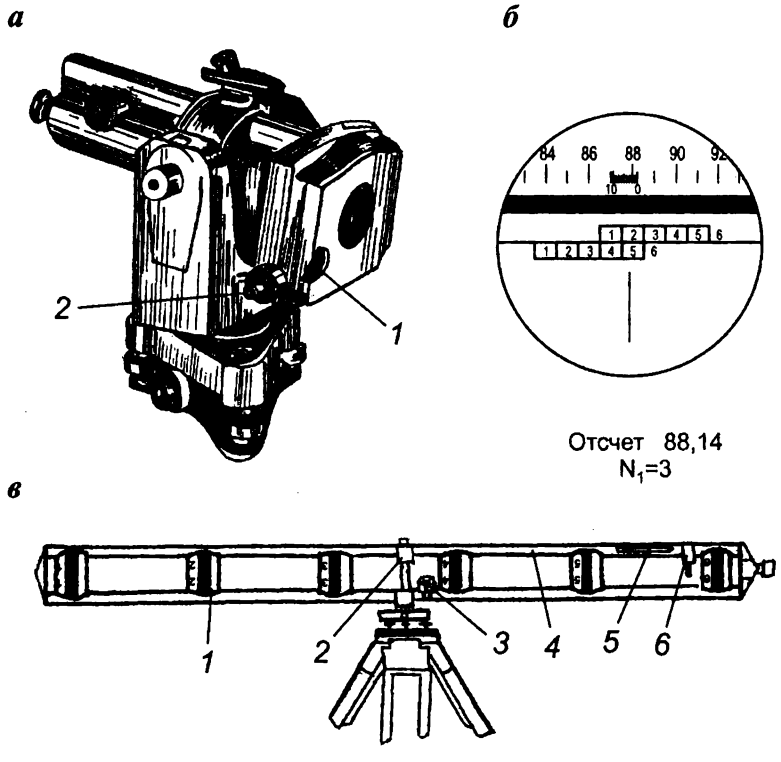


Рис. 64. *Дальномер Д-2:*
а — *внешний вид;* б — *поле зрения отсчетного микроскопа;*
в — *дальномерная рейка*

В результате параллактический угол β определяется суммой двух его составляющих, т. е.

$$\beta = \beta_к + \beta_и , \qquad (71)$$

причем угол $\beta_и$ может иметь знак «плюс» или «минус».

Окуляр зрительной трубы служит одновременно и окуляром отсчетного микроскопа. В поле зрения трубы одновременно видны изображения рейки и дальномерная шкала (рис. 64, *б*).

В дальномерный комплект входит двусторонняя дальномерная рейка (рис. 64, *в*), имеющая на каждой стороне по шесть оцифрованных *визирных марок 1.* На одной стороне рейки расстояния между марками равны 400 мм, на другой — 404 мм, т. е. разность между ними составляет 1%. Различное сочетание марок образует базы: 0,4; 0,8; 1,2; 1,6 и 2,0 м. Рейка может устанавливаться на штативе в горизонтальном или вертикальном положении с помощью *круглых уровней 2* и *6.* Для центрирования рейки в подставке имеется *оптический центрир,* а для установки ее перпендикулярно к измеряемой линии — *оптический визир 3.* В каркас рейки вмонтирован *термометр 5.*

Определение расстояния дальномером Д-2 сводится к измерению переменной части $\beta_и$ параллактического угла. Дальномер и рейку уста-

навливают над точками измеряемой линии. Визируют на рейку так, чтобы в поле зрения трубы появились две половины изображения рейки, разделенные ребром бипризмы (см. рис. 65, позиция 1). Поворачивают рычаг *1* перекидного клина (рис. 64, *а*) вверх и измерительным винтом *2* компенсатора совмещают изображения ближайших марок рейки (рис. 65, позиция 2). Берут отсчет n_1 по дальномерной шкале и определяют число малых баз N_1 между номерами совмещенных марок (рис. 64, *б*). Затем поворачивают рычаг *1* вниз до упора (рис. 65, позиция 3) и измерительным винтом *2* вновь совмещают марки (рис. 65, позиция 4); берут отсчет n_2 по дальномерной шкале и определяют разность N_2 между номерами совмещенных марок. Разность $n_2 - n_1 = \beta_u$ и есть измеренная переменная часть параллактического угла.

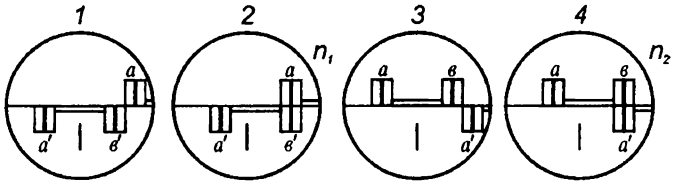


Рис. 65. *Схема измерения параллактического угла дальномером Д-2*

Цена деления дальномерной шкалы занижена вдвое, чтобы значение параллактического угла не делить пополам. В поле зрения отсчетного микроскопа виден отсчет $n_1 = 88{,}14$, а в поле зрения трубы — совмещение марок рейки (рис. 64, *б*). Постоянную его величину $\beta_к$, а также коэффициент дальномера K для одной малой базы определяют из специальных исследований.

Измерение переменной части параллактического угла выполняют четырьмя — шестью приемами по двум сторонам рейки. Максимальная разность между значениями угла в различных приемах не должна превышать 0,15 деления шкалы. Количество малых баз определяют как среднее, т. е. $N = (N_1+N_2)/2$. Значения параллактических углов, полученные по стороне рейки с делениями через 0,4 м, умножают на 1,01. Для вычисления среднего угла β пользуются формулой приведения

$$\beta = \frac{\beta_1 + 1{,}01\beta_2}{2}, \qquad (72)$$

где β_1 и β_2 — средние значения углов, полученные по разным сторонам рейки.

При измерении параллактических углов фиксируют температуру рейки. Для определения поправки за наклон линии измеряют угол наклона.

Горизонтальное проложение измеренной линии рассчитывают по формуле

$$d = N \cdot \frac{K}{\beta} + c + \Delta D_t + \Delta D_n, \qquad (73)$$

где N — общее число малых баз рейки, использованных при измерениях; c — постоянная дальномера (c = 0,12 м); ΔD_t — поправка за температуру рейки; $\Delta D_н$ — поправка за наклон измеряемой линии.

Большой диапазон измеряемых расстояний в сочетании с довольно высокой точностью, быстрота наведения и снятия отсчетов, возможность применения трехштативного способа позволяют использовать дальномеры в различных климатических и географических условиях (в горах, пустынях, на застроенных территориях, заболоченной местности и т. д.).

§ 53. Понятие о параллактическом методе измерения расстояний

Под параллактическим методом понимается косвенный метод определения расстояния с помощью *малого базиса*, разбиваемого поперек измеряемой линии, и *параллактических углов*, под которыми базис рассматривается с концов линии. Впервые данный метод был применен русским астрономом и геодезистом В.Я. Струве в 1836 г. при измерении длин сторон в полигонометрии.

Параллактический метод используется в случаях, когда непосредственное измерение невозможно из-за наличия в створе линий различных препятствий либо затруднительно ввиду сильно пересеченной местности.

Геометрическая фигура, образованная измеряемой линией с базисом и связывающим их построением называется ***параллактическим звеном.*** Наиболее широкое распространение в геодезической практике получили два типа простых параллактических звеньев.

1. *Звено треугольной формы* с коротким базисом, расположенным в конце линии под углом 90° (рис. 66, *а*). В этом звене угол γ =90° называется ***прибазисным.*** На местности измеряют базис b и параллактический угол φ. Длина линии рассчитывается с использованием теоремы синусов по формуле

$$d = \frac{b \cdot \sin(\varphi + \gamma)}{\sin \varphi}, \qquad (74)$$

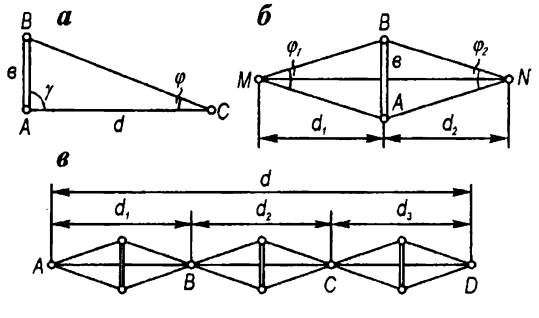


Рис. 66. *Принципиальная схема параллактического метода определения расстояния:*
а — *звено треугольной формы;* б — *звено ромбической формы;*
в — *принцип створно-короткобазисного способа*

или приближенно в радианной мере

$$d = \frac{b \cdot \rho}{\varphi}. \tag{75}$$

2. *Симметричное звено ромбической формы* с коротким базисом, расположенным под углом 90° к линии хода вблизи ее середины (рис. 66, *б*); схема такого звена обеспечивает наибольшую точность. В этом случае длина линии определится по формуле

$$d = d_1 + d_2 = \frac{b}{2}\left(ctg\frac{\varphi_1}{2} + ctg\frac{\varphi_2}{2}\right), \tag{76}$$

или в радианной мере $$d = b\left(\frac{\rho}{\varphi_1} + \frac{\rho}{\varphi_2}\right). \tag{77}$$

Точность определения длин линий параллактическим методом зависит во многом от точности измерения параллактических углов и базиса. Поэтому данный метод целесообразно применять лишь при наличии приборов и оборудования, позволяющих измерять углы и базисы с высокой точностью. Направление базиса разбивают техническим теодолитом перпендикулярно к измеряемой линии с погрешностью не более 2'. Для измерения параллактическим методом линий большой протяженности их разбивают на отдельные части, каждую из которых измеряют самостоятельно (рис. 66, *в*). Такой способ измерения длин называется ***створно-короткобазисным***. Методика точного определения расстояний параллактическим способом рассмотрена во второй части пособия.

§ 54. Определение неприступных расстояний

В практике инженерно-геодезических работ довольно часто оказывается невозможным непосредственное измерение расстояния между двумя точками местности. Это бывает при пересечении линиями различного рода препятствий: рек, оврагов, заболоченных участков, котлованов, зданий и т. п. В таких случаях искомое расстояние, называемое *неприступным*, определяют косвенным путем, выполнив соответствующие измерения.

Первый случай. Пусть требуется определить расстояние $AB = d$ (рис. 67, *а*), которое не может быть измерено непосредственным способом. При этом искомое расстояние d определяется из решения двух треугольников, в которых измерены на местности две стороны (базисы) b и b_1 и горизонтальные углы α и α_1, β и β_1. Базисы выбирают по возможности на ровной местности, удобной для линейных измерений, и измеряют не менее двух раз. В точках A, C и D последовательно устанавливают теодолит и измеряют углы α и α_1, β и β_1. Если имеется возможность, то для контроля угловых измерений следует измерить также углы γ и γ_1.

Значение неприступного расстояния вычисляют по теореме синусов дважды по формулам

$$d = b\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}, \quad d = b_1\frac{\sin\beta_1}{\sin(\alpha_1+\beta_1)}. \tag{78}$$

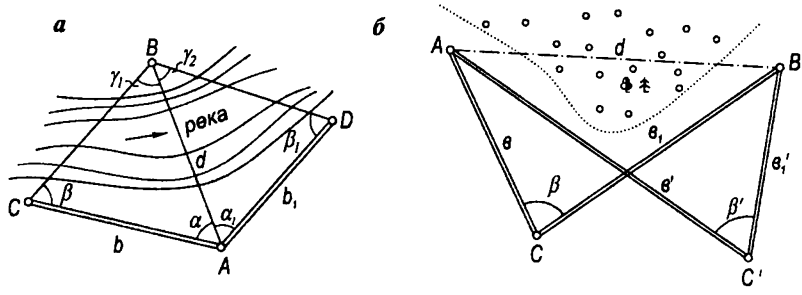


Рис. 67. *Определение неприступных расстояний:*
а — *при наличии видимости между точками линии;*
б — *при отсутствии видимости между точками*

Расхождение между обоими результатами не должно превышать некоторой величины, устанавливаемой в зависимости от требуемой точности. За окончательное значение искомого расстояния принимается среднее арифметическое от полученных результатов.

Точность определения неприступного расстояния зависит от точности измерения базисов и углов, а также от формы треугольников. Для получения наиболее точных результатов (при прочих равных условиях) треугольники по форме должны приближаться к равносторонним.

Второй случай. Если между точками A и B нет взаимной видимости (рис. 67, *б*) и невозможно измерить углы в точках A и B, измеряют длину базисов b и b_1 и угол β между ними. Неприступное расстояние вычисляют по теореме косинусов как

$$d = \sqrt{b^2 + b_1^2 - 2bb_1 \cos\beta}. \qquad (79)$$

Для контроля разбивают новый треугольник ABC' с базисами b' и b'_1, измеряют угол β' при точке C' и вновь по формуле (79) вычисляют расстояние d. В данном случае наиболее благоприятным считается вариант, когда $b = b_1$ и угол β близок к 90°.

§ 55. Измерение длин линий мерными лентами

Вешение линий. При непосредственном измерении длин линий в инженерных геодезических работах широко применяются штриховые стальные мерные ленты. В процессе измерения лента должна укладываться в *створе линии местности*, т. е. в отвесной плоскости, проходящей через конечные точки линии.

Перед измерением на местности створ линии обозначается *вехами*, представляющими собой заостренные деревянные или металлические шесты длиной 1,5 — 2,5 м, раскрашенные попеременно через 20 см в белый и красный цвета. При измерении коротких (100 — 150 м) линий в условиях равнинной местности достаточно установить вехи в конечных точках линии. В случаях измерения длинных линий, особенно в условиях сложного рельефа, в створе линий устанавливается ряд дополнительных вех. *Установка вех в створе измеряемой линии называется* ***вешением линии.***

В зависимости от длин линий, характера местности и требуемой точности вешение линий может производиться «на глаз», с помощью полевого бинокля или теодолита.

Первый случай. Если между конечными точками линии имеется взаимная видимость, то вешение обычно производится способом «на себя», т. е. от дальнего конца линии к наблюдателю (рис. 68, *а*).

Этот способ является наиболее точным, так как каждая ранее установленная веха не закрывает последующую. Наблюдатель становится в 1—2 м от вехи в точке и смотрит вдоль створа линии, чтобы веха *А* закрывала собой дальнюю веху *В*. Рабочий по сигналам наблюдателя последовательно устанавливает в створе линии вехи *1*, *2*, *3* и *4*.

При больших расстояниях, а также при точных измерениях вешение линий выполняют с помощью теодолита. Для этого в точке *А* устанавливают теодолит и, наведя зрительную трубу на основание вехи в точке *В*, закрепляют лимб и алидаду. По указанию наблюдателя рабочий отвесно устанавливает вехи в точках *1*, *2*, *3* и *4* таким образом, чтобы на них проектировалась вертикальная нить сетки.

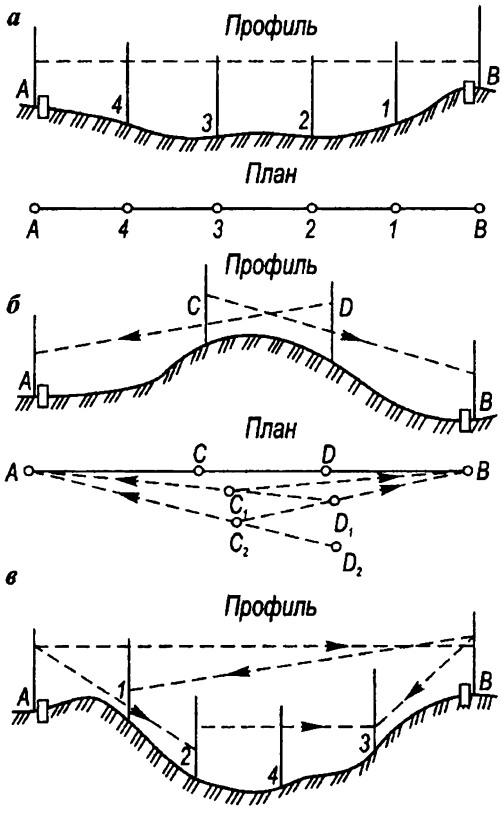


Рис. 68. *Вешение линии:*
а — *способом «на себя»;* б — *через холм;* в — *через овраг*

Второй случай. Если между конечными точками *А* и *В* нет взаимной видимости, то вешение выполняется следующим образом (рис. 68, *б*). Вблизи от створа линии ставят веху в точке D_1 и, провешивая линию D_1A, устанавливают веху в точке C_1. Затем провешивают линию C_1B, переставляя веху из точки D_1 в точку D_2. Далее снова провешивают линию D_2A, перемещая веху из точки C_1 в точку C_2. В таком порядке вехи перемещают до тех пор, пока они не займут следующего положения: веха *D* будет находиться в створе линии *CB*, а веха *C* — в створе линии *DA*. При этом обе вехи *C* и *D* окажутся в створе линии *AB*.

Третий случай. Вешение линии, пересекающей лощину или овраг (рис. 68, *в*), производится с двух концов. Сначала из точки *А* наблюдатель устанавливает веху *1* в створе линии *AB*, а затем способом «от себя» — веху *2* в створе линии *A-1*. Другой наблюдатель, находящийся в точке *В*, выставляет веху *3* в створе линии *B-1*. Затем по створу линии *2—3* из точки *2* устанавливается веха 4 на дне лощины. В зави-

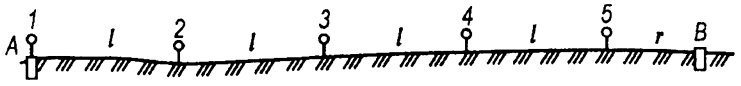


Рис. 69. *Порядок измерения линий мерной лентой*

симости от условий местности возможны и другие варианты вешения линий.

Порядок измерения линий мерной лентой. После вешения створ линии необходимо расчистить и подготовить для измерений: удалить с него камни и кочки, раздвинуть высокую траву и мешающие измерениям ветки кустарника и т. д. Измерение длин мерной лентой состоит в последовательном откладывании по створу измеряемой линии ленты, концы которой фиксируются с помощью шпилек. Измерения выполняются двумя мерщиками в следующей последовательности.

1. В начальной точке линии задний мерщик втыкает шпильку *1* (рис. 69) и надевает на нее задний конец ленты. Передний мерщик, имеющий остальные 10 (или 5) шпилек комплекта, разматывает ленту вдоль измеряемой линии и по командам заднего мерщика укладывает ее в створе линии. Путем встряхивания ленты передний мерщик добивается, чтобы вся лента лежала в створе линии, натягивает ее и фиксирует передний конец шпилькой *2*. Шпильки должны втыкаться в землю отвесно и на достаточную глубину, чтобы при натяжении ленты они не наклонялись и не сдвигались с места.

2. Передний мерщик снимает ленту со шпильки и протягивает ее на один пролет. Задний мерщик, забрав шпильку *1*, доходит до оставленной передним мерщиком шпильки *2* и надевает на нее свой конец ленты. Передний мерщик вновь натягивает ленту по створу линии и отмечает ее конец шпилькой *3* и т. д. В таком порядке откладывание ленты в створе линии продолжается до тех пор, пока передний мерщик не израсходует все шпильки (10 или 5); это указывает на то, что отложенное лентой расстояние составляет 200 или 100 м. При этом у заднего мерщика должно быть 10 (или 5) шпилек; одна шпилька находится в земле у переднего конца ленты. Задний мерщик передает переднему 10 (или 5) шпилек и записывает в журнал одну *передачу*. Дальнейшие измерения выполняются в той же последовательности.

3. Последний *отрезок линии, длина которого меньше длины мерного прибора, называется* ***остатком***. Измерение остатка производится лентой, при этом десятые доли дециметровых делений ленты оцениваются «на глаз».

Общую длину измеряемой линии подсчитывают по формуле

$$D_{изм} = nl + r, \qquad (80)$$

где l — длина ленты; n — число полных укладок ленты; r — остаток.

Для контроля линию измеряют дважды: 20-метровой лентой в прямом и обратном направлении либо 20- и 24-метровой лентами — в одном направлении. Расхождения в результатах двойных измерений не должны превышать установленных величин.

Основными источниками погрешностей измерения длин мерной лентой являются: неточное укладывание ленты в створе линии, изгиб и провисание ленты, незнание истинной длины ленты, колебания температуры в процессе измерений, просчеты и неточности при взятии отсчетов по ленте и др.

Ослабление влияния данных факторов на точность измерений достигается более тщательным вешением линий, использованием динамометров для натяжения лент, введением поправок в измеренные длины, проведением контрольных измерений и т. п.

На точность измерения длин мерной лентой большое влияние оказывают условия местности, характер грунта и растительного покрова. Поэтому в зависимости от рельефа и условий измерений условно различают три класса местности:

I класс — местность, *благоприятная для измерений* (ровная поверхность с твердым грунтом);

II класс — местность *со средними условиями для измерений* (холмистая поверхность со слабым грунтом);

III класс — местность, *неблагоприятная для измерений* (сильно пересеченная, заросшая кустарником местность с кочками и выемками, с песчаной или заболоченной почвой).

Практикой установлено, что относительные погрешности измерения линий штриховыми мерными лентами не должны превышать: на местности I класса — 1:3000, II класса — 1:2000 и III класса — 1:1000.

Измерение углов наклона линий. Для получения горизонтальных проекций измеренных на местности линий необходимо знать углы их наклона к горизонту. Эти углы измеряют с помощью вертикального круга теодолита либо простейшего угломерного прибора — *эклиметра*. Наибольшее распространение в практике получили круговой маятниковый эклиметр и эклиметр-высотомер ЭВ-1.

Круговой маятниковый эклиметр состоит (рис. 70, *а*) из круглой металлической (или пластмассовой) *коробки 1*, в которой вокруг горизонтальной оси вращается *кольцо 6*. На ободе кольца *6* нанесены градусные деления в обе стороны от 0 до ± 60°. К кольцу прикреплен *груз 7* в виде сектора, под действием которого нулевой диаметр шкалы устанавливается горизонтально. Сверху коробки находится *стопорная кнопка 2* (арретир), служащая для торможения кольца. К коробке прикреплена пустотелая визирная трубка с двумя диоптрами: *глазным 3* в виде горизонтальной щели и *предметным 5*, представляющим собой окно с горизонтально натянутой металлической нитью. В коробке против глазного диоптра имеется окошко, через которое с помощью *лупы 4* берутся отсчеты по шкале.

Для измерения угла наклона линии *АВ* (рис. 70, *в*) в точке *А* становится наблюдатель с эклиметром, а в точке *В* устанавливается веха с меткой на высоте глаза наблюдателя *i*. Через прорезь глазного диоптра наблюдатель наводит нить предметного диоптра на метку вехи и нажимает стопорную кнопку. Когда кольцо под действием тяжести груза успокоится, т. е. его нулевой диаметр займет горизонтальное положение, наблюдатель отпускает кнопку и через лупу берет отсчет, проектируя предметный диоптр на шкалу кольца. Этот отсчет дает значение

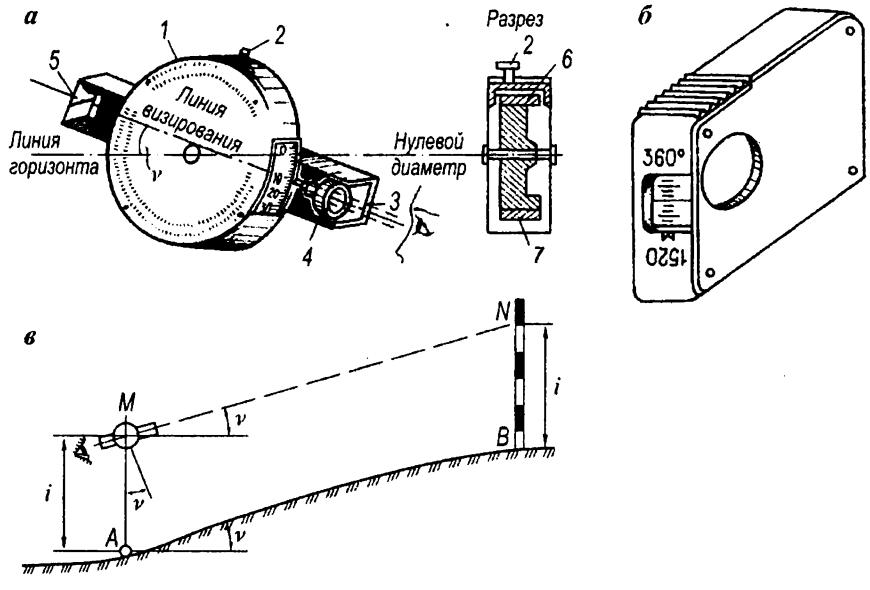


Рис. 70. *Эклиметры:*
а — *общий вид и разрез кругового эклиметра;*
б — *эклиметр-высотомер ЭВ-1;*
в — *схема измерения угла наклона линии эклиметром*

угла наклона ν линии *АВ*. Для контроля угол наклона линии измеряют в прямом и обратном направлениях.

За окончательное значение угла принимается его среднее арифметическое, т. е.

$$\nu = \frac{\nu_{AB} + \nu_{BA}}{2}.$$

Эклиметр-высотомер ЭВ-1 (рис. 70, *б*) действует по тому же принципу, однако у него на ободе колеса нанесены две шкалы: одна предназначена для измерения углов наклона, другая — для определения превышений при длинах линий 15 и 20 м. При его использовании визирование ведется вдоль наружной вертикальной поверхности корпуса путем совмещения индекса диафрагмы с точкой наведения. Измерение углов наклона выполняется при верхнем, а превышений — при нижнем расположении стопорной планки.

Эклиметры позволяют измерять углы наклона линий местности с погрешностью 15′ — 30′. При углах наклона линий (либо отдельных участков линий) более 5 — 6° их измерение должно выполняться с помощью вертикального круга теодолита.

Поправки, вводимые в измеренные длины. В измеренные на местности длины линий вводятся поправки за компарирование мерного прибора, температуру и наклон линии (за приведение линии к горизонту).

Поправка за компарирование в измеренное расстояние вычисляется по формуле:

$$\Delta D_к = \frac{D_{изм}}{l} \cdot \Delta l_к, \tag{81}$$

где $D_{изм}$ — длина измеренной линии; l — длина мерного прибора; $\Delta l_к$ — поправка за компарирование мерного прибора, приводимая в его свидетельстве (аттестате).

Поправка за температуру определяется по формуле

$$\Delta D_t = \alpha(t - t_0) \cdot D_{изм}, \tag{82}$$

где α — коэффициент линейного расширения (для стали $\alpha = 12{,}5 \cdot 10^{-6}$); t — температура мерного прибора при измерении; t_0 — температура компарирования.

Тогда наклонная длина линии с учетом поправок за компарирование и температуру мерного прибора будет

$$D = D_{изм} + \Delta D_к + \Delta D_t. \tag{83}$$

Если при измерении длин линий стальной мерной лентой поправка за компарирование $\Delta l_к < \pm 2$ мм, то ею обычно пренебрегают; при разности температур измерения и компарирования $(t - t_0) < \pm 8°$ поправку за температуру также можно не вводить.

Поправка за наклон линии. Для перехода от наклонной длины линии к горизонтальной ее проекции необходимо знать угол наклона линии к горизонту ν либо превышение h между конечной и начальной точками линии (рис. 71, *а*).

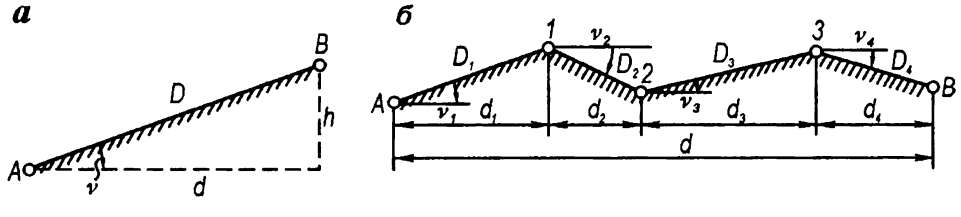


Рис. 71. *Схемы определения поправки за наклон в измеренную длину* (а) *и горизонтального проложения линии* (б)

Первый случай. Если измерен угол наклона ν линии AB, наклонная длина которой равна D, то ее горизонтальное проложение

$$d = D \cos \nu. \tag{84}$$

На практике обычно горизонтальное проложение d находят как разность наклонной длины линии D и поправки за наклон $\Delta D_н$, т. е.

$$d = D - \Delta D_н. \tag{85}$$

Как следует из рис. 71, *а*,

$$\Delta D_н = D - d = D - D \cos \nu = D\,(1 - \cos \nu),$$

или

$$\Delta D_н = 2D \sin^2 \frac{\nu}{2}. \tag{86}$$

Второй случай. Если известно превышение h между крайними точками линии, то поправка $\Delta D_н$ определится из следующих соображений (см. рис. 71, *б*):

$$h^2 = D^2 - d^2 = (D - d)(D + d).$$

Принимая $D - d = \Delta D_н$, $D + d \approx 2D$, получим

$$\Delta D_н = \frac{h^2}{2D}. \tag{87}$$

Следует помнить, *что поправка за наклон* $\Delta D_н$ *всегда отрицательна независимо от знака угла наклона.*

Третий случай. Если измеряемая линия *AB* состоит из участков, имеющих разные углы наклона (рис. 71, *б*), то для каждого из них измерение длин и углов наклона и, соответственно, определение поправок за наклон и горизонтальных проложений производится отдельно. Тогда горизонтальное проложение линии *AB* определится как сумма горизонтальных проложений ее отдельных участков, т. е.

$$d = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = \sum_{i=1}^{4} d_i. \tag{88}$$

При измерении расстояний стальными мерными лентами поправки за наклон учитывают, если углы наклона линий превышают 1°.

§ 56. Правила обращения с геодезическими приборами

Геодезические приборы являются точными и сложными приборами и требуют бережного обращения и тщательного ухода. Последнее обеспечивает хорошее качество измерений и увеличивает срок эксплуатации приборов. Перед началом работы с новым прибором необходимо внимательно изучить его конструкцию, особенности эксплуатации и основные правила ухода и хранения.

После получения прибора следует обратить внимание на состояние его упаковки и произвести общий осмотр прибора. Прибор должен свободно, без усилий выниматься и укладываться в упаковочный ящик или футляр; при правильной укладке прибор в ящике должен быть неподвижным. В руках прибор удерживают за его подставку или подставку зрительной трубы.

Для осмотра прибор устанавливают на штатив и прикрепляют к его головке становым винтом. В первую очередь следует убедиться в отсутствии механических повреждений металлических и стеклянных деталей прибора, произвести проверку и регулировку его металлических деталей, обратив внимание на состояние и работу всех винтов прибора, на плавность вращения его отдельных частей.

После осмотра прибора необходимо выполнить его поверки, соблюдая при этом их определенную последовательность, которая обеспечивала бы неизменность проделанных ранее исправлений. При юстировках надо осторожно обращаться с исправительными винтами, чтобы не нарушить их нарезку. Если исправительные винты имеют встречные винты, то перед завинчиванием исправительного винта следует ослабить соответствующий встречный винт.

При установке прибора в рабочее положение необходимо следить, чтобы головка штатива была примерно горизонтальна, а подъемные и наводящие винты находились в среднем положении, т. е. имели достаточный запас хода в любую сторону. Повороты прибора вокруг его осей при наведении на цели грубо выполняют от руки, а точную наводку после завинчивания зажимных винтов осуществляют наводящими винтами, работая ими на ввинчивание. Следует избегать чрезмерного завинчивания станового и зажимных винтов.

Не допускается оставлять прибор на штативе незакрепленным становым винтом даже на короткое время. При небольших расстояниях между станциями прибор можно переносить на штативе, предварительно закрепив все его подвижные части. Во время небольших перерывов в работе разрешается оставлять прибор на штативе, накрыв его чехлом из мягкого материала.

Во время наблюдений прибор должен быть защищен от солнечных лучей и атмосферных осадков с помощью полевого зонта. По окончании работы перед укладкой прибора в ящик все его части следует очистить от пыли мягкой кистью, наружную поверхность стеклянных деталей протереть рисовой папиросной бумагой или мягкой салфеткой из льняной либо тонкой хлопчатобумажной ткани. Жирные пятна с линз удаляют чистой ватой, смоченной спиртом. При необходимости внутренние трущиеся части смазываются костяным маслом. Ремонт приборов должен производиться в специальных мастерских. Разборка прибора в период полевых работ допускается только в исключительных случаях, так как его правильная сборка требует большого опыта.

При работе в зимних условиях после внесения прибора в теплое помещение необходимо оставить его в ящике на 1—2 часа, располагая вдали от нагревательных приборов; затем вынуть из ящика и тщательно протереть чистой мягкой салфеткой. При перевозке приборов на большие расстояния следует тщательно оберегать их от тряски и ударов. Хранить геодезические приборы рекомендуется в сухом вентилируемом помещении с постоянной температурой в пределах 12 — 16°. Рейки (особенно деревянные) нужно оберегать от сырости и не допускать порчи окраски. Во время перерывов в работе рейки необходимо уложить на ровной поверхности, чтобы избежать их прогиба. При переноске рейки следует держать ребром на плече. Стальная пятка рейки должна быть всегда чистой и сухой. Хранить рейки следует в вертикальном положении в специальных стойках.

Мерные ленты и рулетки нужно разворачивать осторожно, чтобы избежать их закручивания и образования петель, ведущих к по-

ломке полотен. Мерную ленту при разматывании не следует спускать с кольца. Нельзя оставлять ленту на проезжей части дороги. При измерении длин ленту (рулетку) следует переносить вдвоем на весу, держа ее за оба конца, не допускать резких рывков при натяжении и изгибов полотна. По окончании работы ленту (рулетку) и шпильки необходимо протереть сухой, а затем промасленной тряпкой.

Хороший уход и правильное обращение с геодезическими приборами гарантирует их высокую точность, безотказность в работе и долговечность.

Раздел III

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ

Глава 11

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЪЕМКАХ

§ 57. Виды съемок и их классификация

Совокупность действий, выполняемых на местности для получения плана, карты или профиля, называется ***съемкой.***

Основными действиями при съемках являются геодезические измерения:

- *линейные*, в результате которых определяют расстояния между точками местности;
- *угловые*, позволяющие определять горизонтальные и вертикальные углы между направлениями на заданные точки;
- *высотные*, или *нивелирование*, в результате которых определяют превышения между точками местности.

Если съемка проводится для получения плана с изображением только ситуации, то ее называют ***горизонтальной*** (***плановой***), или ***контурной.***

Съемка, в результате которой должен быть получен план или карта с изображением ситуации и рельефа, называется ***топографической.*** При топографической съемке наряду с другими действиями производят измерения с целью определения высот точек местности, т. е. нивелирование. В зависимости от применяемых приборов и методов различают следующие виды съемок.

Теодолитная съемка — это горизонтальная (плановая) съемка местности, выполняемая с помощью угломерного прибора — теодолита и стальной мерной ленты (или дальномеров различных типов). При выполнении этой съемки измеряют горизонтальные углы и расстояния. В результате съемки получают ситуационный план местности с изображением контуров и местных предметов.

Тахеометрическая съемка выполняется тахеометрами, при этом на местности измеряют горизонтальные и вертикальные углы (или превышения) и расстояния до точек. По результатам измерений в камеральных условиях строится топографический план местности. Данный вид съемки получил широкое распространение в инженерной практике.

Мензульная съемка производится с помощью мензулы — горизонтального столика и кипрегеля — специального угломерного при-

бора, снабженного вертикальным кругом и дальномером. В процессе этой съемки топографический план местности составляется непосредственно в поле, что позволяет сопоставлять полученный план с изображаемой местностью, обеспечивая тем самым своевременный контроль измерений. В этом заключается достоинство мензульной съемки по сравнению с тахеометрической.

Наземная стереофотосъемка выполняется фототеодолитом, представляющим собой сочетание теодолита и фотокамеры. Путем фотографирования местности с двух точек линии (базиса) и последующей обработки фотоснимков на специальных фотограмметрических приборах получают топографический план снимаемого участка местности. Данная съемка применяется при дорожных, геологических и других изысканиях в горной местности, при съемках карьеров, оврагов и т. д.

Аэро- и космическая фотосъемки проводятся специальными аэрофотоаппаратами, устанавливаемыми на летательных аппаратах (самолетах, спутниках, дельтапланах и т. д.). Для обеспечения этой съемки на местности выполняют определенные геодезические измерения, необходимые для планово-высотной привязки аэроснимков к опорным точкам местности. Данный вид съемки является наиболее прогрессивным, допускающим широкую механизацию и автоматизацию производственных процессов; он позволяет в кратчайшие сроки получить топографические планы (карты) значительных территорий страны.

Перспективным направлением в области новых геодезических разработок являются *съемки на базе системы спутникового позиционирования*, обеспечивающие более эффективное решение задач земельного и городского кадастров.

Нивелирование (вертикальная или высотная съемка) производится с целью определения высот точек земной поверхности. Различают следующие виды нивелирования:

а) *геометрическое*, выполняемое с помощью приборов — нивелиров, обеспечивающих горизонтальное положение визирного луча в процессе измерений;

б) *тригонометрическое, или геодезическое*, выполняемое с помощью наклонного луча визирования;

в) *барометрическое*, основанное на физическом законе изменения атмосферного давления с изменением высот точек над уровнем моря;

г) *гидростатическое*, основанное на свойстве жидкости в сообщающихся сосудах устанавливаться на одинаковом уровне; выполняется с помощью шланговых нивелиров и применяется при наблюдениях за осадками сооружений, для передачи отметок через водные преграды, при монтаже технологического оборудования в стесненных условиях и т. д.;

д) *автоматическое, или механическое*, выполняемое с помощью профилографов-автоматов; такое нивелирование дает возможность автоматически получать профиль нивелируемой местности и определять отметки отдельных точек.

Буссольная съемка производится с помощью буссоли и мерной ленты для получения ситуационного плана местности. В качестве самостоятельной буссольная съемка в настоящее время не применяется; иногда она используется для съемки небольших участков местности

(например, в лесоустройстве и др.) как вспомогательная при других видах съемок.

Глазомерная съемка — контурная съемка местности, выполняемая на планшете с компасом с помощью визирной линейки. При сочетании глазомерной съемки с барометрическим нивелированием можно получить топографический план местности. Глазомерная съемка с самолета (вертолета) называется *аэровизуальной*. В инженерной практике данная съемка применяется при предварительном ознакомлении с местностью (рекогносцировке), а также при изысканиях в неисследованных районах.

§ 58. Понятие о плановых и высотных геодезических сетях

Общие понятия. Все геодезические измерения, как бы тщательно они ни выполнялись, сопровождаются неизбежными случайными погрешностями. Как уже отмечалось ранее, о точности измерений можно судить по величине абсолютной (средней квадратической) либо относительной погрешности. Для правильной организации геодезических работ перед съемкой заранее задаются требуемой точностью измерений и с ее учетом выбирают методику производства работ и соответствующие приборы.

По мере удаления съемки от начальной точки погрешности накапливаются, что ведет к снижению точности результатов самой съемки. Чтобы предотвратить накопление в какой-либо части снимаемой территории погрешностей, превосходящих заданную точность, съемка должна базироваться на опорных пунктах.

Опорным пунктом называется закрепленная на местности точка, координаты которой известны из геодезических измерений с достаточной точностью.

Совокупность опорных пунктов, равномерно расположенных по всей территории и служащих основой для съемок, называется **опорной сетью**.

Научная организация геодезических работ требует обязательного соблюдения двух основных принципов.

1. Принцип развития работ «от общего к частному»; данный принцип является главным при развитии геодезических опорных сетей, на основе которых выполняются съемки и решаются инженерные задачи на местности.

2. Обязательный контроль всех этапов измерительного и вычислительного процессов; без контроля предыдущих измерений и вычислений нельзя приступать к выполнению последующих этапов полевых либо камеральных работ.

Опорные геодезические сети имеют важное значение для правильной организации съемочных работ, так как обеспечивают возможность их выполнения на различных участках и последующего обобщения результатов съемок в единое целое.

Различают *плановые геодезические сети*, в которых для каждого пункта определяют прямоугольные координаты x, y в общегосударственной системе координат, и *высотные*, в которых высоты пунктов H определяются в *Балтийской системе высот*.

Сущность построения геодезической сети состоит в следующем. На местности выбираются точки, являющиеся вершинами связанных между собой геометрических фигур (треугольников, четырехугольников и др.). В этих фигурах измеряют некоторые элементы (углы, стороны), а остальные элементы вычисляют. Исходные данные получают из астрономических наблюдений.

Плановые геодезические сети создают методами *триангуляции, трилатерации, полигонометрии* и их комбинациями.

Триангуляция заключается в построении на местности систем треугольников, в которых измеряются все углы и длины некоторых *базисных сторон* (рис. 72, *а*). Длины других сторон рассчитываются по известным формулам тригонометрии.

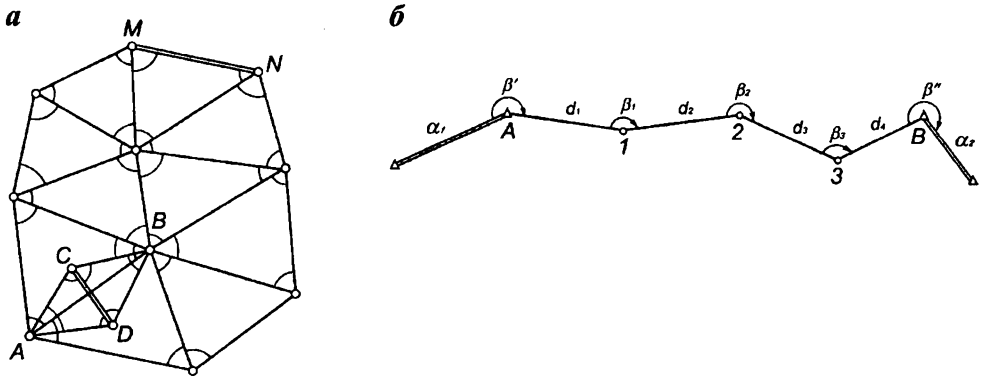


Рис. 72. *Сущность методов триангуляции* (а) *и полигонометрии* (б)

Если непосредственное измерение базисной стороны затруднительно, то на одной из сторон (например, *AB*) разбивают *базисную сеть ABCD*, в которой с высокой точностью измеряют короткий базис *CD* и все горизонтальные углы. Путем вычислений переходят от длины базиса к длине стороны *AB*, которая в данном случае называется *выходной стороной* триангуляционной сети. Если известны координаты исходного пункта *A*, дирекционный угол и длина исходной стороны (α_{AB}, d_{AB}), то, последовательно решая прямую геодезическую задачу, можно рассчитать координаты всех пунктов сети.

Трилатерация, подобно триангуляции, представляет собой систему треугольников, в которых измерены длины всех сторон. Из решения треугольников определяют горизонтальные углы, а через них — дирекционные углы сторон. Дальнейшие вычисления координат пунктов производят так же, как и в триангуляции.

Метод трилатерации может применяться для построения геодезических сетей в сочетании с триангуляцией (линейно-угловая триангуляция); при этом в сети измеряют все стороны и углы треугольников.

Полигонометрия заключается в прокладывании на местности систем ходов, в которых измеряют все углы и стороны (рис. 72, *б*). Если известны координаты одного из пунктов и дирекционный угол одной из сторон, то можно вычислить координаты всех пунктов полигонометрического хода.

Высотные сети строят методами геометрического и тригонометрического нивелирования.

Построение геодезических сетей проводится по принципу «*от общего к частному*», от более крупных и точных построений к более мелким и менее точным. Соответственно этому геодезические сети подразделяются на *государственную геодезическую сеть* 1 — 4-го классов, *геодезические сети сгущения* 1-го и 2-го разрядов и *съемочные геодезические сети.*

Государственные геодезические сети 1-го класса являются наиболее точными. Пункты 1-го класса располагаются на значительных (20 км и более) расстояниях друг от друга; углы между направлениями на пункты и длины линий измеряют с наивысшей точностью. Координаты точек вычисляют от одного начала, создавая тем самым единую систему координат, которая позволяет проводить геодезические измерения на различных участках территории. На основе сети пунктов 1-го класса строят систему пунктов более низкого по точности 2-го класса. Затем последовательно развивают сети пунктов 3-го и 4-го классов, вычисляя их координаты от пунктов более высокого класса точности.

Государственные геодезические сети дополняются сетями сгущения 1-го и 2-го разрядов и съемочными сетями до тех пор, пока их густота не станет достаточной для выполнения съемок ситуации и рельефа местности.

Геодезическая сеть, используемая для обеспечения топографических съемок, называется ***съемочным обоснованием***; в это понятие включаются съемочные сети и сети более высокого порядка, расположенные на участке съемки.

Закрепление опорных пунктов на местности. Все пункты плановых геодезических сетей закрепляют на местности подземными *центрами*, являющимися носителями координат пунктов.

Конструкция центров должна обеспечивать их сохранность и неизменность положения в течение продолжительного времени. Над центрами пунктов возводят *наружные знаки* в виде пирамид, сигналов и т. п., служащих для обеспечения взаимной видимости между смежными пунктами при наблюдениях.

Пункты высотной геодезической сети закрепляются *грунтовыми реперами*, а также *стенными реперами* и *марками*, закладываемыми в стенах и фундаментах зданий и сооружений.

Для закрепления пунктов съемочного обоснования, сохранность которых должна быть обеспечена в течение нескольких лет, применяются центры в виде бетонных (*а*) и деревянных (*б*) столбов и металлических труб (*в*) с бетонным якорем, закладываемых на глубину 80 см (рис. 73).

Большая часть пунктов съемочных сетей закрепляется временными знаками, представляющими собой деревянные колья или металлические трубки длиной не менее 40 — 50 см, которые забивают вровень с поверхностью земли; центром деревянного временного знака служит гвоздь, забитый в верхний торец кола. Для облегчения отыскания такого знака рядом с ним забивают сторожок высотой 30 см; знак окапывают круглой канавкой диаметром 0,8 м.

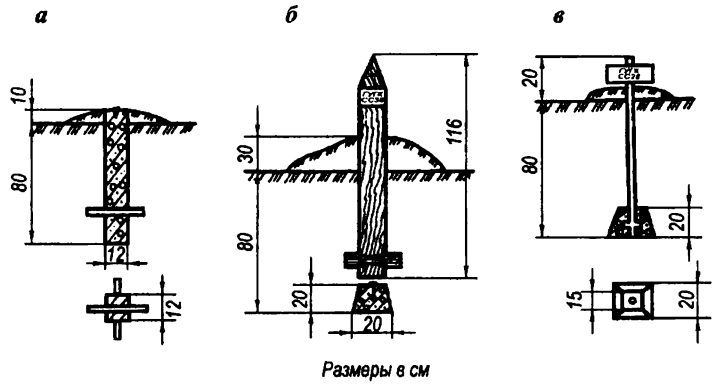


Рис. 73. *Центры долговременных пунктов съемочного обоснования*

Геодезические пункты, предназначенные для выполнения съемочных и инженерно-геодезических работ, обычно являются одновременно пунктами планового и высотного обоснования.

Подробно вопросы развития геодезических сетей рассмотрены во второй части учебного пособия.

§ 59. Выбор масштаба топографической съемки и высоты сечения рельефа

Масштаб съемки и высота сечения рельефа определяют содержание и точность нанесения ситуации и рельефа на топографическом плане или карте.

С увеличением масштаба топографической съемки и уменьшением высоты сечения рельефа повышается точность планов и карт и подробность изображения на них ситуации и рельефа местности. Точность полевых измерений при съемке должна соответствовать точности масштаба, в котором будет составляться план. Поэтому чем точнее и детальнее требуется получить данные с плана при проектных и других расчетах, тем точнее следует производить съемочные работы и тем крупнее должен быть масштаб плана.

Однако повышение точности и подробности съемки ведет к усложнению методов ее производства и увеличивает затраты труда и средств на единицу снимаемой площади. Поэтому при топографической съемке следует выбирать такие ее масштаб и сечение рельефа, которые обеспечивали бы необходимую *точность, детальность* и *полноту изображения элементов местности при минимальной стоимости работ*. Следовательно, основным условием правильного выбора масштаба съемки и высоты сечения рельефа является соответствие между точностью плана или карты и требуемой точностью проектирования и перенесения проекта в натуру.

Под точностью топографического плана *(карты) понимают допустимые средние либо предельные погрешности в положении контуров, предметов местности и высот точек по отношению к плановому и высотному обоснованию.*

Средние погрешности в положении на плане точек ситуации относительно ближайших точек съемочного обоснования не должны превышать*:

- предметов и контуров с четкими очертаниями — 0,5 мм; в горных и залесенных районах — 0,7 мм;
- на территориях с капитальной и многоэтажной застройкой предельные погрешности во взаимном положении на плане точек ближайших контуров (капитальных сооружений, зданий и т. п.) не должны превышать 0,4 мм.

Средние погрешности съемки рельефа относительно ближайших точек геодезического обоснования не должны превышать по высоте:

- 1/4 принятой высоты сечения рельефа h при углах наклона до 2°;
- 1/3h при углах наклона от 2 до 6° для планов масштабов 1:5000, 1:2000 и до 10° для планов масштабов 1:1000 и 1:500;
- 1/2 h при сечении рельефа через 0,5 м на планах масштабов 1:5000 и 1:2000.

В залесенной местности эти допуски увеличиваются в 1,5 раза.

Число горизонталей на картах и планах в районах с углами наклона свыше 6° для планов масштабов 1:5000 и свыше 10° — для планов масштабов 1:1000 и 1:500 должно соответствовать разности высот, определенных на перегибах скатов, а ***средние погрешности высот*** характерных точек рельефа не должны превышать 1/3 принятой высоты сечения рельефа.

Факторы, влияющие на выбор масштаба съемки, делятся на производственные, природные, технические и экономические.

В настоящее время для удовлетворения нужд промышленного и гражданского строительства выбор масштаба съемки и планов регламентируется многочисленными нормативными документами, учитывающими специфику отдельных видов строительства. Для отдельных стадий проектирования устанавливают, как правило, два или три масштаба съемки и плана.

Для предрасчета масштаба съемки с учетом требований проектирования к размещению зданий и сооружений в натуре при графическом способе подготовки проектных данных можно использовать формулу

$$M = 0{,}06\frac{\Delta_{стр}}{t_{граф}},$$

где $\Delta_{стр}$ — строительный допуск на размещение объектов в натуре; $t_{граф}$ — графическая точность масштаба плана; M — знаменатель масштаба съемки.

Для обоснования выбора масштаба топографической съемки при составлении земельного и городского кадастра и отражения в нем достоверных данных количественного учета земель используется критерий допустимой погрешности определения площади участка; при этом расчетный знаменатель масштаба съемки определяется как

$$M = 2500 m_S \sqrt{S}, \qquad (89)$$

* Инструкция по топографической съемке в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500. — М. : Недра, 1985.

где S — средняя площадь оцениваемого участка, га; m_s — допустимая погрешность определения площади (в процентах), зависящая от таких факторов, как балльная оценка сельскохозяйственных земель, стоимость городских земель и др.

Высота сечения рельефа определяет точность изображения рельефа и влияет на качество работ, особенно проектов вертикальной планировки. Высоту сечения рельефа устанавливают в зависимости от масштаба плана и характера рельефа местности с таким расчетом, чтобы горизонтали на плане не сливались между собой, рельеф изображался с достаточной точностью и легко читался.

Для топографических планов и карт масштабов 1:5000 — 1:25 000 высоту сечения рельефа можно рассчитать по формуле

$$h = 0{,}2M \text{ мм}, \tag{90}$$

где M — знаменатель численного масштаба плана.

Так, для масштаба 1:10 000 величина h, рассчитанная по этой формуле, составит 2 м, для масштаба 1:5000 — 1 м.

Высоту сечения рельефа можно также определить из соотношений

$$h = 5m_h \text{ или } h = 5m_H,$$

где m_h — средняя квадратическая погрешность определения превышений при съемке; m_H — средняя квадратическая погрешность определения отметок точек по горизонталям на плане.

В зависимости от характера рельефа местности (равнинный, всхолмленный, пересеченный, горный и предгорный) для каждого масштаба съемки приняты 2 — 4 значения высоты сечения рельефа: для масштаба 1:5000 — 0,5 — 5,0 м; 1:2000 — 0,5 — 2,0 м; 1:1000 и 1:500 — 0,5 — 1,0 м.

В исключительных случаях, при съемках подготовленных и спланированных площадей с максимальными преобладающими углами менее 2° допускается принимать высоту сечения рельефа 0,25 м. На значительных по площади участках съемочного планшета, где преобладающие углы наклона местности различаются на 2° и более, разрешается применять две высоты сечения рельефа. На участках, где расстояния между основными горизонталями превышают на плане 2,5 см, для изображения характерных деталей рельефа следует обязательно использовать полугоризонтали.

§ 60. Понятие о цифровых и математических моделях местности

Топографические карты и планы являются основной формой хранения детальной информации о топографии местности в графическом виде.

Достижения последних лет в области автоматизации сбора, регистрации и обработки данных и развития автоматизированных систем проектирования на базе ЭВМ позволяют представить изображение местности в виде цифровых и математических моделей местности.

Цифровой моделью местности (ЦММ) называется совокупность точек местности с координатами x, y, H и различными кодовыми обо-

значениями для аппроксимации местности с ее природными характеристиками, условиями и объектами.

Математическую интерпретацию цифровых моделей для решения конкретных инженерно-технических задач на ЭВМ *называют* ***математической моделью местности*** *(МММ).*

По своему содержанию общая модель местности представляет собой сочетание отдельных цифровых моделей: ситуации, рельефа, почвенно-грунтовых, гидрогеологических, инженерно-геологических, технико-экономических показателей и других характеристик местности. ЦММ используют для выбора оптимальных вариантов проектных решений: выбор трассы дорог, каналов и других линейных сооружений, составление проектов вертикальной планировки, расчеты искусственных сооружений и т. д.

При проектировании инженерных сооружений чаще всего используют цифровую модель ситуации и цифровую модель рельефа.

Цифровая модель ситуации создается обычно на застроенные территории; все здания, сооружения и другие элементы ситуации задаются координатами характерных точек (центров, углов, пересечением осей и т. п.), определяющими положение ситуации на местности.

Цифровая модель рельефа по способу размещения точек рельефа может быть представлена регулярной, полурегулярной, структурной и статистической моделями.

В регулярной модели, применяемой в основном в равнинной местности, точки размещают обычно в виде сетки квадратов или равносторонних треугольников (рис. 74, *а, б*). Эти модели используются при составлении проектов вертикальной планировки населенных пунктов, аэродромов, объектов мелиорации и т. д. Следует учесть, что регулярные модели обеспечивают высокую точность аппроксимации рельефа лишь при высокой плотности точек местности. Однако простота определения плановых координат точек модели при использовании специальных приборов (сканирующих дигитайзеров и координатометров) с автоматической регистрацией информации по заданному интервалу делает использование регулярных моделей весьма перспективным. При камеральном сгущении высот местность аппроксимируется поверхностями 2-го или 3-го порядка и высоты точек определяются нелинейным интерполированием.

Полурегулярные модели различных типов нашли применение при автоматизированном проектировании линейных объектов. При этом часто модели создаются в виде магистрали с системой поперечников (см. рис. 74, *в*). Интервал между поперечниками по возможности выбирают постоянным, а точки на поперечниках располагают на характерных перегибах местности. Плановые координаты осевых точек поперечников находят по пикетажу магистрали и дирекционным углам сторон, а приращения координат точек на поперечниках вычисляют по измеренным расстояниям от оси магистрали и дирекционным углам поперечников. Интерполирование высот по поперечникам производят по линейному закону, а между поперечниками — по принятой аппроксимирующей поверхности.

При наличии крупномасштабных топографических карт и планов эффективным является создание ЦММ, представляющих массив точек, расположенных на горизонталях через определенные интервалы длины

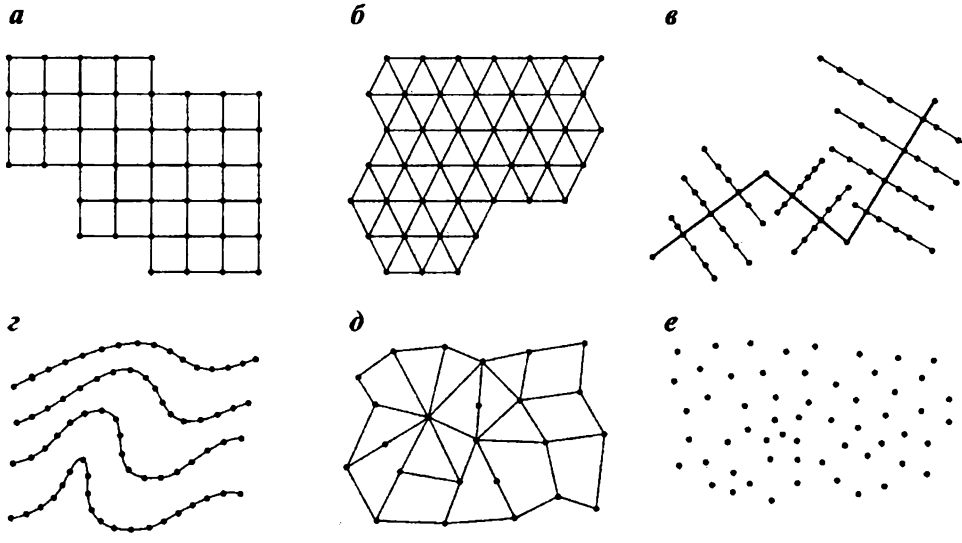


Рис. 74. *Виды цифровых моделей рельефа местности:*
а, б — *регулярные;* в, г — *полурегулярные;* д — *структурные;*
е — *статистические*

или времени регистрации этих точек при перемещении визира дигитайзера по горизонтали (рис. 74, *г*). Подобный массив исходных точек может быть сформирован в процессе рисовки рельефа на высокоточных стереофотограмметрических приборах с автоматической регистрацией координат.

В *структурных моделях* опорные точки располагают на структурных («скелетных») линиях в характерных перегибах рельефа с учетом его геоморфологических особенностей (см. рис. 74, *д*). Высоты точек в пределах одной структурной линии между каждой парой точек определяют линейным интерполированием. Плановые координаты точек структурной модели определяются достаточно сложно, так как для каждой структурной линии должны быть известны ее длина и дирекционный угол.

Статистические модели (см. рис. 74, *е*) предполагают в своей основе нелинейную интерполяцию высот. Они являются достаточно универсальными и могут применяться практически для описания рельефа местности любой категории. Для создания массива исходных данных опорные точки для ее формирования выбираются по закону случайного распределения, близкого к равномерному. Математическое описание в пределах каждой однородной формы рельефа выполняется с использованием метода «плавающего квадрата» или «динамического круга» принятого размера.

Общая задача вычисления высот местности H по известным координатам x, y решается по цифровой модели рельефа из полинома вида $H = f_{(x,y)}$.

Достаточно хорошие результаты для различных форм рельефа дает их аппроксимация уравнением поверхности второго порядка с шестью неизвестными:

$$H = a_1x^2 + a_2y^2 + a_3xy + a_4x + a_5y + a_6. \quad (91)$$

Точность приближения аппроксимирующей поверхности к истинному рельефу местности зависит от того, насколько удачно и часто размещены опорные точки модели. Как показала практика, в равнинной местности со спокойным рельефом достаточно иметь 40 точек на 1 га, в пересеченной местности — до 100 точек на 1 га, а в сильно пересеченной местности — 200—400 точек на 1 га.

Для математического описания ситуации, почвенно-грунтовых, гидрологических и других условий местности используется контурная индексация объектов местности с перечнем номеров точек вдоль каждого контура.

Исходной информацией для построения ЦММ являются данные, полученные из измерений фотоснимков и аэрофотоснимков, полевых топографических работ, обработки крупномасштабных топографических планов и карт. В ЭВМ эти данные накапливаются для дальнейшего использования при проектировании сооружений, их эксплуатационном обслуживании, построении профилей местности и составлении планов местности различных масштабов на автоматических графопостроителях.

Глава 12

ТЕОДОЛИТНАЯ СЪЕМКА. ПОЛЕВЫЕ РАБОТЫ

§ 61. Сущность теодолитной съемки, состав и порядок работ

Теодолитной называется *горизонтальная (контурная) съемка местности, в результате которой может быть получен план с изображением ситуации местности (контуров и местных предметов) без рельефа.* Теодолитная съемка относится к числу крупномасштабных (масштаба 1:5000 и крупнее) и применяется в равнинной местности в условиях сложной ситуации и на застроенных территориях: в населенных пунктах, на строительных площадках, промплощадках предприятий, на территориях железнодорожных узлов, аэропортов и т. п. В качестве планового съемочного обоснования при теодолитной съемке обычно используются точки теодолитных ходов.

Теодолитные ходы представляют собой системы ломаных линий, в которых горизонтальные углы измеряются техническими теодолитами, а длины сторон — стальными мерными лентами и рулетками либо оптическими дальномерами. По точности теодолитные ходы подразделяются на ходы точности 1:3000, 1:2000 и 1:1000. Обычно теодолитные ходы не только нужны для выполнения съемки ситуации местности, но и служат геодезической основой для других видов инженерно-геодезических работ. Теодолитные ходы развиваются от пунктов плановых государственных геодезических сетей и сетей сгущения.

По форме различают следующие виды теодолитных ходов:

1) ***разомкнутый ход***, начало и конец которого опираются на пункты геодезического обоснования (рис. 75, *а*);

2) ***замкнутый ход*** *(полигон)* — сомкнутый многоугольник, обычно примыкающий к пункту геодезического обоснования (рис. 75, *б*);

3) ***висячий ход***, один из концов которого примыкает к пункту геодезического обоснования, а второй конец остается свободным (рис. 75, *в*).

Форма теодолитных ходов зависит от характера снимаемой территории. Так, для съемки полосы местности при трассировании осей линейных объектов (дорог, трубопроводов, ЛЭП и т. п.) прокладывают *разомкнутые ходы*. При съемках населенных пунктов, строительных площадок обычно по границе участка прокладывают *замкнутый ход (полигон)*. При необходимости внутри полигона прокладывают *диагональные ходы*, которые могут образовывать *узловые точки*

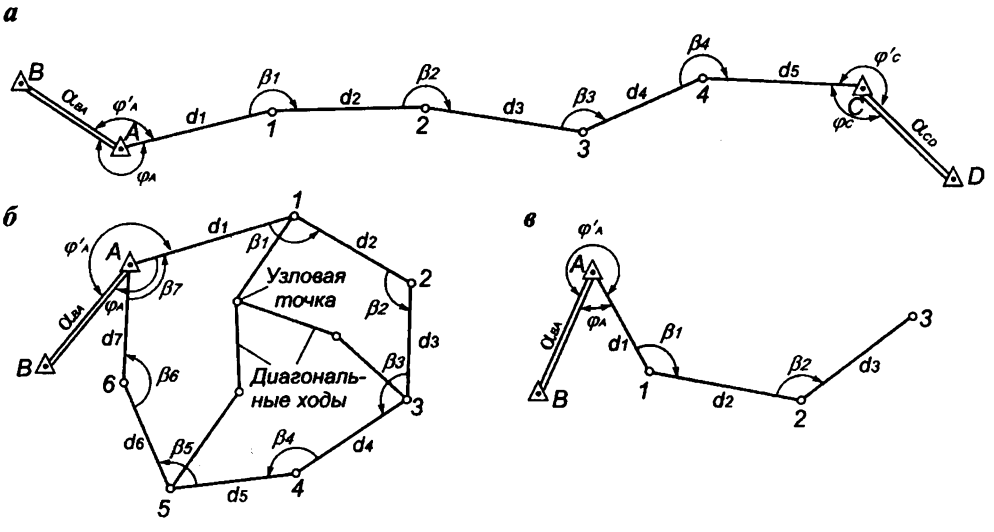


Рис. 75. Теодолитные ходы:
а — *разомкнутый ход;* б — *замкнутый ход (полигон);* в — *висячий ход*

(см. рис. 75, *б*). Проложение висячих теодолитных ходов допускается лишь в отдельных случаях при съемке неответственных объектов; при этом длина висячего хода не должна превышать 300 м при съемках масштаба 1:2000 и 200 м — масштаба 1:1000.

Теодолитная съемка слагается из подготовительных, полевых и камеральных работ. Наибольший объем приходится на полевые работы, которые включают в себя рекогносцировку снимаемого участка, прокладку теодолитных ходов и полигонов, их привязку к пунктам геодезической опорной сети и съемку ситуации.

§ 62. Подготовительные работы

В период камеральной подготовки выясняют необходимость съемки и выбирают ее масштаб, исходя из требуемой точности изображения ситуации местности. Затем подбирают и изучают имеющиеся в наличии картографические материалы (планы, карты и профили), а также географическое описание района будущей съемки. Если в районе съемки имеются пункты геодезической опорной сети, то составляют схему их расположения, а из каталогов выписывают координаты. На основе имеющихся планов и карт наиболее крупных масштабов намечают теодолитные ходы. Длины теодолитных ходов, прокладываемых между опорными геодезическими пунктами, выбираются исходя из масштаба съемки, принятой точности ходов и топографических условий местности и не должны превышать установленных величин (табл. 4).

Согласно намеченной схеме теодолитных ходов составляется предварительный проект полевых работ. Проект должен содержать календарный план и смету на работы, расчет необходимого количества исполнителей и транспорта, перечень необходимых приборов, оборудования и материа-

Таблица 4

Допустимая длина теодолитного хода, км

Масштаб съемки	Открытая местность, застроенная территория			Закрытая местность	
	Для теодолитных ходов точности				
	1:3000	1:2000	1:1000	1:2000	1:1000
1:5000	6,0	4,0	2,0	6,0	3,0
1:2000	3,0	2,0	1,0	3,6	1,5
1:1000	1,8	1,2	0,6	1,5	1,5
1:500	0,9	0,6	0,3	–	–

лов. Для выполнения теодолитной съемки необходимо иметь теодолит, стальную ленту с комплектом шпилек либо оптический дальномер, рулетку, эклиметр и эккер.

§ 63. Рекогносцировка местности и закрепление точек теодолитных ходов

Рекогносцировка представляет собой обход и осмотр местности с целью знакомства с объектами съемки, отыскания пунктов опорной геодезической сети, окончательного выбора местоположения точек теодолитных ходов на местности и уточнения составленного проекта.

Точки теодолитных ходов должны располагаться в местах с хорошим обзором местности; между смежными вершинами теодолитного хода должна обеспечиваться хорошая взаимная видимость. При использовании мерных лент стороны следует располагать по ровным, с твердым грунтом и удобным для измерений линиям местности. Длины сторон теодолитных ходов не должны быть более 350 м и менее 20 м, а углы наклона линий не должны в среднем превышать 5°.

Вершины теодолитных ходов закрепляются на местности в основном временными знаками — деревянными кольями, забиваемыми вровень с поверхностью земли; центр обозначается крестообразной насечкой в торце кола либо гвоздем (рис. 76). В качестве временных знаков могут использоваться также металлические штыри, костыли и трубки либо гвозди, вбитые в пни деревьев, а также валуны, на которых масляной краской наносятся кресты. Для облегчения отыскания точек рядом с ними забивают *сторожки* — деревянные колья, выступающие над поверхностью земли на 30—35 см; на сторожках подписывают номера точек и дату их закладки. Закрепленные точки окапывают канавками либо обкладывают камнями по кругу диаметром 0,8 м. Примерно через 1 км вершины теодолитных ходов закрепляют надежными долговременными знаками, называемыми *закладными* (см. рис. 73). В процессе закрепления точек теодолитного хода составляют схематический чертеж, на котором показывают расположение вершин и сторон хода относительно ситуации местности.

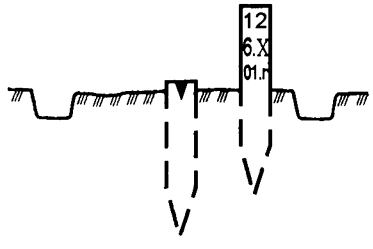


Рис. 76. *Схема обозначения и закрепления точки теодолитного хода*

§ 64. Прокладка теодолитных ходов на местности

Прокладка теодолитных ходов и полигонов включает в себя производство угловых и линейных измерений. Перед началом измерений следует выполнить поверки и юстировки применяемых приборов.

Угловые измерения. Горизонтальные углы в теодолитных ходах измеряются техническими теодолитами (Т15, Т30, 2Т30 и др.) одним полным приемом с точностью не ниже 30″. Каждый горизонтальный угол измеряется при двух положениях вертикального круга (КЛ и КП).

Расхождение значений угла в двух полуприемах не должно превышать ±45″. При измерении углов на узловых точках, имеющих три направления и более, разрешается применять способ круговых приемов.

Центрирование теодолита над точками осуществляется с помощью нитяного отвеса или оптического центрира с погрешностью не более 5 мм при длинах линий более 100 м; чем короче стороны и чем ближе угол к 180°, тем тщательнее следует выполнять центрирование теодолита и вех. Визирование следует производить на нижнюю видимую часть вехи. Значения измеренных углов в каждом полуприеме и среднее значение угла вычисляют на станции, не снимая прибора. *При получении неудовлетворительных результатов измерения угла выполняются заново.* Измерения горизонтальных углов следует выполнять в периоды спокойных изображений.

Линейные измерения. Длины сторон в теодолитных ходах измеряют компарированными стальными мерными лентами или оптическими дальномерами, обеспечивающими установленную точность. Для контроля каждая сторона измеряется дважды одним из способов:

- при использовании 20-метровой мерной ленты либо оптического дальномера — в прямом и обратном направлениях;
- 20- и 24-метровой лентами — в одном направлении;
- 20-метровой лентой и оптическим дальномером — в одном направлении.

Расхождения между результатами двойных измерений длины каждой стороны не должны превышать установленных величин с учетом точности хода (1:3000 — 1:1000 длины стороны).

Одновременно с линейными измерениями определяют углы наклона линий (либо их отдельных участков): при $\nu \leq 5°$ — с помощью эклиметра, при $\nu > 5°$ — с помощью вертикального круга теодолита. Неприступные расстояния между смежными вершинами теодолитных ходов определяются косвенным методом с использованием базисов (см. § 54).

В измеренные длины вводят поправки за компарирование мерной ленты, ее температуру при измерении и за наклон линии к горизонту. Введение поправки за компарирование обязательно, если ее влияние на длину измеряемой линии превышает 1:10 000. Поправку за температуру вводят в случаях, если разность температур измерения и компарирования превышает ±8°. Поправку за наклон линий к горизонту учитывают, когда углы наклона линий превышают 1°.

Данные угловых и линейных измерений заносятся в полевые журналы установленной формы.

§ 65. Привязка теодолитных ходов к пунктам геодезической опорной сети

Для получения координат точек теодолитных ходов в общегосударственной системе координат и для осуществления контроля измерений теодолитные ходы следует привязывать к пунктам геодезической опорной сети.

Сущность привязки теодолитных ходов *состоит в передаче с опорных пунктов плановых координат как минимум на одну из точек теодолитного хода и дирекционного угла на одну или несколько его сторон.* Координаты опорных пунктов и дирекционные углы исходных направлений выбираются из каталогов пунктов геодезической сети.

Рассмотрим наиболее характерные случаи привязки теодолитных ходов и полигонов.

1. Теодолитный ход непосредственно примыкает к пункту опорной сети (см. рис. 75, *б*). В данном случае пункт *A* геодезической опорной сети с известными координатами X_A, Y_A является одновременно вершиной теодолитного полигона. С пункта *A* имеется видимость на другой пункт *B* геодезической сети; дирекционный угол направления α_{AB} известен.

Для передачи дирекционного угла на одну из сторон теодолитного хода (например, на сторону *A-1*) следует измерить примычный угол φ_A между исходной и определяемой сторонами. Для контроля обычно измеряют правый и левый по ходу примычные углы φ_A и φ'_A; их сумма не должна отличаться от 360° более чем на полуторную точность теодолита, т. е.

$$(\varphi_A + \varphi'_A) - 360° \le \pm 1{,}5t.$$

Вычисление дирекционного угла определяемой стороны теодолитного хода производится по известным формулам.

2. Теодолитный ход проложен между двумя пунктами опорной сети (см. рис. 75, *а*). Начальная и конечная точки *A* и *C* разомкнутого теодолитного хода являются пунктами опорной сети, координаты которых известны. С каждого из конечных пунктов должно быть видно хотя бы по одному пункту опорной сети, например *B* и *D*. Дирекционные углы исходных сторон α_{BA} и α_{CD} известны. Непосредственная привязка хода заключается в измерении на конечных пунктах *A* и *C* примычных углов φ_A, φ'_A и φ_C, φ'_C между исходными направлениями *AB* и *CD* и, соответственно, первой и последней сторонами хода.

3. Теодолитный ход не примыкает к пунктам опорной сети. В этом случае от ближайшего пункта опорной сети прокладывают специальный теодолитный ход до одной из сторон теодолитного хода (рис. 77, *а*); с целью контроля измерений и повышения надежности привязки привязочный ход *A-K-2-1-N-M-A* должен быть замкнутым. На исходном пункте *A* и точке 1 теодолитного хода измеряют примычные углы φ_A и φ'_A, φ_1 и φ'_1.

Если вблизи теодолитного хода расположены как минимум два пункта геодезической опорной сети, например *A* и *B* (рис. 77, *б*), с которых имеется видимость на одну из точек хода, то его привязка может быть выполнена *прямой геодезической засечкой*. Для этого на исходных пунк-

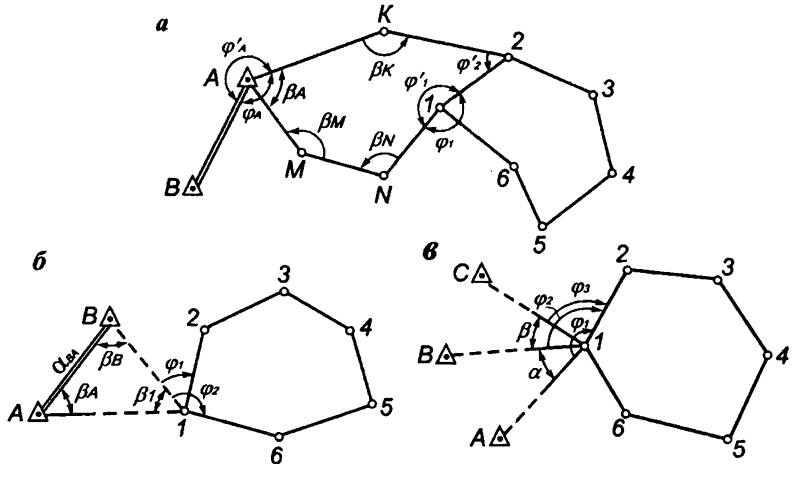


Рис. 77. *Случаи привязки теодолитного хода к пунктам геодезической сети*

тах *A* и *B* измеряют горизонтальные углы β_A и β_B между исходной стороной и направлениями на определяемую точку. В точке *1* измеряют примычные углы φ_1 и φ_2.

При наличии видимости с определяемой точки *1* (рис. 77, *в*) на три пункта опорной сети *A*, *B* и *C* привязка осуществляется *обратной геодезической засечкой*. В этом случае с определяемой точки *1* измеряют углы α и β между направлениями на исходные пункты, координаты которых известны. Эти данные позволяют вычислить координаты точки *1* (x_1, y_1). Для передачи дирекционного угла на сторону *1—2* теодолитного хода измеряют примычные углы φ_1, φ_2 и φ_3.

Решение прямой и обратной геодезических засечек с целью нахождения координат определяемых точек рассмотрено далее.

4. В районе прокладки теодолитного хода отсутствуют пункты опорной сети. В этом случае дирекционные углы одной или нескольких сторон хода могут быть вычислены, исходя из значений истинных азимутов направлений *A*, которые устанавливаются на основе астрономических наблюдений небесных светил либо определяются с помощью гиротеодолита (см. § 45). Зная величину сближения меридианов γ, рассчитывают дирекционные углы определяемых направлений по формуле

$$\alpha = A - \gamma.$$

С помощью буссоли, установленной на теодолите, можно измерить магнитные азимуты $A_м$ одной или нескольких сторон теодолитного хода и с учетом величин склонения магнитной стрелки δ и сближения меридианов γ определить дирекционные углы этих сторон по формуле

$$\alpha = A_м + \delta - \gamma.$$

Координаты начальной точки теодолитного хода задаются условно.

§ 66. Съемка ситуации местности

Съемка ситуации местности заключается в определении положения характерных точек контуров и местных предметов относительно вершин и сторон теодолитного хода. Съемка может выполняться одновременно с прокладкой теодолитного хода либо независимо.

Результаты измерений при съемке заносят в абрис. ***Абрисом*** *называется схематический чертеж, масштаб которого принимается произвольным.* На абрисе показывают взаимное расположение вершин теодолитных ходов, линий и снимаемых объектов со всеми числовыми результатами измерений и пояснительными записями. Абрис ведется в карандаше четко и аккуратно. Он является основным документом съемки и служит материалом для составления плана местности.

Способы съемки ситуации. В зависимости от характера местности и расположения контуров относительно теодолитных ходов применяют тот или иной способ съемки ситуации. Основными из них являются следующие.

1. Способ перпендикуляров *(ординат или прямоугольных координат)* — применяется на открытой местности для съемки контуров вытянутой формы и местных предметов, расположенных вблизи сторон теодолитного хода. Сторона теодолитного хода (например, *AB*, рис. 78, *а*) принимается за ось абсцисс, а точка *A* — за начало координат. Положение снимаемых точек *1, 2, 3* определится длинами перпендикуляров l_1,

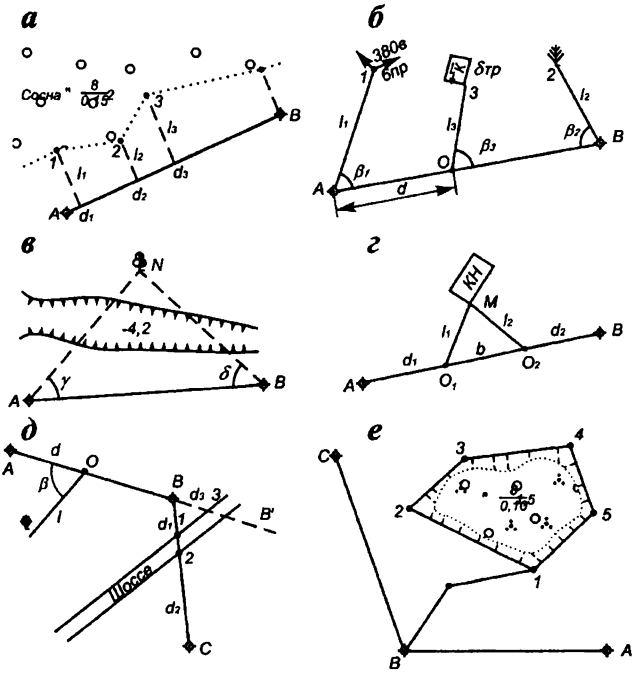


Рис. 78. Способы съемки ситуации:
а — *перпендикуляров;* б — *полярных координат;* в — *угловых засечек;* г — *линейных засечек;* д — *створов;* е — *обхода*

l_2, l_3 и расстояниями d_1, d_2, d_3 от точки A теодолитного хода до основания соответствующего перпендикуляра. Следовательно, для каждой характерной точки контура местности определяются прямоугольные координаты (абсциссы d_1, d_2, d_3 и ординаты l_1, l_2, l_3), по которым эти точки можно нанести на план.

Измерение расстояний d_1, d_2, d_3 производится стальной мерной лентой, укладываемой по створу линии AB, а длин перпендикуляров l_1, l_2, l_3 — рулеткой с точностью до сотых долей метра при ясно выраженных контурах и до десятых долей метра в остальных случаях. Перпендикуляры небольшой длины (4—8 м при съемках масштабов 1:500—1:2000) восставляют на глаз, а при большей их длине — с помощью экера.

Из многих конструкций в практике наибольшее применение нашли *двухзеркальные экеры*. Двухзеркальный экер ЭД (рис. 79, *а*) состоит из четырехгранного корпуса, на внутренних поверхностях боковых граней которого закреплены два плоских зеркала под углом 45° одно к другому. В металлической оправе над зеркалами имеются окна. Для удержания прибора в рабочем положении к корпусу экера прикреплена ручка с крючком для подвешивания отвеса. Принцип действия экера состоит в том, что луч света, отраженный от двух плоских зеркал, пересекает свое первоначальное направление под углом, вдвое большим угла между зеркалами, т. е. под углом 90° (рис. 79, *б*).

Для построения перпендикуляра в точке C к линии AB (см. рис. 79, *б*) встают с экером в точке C и поворачивают его так, чтобы луч от вехи

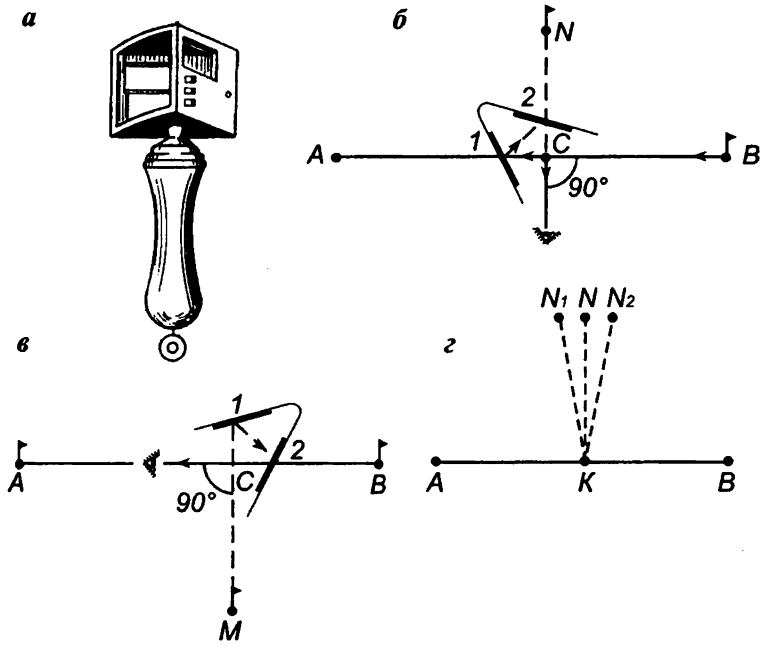


Рис. 79. *Двухзеркальный экер и работа с ним:*
а — *общий вид экера;* б — *построение перпендикуляра к линии;*
в — *опускание перпендикуляра на сторону;* г — *поверка экера*

B попал на зеркало *1*. Отразившись от зеркала *1*, луч попадает на зеркало *2*, и наблюдатель видит в зеркале *2* изображение вехи *B*. Наблюдая через окно в оправе над зеркалом, наблюдатель дает указание помощнику выставить веху в направлении этого изображения, т. е. по линии *CN*. Угол между лучами *CB* и *CN* равен 90°.

Если в процессе съемки требуется опустить перпендикуляр из характерной точки контура *M* на сторону теодолитного хода *AB*, то в точках *B* и *M* устанавливают вехи (рис. 79, *в*). Наблюдатель перемещается с экером по линии *AB* до тех пор, пока изображение вехи *B*, видимое через окно экера, не окажется продолжением изображения вехи *M*, видимого в зеркале *2*. Основание перпендикуляра *C* определяется на местности с помощью отвеса, подвешенного к рукоятке экера.

Перед началом работы экер следует проверить, т. е. убедиться в том, что плоскости его зеркал расположены под углом в 45°. Для этого становятся с экером в точке *K* (рис. 79, *г*), находящейся в створе линии *AB*, и последовательно строят углы *AKN* и *BKN*. Если угол между зеркалами отличается от 45°, то выставленная в первом случае веха займет положение N_1,а во втором — N_2. В этом случае посредине между вехами N_1 и N_2 устанавливают веху *N* и установочными винтами при одном из зеркал поворачивают его до тех пор, пока изображение вехи *A* (или *B*) в зеркале не совместится с изображением видимой в окно вехи *N*. Средняя квадратическая погрешность построения прямого угла двухзеркальным экером составляет 4′.

2. Способ полярных координат (полярных направлений) применяется на открытой местности для съемки отдельных местных предметов и характерных точек контуров, удаленных от теодолитного хода.

Сторона теодолитного хода *AB* (см. рис. 78, *б*) принимается за полярную ось, а вершина *A* (или *B*) — за полюс. Для определения планового положения точек (например, 1 и 2) достаточно измерить горизонтальные углы β_1, β_2 между исходным направлением и направлениями на снимаемые точки и расстояния l_1, l_2 до этих точек.

Горизонтальные углы измеряются техническим теодолитом одним полуприемом, а расстояния — стальной лентой, нитяным или оптическим дальномером. Точкой установки теодолита при съемке ситуации полярным способом может служить одна из вершин теодолитного хода либо вспомогательная опорная точка на его стороне (точка *O*).

3. Способ биполярных координат (засечек). Для съемки труднодоступных точек на открытой местности целесообразно применять ***способ угловых засечек.*** Для этого в точках *A* и *B* (см. рис. 78, *в*) с помощью теодолита измеряют углы γ, δ между стороной теодолитного хода *AB* и направлениями на снимаемую точку *N*. Точка *N* на плане будет получена в пересечении направлений, построенных по этим углам. Следует иметь в виду, что наиболее выгодным является случай, когда угол при засекаемой точке *N* близок к 90°. Засечки под углом менее 30° и более 150° дают неточные положения снимаемых точек.

При съемке доступных объектов с четкими очертаниями (здания, инженерные сооружения и т. п.), расположенных вблизи сторон теодолитного хода, можно использовать ***способ линейных засечек***. Для этого на стороне теодолитного хода *AB* (рис. 78, *г*) выбирают две вспо-

могательные точки O_1 и O_2, отрезок b между которыми является базисом. Из точек O_1 и O_2 лентой или рулеткой измеряют расстояния l_1, l_2 до снимаемой ситуации точки M. Пересечение линейных засечек отрезками l_1, и l_2 определит положение точки M на плане. При линейных засечках форма треугольника O_1MO_2 должна быть по возможности близка к равносторонней, а длины сторон — не превосходить длину мерного прибора.

4. Способ створов (промеров) применяется в случаях, когда границы ситуации пересекают стороны теодолитного хода или продолжение сторон (см. рис. 78, *g*), а также для определения положения вспомогательных опорных точек (точка *O*). Положение снимаемых точек *1, 2, 3* определится линейными промерами d_1, d_2, d_3. Способ створов находит широкое применение при съемке застроенных территорий, особенно в сочетании его со способами перпендикуляров и линейных засечек.

5. Способ обхода применяется на закрытой местности для съемки важных объектов, которые из-за дальности и местных препятствий не могут быть засняты от вершин и сторон основного теодолитного хода. В этом случае вокруг снимаемого объекта (см. рис. 78, *e*) прокладывают дополнительный *съемочный ход 1-2-3-4-5*, который привязывают к основному ходу. Углы в съемочном ходе измеряют одним полуприемом, а стороны стальной лентой или с помощью нитяного дальномера (в коротких ходах). Границы контура снимают от сторон съемочного хода способом перпендикуляров.

Если контур снимаемого объекта имеет прямолинейные границы (сельскохозяйственные угодья, лесонасаждения, застройки и т. п.), то съемочный ход прокладывают непосредственно по границам объекта. Очертание этого хода в рассматриваемом случае и представит собой контур снимаемого объекта.

Основные требования к съемке ситуации. Съемка ситуации местности требует от исполнителей тщательности и аккуратности при производстве измерений и ведении записей и зарисовок в полевых журналах. Поскольку абрис служит основным съемочным документом, на основе которого составляется план местности, к составлению абриса следует подходить особенно внимательно. В процессе съемки исполнитель должен постоянно изучать ситуацию, форму контуров, выбирая оптимальные способы съемки того или иного элемента ситуации, стремиться детально снимать контуры местности и фиксировать их на абрисе, не допуская пропусков в записях результатов измерений. Размер абриса должен обеспечивать четкое и удобное расположение на нем всех построений и записей. Пример абриса съемки участка местности показан на рис. 80.

Для контроля результатов измерений съемку наиболее важных объектов или отдельных их точек рекомендуется осуществлять путем выполнения измерений с двух точек хода или различными способами. Если с данной точки (или линии) хода съемка контура не закончена, то на новой станции ее следует начинать с точки, которая уже была снята с предыдущей станции.

При съемке ситуации участка местности (см. рис. 80) использованы все описанные выше способы съемки. Так, способом перпендикуляров

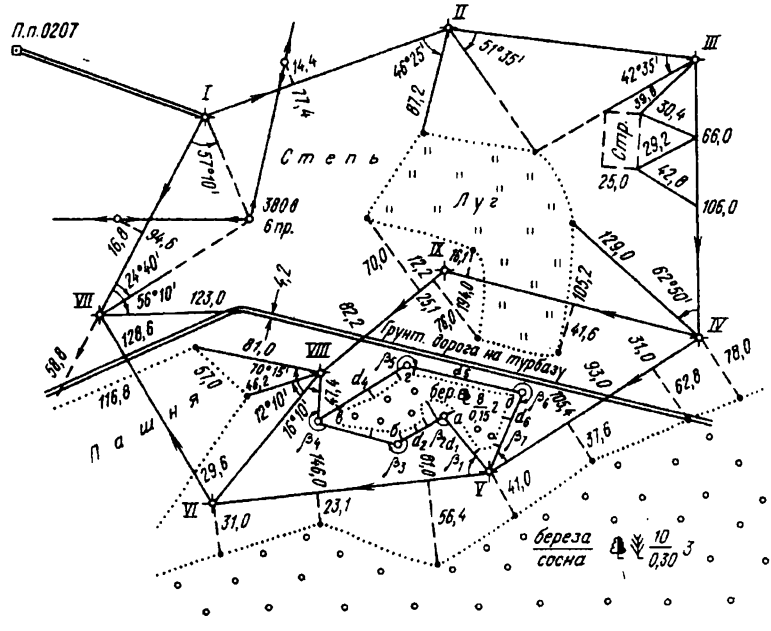


Рис. 80. *Абрис теодолитной съемки*

от сторон хода *IV-V* и *V-VI* снят контур леса, от сторон *IV-IX* и *IX-VIII* — характерные точки контура луга и т. д. Полярный способ использован для съемки точки поворота грунтовой дороги, угловых точек контура пашни, луга и др. Относительно стороны *III-IV* способом засечек сняты угловые точки контура строящегося здания; способ угловых засечек использован при съемке опоры ЛЭП и отдельного дерева. Способом створов (промеров) по сторонам *VI-VII, IX-VIII, IV-V* заснята грунтовая дорога, а также границы пашни. Съемка контура березовой рощи выполнена способом обхода, для чего проложен съемочный ход *V-а-б-в-г-g-V*, от сторон которого определялось положение характерных точек контура способом перпендикуляров (численные значения углов и длин сторон в съемочном ходе даны в таблице).

При съемках небольших участков местности и простой ситуации результаты измерений по теодолитному ходу и абрис приводятся в одном полевом журнале. При съемке больших участков и сложной ситуации абрис ведется в отдельном журнале, в котором страница отводится для одной-двух линий хода. Если с одной точки (стороны) хода одним из способов, чаще всего полярным или способом обхода, заснимается большое число точек ситуации местности, то численные значения угловых и линейных замеров выносятся в отдельную таблицу. Полевые журналы и абрисы должны быть оформлены качественно, чтобы в них мог легко разобраться другой исполнитель, не принимавший участия в съемке данного участка местности.

Глава 13

КАМЕРАЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПРИ ТЕОДОЛИТНОЙ СЪЕМКЕ

§ 67. Общие положения

Камеральные работы при теодолитной съемке слагаются из вычислений и графических построений. В результате вычислений определяют плановые координаты вершин теодолитных ходов; конечной целью графических построений является получение ситуационного плана местности.

Измеренные углы и длины сторон теодолитных ходов содержат неизбежные случайные погрешности, накопление которых приводит к возникновению так называемых *невязок*.

Невязками называются разности между измеренными либо вычисленными результатами и их теоретическими значениями.

В зависимости от требуемой точности величины фактических невязок не должны превышать определенных величин. При обработке результатов измерений возникшие невязки должны быть определенным образом распределены между измеренными (вычисленными) величинами.

Процесс распределения невязок и вычисления исправленных значений величин называется ***увязкой*** *или* ***уравниванием*** *результатов измерений.* После уравнивания обычно проводится *оценка точности* полученных результатов.

Камеральную обработку результатов измерений, выполненных при прокладке теодолитных ходов, начинают с проверки и обработки полевых журналов. Повторно выполняют все вычисления, сделанные в поле, и выводят средние значения измеренных углов (с округлением до 0,1') и длин сторон (до 0,01 м). Затем составляют схему теодолитных ходов, ориентированную по сторонам света. У вершин подписывают средние значения горизонтальных углов, а возле каждой стороны — ее горизонтальное проложение. На схему наносят также пункты геодезической сети, к которым осуществлялась привязка теодолитных ходов, координаты исходных пунктов и дирекционные углы исходных сторон.

Вычислительные работы по определению координат вершин теодолитного хода включают в себя: 1) обработку угловых измерений и вычисление дирекционных углов сторон; 2) вычисление горизонтальных проложений сторон; 3) вычисление приращений координат и ко-

ординат вершин хода. Все вычисления ведутся в специальной ведомости. Вычислительные работы для замкнутых и разомкнутых (диагональных) ходов имеют свою специфику. Поэтому рассмотрим каждый из этих случаев отдельно.

§ 68. Обработка результатов измерений в замкнутом теодолитном ходе

Обработка угловых измерений и вычисление дирекционных углов сторон. Если в замкнутом теодолитном ходе (полигоне) из n вершин измерены все внутренние углы (рис. 81, *а*), то сумма измеренных углов будет

$$\sum_1^n \beta_{изм} = \beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n. \qquad (92)$$

В то же время теоретическая сумма внутренних углов, определенная по известной формуле геометрии, должна быть равна

$$\sum_1^n \beta_{теор} = 180° \cdot (n-2). \qquad (93)$$

Если в полигоне измерены внешние углы, то

$$\sum_1^n \beta_{теор} = 180° \cdot (n+2).$$

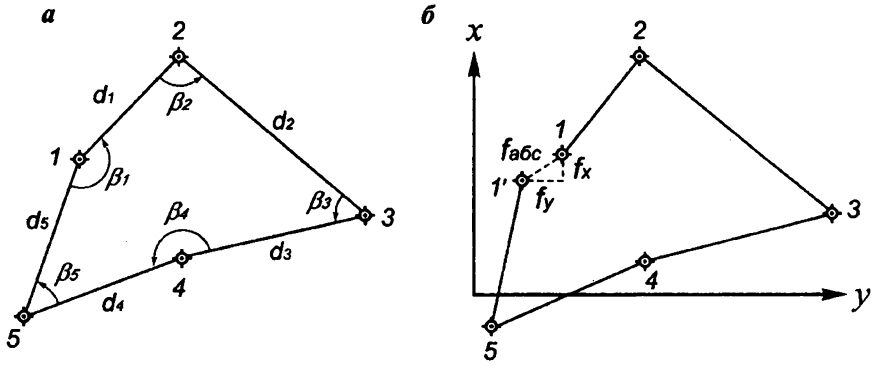


Рис. 81. *Схема вычисления координат вершин полигона:*
а — *схема полигона;* б — *схема к определению невязок в приращениях координат*

Разность суммы измеренных углов и теоретической суммы углов полигона называется ***фактической угловой невязкой*** *хода*, т. е.

$$f_{\beta ф} = \sum \beta_{изм} - \sum \beta_{теор}. \qquad (94)$$

Величина угловой невязки характеризует точность измерения углов; она не должна быть больше предельно допустимой величины, определяемой по формуле:

$$f_{\beta_{доп}} = 1'\sqrt{n}. \quad (95)$$

Если фактическая угловая невязка не превышает допустимой, т. е. выполняется условие

$$\left|f_{\beta_\phi}\right| \le f_{\beta_{доп}}, \quad (96)$$

то качество угловых измерений следует признать удовлетворительным. В противном случае тщательно проверяют вычисления и записи в журналах и ведомости и, убедившись в их безошибочности, повторяют полевые измерения всех или отдельных углов полигона.

При выполнении условия (96) угловая невязка распределяется по измеренным углам полигона *поровну с обратным знаком*. Поправка в каждый угол

$$\delta_\beta = -\frac{f_{\beta_\phi}}{n}. \quad (97)$$

Если невязка f_{β_ϕ} не делится без остатка на число углов n, то несколько большие поправки вводят в углы с короткими сторонами, так как на результатах таких углов в большей степени сказывается неточность центрирования теодолита и визирных знаков (вех). Поправки δ_β с округлением до десятых долей минуты выписывают со своими знаками в ведомость над значениями соответствующих измеренных углов (табл. 5).

При этом во всех случаях должно соблюдаться условие

$$\sum \delta_\beta = -f_{\beta_\phi}, \quad (98)$$

т. е. *сумма поправок должна равняться невязке с обратным знаком*.

Алгебраически складывая вычисленные поправки с измеренными углами, получают *исправленные* углы.

$$\beta_{испр\,i} = \beta_{изм\,i} + \delta_\beta. \quad (99)$$

Контролем правильности обработки угловых измерений является равенство

$$\sum \beta_{испр} = \sum \beta_{теор}.$$

По известному дирекционному углу начальной стороны и значениям исправленных внутренних углов полигона последовательно вычисляют дирекционные углы всех других сторон:

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} \pm 180^0 - \beta^{пр}_{испр\,i} \quad \text{или} \quad \alpha_i = \alpha_{i-1} \pm 180^0 + \beta^{лев}_{испр\,i},$$

где $\beta^{пр}_{испр\,i}$, $\beta^{лев}_{испр\,i}$ — соответственно правые и левые по ходу исправленные углы.

Контролем правильности вычислений дирекционных углов сторон полигона является повторное получение дирекционного угла начальной стороны.

По найденным значениям дирекционных углов сторон вычисляют табличные углы (румбы) в зависимости от четверти, в которой лежит данное направление. Значения табличных углов записываются в ведомости рядом с соответствующими дирекционными углами.

Вычисление горизонтальных проложений сторон. В результате обработки линейных измерений вычисляют горизонтальные проекции сторон. Если при измерении длин сторон определялись углы наклона, то горизонтальные проекции сторон могут быть найдены из известных выражений:

$$d = D\cos\nu \quad \text{или} \quad d = D - \Delta D_н,$$

где $\Delta D_н = 2D\sin^2 \nu/2$ — поправка за наклон, определяемая по специальным таблицам.

Значения горизонтальных длин сторон заносятся в ведомость вычисления координат (табл. 5).

Вычисление приращений координат и координат вершин теодолитного хода. Приращения координат вычисляются по формулам прямой геодезической задачи:

$$\Delta x = d\cos\alpha(r); \qquad \Delta y = d\sin\alpha(r).$$

Контроль вычисления приращений координат удобно выполнять по формуле

$$\Delta y = \Delta x \cdot tg\alpha(r).$$

Знаки приращений координат определяются с учетом четверти, в которой лежит данное направление, т. е. по дирекционному углу стороны (табл. 6).

Таблица 6

Знаки приращений координат по четвертям

Приращения координат	Четверти			
	I	II	III	IV
Δx	+	–	–	+
Δy	+	+	–	–

Наиболее быстро приращения координат можно рассчитать с помощью микрокалькуляторов.

Поскольку полигон имеет вид замкнутого многоугольника, то теоретическая сумма приращений координат по каждой оси должна быть равна нулю, т. е.

$$\sum \Delta x_{теор} = 0; \qquad \sum \Delta y_{теор} = 0.$$

Однако на практике вследствие погрешностей угловых и линейных измерений суммы приращений координат равны не нулю, а некоторым величинам f_x и f_y, которые называются ***невязками в приращениях координат*** (рис. 81, *б*):

$$f_x = \sum \Delta x; \qquad f_y = \sum \Delta y. \tag{100}$$

Таблица 5

Ведомость вычисления координат вершин замкнутого теодолитного хода

№ точек	Горизонтальные углы: измер. $\beta_{изм}$ °	′	испр. $\beta_{испр}$ °	′	Дирекционные углы сторон, α °	′	Румбы: назв.	°	′	Мера линий, d, м	Приращение координат, м: вычисленные Δx	Δy	исправленные Δx	Δy	Координаты x	y	№ точек
1															6327,12	3741,10	1
					34	15,8	СВ	34	15,8	140,91	+4 +116,46	+3 +79,33	+116,50	+79,36			
2	99	-0,4 27,8	99	27,4											6443,62	3820,46	2
					114	48,4	ЮВ	65	11,6	390,67	+12 -163,91	+10 +654,62	-163,79	+354,72			
3	29	-0,4 45,5	29	45,1											6279,83	4175,18	3
					265	03,3	ЮЗ	85	03,3	352,72	+10 -30,40	+9 -351,41	-30,30	-351,32			
4	197	-0,4 56,6	197	56,2											6249,53	3823,86	4
					247	07,1	ЮЗ	67	07,1	153,58	+5 -59,71	+3 -141,50	-59,66	-141,47			
5	43	-0,5 58,2	43	57,7											6189,87	3682,39	5
					23	09,4	СВ	23	09,4	149,23	+4 +137,21	+3 +58,68	+137,25	+58,71			
1	168	-0,4 54,0	168	53,6											6327,12	3741,10	1
					34	15,8	СВ	34	15,8								
2															Контроль		
					Контроль												

$\sum \beta_{изм} = 540°02,1'$

$\sum \beta_{испр} = 540°00'$

$\sum \beta_{теор} = 540°00'$

$f_\beta = +0°02,1'$

$f_{\beta_{доп}} = 1'\sqrt{5} = 2,2'$

$P = 1187,11$ м

$\sum \Delta x = 0 \qquad \sum \Delta y = 0$

$f_x = -0,35$ м $\qquad f_y = -0,28$ м

$f_{абс} = \sqrt{0,35^2 + 0,28^2} = 0,45$ м

$f_{отн} = \frac{0,45}{1187,11} = \frac{1}{2600};$

$f_{отн}^{доп} = \frac{1}{2000}$

В результате этих невязок полигон, который должен быть замкнутым, окажется разомкнутым на величину отрезка *1—1'*, называемую ***абсолютной линейной невязкой хода*** $f_{абс}$.

Как следует из рис. 81, *б*, проекции абсолютной невязки $f_{абс}$ на оси координат являются невязками в приращениях координат f_x и f_y; отсюда

$$f_{абс} = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \tag{101}$$

Точность угловых и линейных измерений в теодолитном ходе оценивается по величине *относительной линейной невязки*

$$f_{отн} = \frac{f_{абс}}{P} = \frac{1}{P : f_{абс}} = \frac{1}{N}, \tag{102}$$

где P — периметр полигона.

Вычисленная относительная невязка сравнивается с допустимой; при этом должно выполняться условие

$$f_{отн} \le f_{отн}^{доп}, \tag{103}$$

где $f_{отн}^{доп}$ — допустимая относительная невязка, величина которой устанавливается соответствующими инструкциями в зависимости от масштаба съемки и условий измерений; принимается в пределах 1:3000 — 1:1000.

В случаях, когда фактическая относительная невязка окажется недопустимой, нужно тщательно проверить все записи и вычисления в полевых журналах и ведомости. Если при этой проверке ошибка не обнаружена, следует выполнить контрольные измерения длин сторон теодолитного хода на местности.

Если относительная невязка допустима, т. е. соблюдается условие (103), то допустимы и невязки в приращениях координат f_x и f_y; это дает основание произвести увязку (уравнивание) приращений координат раздельно по абсциссам и ординатам. Невязки f_x и f_y распределяются по вычисленным приращениям координат *пропорционально длинам сторон с обратным знаком.* При этом поправки в приращения координат определяются по формулам:

$$\delta_{x_i} = -\frac{f_x}{P} \cdot d_i; \quad \delta_{y_i} = -\frac{f_y}{P} \cdot d_i \tag{104}$$

их значения с округлением до сантиметра записывают в ведомости над соответствующими вычисленными приращениями координат (см. табл. 5). Для контроля вычисляют суммы поправок δ_x и $\delta_{y,}$ которые должны быть равны соответствующим невязкам с обратным знаком, т. е.

$$\sum \delta_x = -f_x; \qquad \sum \delta_y = -f_y. \tag{105}$$

По вычисленным приращениям координат и поправкам вычисляют исправленные приращения координат:

$$\Delta x_{испр\,i} = \Delta x_i + \delta_{x\,i}; \qquad \Delta y_{испр\,i} = \Delta y_i + \delta_{y\,i}. \tag{106}$$

Суммы исправленных приращений координат должны быть равны нулю:

$$\sum \Delta x_{испр} = 0; \qquad \sum \Delta y_{испр} = 0. \tag{107}$$

По исправленным приращениям и координатам начальной точки последовательно вычисляют координаты всех вершин полигона:

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_{испр_i}; \qquad y_{i+1} = y_i + \Delta y_{испр_i}. \tag{108}$$

Окончательным контролем правильности вычислений координат служит получение координат начальной точки теодолитного хода. Пример расчета координат вершин замкнутого теодолитного хода приведен в ведомости (см. табл. 5).

§ 69. Особенности обработки результатов измерений диагонального (разомкнутого) теодолитного хода

Диагональный ход, проложенный между точками основного полигона, так же как и разомкнутый ход, опирающийся на пункты геодезической опорной сети, уравнивается как *ход между двумя исходными пунктами* (точками с известными координатами *x*, *y*) и двумя исходными сторонами (сторонами с известными дирекционными углами). При этом сохраняется та же последовательность вычислений, что и при обработке результатов измерений в замкнутом теодолитном ходе (полигоне).

Пусть между точками *2* и *5* полигона *1—2—3—...—7* (рис. 82) проложен диагональный ход *2—8—9—5*, в котором измерены горизонтальные углы и длины сторон. В результате обработки измерений основного полигона получены координаты начальной и конечной точек *2* и *5* ($x_{нач}$, $y_{нач}$ и $x_{кон}$, $y_{кон}$) диагонального хода и дирекционные углы начальной и конечной сторон *1—2* и *5—6* ($\alpha_{нач}$ и $\alpha_{кон}$).

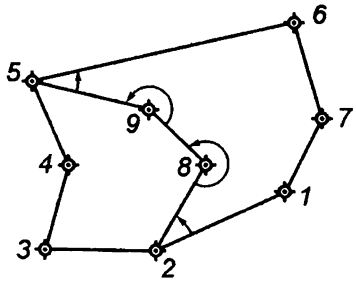


Рис. 82. *Схема диагонального хода*

Пример обработки диагонального хода приведен в ведомости (табл. 7).

В общем случае угловую невязку диагонального (разомкнутого) хода вычисляют по формуле

$$f_\beta = \sum \beta_{изм}^{прав} - \left[\alpha_{нач} - \alpha_{кон} + 180^\circ(N+1)\right], \tag{109}$$

если измерены правые по ходу горизонтальные углы, или по формуле

$$f_\beta = \sum \beta_{изм}^{лев} - \left[\alpha_{кон} - \alpha_{нач} + 180^\circ(N+1)\right], \tag{110}$$

если измерены левые по ходу углы;
здесь N — число сторон диагонального хода.

Таблица 7

Ведомость вычисления координат вершин диагонального теодолитного хода

№ точек	Горизонтальные углы измер. $\beta_{изм}$ °	′	испр. $\beta_{испр}$ °	′	Дирекционные углы сторон, α °	′	Румбы назв.	°	′	Мера линий, d, м	Приращение координат, м вычисленные Δx	Δy	исправленные Δx	Δy	Координаты x	y	№ точек
1																	1
					246	52,0											
2	37	-0,5 13,5	37	13,0											1548,12	3731,45	2
					29	39,0	СВ	29	39,0	171,42	-6 +148,97	-3 +84,80	+148,91	+84,83			
8	256	-0,5 37,2	256	36,7											1697,03	3816,28	8
					313	02,3	СЗ	46	57,7	169,35	-6 +115,58	+3 +123,78	+115,52	+123,75			
9	212	-0,5 05,8	212	05,3											1812,55	3692,53	9
					280	57,0	СЗ	79	03,0	224,14	-8 +42,58	+5 -220,06	+42,50	-220,01			
5	25	-0,5 41,5	25	41,0											1855,05	3472,52	5
					75	16,0											
6															Контроль		6
					Контроль												

$\sum \beta_{изм} = 531°38,0'$

$\sum \beta_{теор} = 531°36,0'$

$\sum \beta_{испр} = 540°00'$

$f_{\beta} = +2,0'$

$f_{\beta_{доп}} = 2'\sqrt{4} = 4,0'$

$\sum d = 564,91\ м \qquad \sum \Delta x = +306,93\ м \qquad \sum \Delta y = -258,93\ м$

$\Delta x_{выч} = +307,13\ м, \qquad \Delta y_{выч} = -259,04\ м$

$\Delta x_{теор} = +306,93\ м, \qquad \Delta y_{теор} = -258,93\ м$

$f_x = +0,20\ м, \qquad f_y = -0,11\ м$

$$f_{абс} = \sqrt{0,20^2 + 0,11^2} = 0,23\ м$$

$$f_{отн} = \frac{0,23}{564,91} = \frac{1}{2500};$$

$$f_{отн}^{доп} = \frac{1}{1000}.$$

В формулах (109) и (110) значения $\sum \beta_{изм}^{прав}$, $\sum \beta_{изм}^{лев}$ представляют собой суммы измеренных, соответственно, правых или левых по ходу углов, включая примычные, а выражения в квадратных скобках — теоретические суммы правых или левых углов диагонального хода. Допустимая угловая невязка в диагональном ходе рассчитывается по формуле

$$f_{\beta_{доп}} = 2'\sqrt{N+1}. \qquad (111)$$

Если разомкнутый ход проложен между пунктами геодезической опорной сети, то оценка допустимости угловой невязки проводится по формуле (95) с учетом того, что число измеренных углов хода равно $N+1$. Распределение угловой невязки, вычисление дирекционных углов диагонального (разомкнутого) хода производится по тем же правилам, что и при обработке полигона. Контролем правильности увязки углов и вычисления дирекционных углов служит получение исходного дирекционного угла конечной стороны.

Вычисление приращений координат выполняют так же, как и в основном полигоне. Невязки в приращениях координат рассчитывают по формулам:

$$f_x = \sum \Delta x_{выч} - \sum \Delta x_{теор}; \qquad f_y = \sum \Delta y_{выч} - \sum \Delta y_{теор}, \qquad (112)$$

где $\sum \Delta x_{выч}$, $\Delta y_{выч}$ — суммы вычисленных приращений координат;

$\sum \Delta x_{теор} = x_{кон} - x_{нач}$, $\Delta y_{теор} = y_{кон} - y_{нач}$ — теоретические суммы приращений координат в диагональном ходе.

Относительная невязка в диагональном ходе

$$f_{отн} = \frac{f_{абс}}{\sum d} = \frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{\sum d},$$

где $\sum d$ — длина диагонального хода от начальной до конечной точки.

Допустимая относительная невязка в диагональном ходе принимается равной 1:1500 — 1:700, а в разомкнутом ходе, проложенном между пунктами опорной геодезической сети, принимается 1:2000 — 1:1000, т. е. как в замкнутом ходе. Распределение невязок f_x и f_y, вычисление исправленных приращений координат и координат точек диагонального хода выполняется по аналогии с основным полигоном. Окончательным контролем правильности вычисления координат является получение исходных координат $x_{кон}$, $y_{кон}$ конечной точки диагонального хода.

§ 70. Построение плана теодолитной съемки

Графические работы состоят в построении плана теодолитной съемки на основе координат вершин теодолитного хода и абрисов съемки ситуации. Составление плана выполняется в следующей последовательности: 1) построение координатной сетки; 2) накладка теодолитного хода на план; 3) нанесение ситуации; 4) оформление плана.

Построение координатной сетки. Построение координатной сетки является ответственной задачей, требующей особого внимания и аккуратности. *От точности построения сетки во многом зависит точность нанесения ситуации, а следовательно, и точность решаемых по плану инженерно-геодезических задач.*

Для планов масштабов 1:10 000 и крупнее стороны квадратов координатной сетки принимают равными 10 см. Построение сетки может быть выполнено с помощью циркуля-измерителя (или штангенциркуля) и масштабной линейки, линейки Дробышева (линейки ЛТ), а также координатографом.

Построение координатной сетки начинается с расчета необходимого числа квадратов по осям *x* и *y*. Пусть для ранее рассмотренного примера (см. табл. 5) требуется составить план в масштабе 1:2000, при котором длина стороны квадрата сетки (10 см) соответствует 200 м горизонтального проложения местности. Исходя из значений координат хода, определяют величины

$$\Delta x = x_{\max} - x_{\min}, \qquad \Delta y = y_{\max} - y_{\min},$$

где x_{max}, y_{max} — максимальные значения координат точек, округленные в большую сторону до величин, кратных длине квадрата сетки в данном масштабе; x_{min}, y_{min} — минимальные значения координат, округленные в меньшую сторону до величин, кратных длине квадрата сетки в данном масштабе.

Для рассматриваемого примера: $x_{max} = 6600$ м, $x_{min} = 6000$ м, $\Delta x = 600$ м;
$y_{max} = 4200$ м, $y_{min} = 3600$ м, $\Delta y = 600$ м.

Тогда число квадратов по осям *x* и *y* равно: $N_x = \frac{600\ м}{200\ м} = 3$, $N_y = \frac{600\ м}{200\ м} = 3$.

Вычерчивание координатной сетки с небольшим числом квадратов выполняется с помощью *циркуля и масштабной линейки* (рис. 83, *а*). На листе бумаги проводят диагонали *AB* и *CD*. Из точки пересечения диагоналей (точки *0*) делают циркулем засечки одинакового размера. Полученные точки *a*, *b*, *c* и *d* соединяют прямыми линиями. Стороны прямоугольника *авсд* делят пополам и через точки деления проводят прямые *1—2* и *3—4*, которые должны пройти через точку *0* пересечения диагоналей. Если число квадратов четное, то от точек *1*, *2*, *3* и *4* откладывают отрезки по 10 см. При нечетном числе квадратов (как в рассматриваемом примере) от этих точек вначале в обе стороны откладывают отрезки по 5 см, а затем — по 10 см. Соединив линиями соответствующие точки на противоположных сторонах прямоугольника, получают сетку квадратов. Циркулем-измерителем проверяют правильность построения координатной сетки путем измерения диагоналей ее квадратов; длины диагоналей должны быть равны 14,14 см или отличаться от этой величины не более чем на ± 0,2 мм.

Координатные сетки 50 × 50 см удобно строить с помощью *линейки Ф.В. Дробышева ЛД-1* (рис. 83, *б*). ЛД-1 представляет собой металлическую линейку со скошенными ребрами для прочерчивания линий. По длине линейки через 10 см друг от друга расположены шесть прямоугольных вырезов (окон). Скошенный край первого выреза сделан по

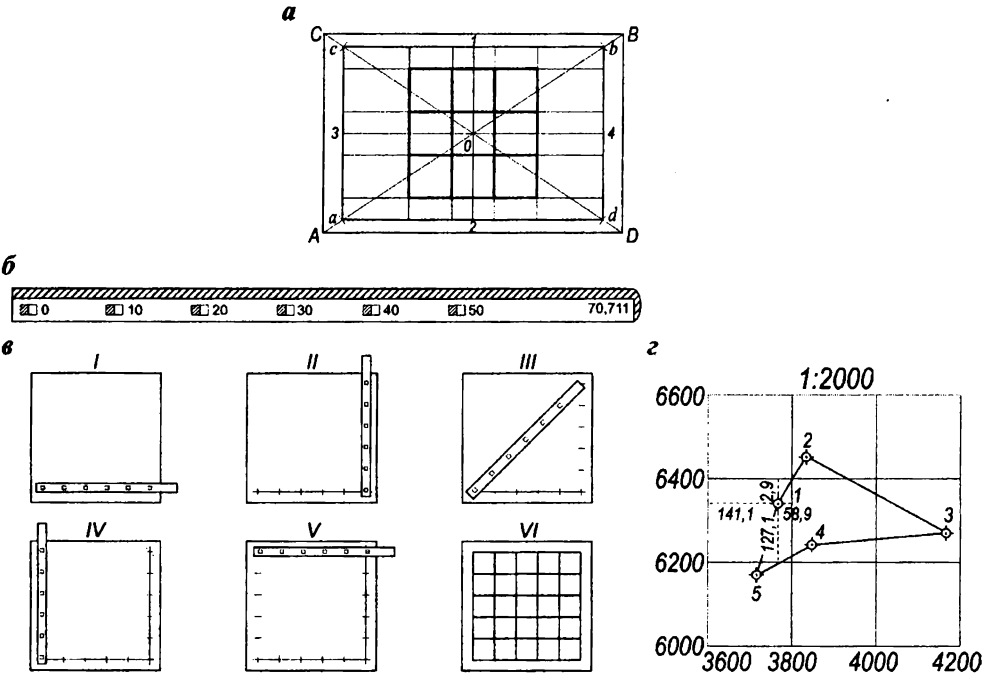


Рис. 83. *Схемы построения координатной сетки и нанесения точек теодолитного хода на план*

прямой, а края остальных вырезов и скошенный торец имеют форму дуг окружностей радиусов 10, 20, 30, 40, 50 и 70,711 см, центр которых находится в точке пересечения штриха со скошенным ребром крайнего окна 0. Построение прямого угла линейкой Дробышева основано на построении прямоугольного треугольника с катетами по 50 см и гипотенузой 70,711 см; порядок построения показан на рис. 83, *в*.

В положении I отмечают по вырезам шесть черточек. В положении II совмещают штрих, нанесенный на середине скошенного края первого выреза, с концом линии, полученной в положении I, и по вырезам отмечают пять дуг. В положении III совмещают середину скошенного края первого выреза с одной из точек первой черточки, полученной в положении I, и концом линейки засекают последнюю дугу, полученную в положении II; таким образом получают первый прямоугольный треугольник. Построив второй прямоугольный треугольник, как показано на рис. 83, *в* (положения IV и V), и соединив точки, расположенные на противоположных сторонах построенного таким образом большого квадрата, получают сетку квадратов 10 × 10 см (положение VI). При правильном построении сетки квадратов вершины малых квадратов должны лежать на диагоналях большого квадрата или на линиях, параллельных им. Расхождения между диагоналями малых квадратов не должны превышать ± 0,2 мм. При несоблюдении указанных условий сетку квадратов строят заново. Линейкой ЛД-1 можно построить также координатную сетку размером 30 × 40 см с диагональю прямоугольника 50 см.

В отличие от линейки ЛД-1 линейка ЛТ имеет 18 вырезов со скошенными гранями. Рабочие ребра вырезов обозначены цифрами, 0, 4, 8, 10, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48 и 50, которые являются дугами с величинами радиусов, соответствующих обозначениям вырезов в сантиметрах. Рабочие ребра вырезов Д40 и Д48 и скошенный край линейки Д50 являются дугами с радиусами, соответствующими диагоналям координатной сетки 40×40 см, 48×48 см и 50×50 см соответственно. С помощью линейки ЛТ можно вычерчивать координатные сетки со сторонами квадратов 4, 8 и 10 см.

При больших объемах работ для построения координатных сеток используют *координатографы*. Координатографы бывают *полевые*, с помощью которых строят координатные сетки в полевых условиях, и *стационарные*, устанавливаемые в цехах геодезических и картографических предприятий. С помощью координатографов одновременно с построением координатной сетки можно по координатам наносить точки на план с точностью до 0,05 мм.

Координатную сетку подписывают в соответствии с координатами точек теодолитного хода (рис. 83, *г*). Для этого берут минимальное и максимальное значения *x* и *y*, которые использовались для нахождения числа квадратов сетки по осям *x* и *y*. У нижней горизонтальной линии сетки слева от крайней вертикальной линии подписывают минимальное значение абсцисс (x_{min} = 6000 м), а у верхней крайней линии — максимальное значение (x_{max} = 6600 м). Промежуточные горизонтальные линии сетки имеют абсциссы, кратные длине стороны квадрата сетки. Аналогично подписывают вертикальные линии (ординаты) сетки. При оцифровке сетки следует помнить, что значения абсцисс возрастают снизу вверх, а ординат — слева направо.

Нанесение на план точек теодолитного хода и ситуации. Оформление плана. *Нанесение на план точек теодолитного хода* производится по их вычисленным координатам. Для этого сначала определяют квадрат сетки, в котором должен находиться пункт. Далее на противоположных сторонах этого квадрата циркулем с использованием поперечного масштаба откладывают отрезки, соответствующие разностям одноименных координат точки и «младших» сторон квадрата. Точки отложения отрезков на сторонах квадрата попарно соединяют линиями, пересечение которых дает положение наносимого на план пункта. Для контроля производят повторное нанесение того же пункта относительно «старших» сторон квадрата. Для примера на рис. 83, *г* показано нанесение точки *1* полигона с координатами (см. табл. 5): *x* = 6327,12 м; *y* = 3741,10 м.

Аналогично наносят по координатам все вершины теодолитного хода. Правильность нанесения на план двух соседних точек проверяют по длинам сторон хода. Для этого на плане измеряют расстояния между вершинами хода и сравнивают их с соответствующими горизонтальными проекциями сторон, взятыми из ведомости вычисления координат; расхождение не должно превышать 0,2 мм на плане, т. е. графической точности масштаба. Кроме того, правильность нанесения теодолитного хода на план можно проконтролировать, измерив транспортиром горизонтальные углы и дирекционные углы сторон

и сравнив их с соответствующими значениями, приведенными в ведомости.

Нанесение на план ситуации производится от сторон и вершин теодолитного хода согласно абрисам съемки. При этом местные предметы и характерные точки контуров наносятся на план в соответствии с результатами и способами съемки. Сначала на план наносят контуры, снятые способом створов, затем — способами перпендикуляров, полярных и биполярных координат и обхода. При накладке ситуации на план расстояния откладываются с помощью циркуля-измерителя и масштабной линейки, а углы — транспортиром. При нанесении точек, снятых способом перпендикуляров, перпендикуляры к сторонам хода восставляют прямоугольным треугольником.

Для накладки на план точек, снятых способом створов, от соответствующих вершин теодолитного хода с помощью циркуля-измерителя откладывают в масштабе плана расстояния до точек, указанные в абри-

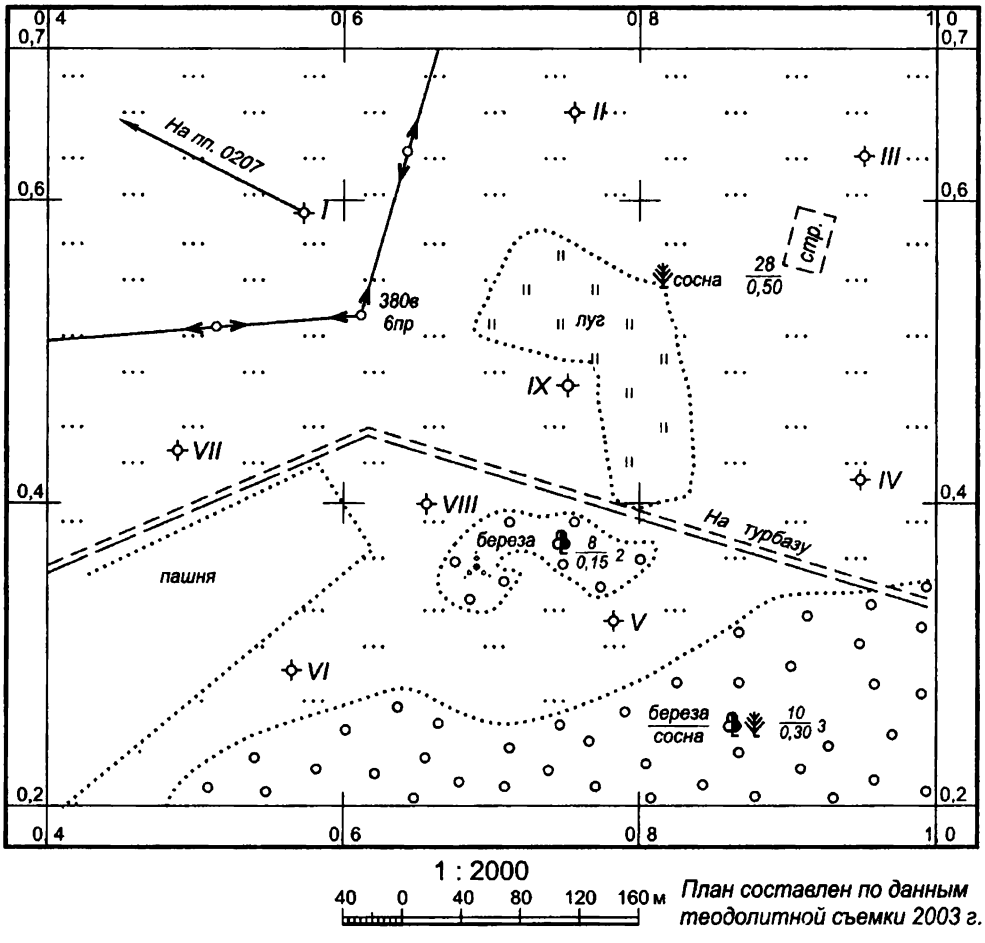


Рис. 84. *Ситуационный план местности*

се. При построении контуров от начала опорной линии на плане откладывают расстояния до оснований перпендикуляров; в полученных точках, пользуясь выверенным прямоугольным треугольником, строят перпендикуляры, на которых откладывают их длины. Соединив концы перпендикуляров, получают изображение контура местности.

Для нанесения точек, снятых полярным способом, центр транспортира совмещают с вершиной хода, принятой за полюс, а нуль транспортира — с направлением стороны хода. По дуге транспортира откладывают углы, измеренные теодолитом при визировании на точки местности, и прочерчивают направления, на которых откладывают расстояния до точек, указанные в абрисе.

При нанесении точек способом угловых засечек транспортиром в вершинах опорных сторон откладывают углы и прочерчивают направления, пересечения которых определяют положения искомых точек. Нанесение точек способом линейных засечек выполняется с помощью циркуля-измерителя и сводится к построению треугольника по трем сторонам, длины которых измерены на местности.

При построении контуров местности на плане все вспомогательные построения выполняют тонкими линиями. Значения углов и расстояний, приведенные в абрисе, на плане не показывают.

По мере накладки точек на план по ним в соответствии с абрисами вычерчивают предметы местности и контуры и заполняют их установленными условными знаками. Составленный план тщательно корректируют; при возможности следует сличить план с местностью.

Затем выполняют зарамочное оформление и вычерчивают план тушью с соблюдением правил топографического черчения. На рис. 84 представлен ситуационный план участка местности, составленный на основе абриса теодолитной съемки (см. рис. 80).

Глава 14

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ ЗЕМЕЛЬНЫХ УГОДИЙ

Для решения многих инженерных задач землеустройства (при составлении землеустроительных проектов, выделении участков в пользование организациям или отдельным лицам, ведении государственного земельного кадастра и т. д.) требуется знать площади земельных угодий. Эти площади могут быть рассчитаны аналитически по результатам измерений на местности либо определены по плану или карте графическим и механическим способами либо их комбинациями. Следует иметь в виду, что по планам (картам) площадь определяется с меньшей точностью, чем по результатам непосредственных измерений на местности; при этом на точность определения площадей оказывают влияние погрешности измерений на местности, построения плана (карты) и измерений на них, а также деформация бумаги.

§ 71. Аналитический способ определения площадей

Если по результатам измерений на местности определены координаты вершин замкнутого многоугольника, то площадь последнего может быть определена аналитическим способом.

Пусть известны прямоугольные координаты вершин треугольника *1—2—3* (рис. 85). Опустив из его вершин перпендикуляры на ось Оу, площадь треугольника *S* можно представить следующим образом:

$$S = S_I + S_{II} - S_{III},$$

где S_I , S_{II} , S_{III} — площади трапеций соответственно *I* — (*1'—1—2—2'*), II — (*2'—2—3—3'*) и III — (*1'—1—3—3'*).

Площади рассматриваемых трапеций определяются как:

$$S_I = 1/2(x_1 + x_2)(y_2 - y_1);$$

$$S_{II} = 1/2(x_2 + x_3)(y_3 - y_2);$$

$$S_{III} = 1/2(x_1 + x_3)(y_3 - y_1).$$

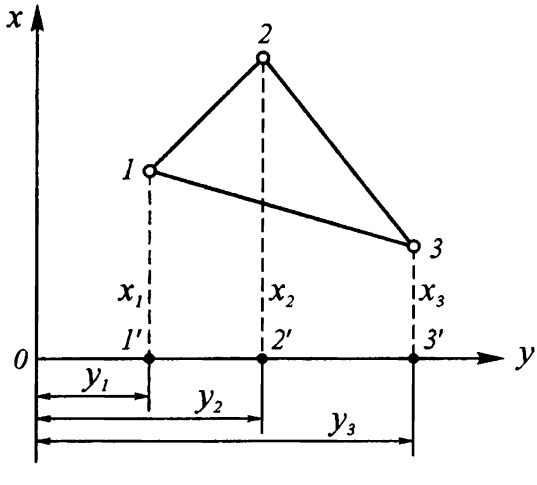


Рис. 85. *Аналитический способ определения площади*

Тогда удвоенная искомая площадь треугольника *1—2—3* будет равна:

$$2S = (x_1 + x_2)(y_2 - y_1) + (x_2 + x_3)(y_3 - y_2) - (x_1 + x_3)(y_3 - y_1)$$

или

$$2S = (x_1 + x_2)(y_2 - y_1) + (x_2 + x_3)(y_3 - y_2) + (x_1 + x_3)(y_1 - y_3). \quad (113)$$

После раскрытия скобок, соответствующей группировки членов уравнения и вынесения за скобки общих знаменателей получим

$$2S = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2),$$

или

$$2S = y_1(x_3 - x_2) + y_2(x_1 - x_3) + y_3(x_2 - x_1).$$

В общем виде

$$S = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=3} x_i(y_{i+1} - y_{i-1}),$$

или

$$S = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=3} y_i(x_{i-1} - x_{i+1}). \quad (114)$$

Тогда для многоугольника с числом вершин n при их оцифровке по ходу часовой стрелки формулы общего вида запишутся так:

$$S = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} x_i(y_{i+1} - y_{i-1});$$

$$S = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} y_i(x_{i-1} - x_{i+1}), \quad (115)$$

где $i = 1, 2, 3, \ldots, n$.

Для контроля вычисления производят по обеим формулам.

На практике для вычисления площадей полигона удобно использовать формулы, в которые наряду с координатами точек входят приращения координат. Это позволяет вести вычисления непосредственно в ведомости вычисления координат, в которой имеются все элементы, входящие в формулу.

На основе формулы (113) можно записать в общем виде:

$$2S = \sum_{i=1}^{n}(x_i + x_{i+1})(y_{i+1} - y_i).$$

Поскольку $(y_{i+1} - y_i) = \Delta y_i$, то

$$2S = \sum_{i=1}^{n}(x_i + x_{i+1})\Delta y_i,$$

или

$$2S = \sum_{i=1}^{n} x_{i+1}\Delta y_i + \sum_{i=1}^{n} x_i \Delta y_i. \quad (116)$$

Пример расчета площади по координатам точек полигона и приращениям координат (см. табл. 5) приведен в табл. 8.

Таблица 8

Результаты вычисления площади в пределах теодолитного полигона

№ точек	Исправленные приращения, м				Координаты, м				±	$\Delta y_i x_{i+1}$, $м^2$	±	$\Delta y_i x_i$, $м^2$	±	$\Delta y_i \Delta x_i$, $м^2$
	±	Δx	±	Δy	±	x	±	y						
1					+	6327,12	+	3741,10						
	+	116,50	+	79,36					+	511366	+	502120	+	9246
2					+	6443,62	+	3820,46						
	–	163,79	+	354,72					+	2227581	+	2285681	–	58100
3					+	6279,83	+	4175,18						
	–	30,30	–	351,32					–	2195585	–	2206230	+	10645
4					+	6249,53	+	3823,86						
	–	59,66	–	141,47					–	875681	–	884121	+	8440
5					+	6189,87	+	3682,39						
	+	137,25	+	58,71					+	371465	+	363407	+	8058
1					+	6327,14	+	3741,10						
								Σ	+	39146	+	60857	–	21711

$$S = \frac{39\,146 + 60\,857}{2} = 50\,002\ м^2 = 5{,}00\ га$$

При расчетах по формуле (116) возможно выполнение постоянного контроля произведений по строкам исходя из следующих соображений:

$$\Delta y_i x_{i+1} - \Delta y_i x_i = \Delta y_i (x_{i+1} - x_i) = \Delta y_i \Delta x_i. \qquad (117)$$

В рассматриваемом случае точность вычисления площади определяется лишь погрешностями угловых и линейных измерений на местности. Так, при измерении углов с точностью 1' и длин линий с точностью 1:2000 относительная погрешность определения площади составит примерно 1:1500.

При определении площадей сложной конфигурации с большим числом вершин вычисления рекомендуется проводить с использованием ЭВМ.

§ 72. Графический способ определения площадей

Для определения площадей небольших участков по плану или карте применяется графический способ с разбивкой участка на геометрические фигуры либо с помощью палеток. В первом случае искомую площадь небольшого (до 10 – 15 $см^2$ в плане) участка разбивают на простейшие геометрические фигуры: треугольники, прямоугольники, трапеции (рис. 86). При криволинейном контуре участка его разбивка на геометрические фигуры выполняется с таким расчетом, чтобы стороны фигур по возможности ближе совпадали с этим контуром. Затем на плане (кар-

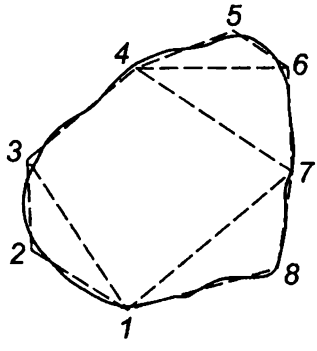


Рис. 86. *Способ определения площади с разбиением участка на геометрические фигуры*

те) измеряют соответствующие элементы фигур (например, длины оснований и высоты) и по геометрическим формулам вычисляют площади этих фигур. Площадь всего участка определяется как сумма площадей отдельных фигур.

Точность определения площади в рассматриваемом случае во многом зависит от масштаба плана (карты); чем мельче масштаб, тем грубее измеряется площадь. Поскольку графическая погрешность линейных измерений на плане ($t_{гр}$ = 0,2 мм) не зависит от длины отрезков, то относительная погрешность короткой линии будет больше, чем длинной. Поэтому заданный участок следует разбивать на фигуры возможно больших размеров с примерно одинаковыми длинами оснований и высот. Для контроля и повышения точности площадь участка определяется дважды, для чего строят новые геометрические фигуры или в треугольниках измеряют другие основания и высоты. Относительное расхождение в результатах двукратных определений общей площади участка не должно превышать 1:200.

Определение площадей малых (до 2 – 3 см^2) участков с резко выраженными криволинейными границами рекомендуется производить с помощью *квадратной палетки*. Палетка представляет собой (рис. 87, *а*) лист прозрачной основы (стекла, целлулоида или восковки), на которую нанесена сетка квадратов со сторонами 1 – 5 мм. Зная длину сторон и масштаб плана, легко вычислить площадь квадрата палетки *s*.

Для определения площади участка палетку произвольно накладывают на план и подсчитывают число N_1 полных квадратов, расположенных внутри контура участка. Затем оценивают «на глаз» число квадра-

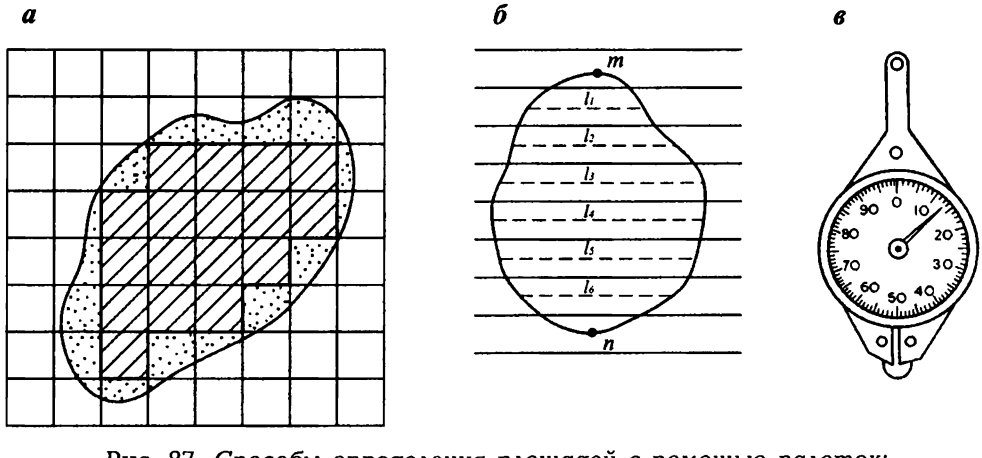


Рис. 87. *Способы определения площадей с помощью палеток:*
а — *квадратной;* б — *параллельной (линейной);* в — *курвиметр*

тов N_2, составляемых из неполных квадратов у границ участка. Тогда общая площадь измеряемого участка

$$S = s(N_1 + N_2).$$

Для контроля площадь заданного участка измеряют повторно, развернув палетку примерно на 45°. Относительная погрешность определения площади палеткой составляет 1:50 — 1:100.

При определении площадей до 10 см^2 можно использовать *параллельную* (линейную) *палетку* (рис. 87, *б*), представляющую собой лист прозрачной основы, на которой через равные промежутки $a = 2-5$ мм нанесен ряд параллельных линий.

Палетка накладывается на заданный участок таким образом, чтобы крайние точки *m* и *n* контура разместились посредине между параллельными линиями палетки. В результате измеряемая площадь оказывается расчлененной на фигуры, близкие к трапециям с равными высотами; при этом отрезки параллельных линий внутри контура являются средними линиями трапеции. Следовательно, для определения площади участка с помощью циркуля-измерителя и масштабной линейки нужно измерить длины средних линий трапеций l_1, l_2, ..., l_n и их сумму умножить на расстояние между линиями с учетом масштаба плана, т. е.

$$S = a(l_1 + l_2 + ... + l_n) = a\sum_{i=1}^{n} l_i.$$

Суммарная длина отрезков может быть замерена с помощью *курвиметра* (рис. 87, *в*) — прибора для измерения длин линий на плане (карте). Для этого колесо курвиметра последовательно прокатывают по измеряемым линиям и по разности начального и конечного отсчетов на циферблате определяют суммарную длину отрезков в сантиметрах плана. Для контроля измеряют площадь при втором положении палетки, развернув ее на 60 — 90° относительно первоначального положения.

§ 73. Механический способ определения площадей

В инженерной практике для определения площадей достаточно больших участков по планам или картам наиболее часто применяется механический способ, основанный на использовании специального прибора-*планиметра*. Конструкция планиметра впервые была предложена в 1856 г. одновременно швейцарцем Амслером и нашим соотечественником механиком А.Н. Зарубиным. Из многочисленных конструкций планиметров в настоящее время наибольшее распространение получили *полярные планиметры* типа ПП-2К (конструкции МИИЗ) и его модернизированная модель ПП-М.

Устройство полярного планиметра. Полярный планиметр ПП-М (рис. 88, *а*) состоит из двух рычагов — полюсного *1* и обводного *4*. В нижней части груза *2*, закрепленного на одном из концов полюсного рычага, имеется игла — полюс планиметра. На втором конце полюсного рычага находится штифт с шарообразной головкой, вставляемой в гнездо *5* каретки *6* обводного рычага. На конце обводного рычага имеется

линза *3*, на которой нанесена окружность с обводной точкой в центре. Каретка *6* имеет счетный механизм (рис. 88, *б*), который состоит из счетного колеса *8* и счетчика *7* целых оборотов счетного колеса. Для отсчетов по счетному колесу имеется специальное устройство — верньер *9*. При обводе контура участка обводной точкой линзы *3* ободок счетного колеса и ролик *11* катятся или скользят по бумаге; вместе с обводной точкой они образуют три опорные точки планиметра.

Тысячная часть окружности счетного колеса называется делением планиметра. Окружность счетного колеса разделена на 100 частей, т. е. каждая часть содержит 10 делений планиметра. Каждый десятый штрих счетного колеса оцифрован.

Отсчет по планиметру состоит из четырех цифр: первая, ближайшая к указателю *14* младшая цифра счетчика оборотов (тысячи делений планиметра), вторая и третья цифры — сотни и десятки делений, предшествующие нулевому штриху верньера; четвертая цифра — номер штриха верньера, совпадающего с ближайшим штрихом счетного колеса (единицы делений).

Каретка со счетным механизмом (рис. 88, *б*) после ослабления винта *12* может передвигаться вдоль обводного рычага *4*, изменяя тем самым его длину. Необходимая длина свободного рычага устанавливается на шкале делений *13*, расположенной на его верхней грани, с помощью верньера *10*.

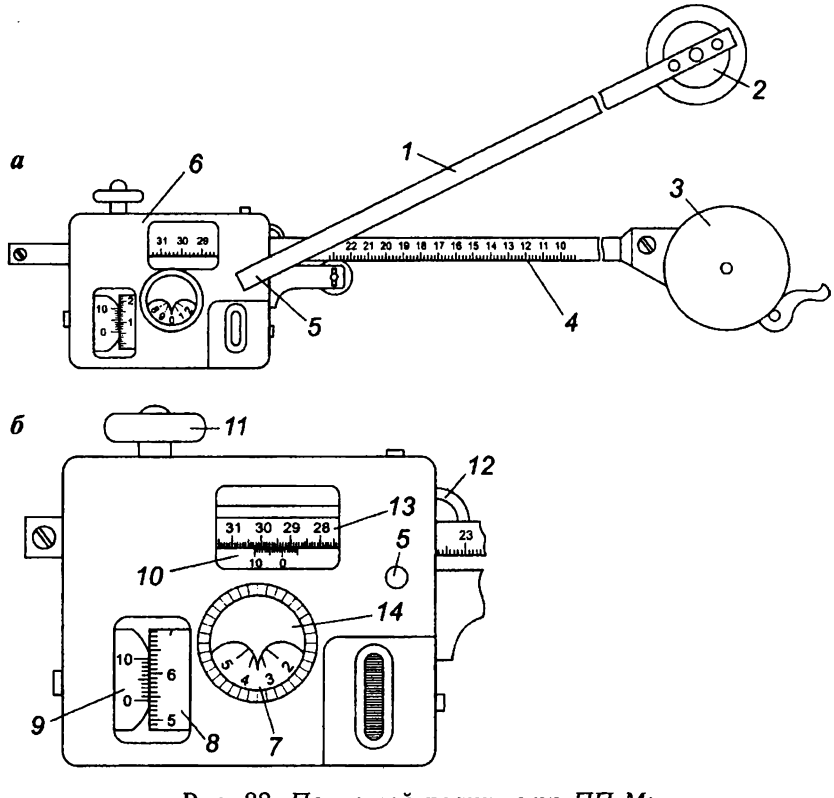


Рис. 88. *Полярный планиметр ПП-М:*
а — *общий вид;* б — *каретка со счетным механизмом*

Теория полярного планиметра. Пусть требуется измерить на плане площадь некоторой криволинейной фигуры (рис. 89). Полюс планиметра O установлен внутри фигуры. На рис. 89 схематично показаны: I — начальное положение рычагов планиметра и II — при перемещении обводной точки по контуру фигуры на малое расстояние BB_1. Обозначим через R_1 и R длины обводного и полюсного рычагов, а через r — расстояние от счетного колеса до точки соединения рычагов.

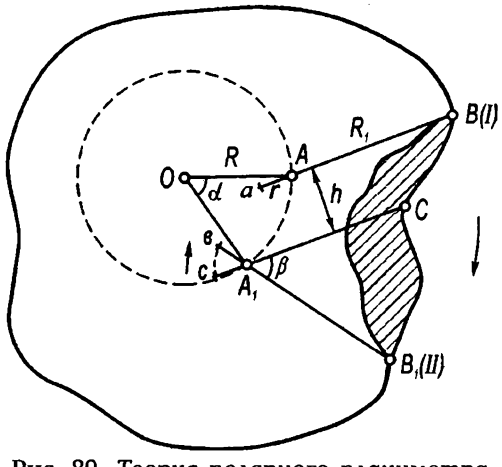


Рис. 89. *Теория полярного планиметра*

Перемещение рычагов планиметра из положения OAB (I) в положение OA_1B_1 (II) можно разложить на три движения: 1) поворот полюсного рычага R вокруг полюса O на угол α; 2) параллельное перемещение обводного рычага R_1 из положения AB в положение A_1C на расстояние h; 3) поворот обводного рычага R_1 вокруг точки A_1 на угол β.

Площадь фигуры $OABB_1A_1O$ можно представить суммой площадей трех фигур:

площади сектора

$$S_{OAA_1} = \cup AA_1 \cdot \frac{R}{2} = \frac{R^2}{2}\alpha;$$

площади параллелограмма

$$S_{ABCA_1} = R_1 h;$$

площади сектора

$$S_{A_1CB_1} = \cup CB \cdot \frac{R_1}{2} = \frac{R_1^2}{2}\beta$$

(углы α и β выражены в радианной мере).

Тогда площадь фигуры $OABB_1A_1O$

$$S_1 = \frac{R^2}{2}\alpha + \frac{R_1^2}{2}\beta + R_1 h. \qquad (118)$$

При перемещении обводной точки из B в C счетное колесо переместится из положения «a» в положение «c» и пройдет путь, равный h. При повороте обводного рычага вокруг точки A_1 из положения A_1C в положение A_1B_1 на угол β счетное колесо будет вращаться в обратном направлении на величину дуги $ab = r\beta$. Следовательно, общий путь счетного колеса будет равен $h - r\beta$.

Пусть n_0 и n — отсчеты по планиметру при положениях рычагов OAB (I) и OA_1B_1 (II), а t — цена деления счетного колеса в линейной мере. Тогда путь счетного колеса можно выразить как $t(n_1 - n_0)$.

Отсюда

$$h - r\beta = t(n_1 - n_0) \text{ или } h = t(n_1 - n_0) + r\beta.$$

Подставив значение h в формулу (118), получим

$$S_1 = \frac{R^2}{2}\alpha + \frac{R_1^2}{2}\beta + R_1 \cdot r\beta + R_1 t(n_1 - n_0). \quad (119)$$

Площадь всей фигуры будет равна сумме элементарных площадей S_1, S_2, ..., S_n:

$$S = \frac{R^2}{2}\alpha + \frac{R_1^2}{2}\beta + R_1 r\beta + R_1 t(n_1 - n_0) + \frac{R^2}{2}\alpha_1 + \frac{R_1^2}{2}\beta_1 + R_1 r\beta_1 + R_1 t(n_2 - n_1) + \ldots,$$

или в общем виде

$$S = \frac{R^2}{2}\sum\alpha + \frac{R_1^2}{2}\sum\beta + R_1 r\sum\beta + R_1 t(n - n_0), \quad (120)$$

где n_0, n — начальный и конечный отсчеты по планиметру.

Если полюс планиметра находится внутри контура, то после полного обвода полюсный рычаг AO опишет окружность около неподвижного полюса O, а обводный рычаг AB — около подвижной точки A_1; тогда

$$\sum\alpha = \sum\beta = 2\pi$$

и формула (120) примет вид

$$S = \pi(R^2 + R_1^2 + 2R_1 r) + R_1 t(n - n_0). \quad (121)$$

Обозначив через $q = \pi(R^2 + R_1^2 + 2R_1 r)$ и $\mu = R_1 t$, получим окончательно формулу для вычисления всей площади при положении полюса *внутри контура* фигуры

$$S = \mu(n - n_0) + q, \quad (122)$$

где μ — цена деления планиметра; q — постоянная планиметра.

Если планиметр находится *вне контура* фигуры (этому условию соответствует положение полюса O относительно контура заштрихованной площади), то после обведения контура BCB_1 полюсный и обводной рычаги займут исходное положение и, следовательно, $\Sigma\alpha = \Sigma\beta = 0$. Тогда формула (122) примет вид

$$S = \mu(n - n_0). \quad (123)$$

§ 74. Измерение площади планиметром

При использовании планиметра ПП-М измерение площадей до 400 см^2 производится обычно при положении полюса вне контура.

Перед измерением площади участка план или карта закрепляются на гладкой горизонтальной поверхности. Планиметр устанавливается так, чтобы его полюс располагался вне измеряемого участка, а полюсный и обводный рычаги образовывали примерно прямой угол.

Место закрепления полюса выбирают с расчетом, чтобы во время обвода всей фигуры угол между обводным и полюсным рычагами был не менее 30° и не более 150°. Совместив обводную точку планиметра с исходной точкой O контура, снимают по счетному механизму начальный отсчет n_0 и плавно обводят весь контур по ходу часовой стрелки. Вернувшись в исходную точку, берут конечный отсчет n. Разность отсчетов $(n - n_0)$ выражает величину площади фигуры в делениях планиметра. Тогда площадь измеряемого участка

$$S = \mu(n - n_0),$$

где μ — цена деления планиметра, т. е. площадь, соответствующая одному делению планиметра.

Площади малых участков рекомендуется измерять методом повторений, делая обвод контура 2—3 раза и беря начальный и конечный отсчеты; разность этих отсчетов следует разделить на число обводов. Измерение малых площадей можно осуществить также при уменьшенной длине обводного рычага.

Для контроля и повышения точности результатов измерений площадь участка следует измерять при двух положениях полюса планиметра относительно счетного механизма: «полюс лево» (ПЛ) и «полюс право» (ПП).

Если смотреть со стороны обводного устройства вдоль обводного рычага, то при положении ПЛ полюс планиметра расположен слева, а при положении ПП — справа относительно каретки.

Большие площади на планах и картах следует измерять по частям. Для этого измеряемую фигуру делят на части плавными, слегка изогнутыми линиями. Площади слишком узких, вытянутых фигур (дорог, оврагов, речек и т. п.) измерять планиметром не рекомендуется.

Определение цены деления планиметра. Перед измерением площадей необходимо определить цену деления планиметра. Цена деления бывает абсолютной ($\mu_{абс}$), если она выражена в мм^2/дел., и относительной ($\mu_{отн}$), если выражена в м^2/дел. или га/дел. с учетом масштаба данного плана (карты).

Для определения цены деления планиметра выбирают фигуру, площадь которой S_0 известна заранее (например, один или несколько квадратов координатной сетки). С целью получения более высокой точности выбранную фигуру обводят по контуру четыре раза: два раза при положении «полюс право» (ПП) и два — при положении «полюс лево» (ПЛ). При каждом обводе берут начальный и конечный отсчеты и вычисляют их разность $(n_i - n_{io})$. Расхождения между значениями разностей, полученными при ПП и ПЛ, не должны превышать: при площади фигуры до 200 делений — 2, от 200 до 2000 делений — 3 и свыше 2000 — 4 деления планиметра. Если расхождения не превышают допустимых, то рассчитывают среднюю разность отсчетов $(n - n_0)_{ср}$ и вычисляют цену деления планиметра по формуле

$$\mu = \frac{S_0}{(n - n_0)_{ср}}. \qquad (124)$$

Пример записи результатов измерений и вычислений абсолютной и относительной (для плана масштаба 1:2000) цены деления планиметра приведен в табл. 9.

Таблица 9

Определение цены деления планиметра

Планиметр ПП-М № 1297
Длина обводного рычага R = 155,3 мм; S_0 = 8 га (80 000 м^2)

Положение полюса	Отсчеты	Разности отсчетов $n - n_{i-1}$	Средние разности при ПП и ПЛ	Средняя разность $(n - n_0)_{ср.}$	Цена деления планиметра	
					абсолютная $\mu_{абс}$, мм^2/дел.	относительная $\mu_{отн}$, $\frac{га/дел.}{м^2/дел.}$
ПП	1224 3274 5325	2050 2051	2050,5	2051,0	9,75	$\frac{0{,}00390}{39{,}0}$
ПЛ	0872 2924 4975	2052 2051	2051,5			

Полученная цена деления планиметра может выражаться некруглым числом (например, μ = 9,75 мм^2/дел.), что создает определенные неудобства при вычислении ряда площадей. В таких случаях цена деления приводится к удобной для вычислений круглой величине (например, μ = 10 мм^2/дел.) путем изменения длины обводного рычага. Для этого определяют длину обводного рычага, соответствующую полученному значению цены деления; например, при μ = 9,75 мм^2/дел. R= 155,3 мм. Тогда длина рычага для желательной цены деления планиметра $м$ = 10 мм^2/дел. может быть найдена из пропорции:

$$R = 155{,}3\ мм \quad - \quad \mu = 9{,}75\ мм^2/дел.,$$
$$R_0 = ? \quad - \quad \mu_0 = 9{,}75\ мм^2/дел.$$

Отсюда $R_0 = R\frac{\mu_0}{\mu} = 155{,}3 \cdot \frac{10}{9{,}75} = 159{,}3\ мм.$

Ослабив винт *12* (рис. 88, *б*), устанавливают каретку со счетным механизмом на вычисленный отсчет, изменяя тем самым длину обводного рычага. После этого вновь определяют цену деления планиметра по изложенной выше методике.

Цена деления планиметра может быть определена также с помощью контрольной линейки, входящей в комплект планиметра.

Планиметр должен удовлетворять следующим основным условиям.

1. Счетное колесо должно вращаться на оси свободно и без колебаний. Для проверки этого условия колесо приводится в движение пальцем; при этом оно должно вращаться по инерции не менее 3 с. Зазор

между краем колеса и верньером не должен превышать толщины папиросной бумаги и меняться по величине при вращении колеса. Исправление достигается с помощью регулировочного винта подпятников оси.

2. Плоскость ободка счетного колеса должна быть перпендикулярна к оси обводного рычага. Для проверки условия обводят планиметром одну и ту же фигуру при двух положениях полюса (ПП и ПЛ). Условие считается выполненным, если полученные значения площади в делениях планиметра различаются между собой не более чем на 1:200 величины их среднего значения. В противном случае площадь следует всегда определять при двух положениях полюса и за окончательный результат брать среднее арифметическое, величина которого будет свободна от погрешностей из-за неправильного положения ободка счетного колеса, т. е. эта погрешность компенсируется. За это свойство планиметра его называют *компенсационным*.

Точность определения площадей полярным планиметром зависит главным образом от размеров обводимых фигур; чем меньше площадь, тем больше относительная погрешность ее определения. Поэтому не рекомендуется измерять с помощью планиметра площади участков на плане (карте), меньшие 10 — 15 см^2, так как при этом условии точнее они могут быть измерены графическим способом. При благоприятных условиях измерений относительная погрешность определения площадей с помощью полярного планиметра близка к 1:400.

Определение площади по способу акад. А.Н. Савича. Данный способ можно применять при измерении полярным планиметром площади s (рис. 90), которая является частью известной площади S (например, квадрата координатной сетки плана).

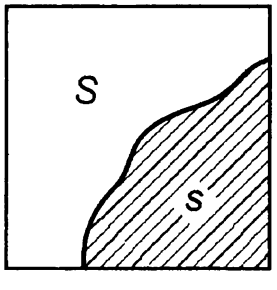


Рис. 90. *Схема определения площади по А.Н. Савичу*

При положении полюса планиметра вне фигуры обводят контуры квадрата сетки и определяемой фигуры и берут начальные и конечные отсчеты: для квадрата — N_0 и N, для искомой фигуры — n_0 и n. Тогда площади квадрата и малой фигуры можно выразить как:

$$S = \mu(N - N_0);$$

$$s = \mu(n - n_0).$$

Разделив второе выражение на первое, получим:

$$\frac{s}{S} = \frac{n - n_0}{N - N_0}.$$

Отсюда искомая площадь

$$s = S\frac{n - n_0}{N - N_0}. \qquad (125)$$

Как следует из последнего выражения, в рассмотренном способе учитывается деформация бумаги, на которой составлен план (карта), что существенно повышает точность определения площадей.

Способ А.Н. Савича целесообразно использовать при определении площадей больших участков, занимающих на плане несколько целых квадратов координатной сетки. Тогда площадь, состоящая из целых квадратов, планиметром не измеряется, а вычисляется по размерам квадратов в соответствии с масштабом плана. Планиметром измеряют лишь площади контуров, состоящих из неполных квадратов и дополнений до полных квадратов.

Электронные планиметры. В последние годы в землеустроительной практике находят применение автоматизированные устройства для измерения площадей — электронные планиметры. Примером таких приборов является цифровой планиметр PLANIX-7 (Япония), позволяющий автоматически выполнять считывание отсчетов, вычисление площадей и печать результатов измерений. Прибор (рис. 91) конструктивно решен по схеме линейного планиметра; диапазон работы планиметра по ширине 300 мм, а по длине не ограничен. Имеет восьмиразрядную шкалу отсчетов с подсветкой и клавиши для установки начального (нулевого) отсчета, записи и хранения измеренных и определяемых значений площадей. Вычисление площадей выполняется с помощью встроенного микрокалькулятора с точностью 0,2 %.

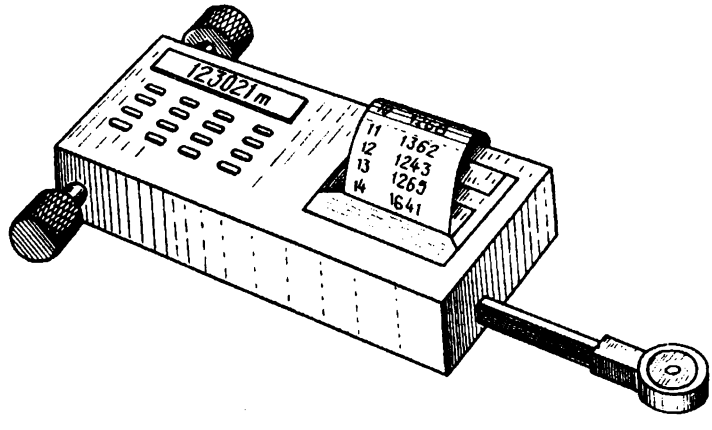


Рис. 91. *Электронный планиметр PLANIX-7*

§ 75. Порядок определения площадей земельных угодий, их увязка и составление экспликации

Площади землепользований определяются и увязываются в пределах отдельных планшетов или в пределах теодолитного полигона, проложенного по границе землепользования сельскохозяйственного предприятия. Общая площадь планшета легко вычисляется по размерам рамок трапеции. Площадь всего землепользования определяется аналитически по координатам точек полигона, а при отсутствии этих данных — по способу А.Н. Савича. Указанные площади принимаются безошибочными (теоретическими).

Для обеспечения надлежащей точности определения площадей работу рекомендуется выполнять в следующей последовательности.

1. Определяют площадь планшета или землепользования, которая затем делится на секции размером 2 — 4 дм^2. Размеры и форма секций выбираются с таким расчетом, чтобы при работе планиметром угол между его рычагами изменялся в пределах от 30 до 150°, а число контуров не превышало 50 — 100.

2. Площади отдельных секций определяют планиметром двумя обводами при двух положениях полюса (ПП и ПЛ). Расхождения между значениями разностей отсчетов, полученных при ПП и ПЛ, не должны превышать ранее приведенных величин.

3. Сумму площадей всех секций $\sum S_c$ сравнивают с теоретической площадью S_0 и определяют невязку

$$f_S = \sum S_c - S_0.$$

Относительная невязка не должна превышать допустимую, т. е.

$$f_S / S_0 \leq 1:500.$$

Если невязка допустима, то она распределяется с обратным знаком пропорционально площадям секций. Сумма исправленных площадей секций должна быть равна теоретической площади.

4. В каждой секции определяют площади отдельных контуров с учетом следующих требований:

- площади земельных угодий определяют планиметром двумя обводами при двух положениях полюса, а площади контуров ситуации — двумя обводами при одном положении полюса;
- площади мелких контуров определяют графическим способом и палетками;
- площади узких вытянутых контуров (площади под дорогами, ручьями, канавами, полезащитными лесополосами и др.) вычисляют как площади прямоугольников, длину которых определяют по плану, а ширину принимают по результатам съемки либо измеряют на плане;
- для уменьшения невязок по секциям площади узких и вкрапленных контуров включают в площадь соседних угодий или же угодий, в которые они вкраплены.

5. Результаты определения площадей и их увязки заносятся в специальную ведомость. Площади узких и вкрапленных контуров заносятся в отдельный столбец и в увязке площадей не участвуют. Допустимая невязка суммы площадей контуров при сравнении ее с общей площадью секции определяется по формуле

$$f_{S_{доп}} = 0{,}7\mu\sqrt{n} + \frac{0{,}05M}{10\,000}\cdot\sqrt{S}, \quad га, \qquad (126)$$

где μ — относительная цена деления планиметра, *га*; n — число контуров, не включая вкрапленных; M — знаменатель численного масштаба плана; S — площадь секции (участка), *га*.

Невязка f_S распределяется пропорционально коэффициентам поправок, приведенным в табл. 10.

Чтобы получить примерные коэффициенты поправок для масштаба 1:5000, нужно значения площадей для масштаба 1:10 000 уменьшить в

Таблица 10

Коэффициенты поправок для определения площадей на планах и картах (по А.В. Маслову)

Коэффициент поправок	Способ определения площадей							
	механический и по палеткам				графический			
	1:10 000		1:25 000		1:10 000		1:25 000	
0,1		< 0,15га		< 1га		< 2га		< 15га
0,2	от 0,16	до 0,35	от 1	-//- 3	от 2	-//- 5	от 15	-//- 35
0,5	-//- 0,36	-//- 0,75	-//- 3	-//- 5	-//- 5	-//- 10	-//- 35	-//- 75
1	-//- 0,75	-//- 3	-//- 5	-//- 25	-//- 10	-//- 20	-//- 75	-//- 150
2	-//- 3	-//- 5	-//- 25	-//- 40	-//- 20	-//- 34	-//- 150	-//- 250
3	-//- 5	-//- 8	-//- 40	-//- 60	-//- 34	-//- 48	-//- 250	-//- 350
4	-//- 8	-//- 15	-//- 60	-//- 110	-//- 48	-//- 63	-//- 350	-//- 450
5	-//- 15	-//- 20	-//- 110	-//- 160	-//- 63	-//- 77	-//- 450	-//- 550
6	-//- 20	-//- 26	-//- 160	-//- 230	-//- 77	-//- 91	-//- 550	-//- 650
7	-//- 26	-//- 35	-//- 230	-//- 280	-//- 91	-//- 105	-//- 650	-//- 750
8	-//- 35	-//- 45	-//- 280	-//- 350	-//- 105	-//- 119	-//- 750	-//- 850
9	-//- 45	-//- 55	-//- 350	-//- 450	-//- 119	-//- 133	-//- 850	-//- 950
10	-//- 55	-//- 65	-//- 450	-//- 500	-//- 133	-//- 148	-//- 950	-//- 1050
11	-//- 65	-//- 76	-//- 500	-//- 580	–	–	–	–
12	-//- 76	-//- 87	-//- 580	-//- 660				
13	-//- 87	-//- 98	-//- 660	-//- 750				
14	-//- 98	-//- 110	-//- 750	-//- 850				
15	-//- 110	-//- 123	-//- 850	-//- 950				
16	-//- 123	-//- 136	-//- 950	-//- 1050				
17	-//- 136 и более		–	–				

4 раза. Коэффициенты поправок для масштаба 1:50 000 можно получить, если увеличить площади для масштаба 1:25 000 в 4 раза.

Сумма исправленных площадей всех контуров должна быть равна площади секции.

На основе ведомости определения площадей составляют *экспликацию* — таблицу состава земель по угодьям. Типовые формы экспликации разработаны применительно к сельскохозяйственным условиям различных районов страны.

Глава 15

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ

§ 76. Сущность и способы геометрического нивелирования

Нивелированием называется совокупность измерений на местности, в результате которых определяют превышения между точками местности с последующим вычислением их высот относительно принятой исходной поверхности. Такой исходной поверхностью обычно является *основная уровенная поверхность*, соответствующая среднему уровню воды морей и океанов в спокойном состоянии. В России абсолютные высоты точек земной поверхности определяются в Балтийской системе высот, т. е. относительно нуля Кронштадтского футштока (см. § 6).

Пусть известны высота H_A точки A и превышение h точки B над точкой A (см. рис. 2). Тогда высота точки B

$$H_B = H_A + h,$$

т. е. высота последующей точки равна высоте предыдущей точки плюс превышение.

Знание высот точек земной поверхности необходимо при решении научных задач геодезии, связанных с изучением вертикальных движений земной коры, для высотного обоснования топографических съемок, изображения рельефа местности на планах или картах, решения различных инженерных задач при изысканиях, проектировании, строительстве и эксплуатации сооружений и т. п. Из известных методов нивелирования (см. § 57) наиболее точным и распространенным в практике является геометрическое нивелирование.

Геометрическое нивелирование выполняют с помощью специальных геодезических приборов — *нивелиров*, обеспечивающих горизонтальное положение линии визирования в процессе измерений, и *нивелирных реек*. Нивелир представляет собой сочетание зрительной трубы с цилиндрическим уровнем либо оптическим компенсатором, которые служат для приведения визирной оси трубы в горизонтальное положение. Нивелирные рейки имеют вид деревянных брусков с делениями, оцифрованными снизу (от «пятки» рейки) вверх. Превышения между точками определяют по отсчетам на рейках, отвесно устанавливаемых в этих точках.

Различают два способа геометрического нивелирования: вперед и из середины.

При ***нивелировании вперед*** (рис. 92, *а*) нивелир устанавливают в точке *A*, отметка которой H_A известна, таким образом, чтобы окуляр зрительной трубы находился над этой точкой. В точке *B* отвесно устанавливают нивелирную рейку. С помощью рулетки или рейки измеряют высоту нивелира *i*, т. е. отвесное расстояние от центра окуляра до точки *A*, над которой установлен нивелир. Приводят визирную ось нивелира в горизонтальное положение и делают отсчет *b* по рейке. Как следует из рис. 92, *а*,

$$h = i - b, \tag{127}$$

т. е. при нивелировании вперед превышение равно высоте прибора минус отсчет по рейке. Тогда высота точки *B*

$$H_B = H_A + h = H_A + i + b.$$

Величина $H_A + i = ГП$ представляет собой высоту визирного луча нивелира над уровенной поверхностью и называется ***горизонтом прибора***. Отсюда

$$H_B = ГП - b, \tag{128}$$

т. е. высота точки равна горизонту прибора минус отсчет по рейке, установленной в этой точке.

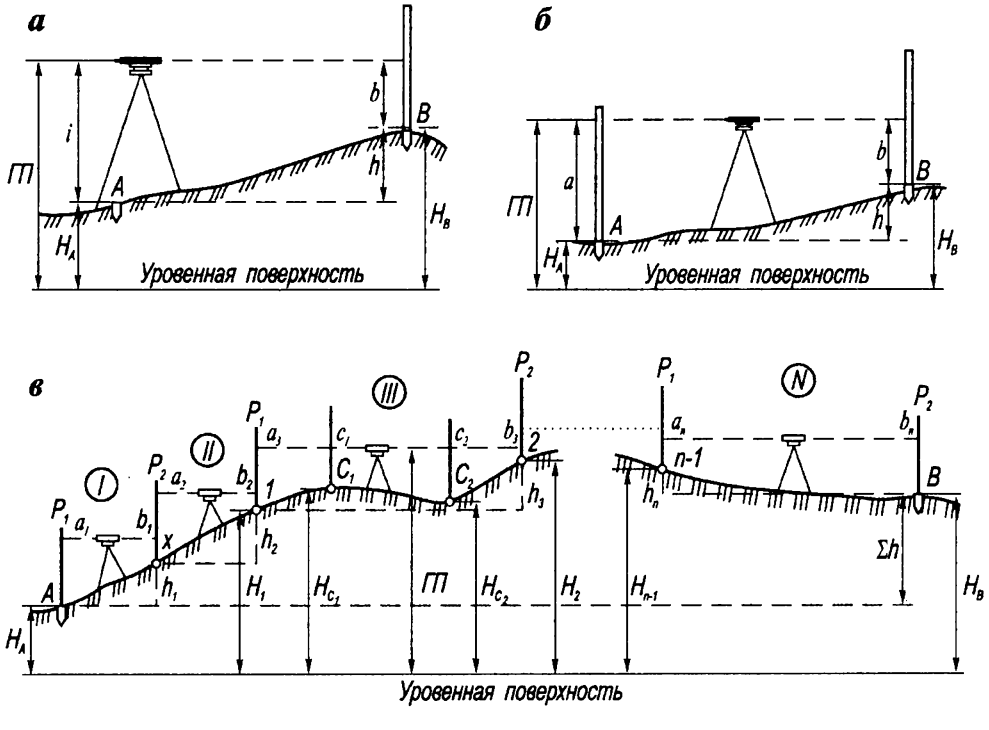


Рис. 92. *Схемы геометрического нивелирования:*
а — *нивелирование вперед;* б — *нивелирование из середины;*
в — *последовательное (сложное) нивелирование*

При *нивелировании из середины* (рис. 92, б) нивелир устанавливают на одинаковых расстояниях между точками *A* и *B;* в этих точках отвесно устанавливают рейки и, последовательно визируя на рейки, берут отсчеты: по задней рейке — *a*, по передней — *b*.

Как видно из рис. 92, б, превышение точки *B* над точкой *A*

$$h = a - b, \tag{129}$$

т. е. при нивелировании из середины превышение равно отсчету по задней рейке минус отсчет по передней рейке («взгляд назад» минус «взгляд вперед»).

Превышение будет положительным при $a > b$ (передняя точка выше задней) и отрицательным при $a < b$ (передняя точка ниже задней). Тогда высота точки *B*

$$H_B = H_A + h,$$

или

$$H_B = H_A + a - b.$$

Величина $H_A + a = H_B + b = ГП$, т. е. представляет собой горизонт прибора. Отсюда

$$H_B = ГП - b.$$

Определение высот точек с помощью горизонта прибора удобно выполнять, когда с одной станции (точки стояния нивелира) можно взять отсчеты по рейке на несколько точек.

Способ нивелирования из середины имеет заметные преимущества по сравнению с нивелированием вперед, так как в 2 раза повышает производительность труда и позволяет исключить влияние ряда погрешностей на точность определения превышений.

Геометрическое нивелирование независимо от способа его выполнения может быть простым и последовательным. Если превышения между двумя точками местности получают в результате одной установки нивелира (с одной станции), то такое нивелирование называется ***простым*** (рис. 92, *б*). Если нивелирование выполняют с целью передачи отметок на значительное расстояние либо построения профиля местности, то оно проводится с нескольких станций; такое нивелирование называется ***последовательным*** или ***сложным*** (рис. 92, *в*).

При последовательном нивелировании линия *AB* разбивается на части, каждая из которых нивелируется с одной станции. Установив нивелир на станции *I*, берут отсчеты a_1 и b_1 по задней и передней рейкам и определяют превышение h_1 точки *x* относительно точки *A*. Затем заднюю рейку P_1 из точки *A* переносят в точку *1*, нивелир устанавливают на станции *II* и, взяв отсчеты по рейкам a_2 и b_2, находят превышения h_2 и т. д.

При последовательном нивелировании образуется *нивелирный ход*, в котором точки *x*, *1*, *2*, ..., $n - 1$, являющиеся общими для двух смежных станций (т. е. передними на предыдущей и задними на последующей станциях), называются ***связующими***. Точки установки рейки, расположенные между связующими точками, называются ***промежуточными*** (например, точки C_1, C_2); они служат обычно для получения отметок характерных точек рельефа.

Как видно из рис. 92, *в*, отдельные превышения определятся как:

$$h_1 = a_1 - b_1; \qquad h_2 = a_2 - b_2; \quad ...; \quad h_n = a_n - b_n.$$

Общее превышение между точками *A* и *B* будет равно алгебраической сумме превышений:

$$h_{AB} = \sum_{i=1}^{n} h_i = \sum_{i=1}^{n} a_i - \sum_{i=1}^{n} b_i. \qquad (130)$$

Определив превышения между связующими точками, можно последовательно вычислить их отметки:

$$H_x = H_A + h_1; \qquad H_1 = H_x + h_2; \quad ...; \quad H_B = H_{n-1} + h_n.$$

Если требуется определить отметку только конечной точки хода, то ее вычисляют по формуле

$$H_B = H_A + h_{AB} = H_A + \sum_{i=1}^{n} h_i.$$

Отметки промежуточных точек вычисляются, как правило, через горизонт прибора *ГП* после определения отметок связующих точек. Так, отметка промежуточной точки C_1 на станции *III* будет

$$H_{C_1} = ГП - c_1, \qquad (131)$$

где $ГП = H_1 + a_3 = H_2 + b_3$; c_1 — отсчет по рейке на промежуточной точке C_1.

§ 77. Влияние кривизны Земли и рефракции на результаты геометрического нивелирования

При выводе формулы определения превышения геометрическим нивелированием (129) предполагалось, что участок уровенной поверхности между точками *A* и *B* представляет собой плоскость, а визирный луч проходит прямолинейно. В действительности на величины отсчетов по рейкам, а следовательно, и превышений оказывают влияние кривизна Земли и рефракция (рис. 93).

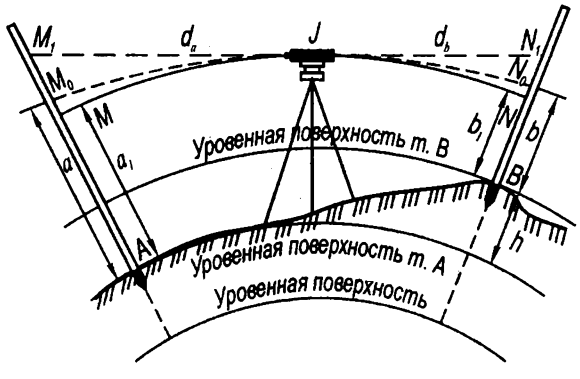


Рис. 93. *Зависимость результатов геометрического нивелирования от кривизны Земли и рефракции*

При условии совпадения визирного луча *MJN* с кривой, параллельной уровенной поверхности, превышение точки *B* над точкой *A* будет

$$h = a_1 - b_1.$$

В случае прямолинейного распространения визирного

луча отсчеты по рейкам в точках A и B равнялись бы соответственно AM_1 и BN_1. Тогда превышение могло бы быть получено из выражения

$$h=(a_1+MM_1)-(b_1+NN_1),$$

где $MM_1 = k_1$, $NN_1 = k_2$ — поправки за кривизну Земли, вычисляемые по формуле

$$k=\frac{d^2}{2R}, \tag{132}$$

здесь d — длина визирного луча от нивелира до рейки; R — радиус Земли, равный 6371 км.

Однако вследствие *рефракции*, вызванной неоднородностью земной атмосферы по высоте, визирный луч за счет преломления в слоях атмосферы разной плотности пройдет по кривой $M_0\,JN_0$, обращенной вогнутостью к поверхности Земли. Поэтому в отсчеты по рейкам следует ввести *поправки за рефракцию*, которые рассчитываются по приближенной формуле

$$r=\frac{d^2}{14R}. \tag{133}$$

Поправка в отсчет по рейке за совместное влияние кривизны Земли и рефракции будет

$$f=k-r=\frac{d^2}{2R}-\frac{d^2}{14R}=0{,}43\frac{d^2}{R}. \tag{134}$$

Тогда превышение точки B над точкой A запишется:

$$h=(a-f_a)-(b-f_b) \quad \text{или} \quad h=(a-b)-(f_a-f_b), \tag{135}$$

где f_a, f_b — поправки в отсчеты по рейкам за кривизну Земли и рефракцию; a, b — отсчеты по рейкам в точках A и B.

Если при нивелировании из середины нивелир установлен на равных расстояниях от реек, т. е. $d_a = d_b$, то $f_a = f_b$; тогда

$$h = a - b.$$

Следовательно, при нивелировании из середины влияние кривизны Земли и рефракции не сказывается на точности определения превышений; в этом заключается одно из основных преимуществ способа нивелирования из середины. При нивелировании вперед указанная поправка полностью войдет в превышение и ее следует учитывать, особенно при значительных расстояниях от нивелира до рейки.

§ 78. Нивелиры и их классификация

Нивелиры различаются по двум основным признакам: по точности и по способу приведения визирной оси в горизонтальное положение.

Согласно ГОСТу по *точности* нивелиры делятся на три типа:

1) Н-05 — *нивелир высокоточный* с оптическим микрометром для определения превышений с погрешностью не более 0,5 мм на 1 км двойного хода; предназначен для нивелирования I и II классов;

2) Н-3 — *нивелир точный* для определения превышений с погрешностью не более 3 мм на 1 км двойного хода; служит для нивелирования III и IV классов и при инженерно-геодезических изысканиях;

3) Н-10 — *нивелир технический* для определения превышений с точностью не более 10 мм на 1 км двойного хода; предназначен для нивелирования при обосновании топографических съемок, инженерно-геодезических изысканиях и в строительстве.

По способу установки визирной оси в горизонтальное положение различают два типа нивелиров:

1) нивелиры с уровнем при зрительной трубе (Н-05, Н-3, Н-10);

2) нивелиры с компенсатором (Н-05К, Н-3К, Н-10К).

У нивелиров первого типа зрительная труба и цилиндрический уровень скреплены вместе и могут наклоняться на небольшой угол относительно подставки прибора с помощью элевационного винта; такая конструкция облегчает приведение визирной оси в горизонтальное положение по цилиндрическому уровню. ***Главное условие***, предъявляемое к таким нивелирам, — *взаимная параллельность визирной оси VV и оси цилиндрического уровня UU* (рис. 94). При соблюдении этого условия визирная ось зрительной трубы *1* займет горизонтальное положение после установки пузырька цилиндрического уровня *2* в нуль-пункте.

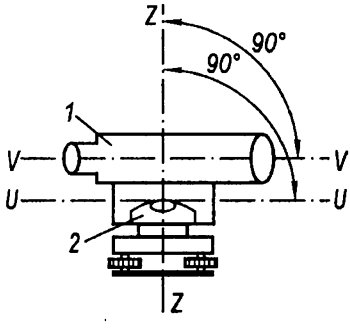


Рис. 94. *Принципиальная схема нивелира с уровнем при зрительной трубе*

У нивелиров с компенсаторами (с самоустанавливающейся линией визирования) приближенная установка оси вращения прибора производится по круглому уровню; после этого в работу включается компенсатор, который автоматически приводит визирную ось в горизонтальное положение. ***Главное условие***, предъявляемое к нивелирам данного типа, — *горизонтальность визирной оси в пределах углов стабилизации компенсатора* (±8-25"). Нивелиры с компенсаторами в последние годы получили широкое распространение в инженерно-геодезической практике, так как обеспечивают более высокую производительность труда, особенно при работе на неустойчивых грунтах.

Точные и технические нивелиры могут изготовляться также с лимбами для измерения горизонтальных углов; при этом в шифре нивелира добавляется буква Л (например, Н-3Л, 2Н-10КЛ).

Наряду с отечественными нивелирами в нашей стране при производстве геодезических работ находит применение ряд зарубежных приборов, из которых следует выделить: высокоточные нивелиры — Ni 002, Ni 004, Ni 1, PL1, Ni-A1 и Ni-A3; Ni 007, Ni 025 и Ni-B5; технические — Ni 050 и др.

§ 79. Нивелирные рейки. Установка реек в отвесное положение

Для производства геометрического нивелирования каждому нивелиру придаются обычно две однотипные нивелирные рейки, которые служат мерными приборами для определения превышений.

Нивелирная рейка представляет собой брусок прямоугольного либо двутаврового сечения шириной 8 – 10 см, толщиной 2 – 3 см и длиной 1,2; 1,5; 3,0 или 4,0 м, изготовленный из древесины отборного сорта либо полимерных материалов. На рабочей поверхности рейки через определенный интервал нанесены штриховые или шашечные деления с надписями арабскими цифрами. Счет делений ведется от нижнего конца (пятки) рейки, устанавливаемой на точке. Нижний и верхний торцы рейки защищены металлической оковкой из полосовой стали.

Различают три вида нивелирных реек.

1. РН-05 — *односторонние штриховые инварные* рейки (рис. 95, *а*), предназначенные для нивелирования I и II классов. Комплект состоит из двух 3-метровых реек и одной подвесной рейки длиной 1,2 м со штифтом. Рейка имеет основную и дополнительную шкалы с делениями через 0,5 см, нанесенными на натянутые инварные полосы. Для установки в отвесное положение рейка снабжена уровнем и ручками.

2. РН-3 — *двухсторонние шашечные* рейки для нивелирования III и IV классов длиной 1,5; 3,0 или 4,0 м (рис. 95, *б*). По всей длине рейки нанесены сантиметровые чередующиеся шашки: на основной сторо-

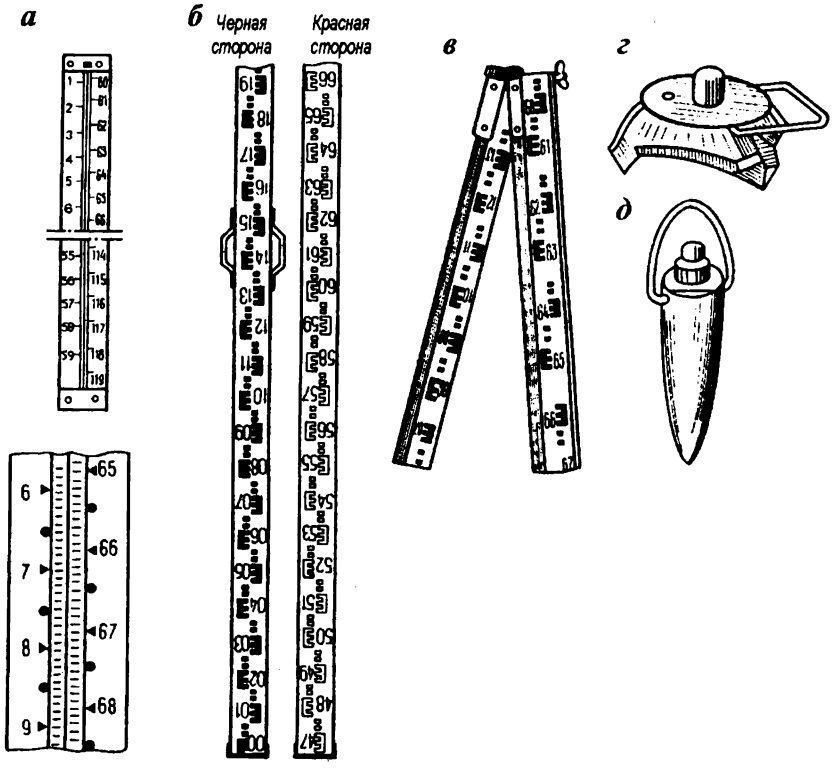


Рис. 95. *Нивелирные рейки и приспособления для их установки:*
а — *штриховая инварная рейка типа РН-05;*
б — *двусторонняя шашечная рейка типа РН-3;*
в — *складная рейка;* г — *башмак;* д — *костыль*

не — черные и белые (черная сторона), на другой, дополнительной — красные и белые (красная сторона). Дециметровые деления оцифрованы; первые пять шашек каждого дециметра объединены в виде буквы Е, что значительно облегчает отсчеты. На черной стороне нуль совпадает с пяткой рейки.

Для работы с нивелирами, оснащенными трубами с обратным изображением, используют рейки, на которых дециметровые деления подписывают цифрами в перевернутом виде (рис. 96, *а*). При наблюдении в трубу такого нивелира в поле зрения изображения цифр возрастают сверху вниз (см. рис. 96, *б*).

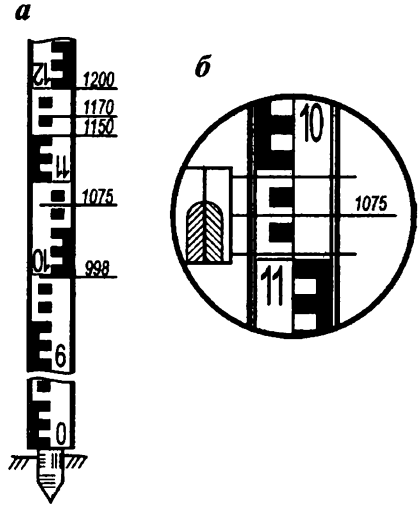


Рис. 96. *Взятие отсчетов по рейке:*
а — *вид рейки;* б — *изображение рейки в поле зрения трубы*

Для контроля отсчетов по двум сторонам рейки начало оцифровки красной стороны рейки смещено относительно черной стороны на некоторую величину. Обычно в комплект входят рейки, у которых с пятками красных сторон совпадают отсчеты 4687 и 4787. При правильном чередовании реек, устанавливаемых на связующих точках, превышения, измеренные по красным сторонам реек, будут поочередно на 100 мм больше или меньше измеренных по черным сторонам реек. У некоторых реек на красной стороне нуль совпадает с пяткой, а цена деления равна 1,1 см; в этом случае превышения, полученные по красным сторонам, умножают на 1,1 и сравнивают с превышениями, полученными по черным сторонам реек.

Рейки длиной 4 м изготавливаются складными, состоящими из двух шарнирно соединяемых частей; рейки длиной 3 м могут быть складными (рис. 95, *в*) и цельными (рис. 95, *б*). Рейки снабжаются круглыми уровнями с ценой деления 20′ и ручками.

3. РН-10 — *двухсторонняя складная шашечная* рейка длиной 4,0 м, предназначенная для технического нивелирования. Основная шкала имеет цену деления 1 см, дополнительная — 5 см. Рейки РН-10 обычно не имеют уровней. При отсчете по рейке менее 1000 мм ее устанавливают в отвесное положение «на глаз», а при больших отсчетах — покачиванием рейки вдоль линии визирования симметрично ее вертикальному положению; при этом наименьший отсчет по рейке соответствует ее отвесному положению.

Перед нивелированием производят компарирование реек с помощью контрольного метра, определяя длины метровых интервалов и правильность нанесения дециметровых делений.

При проложении нивелирных ходов рейки устанавливают на переносные металлические *башмаки* (рис. 95, *г*), *костыли* (рис. 95, *д*) либо деревянные колья, вбитые в землю.

§ 80. Устройство нивелиров

Нивелиры с уровнем при трубе. Из приборов данного типа рассмотрим нивелиры Н-3 и Н-10, получившие широкое распространение в геодезической практике.

Точный нивелир Н-3 служит для нивелирования III и IV классов и используется также для производства технического нивелирования. Он состоит (рис. 97, *а, б*) из двух основных частей: верхней подвижной и нижней, представляющей собой *подставку 3* с тремя *подъемными винтами 2* и *пружинящей пластиной 1*. Через втулку пластины проходит становой винт, с помощью которого нивелир закрепляется на штативе. Верхняя часть нивелира состоит из *зрительной трубы 7*, с которой жестко связан контактный *цилиндрический уровень 4* с ценой деления *15″* и призменное устройство, передающее изображение концов пузырька уровня в поле зрения трубы; это позволяет одновременно наблюдать за рейкой и уровнем. Зрительная труба с внутренним фокусированием состоит из объектива *5* и окуляра *8*; имеет увеличение 30,5$^{\times}$, фокусирование трубы осуществляется *кремальерой 11* (см. рис. 96, *б*).

Для юстировки цилиндрического уровня в корпусе со стороны окуляра имеются четыре юстировочных (исправительных) винта, закрытых крышкой. Для грубого наведения прибора на рейку на корпусе зрительной трубы имеется *мушка* 6; точное наведение осуществляется *наводящим винтом 13* при зажатом положении *закрепительного винта 12*. Предварительную установку нивелира в рабочее положение проводят по *круглому уровню* 9 путем вращения подъемных винтов. Точное приведение визирной оси трубы в горизонтальное положение выполняют с помощью *элевационного винта 10*, совмещая изображения концов пузырька уровня.

Современная модификация точного нивелира 2Н-3Л отличается от нивелира Н-3 наличием наводящего винта бесконечной наводки и лимба для измерения горизонтальных углов с точностью отсчитывания по нониусу 0,1°, зрительной трубой прямого изображения и рядом других технических новшеств.

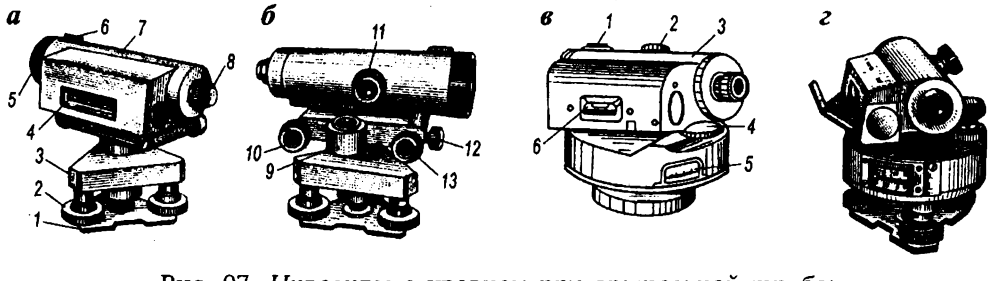


Рис. 97. *Нивелиры с уровнем при зрительной трубе: точный нивелир Н-3:* а — *вид слева;* б — *вид справа; технические нивелиры:* в — *Н-10Л;* г — *2Н-10Л*

Технический нивелир Н-10Л предназначен для технического нивелирования. Он состоит (рис. 97, *в*) из вращающейся части со *зрительной трубой 3* и неподвижной части с горизонтальным кругом *5*, закрепляе-

мой на шаровой пяте штатива становым винтом. Зрительная труба с внутренним фокусированием, осуществляемым кремальерой *2*, имеет увеличение 23$^{\times}$. Со зрительной трубой жестко скреплен контактный цилиндрический уровень *6* с ценой деления 45″, изображение которого, как и у нивелира Н-3, передается в поле зрения трубы. Предварительная установка нивелира выполняется по круглому уровню путем наклона прибора с помощью рукоятки станового винта. Точное совмещение изображения концов цилиндрического уровня осуществляется с помощью элевационного винта *4*. Нивелир не имеет обычных закрепительного (зажимного) и наводящего (микрометренного) винтов. Наведение на рейку выполняется вращением трубы от руки по мушке *1*, укрепленной на корпусе зрительной трубы. Для измерения горизонтальных углов нивелир снабжен горизонтальным кругом с ценой деления лимба 1°; отсчеты берутся по индексу, расположенному в окне алидады, с точностью 0,1°. Малая масса (1,0 кг), компактность и наличие горизонтального круга обеспечивают широкое применение нивелира в геодезических работах на строительных площадках, при изыскании трасс, а также при развитии высотного обоснования крупномасштабных топографических съемок.

У нивелира 2Н-10Л (рис. 97, *г*) основанием служит подставка с тремя подъемными винтами (вместо шаровой пяты нивелира Н-10Л).

Последняя модификация технического нивелира 3Н-5Л отличается более совершенной конструкцией, оптимальным расположением уровней и рукояток управления и более удобна в эксплуатации. Нивелир обеспечивает точность определения превышений не более 5 мм на 1 км двойного хода.

Нивелиры с компенсаторами. В настоящее время в практике получили широкое распространение нивелиры с компенсаторами (с самоустанавливающейся линией визирования). Впервые в мировой практике нивелир с уровенным компенсатором П.Ю. Стодолкевича (НС-2) был разработан и изготовлен в 1945 г. в нашей стране. Использование компенсаторов позволяет исключить трудоемкий процесс приведения пузырька цилиндрического уровня в нуль-пункт, что повышает производительность труда при нивелировании примерно на 60%.

Точный нивелир **Н-3К** (рис. 98, *а*) сконструирован на базе нивелира НС-4 (НС3) и относится к нивелирам с самоустанавливающейся линией визирования. Приближенное горизонтирование нивелира осуществляется по круглому уровню *1* с помощью подъемных винтов, имеющих укрупненный шаг резьбы. Для юстировки линии визирования (при поверке основного геометрического условия) в оправе сетки нитей имеются два юстировочных винта, позволяющие перемещать сетку нитей в вертикальном направлении. При грубом наведении на рейку зрительная труба достаточно легко поворачивается рукой и фиксируется в нужном положении без зажимного винта. Точное наведение трубы осуществляется вращением одной из двух головок *2* бесконечного наводящего винта. Закрепительного винта нивелир не имеет. Фокусирование зрительной трубы осуществляется кремальерой *3*.

Увеличение зрительной трубы составляет 30$^{\times}$. Труба нивелира перископическая, поэтому *высота прибора должна измеряться относительно оптического центра объектива.*

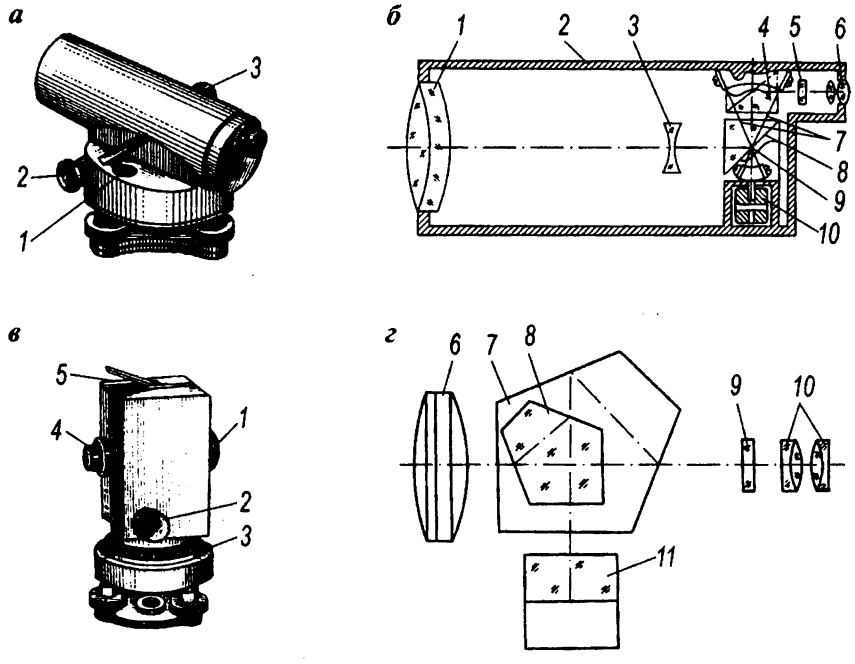


Рис. 98. *Нивелиры с компенсаторами:*
точный нивелир Н-3К: а — *общий вид;* б — *оптическая схема компенсатора;*
технический нивелир Н-10КЛ: в — *общий вид;*
г — *оптическая схема компенсатора*

Нивелир снабжен призменным компенсатором оптико-механического типа, который обеспечивает автоматическую установку линии визирования в горизонтальное положение с точностью 0,5″ при углах наклона оси зрительной трубы в пределах ±15′. Оптическая схема прибора приведена на рис. 98, *б*. Между объективом *1* с фокусирующей линзой *3* и сеткой нитей *5* с окуляром *6* размещены подвешенная на скрещивающихся стальных нитях *8* призма *7* (чувствительный элемент компенсатора) и скрепленная с корпусом зрительной трубы *2* призма *4*. Нити подвески скрещиваются в центре тяжести *9*. Гашение колебаний подвесного устройства компенсатора обеспечивается воздушным демпфером *10* поршневого типа. Геометрические параметры оптической схемы зрительной трубы подобраны таким образом, что при наклоне трубы на некоторый угол произойдет его компенсация, т. е. визирный луч вновь займет горизонтальное положение.

Нивелир 2Н-3КЛ имеет горизонтальный круг; его компенсатор работает при углах наклона оси вращения прибора в пределах ± 25′, точность установки визирной оси в горизонтальное положение 0,2″.

Нивелир 3Н-2КЛ последней модификации может быть оснащен насадкой НОМ (оптическим микрометром), что позволяет повысить точность определения превышений до 1 мм на 1 км двойного хода.

Технический нивелир Н-10КЛ (рис. 98, *в*) — прибор с самоустанавливающейся линией визирования. Зрительная труба нивелира *1—4* пря-

мого изображения вместе с компенсатором и другими оптическими деталями заключена в термоизоляционный кожух. Нивелир имеет горизонтальный круг *3* с ценой деления лимба 1°; точность отсчета по индексу составляет 0,1°.

Нивелир не имеет наводящего винта, зрительную трубу наводят на рейку вращением верхней части прибора рукой. Предварительная установка нивелира осуществляется подъемными винтами по круглому уровню *5* с ценой деления 10′. Для исправления положения визирной оси имеются юстировочные винты сетки нитей.

Призменный компенсатор нивелира обеспечивает установку визирной оси в горизонтальное положение при наклоне подставки в пределах ±20′ с точностью до 1″. Оптическая схема зрительной трубы нивелира приведена на рис. 98, *г*. Луч света через объектив *6* попадает на отражающие грани большой пентапризмы *7*, изменяя его направление на 90°, после чего поступает на чувствительный элемент *11* компенсатора маятникового типа. Претерпев в призме *7* двукратное отражение, луч попадает в малую пентапризму *8*, которая, изменив его направление еще раз на 90°, направляет в систему линз окуляра *9, 10*. Пентапризмы укреплены неподвижно, прямоугольная призма, заключенная в подвижную раму, подвешена на двух подшипниках. Фокусировка зрительной трубы осуществляется перемещением призмы *8* в вертикальной плоскости с помощью кремальеры *2*.

Модифицированная модель нивелира 2Н-10КЛ отличается наличием в его конструкции ряда технических новшеств: литой кожух уменьшенных габаритов, бесконечная передача наводящего винта, арретир и кнопкотолкатель компенсатора, визир на кожухе, увеличенный шаг подъемных винтов и др. Это позволило повысить точность определения превышений этим нивелиром до 5 мм на 1 км двойного хода.

§ 81. Поверки и юстировки нивелиров

Перед началом полевых работ необходимо тщательно осмотреть рейки и нивелир и выполнить их исследования и поверки. При осмотре нивелира в первую очередь обращают внимание на исправность всех его частей, плавность движения при вращении подъемных, закрепительных и наводящих винтов, отсутствие коррозии, механических повреждений и других дефектов. Оценивают контрастность и четкость одновременного изображения штрихов сетки и концов пузырька уровня, качество изображения при визировании на рейку, устанавливаемую на различных расстояниях от прибора. Поверки выполнения основных геометрических условий, предъявляемых к конструкции нивелиров, выполняются в следующей последовательности.

1. ***Поверка круглого уровня.*** *Ось круглого уровня должна быть параллельна оси вращения нивелира.*

Круглый уровень устанавливают параллельно линии двух подъемных винтов и, действуя тремя подъемными винтами, приводят пузырек уровня в нуль-пункт. Затем поворачивают верхнюю часть нивелира на 180° относительно исходного положения. Если после этого пузырек уровня остался в нуль-пункте, то условие выполнено. В противном слу-

чае, действуя исправительными винтами уровня, перемещают пузырек к нуль-пункту на половину дуги его отклонения. Затем подъемными винтами вновь выводят пузырек уровня в нуль-пункт и повторяют те же действия до выполнения условия.

2. *Поверка сетки нитей.* *Горизонтальный штрих сетки нитей должен быть перпендикулярен, а вертикальный штрих — параллелен оси вращения нивелира.*

Перпендикулярность горизонтального и вертикального штрихов сетки нитей гарантируется заводом-изготовителем. Поэтому поверка этого условия может быть выполнена различными способами.

I способ. На расстоянии 20—25 м от нивелира подвешивают отвес (рис. 99, *а*). По круглому уровню тщательно приводят ось вращения нивелира в отвесное положение. Зрительной трубой визируют на отвес и совмещают один из концов вертикального штриха сетки с нитью отвеса. Если другой конец вертикального штриха отходит от нити отвеса более чем на 0,5 мм, то проводят исправление положения сетки нитей.

II способ. Нивелир наводят на рейку так, чтобы ее изображение в трубе оказалось в левой части поля зрения (рис. 99, *б*, позиция 1), и берут отсчет по горизонтальной нити сетки. Поворотом нивелира переводят изображение рейки в правую часть поля зрения трубы (рис. 99, *б*, позиция 2) и вновь берут отсчет по рейке. Взятые отсчеты не должны различаться более чем на 1 мм.

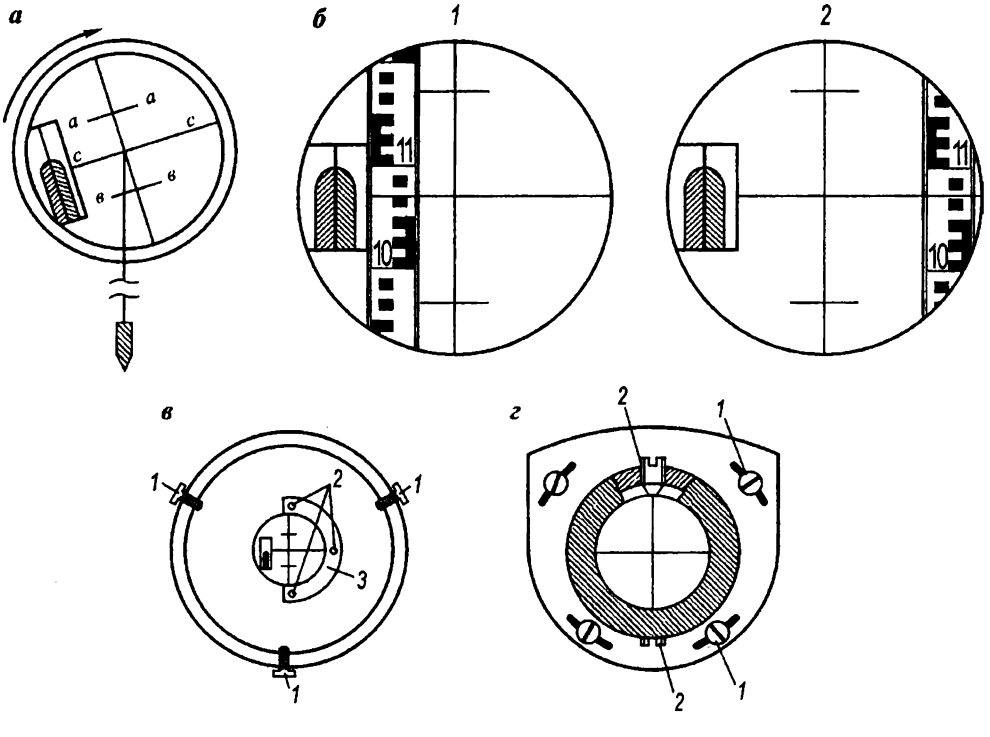


Рис. 99. *Схема поверки сетки нитей нивелира*

У нивелира Н-3 доступ к сетке нитей возможен только после отделения окулярной части от корпуса зрительной трубы, для чего предварительно вывинчивают крепежные винты *1* (рис. 99, *в*). Затем ослабляют винты *2* секторной пластинки *3*, несущей сетку нитей, и поворачивают ее в нужную сторону за счет люфта в отверстиях винтов. Проверяют правильность исправления сетки нитей и после этого завинчивают все винты.

У нивелиров с компенсатором (Н-3К, Н-10К) исправление положения сетки нитей выполняют поворотом оправы сетки совместно с корпусом окулярного колена. Для этого с окулярной части трубы снимают защитный колпачок, закрывающий крепежные винты *1* окуляра *2*, и ослабляют крепежные винты *2* сетки нитей (рис. 99, *г*); сетку поворачивают, горизонтируя среднюю нить. Затем винты вновь закрепляют и повторяют поверку.

3. *Поверка главного геометрического условия.* У нивелиров с цилиндрическим уровнем (Н-3, Н-10) *ось цилиндрического уровня должна быть параллельна визирной оси зрительной трубы.*

У нивелиров с компенсаторами (Н-3К, Н-10К) *визирная ось зрительной трубы должна быть горизонтальной в пределах работы компенсатора.*

Поверка нивелиров с цилиндрическими уровнями выполняется двойным нивелированием «вперед» одной и той же линии длиной 40 – 60 м с разных ее концов. Для этого концы линии *AB* (рис. 100) закрепляют на местности кольями. Нивелир располагают над точкой *A* (рис. 100, *а*), производят предварительную установку нивелира по круглому уровню и измеряют высоту прибора *i* с точностью до миллиметра. В точке *B* отвесно устанавливают рейку, с помощью элевационного винта приводят пузырек цилиндрического уровня в нуль-пункт и делают отсчет b_1 по рейке.

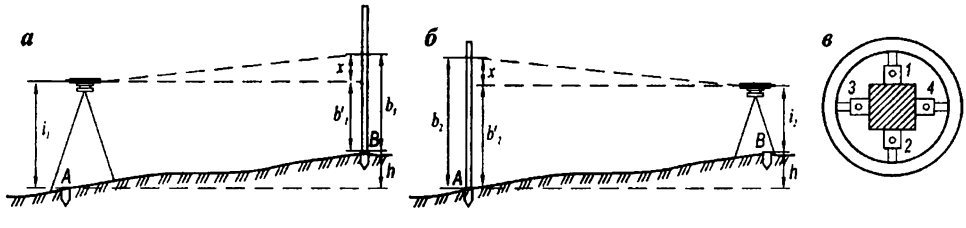


Рис. 100. *Схема поверки главного геометрического условия:*
а, б — *взаимное положение нивелира и рейки;*
в — *юстировочные винты цилиндрического уровня нивелира Н-3*

Если визирная ось и ось цилиндрического уровня непараллельны, то вместо правильного отсчета b'_1 по рейке будет взят отсчет b_1, содержащий погрешность *x*. Тогда превышение точки *B* над точкой *A* будет

$$h = i_1 - b'_1 = i_1 - (b_1 - x) . \qquad (136)$$

Затем меняют местами нивелир и рейку (рис. 100, *б*), измеряют высоту прибора i_2 и берут отсчет по рейке b_2. Отсчет b_2 будет ошибочным на ту же величину *x*, тогда

$$h = b'_2 - i_2 = b_2 - x - i_2 . \qquad (137)$$

Решая уравнения (136) и (137) относительно x, получают

$$m_h = m_{взгл}\sqrt{2}. \quad (138)$$

Для нивелиров типа Н-3 при данном расстоянии погрешность в отсчетах по рейкам не должна превышать 4 мм. В противном случае, действуя элевационным винтом, наводят средний штрих сетки нитей на правильный отсчет $b'_2 = b_2 - x$. При этом пузырек цилиндрического уровня отклонится от нуль-пункта. Тогда с помощью вертикальных юстировочных винтов *1* и *2* цилиндрического уровня (рис. 100, *в*) совмещают изображения концов пузырька уровня, предварительно ослабив боковые винты. Поверку повторяют до получения допустимой погрешности ($x \leq \pm 4$ мм).

У нивелиров с компенсаторами поверка выполняется в той же последовательности. Установив недопустимость погрешности x, вычисляют правильный отсчет $b_2' = b_2 - x$ и вертикальными юстировочными винтами *2* сетки нитей (см. рис. 99, *г*) наводят средний горизонтальный штрих на исправленный отсчет на рейке. Для контроля поверку повторяют.

§ 82. Основные источники погрешностей геометрического нивелирования

На точность геометрического нивелирования основное влияние оказывают погрешности прибора, личные погрешности наблюдателя и погрешности, обусловленные влиянием внешних условий. Как известно, при нивелировании из середины превышения между точками

$$h = a - b,$$

где a, b — отсчеты (взгляды) соответственно по задней и передней рейкам.

Если m_a и m_b — средние квадратические погрешности взглядов по рейкам, то погрешность в превышении будет

$$m_h = \sqrt{m_a^2 + m_b^2}. \quad (139)$$

Принимая $m_a = m_b = m_{взгл}$, имеем

$$m_h = m_{взгл}\sqrt{2}. \quad (140)$$

На точность взятия отсчетов по рейке влияет ряд факторов, важнейшими из которых являются следующие.

1. Погрешность приведения визирной оси зрительной трубы в горизонтальное положение, вызванная неточностью установки пузырька уровня в нуль-пункт и его недостаточной чувствительностью, определяется из соотношения

$$m_{ур} = \frac{m_{уст} \cdot d}{\rho}, \quad (141)$$

где $m_{уст}$ — погрешность установки пузырька уровня в нуль-пункт, принимаемая $m_{уст} = 0{,}4\tau$ (τ — цена деления уровня); d — расстояние от нивелира до рейки.

При $\tau = 20''$, $d = 100$ м погрешность

$$m_{ур} = \frac{2'' \times 100\,000\ мм}{206\,265''} \approx 1\ мм.$$

2. Погрешность собственно отсчета по рейке, определяемая по формуле проф. А.С. Чеботарева

$$m_{о.р} = 0{,}156\frac{d}{\Gamma} + 0{,}040t, \qquad (142)$$

где d — расстояние от нивелира до рейки, м; Γ — увеличение зрительной трубы; t — цена деления рейки, мм.

При $d = 100$ м, $\Gamma = 30^{\times}$ и $t = 10$ мм

$$m_{о.р} = 0{,}156 \times \frac{100}{30} + 0{,}040 \times 10 \approx 0{,}9\ мм.$$

3. *Погрешность отсчета*, зависящая от разрешающей способности зрительной трубы:

$$m_{р.т} = \frac{60''}{\Gamma \rho''} \cdot d. \qquad (143)$$

При $d = 100$ м и $\Gamma = 30^{\times}$ $m_{р.т} = \frac{60'' \times 100\,000 мм}{30^{\times} \times 206\,265''} \approx 1\ мм.$

4. *Погрешность делений рейки* $m_{дел}$.

Для шашечных реек допускается случайная погрешность в положении дециметровых штрихов рейки $\Delta_{дел} = 1$ мм. Тогда

$$m_{дел} = \frac{\Delta_{дел}}{2} = \frac{1{,}0}{2} = 0{,}5\ мм.$$

Полагая, что перечисленные погрешности действуют независимо друг от друга, средняя квадратическая погрешность взгляда на рейку может быть получена из выражения

$$m_{взгл} = \sqrt{m_{ур}^{\ 2} + m_{о.р}^{\ 2} + m_{р.т}^{\ 2} + m_{дел}^{\ 2}}. \qquad (144)$$

Подставляя численные значения отдельных погрешностей в формулу (144), с учетом выражения (140) получим $m_h = 2{,}5$ мм.

Данная погрешность рассчитана применительно к нивелированию IV класса. При расстояниях от нивелира до реек $d = 100$ м нивелирный ход длиной 1 км будет состоять из $n = 5$ станций; тогда средняя квадратическая погрешность определения превышений на 1 км хода

$$m_{км} = m_h\sqrt{n}. \qquad (145)$$

В рассматриваемом примере $m_{км} = 2{,}5\ мм\sqrt{5} = 5{,}6\ мм.$

Предельная погрешность определения превышения (предельная высотная невязка) на 1 км хода составит

$$f_h = 3m_{км} = 17\ мм,$$

а при длине хода $L_{км}$ $f_h = 17\,мм\sqrt{L_{км}}$,
что соответствует требованиям нивелирования IV класса.

В приведенном выше расчете не учтено влияние на точность определения превышений таких погрешностей, как наклон реек, невыполнение главного геометрического условия в нивелире, остаточное влияние кривизны Земли и рефракции, влияние внешних условий и др. Технической инструкцией по нивелированию установлен несколько больший допуск, составляющий для нивелирования IV класса

$$f_{h_{доп}} = 20\,мм\sqrt{L_{км}}, \qquad (146)$$

где $f_{h_{доп}}$ — допустимая высотная невязка нивелирного хода IV класса.

Аналогично можно рассчитать точность нивелирования III класса и технического нивелирования.

§ 83. Нивелирование III и IV классов

Организация работ по нивелированию. Нивелирные сети III и IV классов развиваются внутри полигонов высшего класса в виде отдельных ходов либо систем ходов с узловыми точками и служат для высотного обоснования топографических съемок и решения инженерных задач.

Организация нивелирования включает в себя составление проекта, рекогносцировку местности, закладку нивелирных знаков (реперов и марок), поверки и исследования приборов, производство полевых работ, обработку результатов полевых наблюдений и вычисление высот пунктов нивелирования.

Проектирование выполняется на картах масштаба 1:100 000 и крупнее. На карту наносятся направления проектируемых нивелирных ходов, а также выполненные ранее работы по нивелированию всех классов и пункты плановых геодезических сетей. Техническим проектом устанавливаются перечень работ, их объем и смета, порядок выполнения и технические указания по производству работ.

В процессе рекогносцировки местности проверяется сохранность исходных пунктов, выбираются места закладки реперов и уточняется проект. Нивелирные знаки закладываются в местах, где может быть обеспечена их неподвижность, долговременная сохранность и удобство пользования.

Нивелирование III и IV классов выполняют приборами, удовлетворяющими следующим требованиям: увеличение трубы — не менее 30$^{\times}$ и 25$^{\times}$ соответственно, цена деления контактного цилиндрического уровня — не более 25 — 30″ на 2 мм. Этим требованиям отвечают точные нивелиры Н-3, 2Н-3Л, Н-3К, 2Н-3КЛ и 3Н-2КЛ. При нивелировании III класса могут быть использованы ранее выпускавшиеся отечественные нивелиры НА-1, НС-3 и зарубежные — Ni007, Ni025 (ФРГ), Ni-B3, Ni-B4, Ni-B5, Ni-B6 (Венгрия) и др., а при нивелировании IV класса — кроме того, нивелир НС-4.

Нивелирование выполняют с помощью штриховых инварных реек (при нивелировании III класса с использованием нивелиров с плоскопа-

раллельной пластиной) или шашечных 3-метровых двусторонних реек типа РН-3. Перед началом работ нивелиры и рейки исследуют и поверяют. Случайные погрешности дециметровых и метровых интервалов реек не должны превышать: для III класса — 0,5 мм, IV класса — 1,0 мм.

Рассмотрим порядок производства полевых работ по нивелированию III и IV классов, выполняемому нивелирами типа Н-3 (Н-3К) с использованием двухсторонних шашечных реек.

Производство нивелирования III класса. Нивелирование III класса выполняют способом из середины в прямом и обратном направлениях секциями по 20 — 30 км. Расстояние от нивелира до реек измеряют тонким тросом, просмоленной бечевой или другими способами. Нормальная длина визирного луча составляет 75 м. Неравенство плеч на станциях должно быть не более 2 м, а накопление их по секции — не более 5 м. Высота визирного луча над подстилающей поверхностью должна быть не менее 0,3 м. При работе на станции нивелир защищают от солнечных лучей с помощью зонта. Рейки устанавливают на костыли или башмаки в отвесное положение по круглому уровню.

Нивелирование выполняют в периоды спокойных и четких изображений. В солнечные летние дни из-за сильного влияния рефракции не следует проводить нивелирование в течение 1 — 1,5 ч после восхода и перед заходом солнца.

Нивелирование на станции выполняют в следующем порядке.

1. Нивелир устанавливают в рабочее положение по круглому уровню и наводят зрительную трубу на черную сторону задней рейки P_1 (рис. 101). Элевационным винтом приводят пузырек цилиндрического уровня в нуль-пункт и берут отсчеты по среднему ($a_ч$) и дальномерным штрихам ($a_ч'$, $a_ч''$). При работе нивелиром с компенсатором наблюдения выполняют сразу после визирования на рейку.

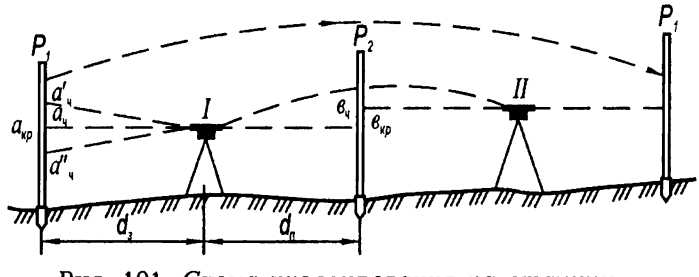


Рис. 101. *Схема нивелирования на станции*

2. Визируют на черную сторону рейки P_2 и, выполнив те же действия, берут отсчеты $b_ч$, $b_ч'$, $b_ч''$.

3. По сигналу наблюдателя реечники поворачивают рейки красной стороной, после чего наблюдатель производит отсчеты сначала по передней P_2, а затем по задней рейке P_1, но только по среднему штриху ($b_{кр}$, $a_{кр}$).

Результаты измерений заносят в журнал установленной формы. На каждой станции выполняют вычисления и контроль наблюдений, для чего:

а) по отсчетам по дальномерным штрихам подсчитывают расстояние от нивелира до реек:

$$d_з = (a'_ч - a''_ч)\cdot 100, \quad d_п = (b'_ч - b''_ч)\cdot 100,$$

сравнивают их с результатами непосредственного измерения тросом (бечевой) и вычисляют неравенство плеч $\Delta d = d_з - d_п$;

б) для контроля сравнивают среднее из отсчетов по дальномерным штрихам с отсчетом по среднему штриху той же рейки, которые могут различаться не более чем на 3 мм, т. е.

$$\frac{a'_ч + a''_ч}{2} - a_ч \le \pm 3\ мм, \quad \frac{b'_ч + b''_ч}{2} - b_ч \le \pm 3\ мм;$$

в) вычисляют превышения по черной и красной сторонам реек:

$$h_ч = a_ч - b_ч, \quad h_{кр} = a_{кр} - b_{кр}.$$

Если расхождение между значениями превышения, полученными по черной и красной стороне реек с учетом разницы пяток пары реек, не превышает 3 мм, то за окончательное значение превышения принимается среднее арифметическое

$$h = \frac{h_ч + h_{кр}}{2}.$$

4. После этого нивелир переносят на следующую станцию *II*, а задний реечник из точки *1* переходит с рейкой P_1 в точку *3*, которая является передней для станции *II*. Измерения выполняют по той же программе.

При перерывах нивелирование следует заканчивать на постоянном репере или на трех костылях (кольях), являющихся точками последних двух станций. Колья забивают в дно ям глубиной 0,3 м и присыпают землей. После перерыва вновь измеряют превышение на последней станции, а при необходимости и на предпоследней. Если превышение изменилось не более чем на 3 мм, то ход продолжают. В противном случае нивелирование по секции выполняют заново от постоянного знака.

Привязка нивелирных ходов к реперам и маркам производится с целью включения точек хода в общегосударственную нивелирную сеть, а также для контроля нивелирования. При привязке хода к грунтовым и стенным реперам рейку устанавливают на головку репера. При привязке к стенной марке, находящейся обычно выше горизонта прибора, используют подвесную рейку, отсчетам по которой придается знак «минус».

По мере прокладки нивелирных ходов составляют их схему, на которой показывают все реперы и марки, местные предметы, на которые переданы отметки, превышения по основным и привязочным ходам, длины ходов и число станций.

Обработка результатов нивелирования включает проверку вычислений в полевых журналах, выполнение постраничного контроля, составление ведомости превышений, исправленных за длину среднего метра пары реек, определение высотной невязки, увязку превышений и вычисление отметок точек хода.

Высотная невязка в нивелирном ходе, опирающемся на два исходных пункта, определяется из выражения:

$$f_h = \sum h - (H_{кон} - H_{нач}), \quad (147)$$

где $\sum h$ — сумма средних превышений в ходе, определенных из нивелирования в прямом и обратном направлениях; $H_{кон}$, $H_{нач}$ — отметки, соответственно, конечного и начального пунктов хода.

Согласно инструкции допустимая высотная невязка в нивелирных ходах III класса не должна превышать величины

$$f_{h_{доп}} = 10\ мм\sqrt{L}, \quad (148)$$

где L — длина хода, км.

Если фактическая невязка не превышает допустимую, т. е. $f_h \le f_{h_{доп}}$, то проводят уравнивание нивелирной сети одним из строгих способов, основанных на принципе метода наименьших квадратов. По исправленным превышениям вычисляют отметки постоянных и временных реперов и значения их заносят в каталог высот пунктов нивелирования.

Нивелирование IV класса. Нивелирование IV класса выполняют в одном направлении между пунктами, высоты которых определены нивелированием II и III классов. Нормальная длина визирного луча принимается равной 100 м. Расстояния от нивелира до реек измеряют шагами; неравенство плеч на станции не должно быть более 5 м, а накопление в секции — 10 м. Высота визирного луча над подстилающей поверхностью должна быть не менее 0,2 м. При нивелировании на заболоченной местности рекомендуется применять нивелиры с компенсаторами.

Порядок работы при проложении нивелирных ходов IV класса в основном тот же, что и при нивелировании III класса. При выполнении наблюдений на станции для учета неравенства плеч дополнительно берут отсчеты по черным сторонам реек по одному из дальномерных штрихов.

Расхождение значений превышения на станции, определяемых по черным и красным сторонам реек, допускается до 5 мм с учетом разности пяток пары реек.

Допустимая высотная невязка в нивелирных ходах IV класса определяется из выражения

$$f_{h_{доп}} = 20\ мм\sqrt{L}.$$

Нивелирование сети IV класса с достаточным числом исходных пунктов допускается уравнивать упрощенным способом.

§ 84. Техническое нивелирование

Техническое нивелирование производится с целью создания высотного обоснования топографических съемок масштабов 1:500 — 1:5000, а также при изысканиях, проектировании и строительстве различного рода инженерных сооружений.

Нивелирные ходы, прокладываемые для определения высот пунктов съемочного обоснования, должны опираться на пункты высшего класса. В исключительных случаях разрешается прокладывать висячие ходы, опирающиеся на твердую точку; при этом ходы прокладываются в пря-

мом и обратном направлениях. Максимальная длина хода принимается в зависимости от характера рельефа местности, масштаба съемки и высоты сечения рельефа; так, например, предельная длина хода между двумя пунктами высшего класса при высоте сечения рельефа $h \geq 1$м составляет 16 км, висячего хода — 4 км.

Техническое нивелирование для создания высотного обоснования съемок выполняется способом из середины техническими нивелирами с использованием двухсторонних шашечных реек. Расстояние от нивелира до реек допускается до 150 м, неравенство плеч — не более 10 м, а их накопление в секции — до 50 м. Отсчеты по рейкам берутся только по средней нити. Разность значений превышения на станции, определенных по черной и красным сторонам реек, не должна превышать 5 мм.

Допустимая высотная невязка ходов и полигонов технического нивелирования определяется по формулам:

$$f_{h_{доп}} = 50 \text{ мм} \sqrt{L} \tag{149}$$

или

$$f_{h_{доп}} = 10 \text{ мм} \sqrt{n}, \tag{150}$$

где n — число станций.

Формула (150) применяется при нивелировании в гористой местности, когда число станций $n \geq 25$ на 1 км хода.

Техническое нивелирование, выполняемое с целью обеспечения строительства сооружений линейного типа (железных или шоссейных дорог, трубопроводов, линий электропередач, каналов и т. д.), называется ***продольным.*** Для получения детального топографического плана на участке строительства крупных объектов при решении вопросов, связанных с вертикальной планировкой территории и подсчетом объемов земляных масс, выполняют ***нивелирование поверхности (площади).*** В случае, когда техническое нивелирование предназначается для решения конкретных инженерных задач, его точность регламентируется ведомственными инструкциями.

§ 85. Продольное инженерно-техническое нивелирование

Основные этапы работ. Проектирование трассы. Инженерно-техническое нивелирование, выполняемое для обеспечения строительства линейных объектов, ведется по предварительно намеченной линии, представляющей собой ось будущего сооружения и называемой ***трассой.*** Весь цикл работ по его производству слагается из составления проекта, полевых и камеральных работ. *Полевые работы* включают рекогносцировку местности, разбивку пикетажа, поперечников и кривых, съемку полосы местности вдоль трассы, нивелирование трассы и поперечников. *Камеральные работы* состоят из обработки журналов нивелирования и составления профилей трассы и поперечников. ***Профиль*** служит в дальнейшем основой для проектирования сооружения согласно заданным техническим условиям.

Проектирование трассы выполняют по топографическим картам и планам либо аэрофотоснимкам. В зависимости от характера рельефа местности различают трассирование линейного сооружения ***по заданному направлению и по заданному уклону***. Трассирование по заданному направлению выполняют в равнинных и слабопересеченных районах, где естественные уклоны не превышают допустимых. В условиях холмистой и гористой местности, где уклоны значительно превышают допустимые значения, трассы проектируют по заданному уклону (см. § 27).

Разнообразие видов линейных сооружений, их эксплуатационные и конструктивные особенности обусловливают некоторые различия в производстве инженерно-геодезических работ в каждом конкретном случае. Наиболее типичной является программа геодезических измерений при дорожных изысканиях, рассматриваемая далее.

Разнообразие видов линейных сооружений, их эксплуатационные и конструктивные особенности обусловливают некоторые различия в производстве инженерно-геодезических работ в каждом конкретном случае. Наиболее типичной является программа геодезических измерений при дорожных изысканиях, рассматриваемая далее.

Рекогносцировка и разбивка пикетажа на трассе. Съемка полосы местности вдоль трассы. Направление и основные точки трассы устанавливают в соответствии с ее проектом, намеченным на карте. В процессе рекогносцировки уточняют проектное положение трассы на местности и закрепляют точки поворота трассы деревянными столбами. При этом стремятся иметь минимальное число углов поворота; стороны трассы должны быть по возможности длинными, проходить по местности с небольшими уклонами, твердым грунтом и наименьшим количеством препятствий.

Плановой основой продольного нивелирования служит теодолитный ход, прокладываемый по трассе, в который включают все вынесенные в натуру основные точки трассы (начало и конец трассы, вершины углов поворота и др.). В процессе проложения теодолитного хода производят вешение линий между вершинами углов (ВУ) поворота трассы, измеряют горизонтальные углы, длины сторон и разбивают пикетаж (рис. 102).

Горизонтальные углы (правые или левые по ходу) в вершинах углов поворота трассы измеряют техническим теодолитом одним приемом. ***Углом поворота трассы*** φ (рис. 102, *б*) считается угол между продолжением предыдущего направления и новым направлением трассы. Как видно из рис. 102, *б*, в приведенном случае $\varphi = 180^\circ - \beta_{лев}$ или $\varphi = \beta_{пр} - 180^\circ$.

Измерение длин сторон и разбивку пикетажа производят 20-метровой мерной лентой в одном направлении с контролем по нитяному дальномеру.

Разбивка пикетажа заключается в откладывании по трассе горизонтальных отрезков по 100 м, начиная от начального пункта трассы (см. рис. 102, *а*). При углах наклона скатов местности $\nu > 3^\circ$ в откладываемые наклонные отрезки $D = 100$ м вводят поправки за наклон $\Delta D_н$ (со знаком «плюс»); углы наклона измеряют эклиметром. Концы каждого из отрезков, называемых ***пикетами***, закрепляют деревянными кольями, забиваемыми вровень с землей; при нивелировании на эти колья устанавливают рейки. Рядом забивают *сторожок*, на котором

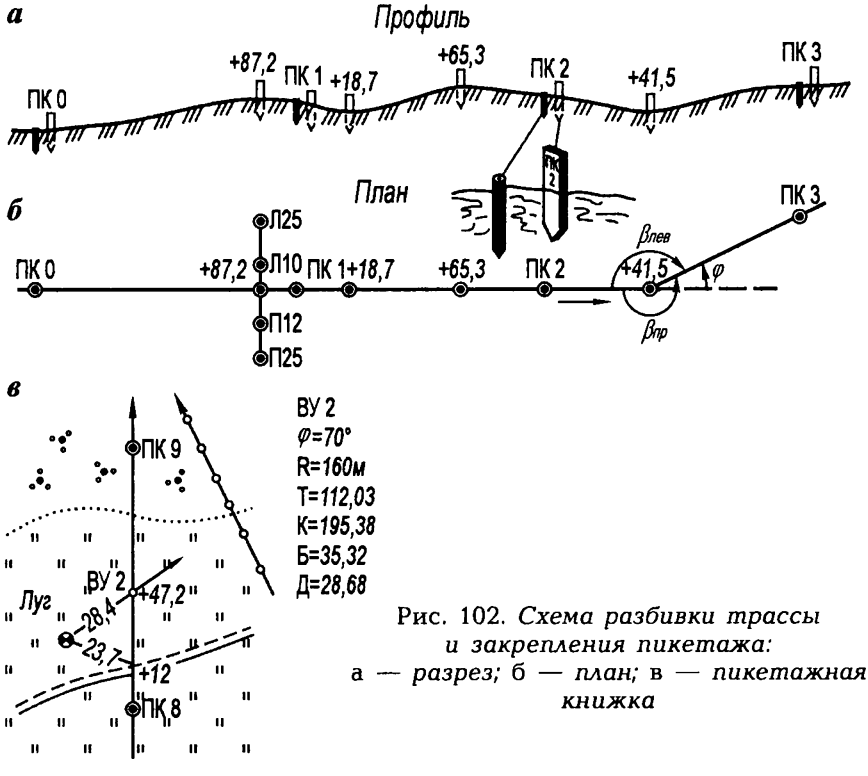


Рис. 102. *Схема разбивки трассы и закрепления пикетажа:* а — *разрез;* б — *план;* в — *пикетажная книжка*

подписывают номер пикета (например, *ПКО, ПК1* и т. д.). Начало трассы обозначают *ПК0*, в результате чего номер пикета обозначит расстояние в сотнях метров от начала трассы.

Характерные точки перегиба скатов, а также места пересечения трассы с различными естественными препятствиями (овраги, реки и т. п.) и инженерными сооружениями (дороги, подземные и наземные коммуникации) отмечают «*плюсовыми*» точками, которые обозначают на местности сторожками. Их положение на трассе определяется номером предыдущего (младшего) пикета плюс расстояние от этого пикета до «плюсовой» точки (например, ПК1 + 65,3).

В характерных местах рельефа перпендикулярно к направлению трассы с помощью эккера и мерной ленты разбивают *поперечники*, длина которых зависит от ширины сооружения. На поперечнике закрепляют кольями его концы, точку пересечения с осью трассы и точки перегиба скатов вправо и влево от оси трассы. На сторожках подписывают пикетные обозначения точек поперечников $\left(\text{например, } \frac{ПК0+87,2}{Л25}\right)$.

Через каждые 1,5 — 2 км трассы закладывают временные реперы, а через 15 — 25 км вне зоны влияния будущих земляных работ — грунтовые реперы постоянного типа.

Одновременно с разбивкой пикетажа по обеим сторонам от оси трассы производят контурную съемку полосы местности шириной 100 —

200 м. Обычно в полосе шириной до 25 м влево и вправо от трассы съемку ситуации выполняют способом ординат с использованием мерной ленты, эккера и вех; съемка полосы от 25 до 50 — 100 м в обе стороны от трассы выполняется глазомерно.

Данные по разбивке пикетажа и результаты съемки ситуации заносят в *пикетажную книжку*, которая ведется в определенном масштабе (1:1000 — 1:5000) на листах миллиметровой бумаги (рис. 102, *в*). На каждой станции пикетажной книжки проводится ось трассы, показываются расположения пикетов, плюсовых точек на поперечниках, вершин углов поворота и их обозначения с элементами кривых, характерных точек ситуации, даются необходимые размеры, полученные в результате съемки, с пояснительными записями; повороты трассы показывают стрелками.

Разбивка закруглений на трассе. Прямолинейные участки дороги в углах поворотов сопрягаются плавными кривыми, из которых наиболее простой является *круговая кривая* (рис. 103, *а*).

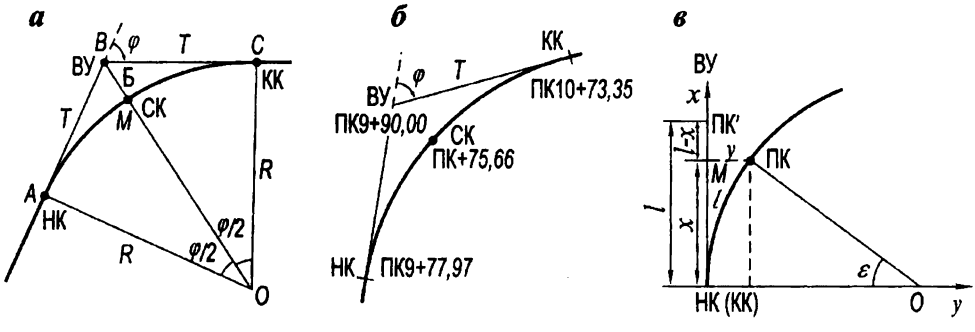


Рис. 103. *Схема разбивки закруглений:*
а — *схема разбивки кривой в главных точках;* б — *пикетажное обозначение главных точек кривой;* в — *схема выноса пикетов на кривую*

Разбивка кривой в главных точках. Разбивка ее на местности заключается в определении планового положения трех *главных* точек: *начала кривой* (НК), *середины кривой* (СК) и *конца кривой* (КК). Положение этих точек определяют по ***основным элементам кривой***, к которым относятся: *угол поворота трассы φ, радиус кривой R, тангенс T* — длина касательной *AB = BC, кривая K* — длина дуги *AMC*, домер *Д* и биссектриса *Б* — отрезок *BM*.

Угол поворота трассы рассчитывается по измеренному горизонтальному углу в точке поворота; величина радиуса кривой назначается исходя из условий местности и технических параметров и нормативов. По углу поворота φ и радиусу R рассчитывают элементы *T, K, Б, и Д*. Из рис. 103, *а* следует:

$$T = R \cdot tg \frac{\varphi}{2}; \qquad (151)$$

$$K = \cup AMC = \frac{\varphi^\circ}{180^\circ} \cdot \pi R; \qquad (152)$$

$$Б = OB - OM = \frac{R}{\cos\varphi/2} - R = R(\sec\varphi/2 - 1) = 2R\frac{\sin^2\varphi/4}{\cos\varphi/2}; \qquad (153)$$

$$Д = 2T - K. \qquad (154)$$

Обычно величины T, K, $Б$, $Д$ вычисляют непосредственно в поле, пользуясь специальными таблицами для разбивки круговых кривых (В.А. Важеевского, Н.В. Федорова, В.Н. Ганьшина и Л.С. Хренова, Н.А. Митина и др.), или с помощью микрокалькулятора.

Для обозначения на местности главных точек НК и КК от вершины угла поворота ВУ в обе стороны по трассе откладывают мерной лентой величину T и забивают колышки. Затем с помощью теодолита отмечают направление биссектрисы и, отложив величину $Б$, получают точку СК.

Следует помнить, что разбивка пикетажа в районе закруглений ведется по тангенсам. Поскольку сумма двух касательных всегда больше длины кривой, т. е. $2T > K$, то пикеты, расположенные за кривой, следует вынести вперед по ходу трассы на величину домера $Д$. При больших значениях тангенсов разбивку начала и конца кривой производят не от вершины углов поворота, а от ближайших пикетов, для чего необходимо знать пикетажные обозначения этих точек. Вычисление пикетажного обозначения главных точек кривой рассмотрим на примере (рис. 103, *б*).

Пусть при разбивке пикетажа вершина угла поворота ВУ получила пикетажное обозначение ПК 9 + 90,00; по углу поворота $\varphi = 70°$ и заданному радиусу $R = 160$ м из таблицы находим: $T = 112{,}03$ м, $K = 195{,}38$ м, $Б = 35{,}32$ м, $Д = 28{,}68$ м.

Пикетажное обозначение НК и КК:

−	ВУ	ПК9+90,00
	Т	1+12,03
+	НК	ПК8+77,97
	К	1+95,38
	КК	ПК10+73,35

+	ВУ	ПК9+90,00
	Т	1+12,03
−		ПК11+02,03
	Д	28,68
	КК	ПК10+73,35

Пикетажное обозначение СК

+	НК	ПК8+77,97
	0,5К	97,69
	СК	ПК9+75,66

−	КК	ПК10+73,35
	0,5К	97,69
	СК	ПК9+75,66

После закрепления на местности главных точек кривой производят вынос пикетов на кривую.

Вынос пикетов на кривую. При разбивке трассы на участках закруглений пикеты временно закрепляют на тангенсах, а затем переносят на кривую. Задачу по выносу пикетов на кривую решают способом прямоугольных координат; при этом начало координат условно располагают в точках НК и КК, за оси абсцисс принимают направление тангенсов, а за оси ординат — направление по радиусам из точек НК и КК к центру кривой О (рис. 103, *в*).

Сначала устанавливают, в какой половине кривой находится выносимый пикет. Для этого находят длину дуги l между пикетом и НК. Если $l < 1/2K$, то пикет находится в первой половине кривой, а при $l > 1/2K$ — во второй. Определяют центральный угол ε, стягивающий дугу l, по формуле

$$\varepsilon = \frac{180^\circ}{\pi R} \cdot l. \tag{155}$$

Вычисляют прямоугольные координаты пикета:

$$x = R\sin\varepsilon; \quad y = R - R\cos\varepsilon = 2R\sin^2 \varepsilon/_2. \tag{156}$$

По вычисленным координатам переносят пикеты на кривую. Для этого мерной лентой откладывают от НК (КК) по тангенсу величину x; в точке M с помощью эккера восставляют перпендикуляр и, отложив величину y, закрепляют пикет.

На практике часто вынос пикетов на кривую проводят по величине $(l - x)$, называемой «*кривая без абсциссы*», которую находят по специальным таблицам. Для этого пикет ПК′, временно закрепленный на тангенсе, необходимо сместить в сторону НК (КК) на величину $(l - x)$, а по перпендикуляру к тангенсу — на величину ординаты y. При нивелировании трассы нивелируются пикеты, расположенные на кривых.

Нивелирование трассы. Для определения высот точек трассы (пикетных, плюсовых, точек поперечников) по трассе прокладывают нивелирный ход, в который включают все постоянные и временные реперы. Абсолютная отметка нулевого пикета находится из привязки к пунктам нивелирной сети.

Нивелирование выполняется техническим нивелиром способом из середины. Расстояние от нивелира до реек принимается в среднем равным 100 м, при особо благоприятных условиях (в равнинной местности и хороших погодных условиях) — до 150 м, при неблагоприятных — 50 м и менее.

На каждой станции две точки пикетажа являются *связующими*, а остальные (плюсовые и точки поперечника) — обычно *промежуточными*. Длинные поперечники в условиях сложного рельефа нивелируют отдельными ходами. При расстояниях от нивелира до реек l = 50 м связующими служат все пикетные точки (ПК 0, 1, 2, 3, ...), при l = 100 м — пикетные точки с четными номерами (ПК 0, 2, 4, ...), при l = 150 м — каждая третья пикетная точка (ПК 0, 3, 6, ...). При сложном рельефе связующими могут быть также плюсовые точки.

При нивелировании ровных крутых скатов в качестве связующих приходится брать дополнительные точки, не являющиеся характерными точками рельефа, которые называются *иксовыми*, или «*потерянными*» (рис. 92, *в*). Иксовые точки служат лишь для передачи отметки с одного пикета на другой, поэтому расстояние до них не измеряют. В иксовой точке рейку устанавливают на забитый в землю колышек.

Нивелир на станции устанавливают примерно на равных расстояниях от связующих точек в створе или вне створа нивелируемой линии; разность плеч не должна превышать 10 м. Установка нивелира

проводится по круглому уровню. При работе нивелиром с цилиндрическим уровнем перед взятием отсчета по рейке пузырек цилиндрического уровня тщательно выводится в нуль-пункт с помощью элевационного винта; с целью ослабления влияния вертикальной рефракции отсчеты по рейке должны быть не менее 200 мм.

Нивелирование может выполняться с двухсторонними рейками при одном горизонте либо с односторонними рейками при двух горизонтах прибора. Рейки устанавливаются в отвесное положение по круглому уровню или «на глаз». При отсутствии уровня для снижения погрешности за наклон реек при взятии отсчетов, больших 1000 мм, рекомендуется покачивать их в плоскости визирования, беря при этом минимальные отсчеты.

При использовании двухсторонних реек работа на станции выполняется в следующем порядке.

1. Нивелир устанавливают посредине между связующими точками, например, ПК0 и ПК1 (рис. 92, *в*, с. 202) и приводят визирную ось зрительной трубы в горизонтальное положение. Последовательно визируют на заднюю (ПК0) и переднюю (ПК1) связующие точки и берут отсчеты с точностью до миллиметра по черным сторонам реек только по среднему штриху сетки ($a_ч$, $b_ч$). Результаты наблюдений заносят в соответствующие графы полевого журнала нивелирования (табл. 11).

2. Реечники поворачивают рейки красной стороной к наблюдателю; наблюдатель, визируя сначала на переднюю, а затем на заднюю рейки, берет отсчеты соответственно $b_{кр}$ и $a_{кр}$.

3. Выполняют контроль измерений на станции, для чего вычисляют превышения по черной и красной сторонам реек:

$$h_ч = a_ч - b_ч; \quad h_{кр} = a_{кр} - b_{кр}$$

и сравнивают их между собой; расхождения в превышениях с учетом разности пяток пары реек не должны превышать 10 мм, т. е. $h_ч - h_{кр} \leq 10$ мм. В приведенном примере разность пяток пары реек равна нулю. При соблюдении данного условия за окончательное значение превышения принимается среднее $h_{ср} = (h_ч + h_{кр})/2$; в противном случае наблюдения на станции повторяют заново.

4. Задний реечник последовательно устанавливает рейку на промежуточные точки; наблюдатель на каждой точке берет отсчет по черной стороне рейки (c_1, c_2). Затем нивелир переносят на следующую станцию и повторяют наблюдения в той же последовательности.

Если нивелирование выполняется с односторонними рейками при двух горизонтах прибора, то порядок операций на станции остается тем же, что и при работе с двухсторонними рейками. Отсчеты при втором горизонте прибора играют роль отсчетов по красной стороне рейки; при этом разница горизонтов прибора должна быть не менее ±100 мм.

Для исключения грубых и ослабления влияния случайных погрешностей нивелирование производят с *контролем хода*, осуществляемым одним из следующих способов.

1. ***Нивелирование трассы двумя нивелирами.*** При этом одним нивелиром нивелируют все связующие и промежуточные точки, а вторым — только связующие, от которых зависит правильность передачи отметок по трассе. Данный способ обеспечивает надежный контроль

нивелирования путем сличения превышений между одноименными связующими точками; их разность не должна превышать 10 мм.

2. ***Нивелирование трассы одним нивелиром в прямом и обратном направлениях (двойное нивелирование).*** В этом случае в прямом ходе нивелируют все связующие и промежуточные точки, а в обратном — только связующие. Как и в первом способе, разница в превышениях между одноименными связующими точками, определенных из прямого и обратного ходов, не должна превышать 10 мм.

§ 86. Обработка журналов нивелирования

Обработку журналов нивелирования начинают с проверки всех записей и вычислений, выполненных в поле. С целью выявления возможных погрешностей в вычислениях на каждой странице журнала выполняют *постраничный контроль*. Он заключается в подсчете сумм отсчетов на связующие точки по задней (Σa) и передней (Σb) рейкам, а также сумм превышений по черной и красной сторонам реек и средних превышений на станциях (табл. 11); при этом должно соблюдаться равенство

$$\frac{\Sigma a - \Sigma b}{2} = \frac{\Sigma h}{2} = \Sigma h_{ср}.$$

Расхождения в 1 — 2 мм могут возникнуть за счет округления значений средних превышений до целого числа миллиметров. Отсчеты по рейкам на промежуточных точках в постраничном контроле не участвуют. Невязка представляет собой разность суммы измеренных средних превышений $\Sigma h_{ср}$ и известного (теоретического) превышения между конечной и начальной точками хода, т. е.

$$f_h = \Sigma h_{ср} - \Sigma h_0. \qquad (157)$$

При этом возможны следующие случаи.

1. *Нивелирный ход проложен между двумя реперами.* В этом случае фактическая высотная невязка хода

$$f_h = \Sigma h_{ср} - (H_{кон} - H_{нач}),$$

где $(H_{кон} - H_{нач}) = h_o$ — известное превышение между конечной и начальной точками хода.

2. *Замкнутый нивелирный ход.* Поскольку ход начинается и заканчивается на одной и той же точке, то известное превышение $h_o = 0$. Тогда

$$f_h = \Sigma h_{ср}.$$

3. *Висячий нивелирный ход,* опирающийся на одну твердую точку.

Если нивелирование хода выполнялось двумя нивелирами, то сумма превышений Σh_I для первого нивелира должна равняться сумме превышений Σh_{II} для второго нивелира. Следовательно,

$$f_h = \Sigma h_I - \Sigma h_{II}. \qquad (158)$$

При нивелировании хода в прямом и обратном направлениях сумма превышений прямого хода $\Sigma h_{пр}$ должна равняться сумме превышений

Таблица 11

Журнал технического нивелирования

№ станции	№ пикетов	Отсчеты по рейке			Превышения h, мм		Средние превышения $h_{ср}$, мм		Горизонт прибора $ГП$, м	Абсолютная отметка H, м	Профильная отметка $H_{проф}$, м
		задний a	передний b	промежуточный c	+	-	+	-			
	0	1035(1)								163,815	13,82
		5722(4)			1201			-1			
1	1		2236(2)		1203			1202	164,849	162,612	12,61
			6925(3)								
	+22			0652(5)						164,849	14,20
	+68			2730(6)						162,119	12,12
	1	1326								162,612	
2		6013				1212		-1			
	2		2538			1209		1210		161,401	11,40
			7222								
	2	0816								161,401	
		5503				413		-1			
3	3		1229			410		412	162,217	160,988	10,99
			5913								
	+28			1923						160,294	10,29
	+67			1639						160,578	10,58
	3	2615								160,988	
		7302			1403		-1				
	4		1212		1399		1401			162,388	12,39
			5903								
4	Л25			2513					163,602	161,089	11,09
	Л16			2076						161,526	11,53
	+45			1732						161,870	11,87
	П10			2039						161,563	11,56
	П25			2716						160,866	10,89
	4	2705								162,388	
5		7390			2077		-1				
	x_1		0628		2075		2076			164,463	
			5315								
	x_1	2765								164,463	
6		7455			1761		-1				
	5		1004		1764		1762			166,224	16,22
			5691								
.....											
Постраничный контроль		$\sum=50647$	$\sum=45816$		$\frac{\sum h}{2}=+2416$		$\sum h_{ср}=+2415$			$\sum h_{пр}=+2415$ $\sum h_{обр}=-2403$ $f_h=+12$ мм; $n=12$ $f_{h_{доп}}=50\sqrt{1,0}=50$мм $\delta_h=-\frac{+12мм}{12}=-1мм$	
		$\frac{\sum a-\sum b}{2}=+2416$									

обратного хода $\Sigma h_{обр}$ по абсолютной величине, но с противоположным знаком. Тогда

$$f_h = \Sigma h_{пр} + \Sigma h_{обр}. \quad (159)$$

В рассмотренном выше примере (см. табл. 11) $\Sigma h_{пр} = +2415$ мм, $\Sigma h_{обр} = -2403$ мм; $f_h = +12$ мм.

Как уже отмечалось ранее, фактическая высотная невязка хода технического нивелирования не должна превышать *допустимую*, определяемую по формулам (149) или (150):

$$f_{h_{доп}} = 50\ мм\sqrt{L},\ \text{или}\ f_{h_{доп}} = 10\ мм\sqrt{n},$$

где L — длина хода, км; n — число станций в ходе.

Если $f_h < f_{h_{доп}}$, то фактическую невязку f_h распределяют *с обратным знаком поровну на все превышения хода*, т. е. поправка в превышение

$$\delta_h = -\frac{f_h}{n}. \quad (160)$$

Поправки вычисляются с округлением до мм; при этом сумма поправок должна равняться невязке с обратным знаком, т. е.

$$\Sigma\delta_h = -f_h.$$

Исправленные (увязанные) превышения вычисляют по формуле

$$h_{испр_i} = h_i + \delta_h.$$

По исправленным превышениям вычисляют отметки *связующих* точек

$$H_n = H_{n-1} + h_{n_{испр}},$$

где H_n — вычисляемая отметка; H_{n-1} — отметка предыдущей точки хода.

Контролем правильности вычисления отметок связующих точек является соблюдение условия

$$H_{кон} = H_{нач} + \Sigma h_{испр}.$$

После увязки нивелирного хода и определения отметок связующих точек вычисляют отметки *промежуточных* точек через горизонт прибора ГП (см. рис. 92, *в*, с. 202). Для этого на станции дважды вычисляют *ГП* относительно задней и передней связующих точек и из двух значений берут среднее:

$$ГП' = H_з + a_ч;\quad ГП'' = H_п + b_ч;\quad ГП = \frac{ГП' + ГП''}{2},$$

где $H_з$ и $H_п$ — отметки задней и передней связующих точек; $a_ч$, $в_ч$ — отсчеты по черным сторонам реек, установленных на задней и передней связующих точках.

В рассмотренном примере (см. табл. 11) на станции 1:

$ГП'$ = 163,815 + 1,035 = 164,850 м;

$ГП$ = 164,849 м.

$ГП''$ = 162,612 + 2,236 = 164,848 м;

Отметки промежуточных точек получают вычислением отсчетов по черной стороне рейки, установленной на соответствующей промежуточной точке, из отметки *ГП*, т. е.

$$H_{пром} = ГП - c\ .$$

Например, отметки промежуточных точек ПК0 + 22 и ПК0 + 68:

$H_{ПК0+22} = 164{,}849 - 0{,}652 = 164{,}197$ м,

$H_{ПК0+68} = 164{,}849 - 2{,}730 = 162{,}119$ м.

Аналогичным образом вычисляют отметки точек поперечных профилей.

§ 87. Составление профиля трассы

Продольный профиль трассы является важнейшим итоговым документом инженерно-технического нивелирования; он необходим для проектирования, строительства и использования в процессе эксплуатации сооружения. Профиль составляется по данным журнала нивелирования и пикетажной книжки.

Для каждого вида сооружений установлены стандартные масштабы построения профиля. С целью придания продольному профилю большей наглядности вертикальный масштаб обычно принимается в 10 раз крупнее горизонтального. Профили поперечников составляют в едином масштабе для горизонтальных и вертикальных расстояний.

Построение продольного профиля проводится в следующем порядке (рис. 104).

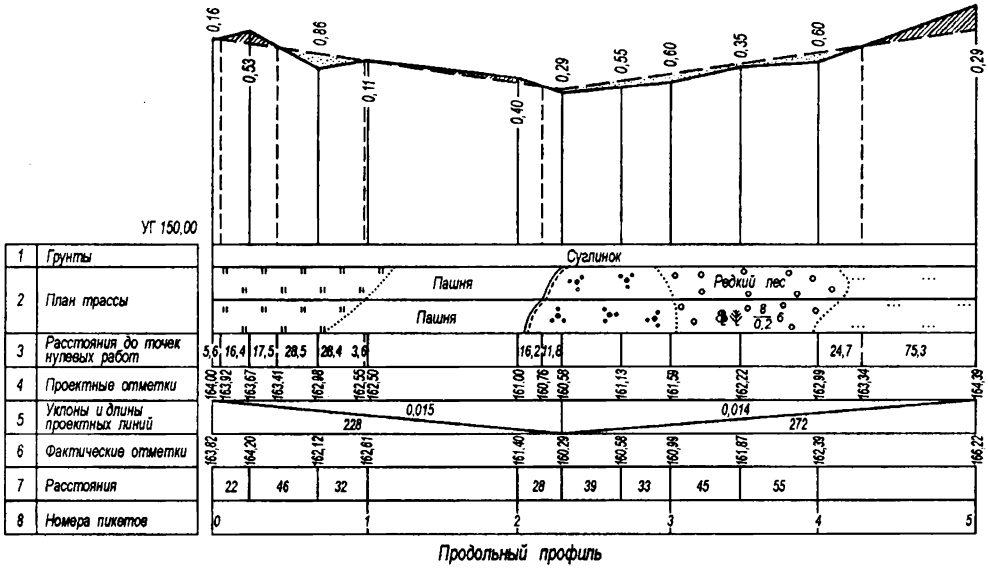


Рис. 104. *Продольный профиль трассы*

1. Выбирают *условный горизонт (УГ)* с таким расчетом, чтобы профиль трассы в самой низкой своей точке располагался на 5 — 7 см выше линии условного горизонта; при этом отметка УГ должна быть кратной 10 м.

2. Ниже линии УГ строят *сетку профиля*, в отдельных графах которой размещают фактические и проектные данные по профилю. Для определенного типа сооружений установлено стандартное содержание и расположение линий и граф сетки, назначение которых определяется подписями.

3. На линии *УГ* откладывают пикеты и плюсовые точки в соответствующем горизонтальном масштабе. На перпендикулярах в этих точках откладывают в вертикальном масштабе *профильные отметки*, определяемые как разности абсолютных отметок точек и условного горизонта (см. табл. 11), т. е.

$$H_{проф} = H_{абс} - УГ. \tag{161}$$

Соединив концы перпендикуляров, получают *фактический (черный) профиль* трассы.

4. При проектировании на профиле строят *проектную линию*, которая в будущем после выполнения инженерных работ заменит собой фактический профиль трассы. На рис. 104 проектная линия показана пунктиром. Проектную линию выбирают с учетом минимума земляных работ по выемке и насыпке грунта. При этом выбранный проектный уклон не должен превышать (либо быть менее) заданной величины, устанавливаемой согласно техническим требованиям для данного типа сооружений.

Рассчитывают проектный уклон трассы (либо отдельных ее участков) по формуле

$$i = \frac{h}{d} = \frac{H_к^{пр} - H_0^{пр}}{d}, \tag{162}$$

где h — превышение концов красной линии; d — горизонтальная длина этой линии; $H^{пр}{}_к$, $H^{пр}{}_0$ — проектные отметки начала и конца проектной линии, которые берутся графически с профиля.

5. Вычисляют *проектные отметки* точек трассы по формуле

$$H_n^{пр} = H_0^{пр} + id_n, \tag{163}$$

где $H_0{}^{пр}$ — проектная отметка начальной точки трассы (участка трассы); d_n — горизонтальное расстояние от начальной до n-й точки трассы; i — проектный уклон линии.

6. Рассчитывают *рабочие отметки* точек трассы как разность проектной (красной) и фактической отметок соответствующей точки, т. е.

$$h_i^{раб} = H_i^{пр} - H_i^{ф}. \tag{164}$$

Рабочие отметки определяют высоту насыпи (знак «плюс») либо глубину выемки (знак «минус») грунта в данной точке трассы и являются основными показателями для производства земляных работ. Их значения выписывают красной тушью под профильной линией, если требуется выемка грунта, или над линией, если требуется насыпка грунта.

7. Точки пересечения профиля с проектной линией называются *точками нулевых работ*. Поскольку рабочие отметки в этих точках равны нулю, в них не требуется производить земляные работы. Положение этих точек на трассе необходимо знать с точностью до 0,1 м, так как от них ведутся земляные работы. Поэтому для выноса точек нулевых работ в натуру расстояния до них от ближних точек пикетажа вычисляют аналитически (рис. 105). На рис. 105 *AB* — линия фактического профиля, *CD* — проектная линия, $h_1^{раб}$, $h_2^{раб}$ — рабочие отметки точек, *x* — расстояние от ближайшей точки пикетажа до точки нулевых работ.

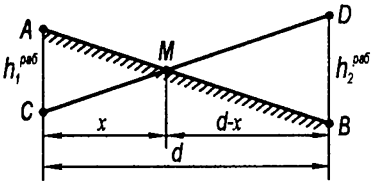


Рис. 105. *Схема определения расстояний до точек нулевых работ*

Как следует из подобия треугольников *ACM* и *BMD*,

$$\frac{h_1^{раб}}{x} = \frac{h_2^{раб}}{d-x},$$

отсюда

$$x = \frac{h_1^{раб}}{h_1^{раб} + h_2^{раб}} \cdot d. \qquad (165)$$

Отметки точек нулевых работ рассчитываются так же, как и проектные отметки по формуле (163), и заносятся в графу 4 (см. рис. 104) синей тушью.

Поперечные профили строят над теми точками трассы, от которых они разбиты на местности.

§ 88. Нивелирование поверхности

Нивелирование поверхности производят для детального изображения рельефа местности на строительных площадках, промплощадках предприятий, для проектирования осушительных и оросительных систем, планировки полей и т. д.; его результаты могут быть использованы для создания ЦММ. В зависимости от характера рельефа и ситуации местности, требуемой точности, а также от площади нивелируемой поверхности применяют различные способы нивелирования: параллельных линий, магистралей с поперечниками, по квадратам и т. д.

Способ параллельных линий используют при съемке равнинной или слегка всхолмленной местности, заросшей лесом или кустарником.

При этом обычно посередине снимаемого участка прокладывают основной (магистральный) ход либо два взаимно перпендикулярных основных хода (рис. 106, *а*), которые привязываются к пунктам планово-высотной сети. Перпендикулярно к линиям основных ходов разбивают параллельные съемочные ходы, по которым в характерных точках закрепляют пикеты. Длины съемочных ходов, как правило, не превышают 1500 м. Расстояния между съемочными ходами и между пикетами зависят от назначения съемки и требуемой точности и обычно составляют 50 — 100 м.

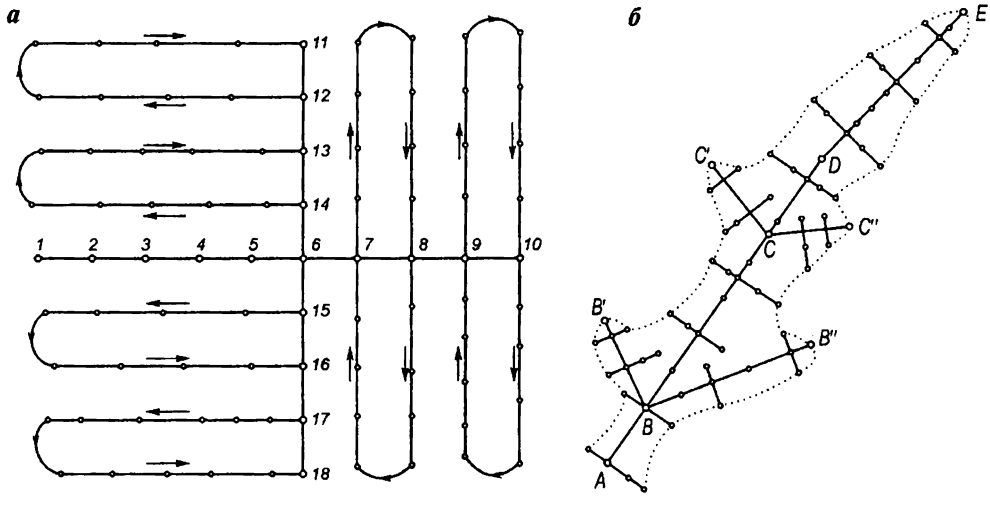


Рис. 106. *Схемы нивелирования поверхности:*
а — *способ параллельных линий;* б — *способ магистралей с поперечниками*

Точки основных ходов нивелируют по программе IV класса, а съемочные ходы — одиночными ходами технической точности, опирающимися на точки основных ходов (см. рис. 106, *а*). Результаты нивелирования заносят в журнал либо на схему. При обработке результатов измерений сначала уравнивают и вычисляют отметки точек основных нивелирных ходов, а затем — точек съемочных ходов.

Способ магистралей с поперечниками применяют в условиях пересеченной местности при изысканиях сооружений линейного типа (каналов, дорог, траншей и т. п.). По характерным линиям рельефа (например, по линии тальвега лощины или балки) прокладывают основной магистральный теодолитный ход *ABCDEF* (рис. 106, *б*) и разбивают пикетаж.

При необходимости от основной магистрали разбивают дополнительные магистрали по ответвлениям *BB'* и *CC'* и т. д. Конечные точки *A* и *E* магистрали привязывают к пунктам планово-высотной сети. В результате обработки измерений получают плановое положение точек магистрали. Перпендикулярно к магистральным линиям разбивают поперечники, густота и протяженность которых зависит от характера местности. Одновременно с разбивкой пикетажа от линий магистралей и поперечников ведется съемка ситуации с составлением абриса.

Нивелирование основной магистрали и ее поперечников проводят так же, как и нивелирование трассы. Нивелирование пикетов по дополнительным магистралям выполняют одиночными ходами, прокладываемыми от точек основной магистрали.

Способ нивелирования по квадратам применяют: при топографической съемке открытых участков местности со спокойным рельефом в крупных масштабах (1:500 — 1:5000) с малой (0,1 — 0,5 м) высотой сечения рельефа в целях составления проекта вертикальной планировки и подсчета объемов земляных работ. С учетом характера рельефа, требуе-

мой точности его изображения, сложности и назначения строящегося сооружения разбивают сети квадратов со сторонами от 10 до 100 м.

При разбивке сетки квадратов сначала обычно строят наружный полигон в виде квадрата или прямоугольника (рис. 107, а). Для этого вдоль границы снимаемого участка на местности закрепляют опорную линию *AB* и на ней откладывают мерной лентой длины сторон квадратов (*A-2, 2-3, ..., 5-B*). Затем в точках *A* и *B* последовательно устанавливают теодолит и восставляют перпендикуляры *AC* и *BD* к линии *AB*. Для контроля измеряют длину линии *CD*, которая не должна отличаться от длины линии *AB* более чем на 1:2000 ее длины. На перпендикулярах и линии *CD* также откладывают длины сторон квадратов. Вершины полигона *ABDC* и точки на его сторонах закрепляют грунтовыми реперами.

Разбивка квадратов внутри полигона выполняется по створам линий *1-1, 2-2, ..., 6-6*. Контроль разбивки выполняется вешением точек по перпендикулярным створам *а-а*, *б-б*, *в-в*. Вершины квадрата (пикеты) закрепляют колышками. При необходимости на сторонах квадратов в точках перегиба рельефа местности закрепляют плюсовые точки. При длинах сторон наружного полигона до 300 м разбивку квадратов удобно выполнять длинными тросами, размеченными через расстояния, равные длине стороны квадрата.

Одновременно с разбивкой пикетов производится съемка ситуации линейными промерами от сторон квадратов до характерных точек контуров и местных предметов. Результаты съемок заносят в абрис, на котором также показывают стрелками направление скатов.

Перед началом нивелирования на листе плотной бумаги вычерчивают схему квадратов, которая является одновременно и полевым журналом нивелирования. Порядок нивелирования квадратов зависит от их размеров и условий местности. При длине стороны квадратов 100 м и более каждый квадрат нивелируется отдельно (см. рис. 107, *а*). В этом случае сначала прокладывают замкнутый ход по наружным квадратам, а затем — по внутренним. На каждой точке отсчеты берут только по черной стороне рейки. Результаты измерений заносят на схему.

Правильность отсчетов по рейкам контролируется суммой накрест лежащих отсчетов по общей стороне, взятых с двух соседних станций. Например, значения превышения между точками *г1 и г2* (см. рис. 107, а), определенных со смежных станций *III* и *IV*, должны быть равны, т. е.

$$m_1 - n_1 = m_2 - n_2,$$

отсюда

$$m_1 + n_2 = m_2 + n_1.$$

Расхождение сумм не должно превышать 10 мм.

При камеральной обработке сначала выполняют увязку высот по наружному полигону. Далее, принимая высоты пунктов полигонов за твердые, увязывают высоты внутренних пикетов как точек ходов, проложенных между пунктами наружного полигона.

При небольших (10 — 20 м) размерах сторон квадратов с одной станции нивелируют несколько квадратов. Для этого станции выбирают с таким расчетом, чтобы из связующих точек образовался замкнутый опорный полигон *ABCDA* (рис. 107, *б*). На одну из связующих точек

передается отметка от ближайшего репера. Все остальные вершины квадратов нивелируются как промежуточные точки. Полевой контроль измерений выполняют аналогично с предыдущим случаем. Высотная невязка в замкнутом опорном ходе нивелирования должна удовлетворять условию

$$f_h = \sum h \le 10 \text{ мм } \sqrt{n},$$

где $\sum h$ — сумма превышений связующих точек; n — число станций.

Распределение высотной невязки, вычисление исправленных превышений и высот связующих точек производят так же, как и в ходе продольного технического нивелирования. Высоты промежуточных точек на каждой станции рассчитывают через горизонт прибора.

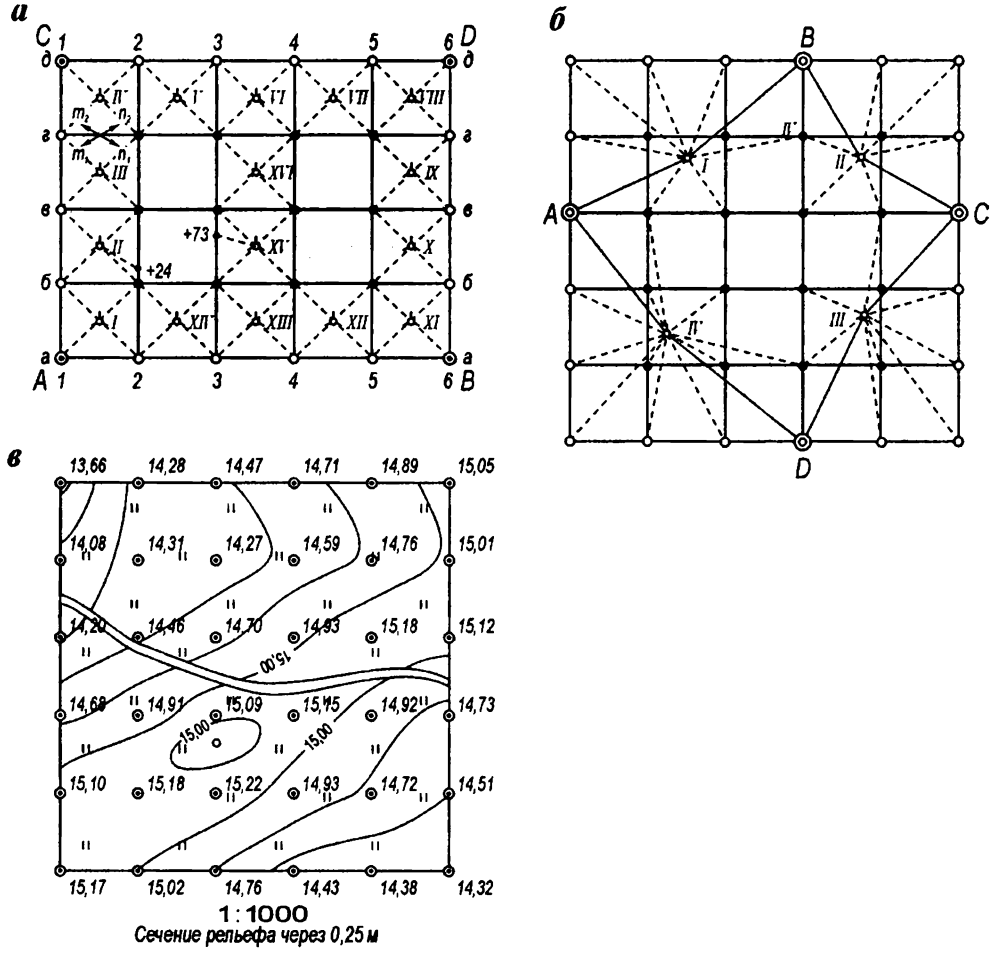


Рис. 107. *Нивелирование поверхности по квадратам:*
а — *схема разбивки сетки и нивелирования поверхности по каждому квадрату;* б — *схема нивелирования сетки квадратов на основе опорного полигона;* в — *план нивелирования поверхности*

После вычислительной обработки результатов нивелирования составляют топографический план участка местности в выбранном масштабе (см. рис. 107, *в*). На план наносят границы участка, вершины квадратов, плюсовые точки и ситуацию. Возле каждой пикетной и плюсовой точки подписывают ее отметку с округлением до 1 см и, пользуясь методом графической интерполяции, проводят горизонтали с заданной высотой сечения рельефа. План вычерчивают тушью в соответствии с условными знаками.

§ 89. Понятие о лазерных и цифровых нивелирах

Повышение требований к точности и оперативности высотных геодезических измерений привело к созданию новых геодезических приборов — *лазерных нивелиров*. Лазерные нивелиры основаны на использовании в нивелире оптического квантового генератора (лазера), создающего видимую визирную линию или плоскость. При пересечении видимой плоскостью рейки на ней высвечивается горизонтальная световая линия, по которой берут отсчет. Нивелирные рейки могут быть с визуальным или фотоэлектрическим наведением на ось светового пучка.

Используемые в инженерно-геодезических работах лазерные нивелиры можно разделить на два вида: с горизонтально ориентированным световым лучом и с горизонтально ориентированной световой плоскостью. Оба вида нивелиров могут быть с уровнем при трубе или с компенсатором углов наклона. Лазерные нивелиры создаются в виде самостоятельных приборов (например, Лимка-Горизонт) либо в виде насадок к обычным нивелирам (например, ЛВНЗ/ЛВН5 соответственно к нивелирам 2Н-3Л и 3Н-5Л).

В нивелирах с насадками лазерный луч устанавливается параллельно визирной оси зрительной трубы нивелира (рис. 108, *а*) либо с помощью призменных систем (или гибких световодов) совмещается с оптической осью нивелира (рис. 108, *б*). Так, лазерная насадка ПЛ-1 к нивелиру Н-3 (см. рис. 108, *б*) состоит из излучателя, кронштейна, с помощью которого он крепится к зрительной трубе нивелира, и оптической насадки для направления излучения лазера в зрительную трубу. Окуляр нивелира снабжен откидной призмой, позволяющей работать с прибором как с обычным нивелиром. Если лазерная насадка устанав-

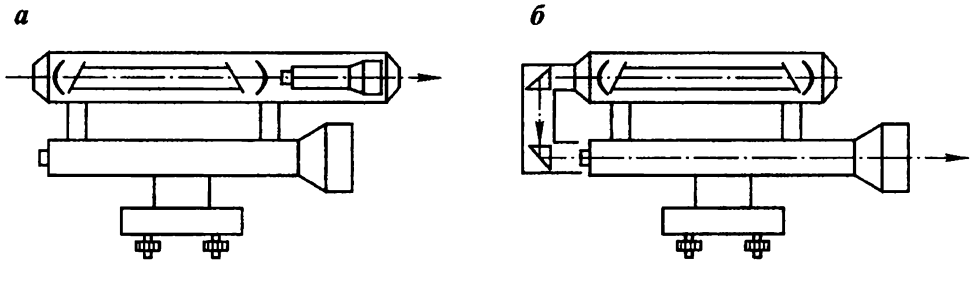


Рис. 108. *Схемы лазерных насадок к нивелирам:*
а — *с параллельным излучателем;* б — *с призменным вводом светового пучка*

ливается на нивелире с самоустанавливающейся линией визирования, то, проходя через оптический компенсатор, лазерный пучок занимает горизонтальное положение.

Принципиально новым конструктивным решением лазерных нивелиров является возможность задавать в пространстве горизонтальную или наклонную опорную световую плоскость. Это позволяет использовать так называемые *ротационные лазерные нивелиры и системы* для нивелирования площадей, производства геодезического контроля вертикальной планировки и выполнения других нивелирных работ. К ним относятся отечественные лазерные нивелиры НЛ-30, СКП-1, СКП-4, ПГЛ-1, САУЛ-1 и др., а также зарубежные Geoplan-300 (Швеция), РЛМ20 и Telemat (Германия), Laserlevel и Laserplane (США) и LP30 (Sokkia, Япония).

Система контроля плоскостности СКП-1 (рис. 109) предназначена для производства геодезического контроля планировки земельных участков под горизонтальную площадку. Система состоит из трех основных блоков: лазерного излучателя (передатчика), формирующего горизонтальную плоскость, который неподвижно устанавливается в точке с известной отметкой; фотоприемного устройства, закрепленного вертикально на строительной машине (бульдозере, скрепере и т. п.); индикатора положения фотоприемного устройства относительно лазерной плоскости, устанавливаемого в кабине оператора машины. Получая постоянную информацию о высотном положении рабочего органа машины, оператор вручную управляет им. Эти же действия могут выполняться автоматически, что впервые реализовано в системе автоматического управления лучом САУЛ-1.

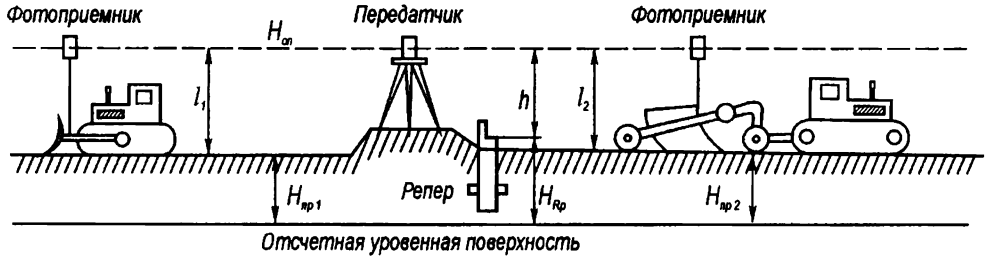


Рис. 109. *Схема геодезического контроля планировки с помощью системы СКП-1*

Система СКП-4, являющаяся дальнейшей модернизацией СКП-1, используется для контроля вертикальной планировки участков как под горизонтальную, так и наклонную плоскости. Система обеспечивает контроль планировки, выполняемый любым количеством землеройных механизмов, работающих на площади радиусом до 500 м (до 80 га) практически в любое время суток; при этом производительность труда повышается на 30%.

Более полная автоматизация нивелирных работ достигается применением цифровых (кодовых) нивелиров. Кодовый нивелир оснащен встроенной мини-ЭВМ, используемые двухсторонние рейки имеют

закодированные деления. Примером такого прибора является регистрирующий нивелир ReNi 002A (Германия), позволяющий выполнять нивелирование в полуавтоматическом режиме (рис. 110, *а*). Нивелир оснащен поворотным компенсатором, обеспечивающим установку линии визирования в горизонтальное положение. Объектив зрительной трубы может смещаться перпендикулярно к линии визирования и используется в качестве оптического микрометра для точного отсчитывания по рейке. Полный отсчет по рейке состоит (см. рис. 110, *б*) из грубого значения (метры, дециметры, сантиметры), считываемого по нивелирной рейке и вводимого в мини-ЭВМ вручную, и микрометрического значения (миллиметры и их доли), регистрируемого электронным устройством. Полный отсчет высвечивается в поле зрения трубы и засылается в память ЭВМ, которая выполняет вычисления превышений по заданной программе. Полученные результаты могут быть переданы во внешнее запоминающее устройство для дальнейшей автоматической обработки. Нивелир обеспечивает измерение превышений со средней квадратической погрешностью 0,2 мм на 1 км двойного хода.

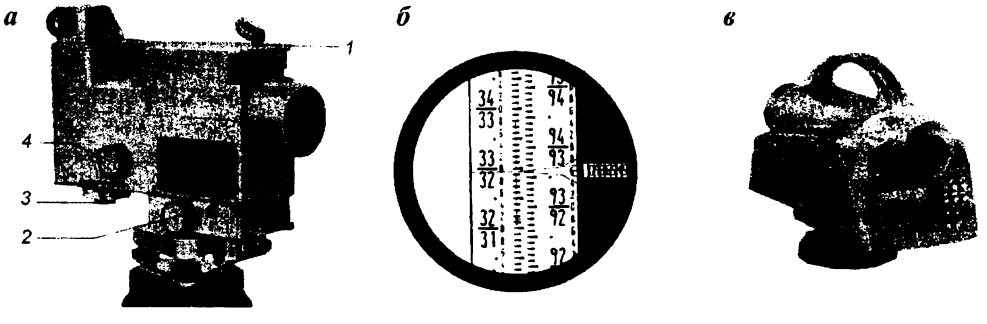


Рис. 110. *Цифровые нивелиры:* а — *ReNi 002A (общий вид):* 1 — *круглый уровень;* 2 — *наводящий винт;* 3 — *рычаг переключения компенсатора;* 4 — *микрометренный винт;* б — *отсчет по рейке;* в — *DiNi (общий вид)*

Особенностью новых цифровых нивелиров DiNi (рис. 110, *в*), SDL30 и др. является наличие электронного датчика, с высокой точностью снимающего отсчеты по специальной штрих-кодовой рейке. После визирования наблюдателем на рейку и нажатия кнопки прибор в автоматическом режиме выполняет все измерения и отображает на экране значения отсчета по рейке и расстояния до нее. Использование цифровых нивелиров с кодовой регистрацией отсчетов по рейкам с последующей их обработкой на встроенных в приборы мини-ЭВМ и возможностью соединения с персональным компьютером позволяет практически полностью автоматизировать процесс нивелирных работ.

Глава 16

МЕНЗУЛЬНАЯ СЪЕМКА

§ 90. Сущность мензульной съемки

Мензульной называется топографическая съемка местности, выполняемая с помощью мензулы и кипрегеля. Мензула и кипрегель представляют собой своеобразный тахеометр, позволяющий не только проводить съемку местности, но и вычерчивать план непосредственно в поле. Горизонтальные углы при мензульной съемке не измеряются, а получаются графическим построением; поэтому мензульную съемку называют ***угломерительной.***

При выполнении мензульной съемки планшет с наклеенной на него бумагой устанавливается в горизонтальном положении на штативе над точкой местности A (рис. 111). Через точку a на планшете, являющуюся проекцией точки A местности, с помощью кипрегеля визируют на точку B и прочерчивают на планшете линию ab, а после визирования на точку C — линию ac. Прочерченные на планшете линии представляют собой следы пересечения коллимационной плоскости зрительной трубы кипрегеля с горизонтальной плоскостью планшета. Следовательно, полученный на планшете угол $bac = \beta$ является горизонтальной проекцией угла местности $BAC = \beta'$.

Расстояния до точек B и C определяют дальномером и откладывают на планшете их горизонтальные проекции в принятом масштабе; превышения точек определяют методом *тригонометрического нивелирования,* осуществляемого с помощью наклонного луча визирования.

Принцип тригонометрического нивелирования заключается в следующем. Пусть требуется определить превышение точки B над точкой A (рис. 112). Над точкой A устанавливается в рабочем положении мензульный комплект или теодолит, а в точке B отвесно устанавливается рейка. Измеряют высоту прибора i и зрительной трубой теодолита визируют на верх рейки (вехи), имеющей длину V. С помощью вертикального круга измеряют вертикальный угол ν, а дальномером — наклонное расстояние D либо его горизонтальную проекцию d.

Как следует из схемы рис. 112,

$$h + V = h' + i,$$

отсюда

$$h = h' + i - V.$$

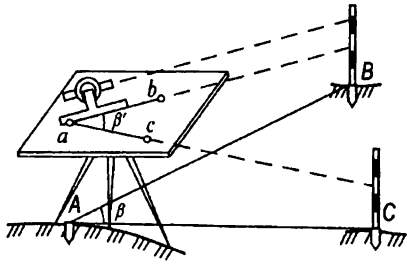


Рис. 111. *Схема построения горизонтального угла с помощью мензулы и кипрегеля*

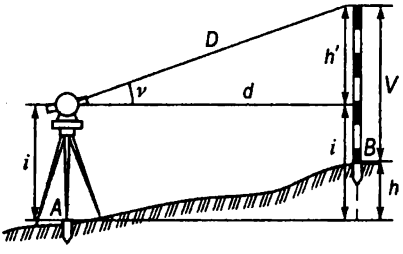


Рис. 112. *Принцип тригонометрического нивелирования*

Поскольку $h' = dtg\nu$,

то
$$h = dtg\nu + i - V. \tag{166}$$

При $i = V$, т. е. при визировании на высоту прибора, отмеченную на рейке или вехе, формула примет вид

$$h = dtg\nu. \tag{167}$$

При измерении расстояний нитяным дальномером (см. §51) превышение между точками будет

$$h = dtg\nu = L\cos^2\nu\, tg\nu = L\sin\nu\cos\nu = \frac{L}{2}\sin 2\nu, \tag{168}$$

или в общем случае

$$h = \frac{L}{2}\sin 2\nu + i - V, \tag{169}$$

где L — дальномерное расстояние.

Значение d и h обычно находятся по тахеометрическим таблицам. При использовании номограммных кипрегелей горизонтальные проложения и превышения получаются автоматически путем взятия отсчетов по рейке.

Следует помнить, что на величины отсчетов по рейкам, а следовательно, и превышений при нивелировании наклонным лучом, так же как и при геометрическом нивелировании (см. § 77), оказывают влияние кривизна Земли и рефракция. Тогда в общем виде формула (166) запишется как

$$h = dtg\nu + i - V + f, \tag{170}$$

где $f = 0{,}43\frac{d^2}{R}$ — поправка в превышении за кривизну Земли и рефракцию; вводится при длине линии более 300 м, так как при $d = 300$ м $f \approx 0{,}01$ м.

При производстве съемки горизонтальные проекции линий и контуров местности на планшете и в натуре должны быть параллельны друг другу. Поэтому при установке планшета в рабочее положение кроме его центрирования над точкой стояния и горизонтирования необходимо выполнить также ориентирование планшета.

Мензульная съемка производится для получения топографических планов небольших участков местности в масштабах 1:5000 — 1:500, когда отсутствуют материалы аэрофотосъемки либо применение их является экономически нецелесообразным.

Недостатки мензульной съемки заключаются в том, что она в значительной степени зависит от погоды; план местности можно составить только в одном, заранее выбранном масштабе; затруднено разделение труда, так как измерения и вычерчивание плана выполняются одним исполнителем. Все это в известной степени снижает производительность съемочных работ и повышает их стоимость.

Основное *преимущество* мензульной съемки по сравнению с другими видами съемок обусловлено тем, что план местности строится непосредственно в поле. Это позволяет свести к минимуму объем камеральных работ, дает возможность сопоставить получаемое на плане изображение с натурой и тем самым достичь более полного соответствия между планом и местностью.

§ 91. Приборы, применяемые при мензульной съемке

Мензула и ее принадлежности. Мензула состоит из штатива, подставки и мензульной доски-планшета.

Подставка служит для соединения планшета со штативом и обеспечивает центрирование, горизонтирование и ориентирование планшета. Подставка соединяется с головкой штатива становым винтом. Универсальная металлическая подставка типа *МУ* (рис. 113) состоит из двух частей: верхней и нижней. Верхняя вращающаяся часть *1* имеет три винта *5* для закрепления на ней планшета и снабжена зажимным (закрепительным) *4* и наводящим *2* винтами. Нижняя неподвижная часть подставки, на которой укреплена ось вращения мензулы, имеет три подъемных винта *3* для горизонтирования планшета, проходящих через пластинчатую пружину. *Планшет* представляет собой деревянную трехслойную доску размером 60×60×3 см, изготавливаемую из сухой выдержанной ели или липы. На доске медными гвоздями закрепляют лист фанеры или алюминия с приклеенным к нему листом высококачественной чертежной бумаги. Иногда бумагу наклеивают непосредственно на мензульную доску. При переноске планшет заворачивают в клеенку и укладывают в брезентовый чехол с фланелевой подкладкой.

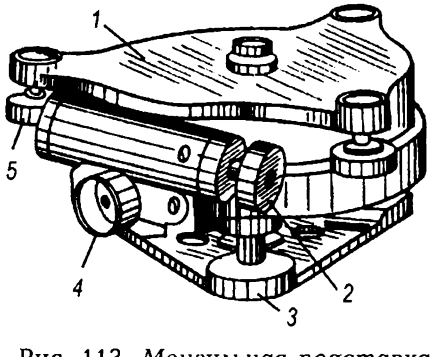


Рис. 113. *Мензульная подставка типа МУ*

Для установки мензулы в рабочее положение служат уровень, центрировочная вилка с отвесом и ориентир-буссоль. *Цилиндрический уровень*, служащий для приведения плоскости планшета в горизонтальное положение с помощью подъемных винтов подставки, обычно закрепляется на линейке кипрегеля. *Центрировочная вилка с отвесом* используется для центрирования планшета над точ-

кой местности. *Ориентир-буссоль* служит для предварительного ориентирования планшета относительно сторон света.

Кипрегели. Кипрегель служит для визирования на точки местности, прочерчивания направлений на планшете, определения расстояний и превышений по дальномерной рейке.

В настоящее время при топографических съемках на чистой основе и фотопланах применяются преимущественно кипрегели с номограммным преобразователем типов КА-2 и КН. В нашей стране с 1976 г. серийно выпускается номограммный кипрегель в двух вариантах: КН с уровнем при вертикальном круге и КН-К с компенсатором. Выпуск кипрегеля КА-2 прекращен, однако он еще используется в производстве.

***Кипрегель-автомат* КА-2** (рис. 114, *а*) состоит из линейки, колонки и зрительной трубы с увеличением 30$^{\times}$. *Линейка* кипрегеля состоит из двух частей: *широкой линейки 10*, являющейся основанием кипрегеля, и узкой дополнительной линейки *13*. Узкая линейка с помощью двух шарниров *1* и *12* соединена с широкой линейкой и образует совместно с ней систему шарнирного параллелограмма, позволяющего наносить на планшет *15* снимаемые точки без передвижки кипрегеля. На широкой линейке укреплены *масштабная линейка*, *цилиндрический уровень 9* для приведения в горизонтальное положение поверхности планшета, *ролик 11* для поворота кипрегеля на планшете и *колонка*. Колонка снабжена *ручкой 7*, предназначенной для грубого перемещения прибора по планшету или его перестановки. В верхней части колонки закреплена осевая система, на втулке которой неподвижно укреплен *стеклянный вертикальный круг 6* (лимб), а на основании — *зрительная труба 4*. На колонке имеется *наводящий винт 2* трубы и *микрометренный винт 8* лимба, служащий для установки уровня вертикального круга. При трубе *имеется реверсивный уровень 5*, устанавливаемый с помощью наводящего винта *2*; с использованием его в условиях равнинной местности превышения можно определять горизонтальным лучом визирования.

Зрительная труба с внутренним фокусированием представляет оптическую систему, состоящую из объектива, фокусирующей линзы и окуляра *3*. В поле зрения трубы видны (рис. 114, *б*) изображения кривых горизонтальных проложений *D*, превышений и начальной окружности *H* с делениями через 10′, нанесенными на лимбе.

Главным недостатком кипрегеля КА-2 является ограниченность поля зрения Г — образной номограммы, что ухудшает эксплуатационные качества прибора, приводит к быстрой утомляемости наблюдателя и снижает производительность труда. От этого недостатка свободен кипрегель типа КН с номограммными кривыми, распространенными на все поле зрения трубы.

Кипрегель КН (рис. 114, *в*) состоит из зрительной трубы *1*, колонки *12* и двух линеек: основной *10* и дополнительной *3*. Зрительная труба для удобства наблюдений снабжена *ломаным окуляром 13*. Фокусирование осуществляется *рукояткой 2*, установленной на кожухе трубы.

На колонке кипрегеля имеется наводящий винт *14* трубы, совмещенный с закрепительным винтом, и *микрометренный винт 16* вертикального круга. *Уровень 15*, соединенный с вертикальным кругом, служит для установки нуля круга. На кожухе вертикального круга, вращающе-

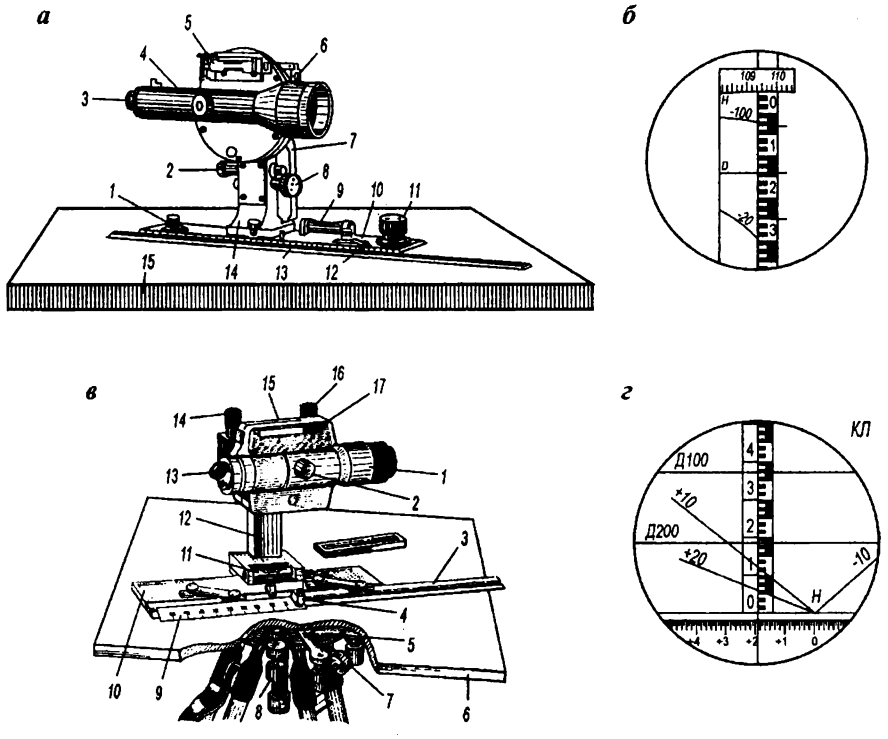


Рис. 114. *Кипрегели:*
а — *КА-2;* б — *поле зрения трубы КА-2;*
в — *КН;* г — *поле зрения трубы КН*

гося вместе с трубой, закреплен *реверсивный уровень 17*; наличие этого уровня позволяет использовать кипрегель в качестве нивелира. В нижней части колонки закреплен *цилиндрический уровень 11*, служащий для приведения плоскости планшета в горизонтальное положение. На дополнительной линейке имеется паз, по которому перемещается съемная *масштабная линейка 9* с *наколочным шрифтом 4* для нанесения снимаемых точек.

Мензульная подставка облегченного типа состоит из верхней и нижней частей. Верхняя часть представляет *диск 5*, который посредством водильца и *наводящего винта 7* соединен с планшетом *6*. Установка планшета в горизонтальное положение по уровню осуществляется винтами *8*. Нижняя часть подставки соединяется с верхней закрепительным винтом; тремя болтами, вмонтированными в головке штатива, подставка крепится на штативе.

Зрительная труба может наклоняться в пределах ±40°. Номограммные кривые горизонтальных проложений D с коэффициентами 100 и 200 и кривые превышений, имеющие в зависимости от угла наклона коэффициенты ±10, 20 и 100, видны в поле зрения при КЛ (рис. 114, *г*, отсчеты: d = 37,0 см × 100 = 18,5 см × 200 = 37,0 м; h = 12,2 см × (+10) = = 6,1 см × (+20) = 1,22 м; $\nu = 1°54'$). В нижней части поля зрения рас-

полагается основная (начальная) кривая, относительно которой берутся отсчеты по рейке для определения горизонтальных проложений и превышений. При визировании на рейку основную кривую наводят на нуль рейки, устанавливаемый с помощью выдвижной подставки на высоту прибора. С основной кривой совмещено изображение лимба вертикального круга с оцифровкой градусных делений. Перед взятием отсчетов пузырек уровня вертикального круга должен быть приведен в нуль-пункт. Место нуля *МО* и угол наклона ν вычисляют по формулам:

$$МО = \frac{КП - КЛ}{2};$$

$$\nu = \frac{КП + КЛ}{2} = КЛ + МО = КП - МО. \quad (171)$$

Кипрегель КН позволяет измерять: расстояния — с относительной погрешностью не более 1:500; превышения на 100 м расстояния — со средней квадратической погрешностью при K_h = 10 − 3 см, K_h = 20 − 6 см, K_h = 100 − 15 см; вертикальные углы из одного приема — со средней квадратической погрешностью ±45″.

Кипрегель КН-К отличается от КН лишь наличием оптического компенсатора вертикального круга с диапазоном действия 10′ и погрешностью самоустановки 5″.

§ 92. Поверки мензулы и кипрегеля

Поверки мензулы. Перед началом съемочных работ должны быть выполнены следующие поверки мензулы.

1. Мензула должна быть устойчивой.

Закрепив все винты мензулы и штатива, наводят трубу кипрегеля на удаленный, хорошо видимый предмет; слегка нажимая пальцем на планшет сверху и с боков, наблюдают в трубу. Если мензула пружинит, т. е. после прекращения действия нагрузки на планшет пересечение сетки нитей возвращается в точку визирования, то условие выполнено. При невыполнении условия осматривают крепления доски к подставке, подставки к головке штатива и наконечников на концах ножек штатива, проверяют люфт в подъемных винтах и головке штатива. В случае необходимости производят регулировку указанных деталей. Если после этого мензула остается неустойчивой, то ее исправление производится в мастерской.

2. Рабочая поверхность планшета должна быть плоскостью.

Поверку производят выверенной линейкой кипрегеля, прикладывая ее скошенным ребром к поверхности планшета. Если между ребром линейки и планшетом по любому направлению нет просветов либо величина просвета не превышает 0,5 мм, то планшет удовлетворяет требованию; в противном случае он для работы непригоден. Исправление мензульной доски выполняется в столярной мастерской.

3. Верхняя плоскость планшета должна быть перпендикулярна к оси вращения прибора.

С помощью выверенного уровня при линейке кипрегеля подъемными винтами приводят плоскость планшета в горизонтальное положение.

Вращая планшет вокруг вертикальной оси, наблюдают отклонение пузырька от нуль-пункта. Если отклонение пузырька не превышает 2—3 делений, то условие выполнено. В противном случае мензулу следует отремонтировать в мастерской.

Поверки кипрегеля.

1. Скошенное ребро линейки кипрегеля должно быть прямой линией.

На планшете прочерчивают линию вдоль скошенного края линейки кипрегеля. Затем поворачивают кипрегель на 180° и, приложив скошенное ребро линейки к ранее проведенной линии, прочерчивают вторую линию. Если обе линии на всем протяжении совпадают или отклоняются в пределах 0,1 мм, то условие выполнено. В противном случае устранение дефекта линейки производится в мастерской.

2. Нижняя поверхность линейки кипрегеля должна быть плоскостью.

Поверку выполняют прикладыванием линейки кипрегеля к выверенной поверхности. Если концы линейки выгнуты кверху, то при установке на планшет кипрегель будет менее устойчив; в этом случае линейку следует исправить в мастерской. Небольшая вогнутость концов линейки книзу значения не имеет, так как под тяжестью кипрегеля она устраняется.

3. Подвижная линейка кипрегеля, находясь на разных расстояниях от основной, должна перемещаться параллельно самой себе.

При неподвижном положении кипрегеля на планшете устанавливают дополнительную линейку на различных расстояниях от основной и каждый раз прочерчивают вдоль скошенного ребра линию. При соблюдении условия расстояния между двумя линиями на всем протяжении должны быть постоянными либо различаться в пределах 0,2 мм.

4. Ось цилиндрического уровня на линейке кипрегеля должна быть параллельна нижней плоскости линейки.

Линейку кипрегеля устанавливают в середине планшета по направлению двух подъемных винтов; вращением винтов приводят пузырек уровня в нуль-пункт и прочерчивают линию. Затем переставляют кипрегель около этой прямой на 180°. Если пузырек уровня остался в нуль-пункте либо отклонился от него не более чем на одно деление, то условие выполнено. В противном случае пузырек с помощью исправительных винтов уровня перемещают на половину дуги отклонения в сторону нуль-пункта. Поверку и юстировку повторяют до выполнения условия.

5. Визирная ось трубы должна быть перпендикулярна к оси вращения трубы.

Приведя планшет в горизонтальное положение, наводят трубу кипрегеля на удаленный предмет и вдоль скошенного ребра линейки прочерчивают линию. Затем трубу переводят через зенит, прикладывают линейку кипрегеля к произвольной точке линии и визируют на ту же цель. Вдоль скошенного ребра линейки проводят вторую линию. Если линии совпадут, то условие выполнено. Если линии образуют угол, равный двойной коллимационной погрешности, его делят биссектрисой пополам и прикладывают к ней линейку кипрегеля. При этом перекрестие сетки нитей сместится с изображения цели. Тогда боковыми

исправительными винтами сетки добиваются совмещения перекрестия сетки с изображением визирной цели.

6. Ось вращения зрительной трубы должна быть параллельна нижней плоскости линейки кипрегеля.

Дважды (при КЛ и КП) визируют на высокорасположенную точку на стене здания. Затем опускают трубу до горизонтального положения визирной оси, отмечая каждый раз положение перекрестия сетки нитей на стене. Если проекции точки, полученные по обоим кругам, совпадают, то условие выполнено. В противном случае исправление производится в мастерской.

7. Вертикальная нить сетки должна лежать в коллимационной плоскости трубы.

Планшет устанавливают в горизонтальное положение и наводят вертикальную нить трубы кипрегеля КН (либо правый вертикальный край Г-образной пластинки у КА-2) на нить отвеса, подвешенного на расстоянии 20 — 25 м от прибора. При этом вертикальная нить сетки должна покрывать нить отвеса. Если условие не соблюдается, то исправление кипрегеля производится в мастерской.

8. Коллимационная плоскость трубы должна быть параллельна скошенному краю линейки кипрегеля.

Визируют кипрегелем на удаленную точку и вдоль скошенного края линейки прочерчивают линию. На этой линии на расстоянии 20 — 30 см одна от другой отвесно вкалывают в планшет две тонкие иглы. Если линия визирования невооруженным глазом на концы иголок проходит через наблюдаемую цель, то условие выполнено. При невыполнении условия исправление прибора обычно не производится. Данная погрешность носит систематический характер и на построение углов на планшете не влияет, так как все прочерченные направления будут повернуты на один и тот же угол. Ее следует учитывать лишь при ориентировании планшета по буссоли.

9. Ось реверсивного уровня на кожухе вертикального круга должна быть параллельна визирной оси трубы.

На расстоянии 100 — 150 м от прибора отвесно устанавливают рейку. Зрительную трубу кипрегеля приводят в горизонтальное положение по реверсивному уровню и, дважды визируя на рейку, берут отсчеты при двух положениях вертикального круга (КЛ и КП). Вычисляют средний отсчет по рейке, соответствующий горизонтальному положению визирной оси, и наводящим винтом трубы визируют на этот отсчет. При этом пузырек уровня сместится. Исправительным винтом уровня приводят пузырек в нуль-пункт. В этом положении отсчет по вертикальному кругу должен быть равен МО, а отсчет по номограммной кривой превышений — нулю.

10. Место нуля МО вертикального круга должно быть постоянным и равным 0° у кипрегеля КН и 90° — у КА-2.

Поверка выполняется так же, как и у теодолита (см. § 40).

11. При горизонтальном положении визирной оси трубы кривые превышений с коэффициентами +10 и −10 должны пересекаться в одной точке, совпадающей с точкой пересечения начальной кривой Н с вертикальной линией сетки.

На вертикальном круге устанавливают отсчет, равный МО, при положении пузырька уровня в нуль-пункте. Если условие не выполняется, то снимают кожух вертикального круга и исправительными винтами номограммы, расположенными над цилиндрическим уровнем, устанавливают номограмму в необходимое положение.

§ 93. Установка мензулы в рабочее положение

Приведение мензулы в рабочее положение складывается из центрирования, горизонтирования (нивелирования) и ориентирования планшета; выполнение этих действий производится методом последовательных приближений. Вначале «на глаз» ориентируют планшет по сторонам света, затем приближенно центрируют и горизонтируют планшет. Далее уточняют установку планшета с помощью соответствующих приборов и принадлежностей; при этом последним действием должно быть ориентирование планшета.

Центрирование мензулы состоит в установке планшета таким образом, чтобы точка на планшете была расположена на одной отвесной линии с соответствующей ей точкой установки прибора на местности. Погрешность центрирования планшета над точкой не должна превышать половины точности масштаба, т. е. для масштаба 1:500 — 2,5 см, 1:1000 — 5 см, 1:2000 — 10 см и 1:5000 — 25 см. Поэтому при съемках масштабов 1:500 – 1:2000 центрирование планшета выполняется с помощью центрировочной вилки с отвесом (рис. 115, *а*); при съемках масштабов 1:5000 и мельче мензулу центрируют «на глаз».

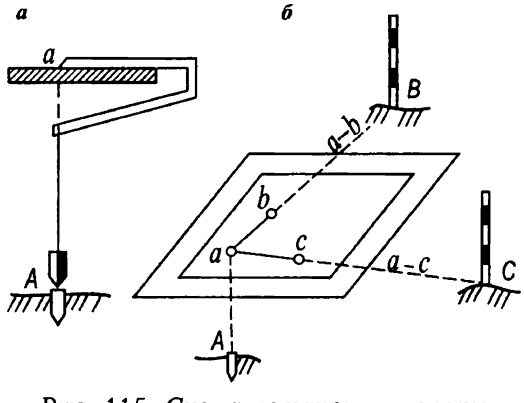


Рис. 115. *Схема установки мензулы в рабочее положение:*
а — *центрирование мензулы;*
б — *ориентирование планшета*

Горизонтирование планшета, т. е. приведение его в горизонтальное положение, выполняют с помощью выверенного цилиндрического уровня на линейке кипрегеля. Для этого устанавливают кипрегель на планшете по направлению двух подъемных винтов и вращением их приводят пузырек уровня в нуль-пункт. Затем переставляют кипрегель на 90°, т. е. в направлении третьего подъемного винта, и вращением его опять приводят пузырек в нуль-пункт. Точность горизонтирования планшета считается достаточной, если при любом направлении линейки кипрегеля пузырек уровня отклоняется от нуль-пункта не более чем на 2 деления ампулы.

Ориентирование планшета заключается в установке его в такое положение, при котором направления на планшете будут параллельны горизонтальным проекциям соответствующих направлений местности. Приближенное ориентирование планшета осуществляется с помощью

ориентир-буссоли, а точное — по линиям между опорными точками, нанесенными на планшет. Для точного ориентирования скошенный край линейки кипрегеля прикладывают к линии между опорными точками, одна из которых является точкой стояния мензулы (рис. 115, *б*). Вращая планшет с помощью наводящего винта подставки, добиваются совмещения перекрестия сетки с изображением вехи на второй опорной точке (т. *B*). Для контроля и уточнения необходимо проверить ориентирование планшета по другим точкам, имеющимся на плане и видимым на местности (например, по т. *C*). Для этого прикладывают скошенный край линейки кипрегеля к точке *a* на плане и визируют на точку *C* местности. Если скошенный край линейки проходит через точку *c* на плане, то планшет ориентирован правильно.

Следует учесть, что точность ориентирования зависит от длины линий *ab* и *ac* на планшете. Так, при длине линии на плане, равной 20 см, погрешность ориентирования планшета не превышает 2′. Поэтому из всех имеющихся на данной точке стояния линий для ориентирования планшета выбирают наиболее длинные. С этой целью необходимые для ориентирования линии удлиняют путем прочерчивания на краях планшета отрезков, являющихся их продолжением (отрезки $a - b$ и $a - c$ на рис. 115, *б*); при ориентировании планшета к ним прикладывают линейку кипрегеля.

§ 94. Подготовительные работы при мензульной съемке

Подготовительные работы включают в себя подбор необходимых графических материалов, каталогов существующих пунктов планово-высотного обоснования, подготовку и поверки приборов, оборудования и планшетов.

Мензульная съемка проводится на листах чертежной бумаги высшего качества (Гознак). Для уменьшения деформации бумаги ее наклеивают на листы авиационной фанеры или алюминия. При отсутствии заранее подготовленных планшетов чертежную бумагу наклеивают непосредственно на мензульную доску. Для этого используется взбитый яичный белок, которым равномерно покрывают всю поверхность мензульной доски. Лист чертежной бумаги слегка увлажняют с обеих сторон, дают ему немного просохнуть и накладывают на мензульную доску; затем, прижимая бумагу от центра к краям, выдавливают пузырьки воздуха, образовавшиеся между бумагой и доской. С боковой и нижней поверхностей доски бумага приклеивается крахмальным клейстером. Для предохранения планшета от загрязнения его покрывают сверху «рубашкой» — листом картографической бумаги, который приклеивается к торцам и нижней поверхности планшета клейстером и закрепляется кнопками.

На «рубашке» с помощью линейки Дробышева (ЛТ) или координатографа разбивают координатную сетку 50×50 см (40×40 см для масштаба 1:5000) со сторонами квадратов 10×10 см и наносят вершины углов съемочной трапеции. По координатам наносят опорные пункты; возле каждого пункта подписывают его номер (название) и отметку. Правильность нанесения опорных пунктов проверяется измерением расстояний между ними. Для облегчения в дальнейшем ориентировки планше-

та по коротким сторонам (менее 5 см на плане) на полях прочерчивают вспомогательные линии ориентирования. Далее углы рамок планшета, точки внешних сторон координатной сетки и все опорные точки аккуратно перекалывают с «рубашки» на основной лист, а над ними вырезают в «рубашке» отверстия диаметром около 10 мм. Кроме того, заготавливают две кальки: кальку высот и кальку контуров. На кальки копируют координатную сетку и нанесенные на планшет опорные точки. В дальнейшем по мере съемки эти кальки должны ежедневно пополняться съемочными (пикетными) точками, определяющими положение на местности, характерных точек рельефа, контуров и местных предметов. Кальки высот и контуров вместе с журналом съемки являются важными документами, служащими для контроля качества съемочных работ.

Если планшет был изготовлен заранее, то нанесенные на нем углы трапеции, вершины квадратов координатной сетки и опорные пункты переносят на «рубашку» с помощью кальки. После подготовки планшета в журнал мензульной съемки выписывают координаты и отметки всех опорных точек, чтобы при необходимости можно было проверить в поле правильность их накладки на план.

§ 95. Создание сети съемочного обоснования

Плановой основой мензульной съемки служат пункты государственной геодезической сети и геодезических сетей сгущения, число которых в районе съемки обычно невелико. С целью их сгущения создается съемочное обоснование. Густота пунктов съемочной сети зависит от характера снимаемой местности, масштаба съемки, высоты сечения рельефа и других факторов; число точек съемочной сети вместе с исходными пунктами на 1 км^2 снимаемой территории должно быть доведено до 12—22 при съемке в масштабе 1:5000 и 22—50 — в масштабе 1:2000 в зависимости от сложности ситуации и рельефа.

Полевые работы начинаются с рекогносцировки, которая включает в себя знакомство с местностью, отыскание пунктов опорной сети, выбор метода развития съемочного обоснования, местоположения точек съемочной сети и закрепление их на местности.

Плановое съемочное обоснование мензульной съемки может быть создано аналитическим или графическим методами.

Аналитический метод развития съемочного обоснования. Аналитический метод развития съемочной сети применяется при съемках масштабов 1:500—1:5000 в условиях закрытой местности, а также при недостаточном числе пунктов опорной геодезической сети. Определение координат пунктов съемочного обоснования может быть выполнено:

1) *проложением теодолитных ходов* между опорными пунктами (рис. 116, *а*);

2) *построением триангуляционной сети* (рис. 116, *б*), представляющей собой сеть треугольников с короткими сторонами, в которых теодолитом измеряют все углы (микротриангуляция);

3) *прямыми, обратными и комбинированными геодезическими засечками.* Определение точек прямой засечкой производят не менее чем с

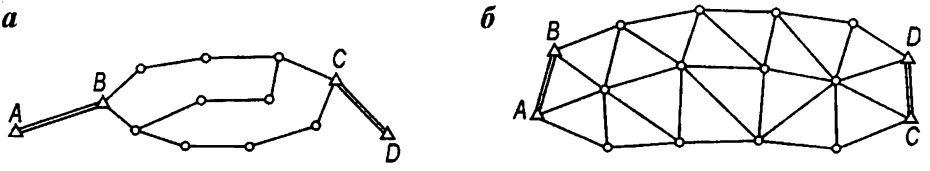


Рис. 116. *Аналитический метод развития съемочного обоснования:*
а — *путем проложения теодолитных ходов;*
б — *созданием аналитической сети*

трех пунктов, а обратной — по четырем пунктам геодезической опорной сети. Углы засечек должны быть не менее 30° и не более 150°.

Во всех вышеуказанных случаях точки съемочного обоснования наносятся на планшет по координатам, получаемым из вычислений. Высоты точек определяются геометрическим нивелированием в одном направлении либо тригонометрическим нивелированием в прямом и обратном направлениях.

Аналитический метод развития съемочной сети является весьма трудоемким, так как связан с большим объемом полевых измерений и последующих вычислений. Поэтому он используется в случаях, когда графический метод не может быть применен по условиям местности либо не обеспечивает требуемой точности.

Графический метод развития съемочного обоснования. При графическом методе положение точек съемочной сети получают непосредственно на планшете путем прямых, обратных и комбинированных графических засечек либо проложением мензульных ходов. Прямая и комбинированная графические засечки применяются при наличии на планшете проекций двух исходных точек местности, по которым определяется положение третьей точки.

Прямая засечка (рис. 117, *а*). Мензулу устанавливают в точке *A* и ориентируют по линии *AB*. Приложив линейку кипрегеля к точке *a* на планшете, визируют на определяемую точку *C* и прочерчивают направление *ac*. Затем переходят с мензулой на точку *B*, ориентируют ее по линии *BA* и через точку планшета прочерчивают направление на точку *C* местности. Пересечение на планшете направлений *ac* и *bc* дает точку *c*, являющуюся плановым положением точки *C* местности.

Комбинированная засечка (рис. 117, *б*) применяется в случаях, когда одна из исходных точек местности (например, точка *B*) недоступна для установки мензулы. В точке *A* устанавливают мензулу и, ориентировав планшет по линии *AB*, прочерчивают направление *ac* на определяемую точку местности *C*. Переходят с мензулой на точку *C* и ориентируют планшет по линии *ca*, прочерченной на точке *A*. Прикладывают скошенный край линейки кипрегеля к точке *b* на планшете и поворачивают вокруг нее кипрегель до тех пор, пока перекрестие сетки не совместится с изображением точки *B* местности; прочерчивают направление *bc*. В пересечении линий *ac* и *bc* получают проекцию *c* точки *C* местности.

Следует учесть, что прямая и комбинированная засечки с двух твердых точек являются бесконтрольными. Поэтому для повышения надежности нахождения на плане определяемой точки эти засечки должны

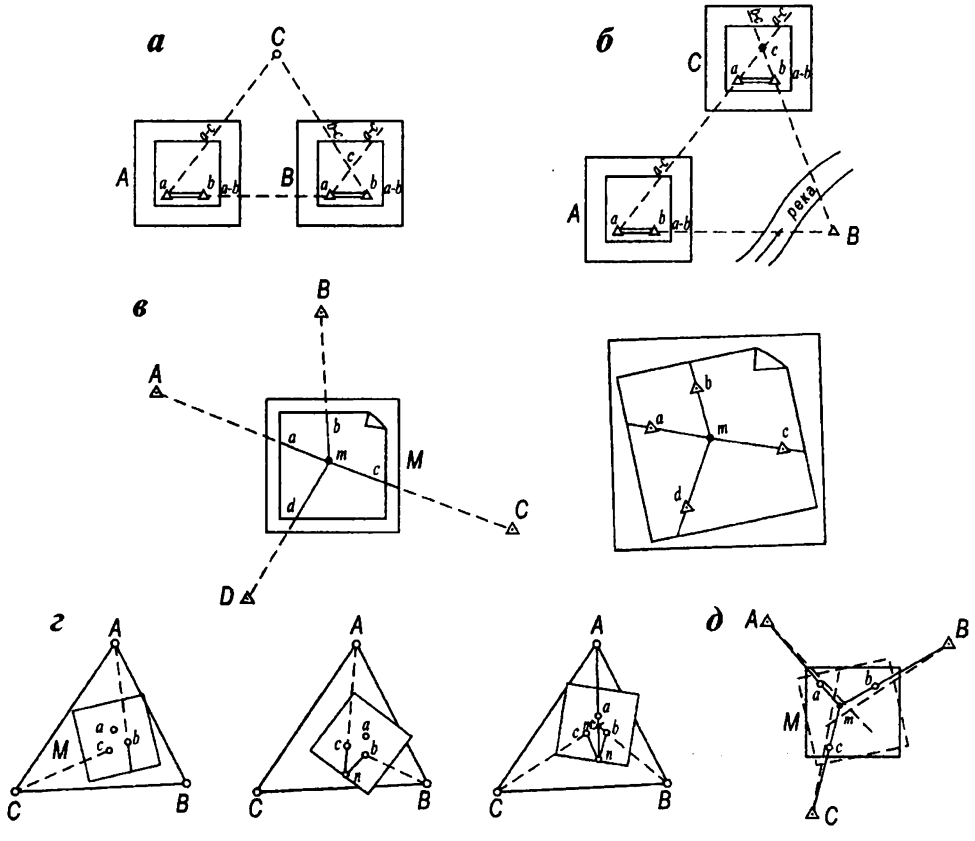


Рис. 117. *Графические засечки:*
а — *прямая;* б — *комбинированная; схемы решения обратной геодезической засечки способами Болотова* (в), *Бесселя* (г) *и последовательных приближений* (д)

выполняться по трем твердым пунктам и более. При этом углы засечек должны быть не менее 30° и не более 150°; допускается треугольник погрешности со сторонами не более 0,4 мм.

Обратная засечка (задача Потенота) состоит в определении местоположения четвертой точки относительно трех исходных. Для графического решения обратной засечки необходима только одна установка мензулы в определяемой точке; в этом ее преимущество по сравнению с прямой и комбинированной засечками.

Из графических способов решения задачи Потенота рассмотрим наиболее распространенные.

Способ проф. А.П. Болотова позволяет определить положение искомой точки на планшете по любому (но не менее трех) количеству исходных пунктов (рис. 117, *в*). Согласно этому способу мензульный планшет устанавливается на определяемой точке *M* в горизонтальном положении и на нем закрепляется лист кальки. На кальке намечают точку *m*, прикладывают к ней линейку кипрегеля и, последовательно визируя на точки местности *A*, *B*, *C* и *D*, прочерчивают направления *ma*,

mb, *mc* и *md*. Затем перемещают кальку на планшете в такое положение, чтобы прочерченные направления совместились с соответствующими исходными точками *a*, *b*, *c* и *d* на планшете. В этом положении точку *m* перекалывают на план. Точность обратной засечки повышается с увеличением числа используемых опорных точек, расположенных вокруг определяемой точки на ближайших расстояниях.

Способ Бесселя (способ поворотов планшета). Идея способа заключается в точном ориентировании планшета в определяемой точке *M* (рис. 117, *г*). Одну из сторон треугольника *ABC* (например, *BC*) принимают за исходную. Находясь в точке *M*, воображают, что планшет находится в точке *B*; сориентировав его по стороне *BC*, визируют на точку *A* и прочерчивают соответствующее направление *ba*, проходящее через точку *b*. Затем воображают, что планшет находится в точке *C*. Ориентируют его по линии *CB* и, свизировав на точку *A*, прочерчивают направление *ca*. Пересечение двух направлений *ca* и *ba* дает вспомогательную точку *n*, соединив которую с точкой *a* на планшете, получают линию *na*, называемую *ориентирной*. Ребро линейки кипрегеля устанавливают по линии *na* и, поворачивая планшет, визируют на точку *A*. В результате планшет будет точно сориентирован. Тогда обратным визированием и прочерчиванием на планшете направлений на точки *B* и *C* местности получают на пересечении с ориентирной линией искомую точку *m*.

Способ последовательных приближений. Планшет устанавливают в определяемой точке *M* (рис. 117, *д*) и приблизительно ориентируют его по буссоли. Визируя на точки *A*, *B* и *C* местности, прочерчивают направления, проходящие через одноименные точки *a*, *b* и *c* на планшете. Вследствие неточного ориентирования планшета эти три направления, пересекаясь, образуют треугольник погрешностей. В центре треугольника наблюдатель отмечает уточненное положение определяемой точки (первое приближение). Затем он производит исправление ориентирования планшета наводящим винтом мензулы, прикладывая ребро линейки кипрегеля к намеченной точке и к одной наиболее удаленной исходной точке. Далее проводят повторную серию визирований на точки *A*, *B* и *C* и получают меньший треугольник погрешностей, в центре которого отмечают новое положение определяемой точки. Вновь исправляют ориентирование планшета и повторяют аналогичные действия до тех пор, пока треугольник погрешностей не обратится в точку.

Для создания геометрической сети достаточно иметь на планшете две точки, соответствующие двум пунктам местности. Они могут быть нанесены на план по координатам либо по длине измеренной линии — ***базиса***. Развитие геометрической сети на основе базиса производится при съемках небольших участков местности, размещающихся в пределах планшета. Базис длиной 5—10 см в масштабе плана выбирается примерно в центре снимаемого участка. Концы его надежно закрепляют на местности. Длину базиса измеряют в прямом и обратном направлениях с точностью не менее 1:2000 и вычисляют ее горизонтальную проекцию. Затем мензулу устанавливают на одном из концов базиса, например в точке *A* (рис. 118, *а*), и ориентируют планшет с помощью буссоли. Примерно в центре планшета накалывают точку *a* (рис. 118, *б*), являющуюся изображением точки *A* местности.

Далее, приложив линейку кипрегеля к точке *a*, визируют на точку *B* базиса и прочерчивают направление. Отложив от точки отрезок *d*, равный длине базиса в масштабе съемки, получают точку *b* на планшете, соответствующую точке *B* базиса на местности.

Развитие геометрической сети с концов базиса либо с пунктов геодезической опорной сети (см. рис. 118, *б*) выполняют в следующей последовательности.

1. Мензулу устанавливают на исходном пункте *A*, центрируют, горизонтируют и ориентируют планшет по линии *AB*. При одном положении зрительной трубы кипрегеля (обычно при КЛ) последовательно визируют на точки *1, 2, 3,* ... и прочерчивают на планшете направления *a-1, a-2, a-3* и т. д. После окончания визирования на все точки проверяют ориентирование планшета.

2. Переходят с мензулой в точку *B*, устанавливают ее в рабочее положение и повторяют измерения. В пересечении одноименных направлений (например, *a-1* и *b-1*) получают плановое положение точек геометрической сети.

3. Переходят с мензулой на одну из точек, определенных наиболее надежно (угол засечки близок к 90°), например на точку *2*. Приводят мензулу в рабочее положение и вновь производят засечки определяемых точек. Если образуется треугольник погрешностей со сторонами более 0,4 мм, то окончательное положение точки определяется визированием с последующих точек либо обратной засечкой.

Следует помнить, что каждая точка геометрической сети должна быть определена с контролем, пересечением не менее трех направле-

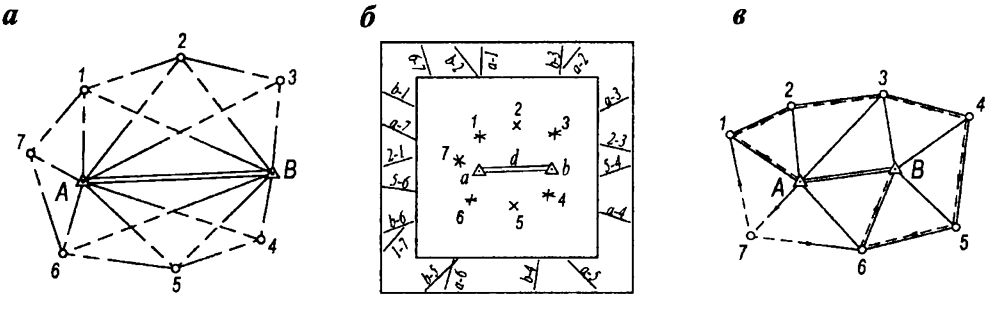


Рис. 118. *Геометрическая сеть:*
а — *схема сети;* б — *порядок развития сети;* в — *схема увязки высотных ходов способом ходовых линий*

ний. Геометрическая сеть строится на «рубашке», затем полученные точки перекалываются непосредственно на основной лист планшета.

Высоты точек геометрической сети определяют методами геометрического либо тригонометрического нивелирования. Измерение превышений методом тригонометрического нивелирования выполняется на каждой точке после прочерчивания направлений на определяемые точки; при этом не требуется точного ориентирования планшета и строгой его установки в горизонтальное положение. Превышения определяемых точек сети рассчитывают по формулам (166) или (170).

Углы наклона измеряют при двух положениях зрительной трубы (КЛ и КП), причем на каждой станции сначала наблюдают все точки при одном положении круга, затем — при другом. Контролем правильности измерений вертикальных углов на станции является постоянство МО; для кипрегелей КА-2 и КН колебания МО не должны превышать 1,5′. Для сторон, по которым превышения определяют дважды, т. е. в прямом и обратном направлениях, расхождение между этими превышениями допускается не более 4 см на 100 м расстояния.

В зависимости от формы и сложности геометрической сети применяются различные способы и приемы увязки превышений. При наличии в сети двух и более пунктов с известными высотами превышения увязывают *по способу ходовых линий*. Для этого на схеме (рис. 118, *в*) намечают высотные ходы, которые включают в себя точки геометрической сети, связанные между собой прямыми и обратными превышениями (например, ход *А-1-2-3-4-5-6-В*).

Для высотного хода, опирающегося на две исходные точки (см. рис. 118, *в*), *высотная невязка* рассчитывается, так же как и в тахеометрическом ходе, по формуле

$$f_h = \sum h_{ср} - (H_{кон} - H_{нач}),$$

где $\Sigma h_{ср}$ — сумма средних превышений точек хода; $H_{кон}$, $H_{нач}$ — отметки, соответственно, конечной и начальной точек хода.

Допустимая высотная невязка находится из выражения

$$f_{h_{доп}} = \frac{0{,}04P}{\sqrt{N}}, \text{ см},$$

где P — длина (периметр) хода, м, N — число сторон в ходе.

Если невязка f_h допустима, то она распределяется с обратным знаком пропорционально длинам сторон. По исправленным превышениям последовательно вычисляют отметки точек хода.

Высота точки, на которую определялись односторонние превышения (например, точка *7* на рис. 118, *в*), рассчитывается трижды относительно точек *1*, *А* и *6*. Если расхождения между каждой парой вычисленных высот не превышают величины

$$\Delta h = 0{,}02\sum d, \text{ см}, \qquad (172)$$

где Σd — суммарная длина рассматриваемых сторон, м, то за окончательное значение высоты точки принимается среднее арифметическое. В данном случае

$$H_7 = \frac{H_7^1 + H_7^A + H_7^6}{3}.$$

Мензульные ходы и переходные точки. *Мензульные ходы* служат для дальнейшего сгущения съемочного обоснования в условиях закрытой (залесенной или застроенной) местности. Мензульные ходы прокладывают между точками съемочного обоснования и опорной геоде-

зической сети; при этом длина и количество сторон хода в зависимости от масштаба съемки должны удовлетворять требованиям табл. 12.

Таблица 12

Требования к параметрам мензульных ходов

Масштаб съемки	Максимальная длина хода, м	Максимальная длина сторон, м	Максимальное число сторон в ходе
1:5000	1000	250	5
1:2000	500	200	5
1:1000	250	100	3
1:500	200	100	2

Примечание. При съемке в масштабе 1:500 длины сторон измеряются стальной лентой (рулеткой).

При использовании номограммного кипрегеля проложение мензульного хода проводится в следующем порядке.

1. Установив мензулу в начальной точке *А*, тщательно центрируют и ориентируют планшет по известной линии *АМ*. Прикладывают линейку кипрегеля к точке *а* плана, визируют при КЛ на точку *1* местности, в которой установлена рейка, и прочерчивают направление *а-1*. По номограммным кривым определяют горизонтальное проложение и превышение. По прочерченному направлению откладывают в масштабе измеренную горизонтальную длину линии и намечают положение точки *1* на планшете.

2. Мензулу переносят в точку *1*, ориентируют планшет по линии *1-а* и, приложив линейку кипрегеля к линии *1-а*, определяют в обратном направлении горизонтальное проложение и превышение. Расхождение в значениях длины линии, измеренной в прямом и обратном направлениях, не должно превышать 1/200 длины. Разница между прямым и обратным превышениями по этой линии допускается не более 4 см на 100 м длины. Вычисляют среднее значение длины линии и уточняют положение точки *1* на планшете.

3. Визируют на точку *2*, прочерчивают направление и измеряют горизонтальное проложение и превышение. Отложив измеренное горизонтальное расстояние, намечают на планшете точку *2*. На последующих точках работа выполняется в той же последовательности.

Точки мензульного хода могут быть использованы для съемки только после увязки хода в плане и по высоте.

Относительная невязка хода должна быть не более 1/300 его длины, а абсолютная линейная невязка — не превышать 0,8 мм на плане. Если линейная невязка допустима, то ее распределяют на плане графически. Увязка превышений и вычисление отметок производится так же, как и в способе ходовых линий.

Переходные точки. Часто при съемке ситуации и рельефа число точек съемочного обоснования оказывается недостаточным. В этом случае на планшете определяют дополнительные съемочные точки, которые называются *переходными*. Переходные точки выбирают на местности во время съемки с таким расчетом, чтобы с них можно было

заснять недостающие подробности. Положение переходных точек на планшете определяют графически прямыми, обратными и комбинированными засечками, полярным способом и по створу линии.

Полярный способ состоит в том, что с известного пункта съемочной сети *A* (рис. 119, *б*) с помощью кипрегеля прочерчивают на планшете направление на переходную точку *C*, по рейке определяют горизонтальное расстояние и, отложив его в масштабе на планшете, получают положение искомой точки. Затем переходят с мензулой на точку *C*, ориентируют планшет по линии *CA* и измеряют горизонтальную длину линии в обратном направлении. При наличии видимости на другие точки сети по ним проверяют ориентирование планшета. Для определения высоты переходной точки измеряют прямое и обратное превышение между точками *A* и *C*.

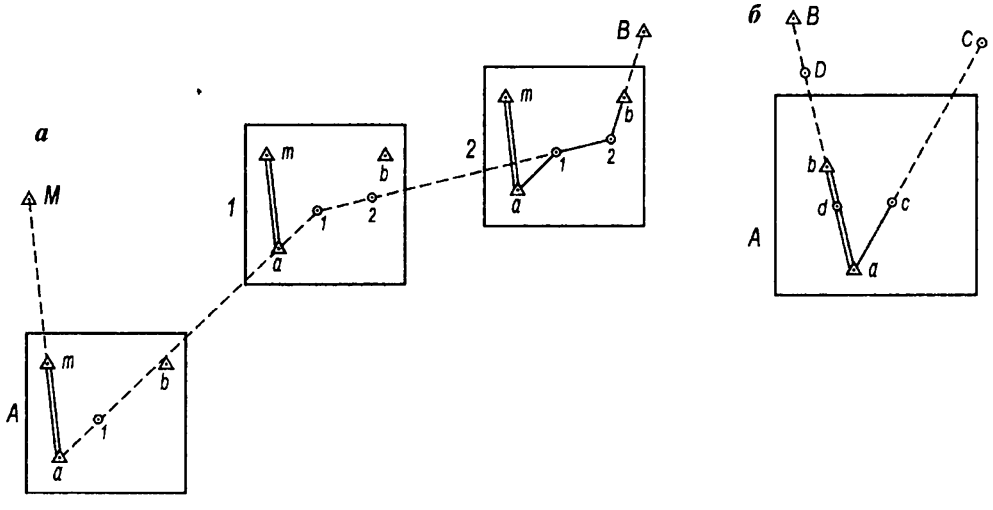


Рис. 119. *Мензульный ход и переходные точки:*
а — *схема проложения мензульного хода;* б — *определение положения переходных точек полярным способом и по створу линии*

Определение положения переходной точки *D по створу линии* (см. рис. 119, *б*) выполняется линейными промерами стальной лентой или рулеткой. Высота точки определяется дважды по превышениям относительно конечных точек линии.

§ 96. Съемка ситуации и рельефа

Съемка выполняется со всех точек съемочной сети, а также с пунктов геодезической опорной сети, имеющихся на планшете. Съемка ведется на основном листе ватмана.

Мензулу устанавливают на одну из точек в рабочее положение и вокруг станции вырезают часть «рубашки», соответствующую предполагаемой территории съемки с данной станции. При переходе на следующие станции заснятые участки планшета закрываются плотной бумагой с целью предохранения основного листа от загрязнения и выгорания.

Ориентирование планшета выполняют не менее чем по двум наиболее длинным сторонам планового обоснования, причем в процессе работы и по ее окончании на данной станции ориентирование проверяют.

Для производства съемки рекомендуется применение номограммных кипрегелей и дальномерных реек с выдвижными подставками. После приведения мензулы в рабочее положение измеряют высоту прибора и устанавливают нуль рейки на эту высоту. Съемка ситуации и рельефа производится одновременно при одном положении вертикального круга (при КЛ). Основным способом съемки является *полярный способ*; удаленные точки могут определяться засечками не менее чем с трех точек съемочной сети.

По указанию наблюдателя реечник последовательно устанавливает рейку на характерных точках контуров и рельефа. Наблюдатель прикладывает скошенный край линейки кипрегеля к точке стояния прибора, изображенной на планшете, и, поворачивая кипрегель вокруг этой точки, визирует на рейку. Приводит пузырек уровня вертикального круга в нуль-пункт и с помощью номограммных кривых по рейке отсчитывает горизонтальное проложение и превышение реечной (пикетной) точки. Затем, не сбивая кипрегеля, вдоль скошенного края линейки откладывает измеренное горизонтальное проложение и накалывает пикетную точку. Около точки подписывает ее номер и отметку с округлением до десятых долей метра, вычисленную по формуле

$$H_{пик} = H_{ст} + h.$$

Далее реечник переходит на последующие пикетные точки, и измерения по каждой из них повторяются в том же порядке. Результаты измерений заносят в полевой журнал (табл. 13).

Таблица 13

Журнал мензульной съемки

Станция № 1 — 20 мая 2002 г.
Кипрегель КН №1614 — Погода ясная
H = 120,25 м — i = 1,42 м — MO = 0°00′
Наблюдали — *Аралов Д.С., Гладнева Н.В., Зотов А.Г.*

№ пикетных точек	Отсчеты по номограммным кривым			Горизонтальное проложение d, м	Превышение h, м	Отметка H, м	Описание пикета
	горизонтальных проложений i_D, см	превышений					
		κ	i_h, см				
1	21,2	+10	8,4	21,2	+0,84	121,09	Опушка леса
2	37,5	+10	6,7	37,5	+0,67	120,92	Опушка леса
…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…	…
20	68,3	-10	24,6	68,3	-2,46	117,79	Лощина

Расстояния от прибора до пикетных точек и их густота принимаются в зависимости от масштаба съемки, сложности рельефа и принятого сечения рельефа (табл. 14).

Таблица 14

Допустимые расстояния от прибора до рейки и между пикетами

Масштаб съемки	Сечение рельефа, м	Максимальное расстояние между пикетами, м	Максимальное расстояние от прибора до рейки, м		
			при съемке рельефа	при съемке ситуации	
				четких контуров	нечетких контуров
1:500	0,5–1,0	20	100–150	60	80
1:1000	0,5–1,0	30–40	150–200	80	100
1:2000	0,5 1,0–2,0	50 50–60	200 250	100	150
1:5000	0,5–1,0 2,0–5,0	75–100 120–150	250–300 350	150	200

При съемке ситуации обход по контуру объекта выполняется одним реечником; при съемке замкнутого объекта реечник должен закончить обход в начальной точке. При обходе контура реечник устанавливает рейку на всех его поворотах; граница контура считается прямолинейной, если ее точки отклоняются от прямой линии не более чем на 0,4 мм. Изображение контура на планшете производится сразу же после нанесения соседних пикетных точек контура. Местные предметы изображают соответствующими условными знаками после накола точки на планшете.

При съемке рельефа пикетные точки берут на характерных линиях и точках рельефа — водоразделов, водосливов, на вершинах, подошвах, седловинах, дне котловин и перегибах скатов. По отметкам ряда точек, относящихся к одному скату или форме рельефа, немедленно изображают его горизонталями, выполняя интерполирование «на глаз» и внимательно рассматривая на местности изображаемый элемент рельефа. Если взятых пикетных точек недостаточно для правильного изображения рельефа, то берутся дополнительные пикетные точки. Для лучшей характеристики рельефа на плане даются отметки наиболее типичных точек местности. Мелкие, но важные детали рельефа, которые не могут быть выражены основными горизонталями, изображают полугоризонталями и четвертьгоризонталями. Элементы рельефа, не выражающиеся горизонталями (например, обрывы, скалы и т. п.), изображают установленными условными знаками. Урезы воды рек и водоемов с датой их определения наносят через 10 — 15 см на плане.

В процессе съемки ежедневно пополняют кальки контуров и высот. На кальку контуров наносят всю ситуацию и местные предметы; угодья можно изображать разреженными условными знаками или подписывать их названия. На кальку высот наносят все пикетные точки с их номерами и отметками. При несложном рельефе и простой ситуации разрешается совмещать обе кальки. Для планов в масштабах 1:1000 и 1:500 составление калек необязательно.

Если участок съемки расположен на двух и более планшетах, то контуры ситуации и горизонтали по сторонам смежных планшетов должны совпадать. Для согласованности элементов ситуации и рельефа

на смежных планшетах производят *сводку по рамкам*. Для этого съемка продолжается за рамки планшета на 1 см. Сводку производят на выкопировках по южной и восточной рамкам планшетов шириной 2 см. Выкопировки по сторонам смежных планшетов сличают друг с другом; если расхождения в положении на плане одноименных контуров и горизонталей допустимы, то их исправляют на одинаковую величину и вносят соответствующие изменения на планшетах.

Каждый планшет съемки принимается от исполнителя; результаты приемки фиксируются в приемочном акте. Контроль осуществляется полевой проверкой планшета. Контрольные пикеты и промеры показывают красной тушью на кальках высот и контуров или специальной кальке. Контролем съемки является измерение контрольных расстояний; допускается отклонение 0,6 — 0,8 мм в масштабе плана. Расхождение в положении горизонталей по высоте допускается не более ¼ — ⅓ высоты сечения рельефа.

После окончательной корректировки план вычерчивают тушью с соблюдением условных знаков.

Глава 17

ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА

§ 97. Сущность тахеометрической съемки

Тахеометрическая съемка представляет собой топографическую, т. е. контурно-высотную съемку, в результате которой получают план местности с изображением ситуации и рельефа. Тахеометрическая съемка выполняется самостоятельно для создания планов или цифровых моделей небольших участков местности в крупных масштабах (1:500 — 1:5000) либо в сочетании с другими видами работ, когда выполнение стереотопографической или мензульной съемок экономически нецелесообразно или технически затруднительно. Ее результаты используют при ведении земельного или городского кадастра, для планировки населенных пунктов, проектирования отводов земель, мелиоративных мероприятий и т. д. Особенно выгодно ее применение для съемки узких полос местности при изысканиях трасс каналов, железных и автомобильных дорог, линий электропередач, трубопроводов и других протяженных объектов.

Слово «*тахеометрия*» в переводе с греческого означает «*быстрое измерение*». Быстрота измерений при тахеометрической съемке достигается тем, что положение снимаемой точки местности в плане и по высоте определяется одним наведением трубы прибора на рейку, установленную в этой точке.

Тахеометрическая съемка выполняется с помощью технических теодолитов или специальных приборов — ***тахеометров.***

При использовании технических теодолитов сущность тахеометрической съемки сводится к определению пространственных полярных координат (β, ν, D) точек местности и последующему нанесению этих точек на план. При этом горизонтальный угол β между начальным направлением и направлением на снимаемую точку измеряется с помощью горизонтального круга, вертикальный угол ν — вертикального круга теодолита, а расстояние до точки D — дальномером. Таким образом, плановое положение снимаемых точек определяется полярным способом (координатами $в$, d), а превышения точек — методом тригонометрического нивелирования.

Преимущества тахеометрической съемки по сравнению с другими видами топографических съемок заключаются в том, что она может выполняться при неблагоприятных погодных условиях; кроме того, камеральные работы могут выполняться другим исполнителем вслед за производством полевых измерений, что позволяет сократить сроки составления плана снимаемой местности. Кроме того, сам процесс съемки может быть автоматизирован путем использования электронных тахеометров, а составление плана или ЦММ — производить на базе ЭВМ и графопостроителей.

Основным *недостатком* тахеометрической съемки является то, что составление плана местности выполняется в камеральных условиях на основании только результатов полевых измерений и зарисовок; при этом нельзя своевременно выявить допущенные промахи путем сличения плана с местностью.

§ 98. Приборы, применяемые при тахеометрической съемке

Как отмечалось выше, при производстве тахеометрической съемки могут использоваться технические теодолиты типов Т30, Т15 и др., имеющие горизонтальный и вертикальный круги и нитяной дальномер. Перед началом съемки выполняют поверки прибора. Для удобства вычислений вертикальных углов МО вертикального круга приводится к нулю; колебания МО в процессе работы не должно превышать ±1'. При работе с теодолитами применяют специальные дальномерные рейки либо шашечные нивелирные рейки.

В настоящее время при тахеометрической съемке все более широкое применение находят тахеометры. В нашей стране предусмотрен выпуск четырех типов тахеометров.

1. ТЭ — *тахеометр электронный*; является прибором, сочетающим в себе угломерное устройство со светодальномером. Непременным элементом электронных тахеометров является микроЭВМ, позволяющая автоматизировать процесс измерений и вычислений по заложенным в ней программам. Использование этих приборов позволяет создать автоматизированную технологическую цепочку: тахеометр — регистратор информации — преобразователь — ЭВМ — графопостроитель, которая обеспечивает получение готовых топографических планов в автоматическом режиме и сводит к минимуму личные ошибки исполнителей.

Электронные тахеометры можно разделить на две группы: на приборы с визуальным съемом показаний и приборы с автоматическим съемом показаний с угломерных кругов. В первом случае результаты измерений углов вводятся в вычислительное устройство с помощью клавиатуры, во втором случае результаты угловых измерений индицируются на цифровом табло и автоматически вводятся в память ЭВМ. Результаты измерения расстояний в обоих случаях вводятся в ЭВМ автоматически.

К приборам первой группы относятся отечественный электронный тахеометр Та5 (рис. 120, *а*), зарубежные ЕОТ 2000, SM4 (Германия), Distomat Di3, Di4 (Швейцария), Geodimeter 7Т (Швеция) и др. Ко *второй группе* относятся отечественные тахеометры Та3м (рис. 120, *б*), 2Та5 и

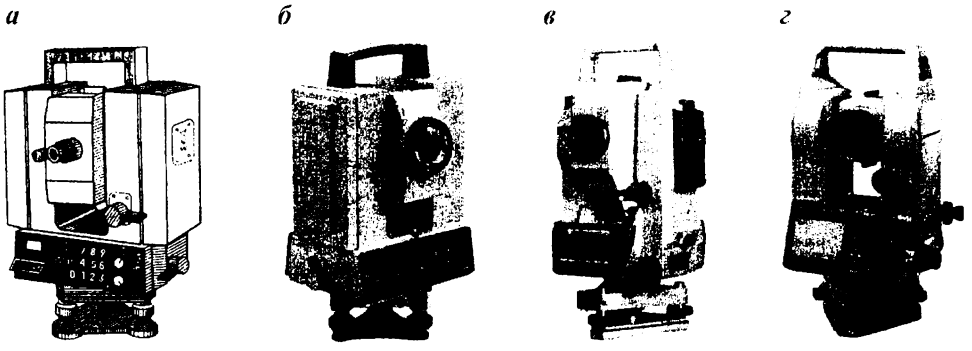


Рис. 120. *Электронные тахеометры:*
а — *Та5;* б — *Та3м;* в — *3Та5;* г — *SET 4010*

3Та5 (рис. 120, *в*), зарубежные Elta, Rec Elta, Geodimeter серии 600S (Германия), SET Sokkia (рис. 120, *г*), DTM Nikon, GTS Topcon и PCS Pentax (Япония), TPS Leica (Швейцария) и др.

Основой конструкции *электронно-оптического тахеометра Та5* (см. рис. 120, *а*) является оптический шкаловый теодолит типа 2Т5К с компенсатором вертикального круга и зрительной трубой прямого изображения, в которой вмонтированы отдельные узлы и блоки светодальномера СТ5, и микроЭВМ. Тахеометр предназначен для измерения углов, расстояний, определения приращений координат точек на местности при топографической съемке, сгущения съемочных сетей, измерений в прикладной геодезии, при инженерно-геодезических изысканиях и т. д. Обеспечивает измерение расстояний до 3 км со средней квадратической погрешностью не более 2 см, горизонтальных и вертикальных углов — с погрешностями 6 и 11″ соответственно.

Конструкция *электронного тахеометра «Arat» Та3м* (рис. 120, *б*) разработана на базе Та5, имеет общие с ним узлы и аналогичный принцип построения. Углоизмерительная часть тахеометра представляет собой кодовый электронный теодолит, дальномерная часть в основном повторяет структурную схему светодальномера СТ5. Обеспечивает измерение расстояний до 5 км со средней квадратической погрешностью не более 3,5 см и горизонтальных и вертикальных углов с погрешностями 4 и 6″ соответственно. В настоящее время взамен тахеометров Та5 и Та3м отечественной промышленностью освоен выпуск более совершенных моделей 2Та5 и 3Та5 (см. рис. 120, *в*).

2. ТД — *тахеометр с авторедукционным дальномером-высотомером двойного изображения с постоянным параллактическим углом* (рис. 121, *а*); предназначен для определения расстояний в диапазоне 20—180 м с относительной погрешностью 1:3000 и превышений со средней квадратической погрешностью не более 5 см на 100 м расстояния по 2-метровой горизонтальной рейке, а также для измерения горизонтальных и вертикальных углов со средними квадратическими погрешностями 7 и 10″ соответственно. Угломерная часть прибора выполнена на базе теодолита Т5К. Применяется для проложения полигонометрических и теодолитных ходов и выполнения тахеометрической съемки. К данному типу относится тахеометр Редта 002 (Германия).

а *б*

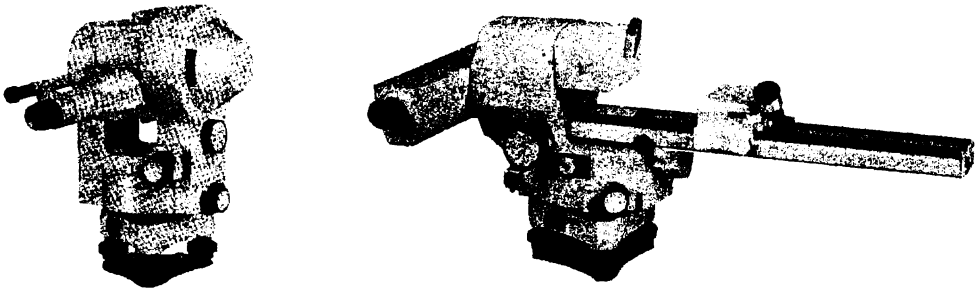


Рис. 121. *Авторедукционные тахеометры:*
а — *ТД;* б — *ТВ*

3. ТВ — *тахеометр внутрибазный* (рис. 121, *б*); предназначен для измерения горизонтальных проложений и горизонтальных и вертикальных углов со средней квадратической погрешностью 30 и 60″ соответственно. По принципу действия ТВ относится к дальномерам двойного изображения с переменной базой внутри прибора. Расстояния до 60 м можно измерять без использования рейки по наблюдаемым вертикальным контурам местных предметов; при расстоянии до 180 м используется веха и дополнительная база величиной 60 см. Относительная погрешность измерения расстояний в среднем равна 1:1000. ТВ применяется при тахеометрической съемке труднодоступных участков, открытых горных выработок, в городах в условиях интенсивного движения транспорта, а также в автодорожном и транспортном строительстве.

4. ТН — *тахеометр номограммный*; с 1984 г. выпускается под шифром ТаН, 2ТаН (тахеометр номограммный, вторая модель). Тахеометр предназначен для измерения горизонтальных и вертикальных углов, горизонтальных проложений и превышений при одном наведении зрительной трубы на вертикальную рейку. Несмотря на бурное развитие средств вычислений и электронных тахеометров, номограммные тахеометры продолжают использоваться при производстве тахеометрической съемки.

Тахеометр 2ТаН (рис. 122, *а*) относится к приборам с оптико-механическим преобразователем в виде номограмм, изображение которых передается в поле зрения трубы (рис. 122, *б*). Номограммы содержат набор рассчитанных соответствующим образом кривых, по которым непосредственно определяют горизонтальные проложения и превышения. Угломерная часть тахеометра изготовлена на базе теодолита 2Т5К, зрительная труба дает прямое изображение. Левее окуляра зрительной трубы расположен окуляр шкалового микроскопа для взятия отсчетов по угломерным кругам. Лимб вертикального круга имеет секторную оцифровку. Если измерение вертикальных кругов не производится, верхняя половина поля зрения микроскопа зашторивается поворотом рукоятки, расположенной под зеркалом подсветки.

Горизонтальное проложение и превышение измеряют с помощью 3—4-метровой рейки с сантиметровыми делениями, устанавливаемой вертикально по уровню на противоположном конце измеряемой линии.

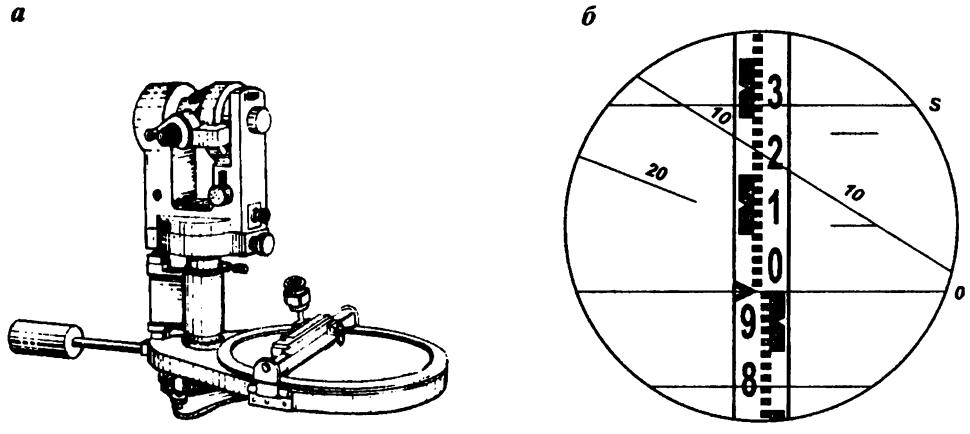


Рис. 122. *Номограммный тахеометр 2ТаН с картографическим столиком:* а — *общий вид;* б — *поле зрения трубы*

Рейка имеет выдвижную пятку для установки нуля рейки на высоту прибора.

В процессе измерений при положении зрительной трубы КЛ в поле зрения трубы наблюдатель рассматривает одновременно вертикальную нить сетки, совмещаемую с осью рейки, и изображение номограммы. Номограмма (см. рис. 122, *б*) состоит из основной, или нулевой, кривой *0*, двух кривых горизонтальных проложений и ряда кривых превышений, коэффициент которых увеличивается по мере увеличения угла наклона зрительной трубы. Кривые горизонтальных проложений с коэффициентами 100 и 200 расположены по обе стороны от основной кривой, причем дополнительная кривая с коэффициентом $K_s = 200$ находится в нижней части поля зрения трубы. Из восьми кривых превышений четыре имеют положительные $(+10, +20, +50, +100)$ и четыре отрицательные $(-10, -20, -50, -100)$ коэффициенты K_h.

При измерении горизонтального проложения и превышения совмещают основную кривую *0* с нулевой отметкой рейки и берут отсчеты по соответствующей номограммной кривой. Результатом измерения является произведение отсчета на коэффициент данной кривой. Например, (см. рис. 122, *б*):

$$d = 0{,}321 \text{ м} \times 100 = 32{,}1 \text{ м};$$
$$h = 0{,}238 \text{ м} \times (+10) = +2{,}38 \text{ м}.$$

Средняя квадратическая погрешность измерения горизонтальных и вертикальных углов составляет 8 и 12″ соответственно. Погрешности измерения расстояний и превышений в значительной степени зависят от коэффициента используемых номограмм:

- для расстояний 100 м при использовании коэффициентов 100 и 200 погрешности составляют от 0,1 до 0,25 м;
- для превышения на расстоянии 100 м при $K_h = 10 - 100$ погрешность $m_h = 0{,}03 - 0{,}2$ м.

Тахеометры типа ТаН приспособлены для работы с картографическим столиком (см. рис. 122, *а*), с помощью которого можно составлять

план топографической съемки непосредственно в поле по аналогии с мензульной съемкой.

Из зарубежных тахеометров, получивших широкое распространение в практике геодезических работ, наиболее известен номограммный тахеометр Дальта 010В, который по назначению, принципу устройства и точности измерений в основном аналогичен тахеометру 2ТаН.

§ 99. Создание сети съемочного обоснования

Полевым работам при тахеометрической съемке предшествует *составление проекта*, включающего подбор необходимых картографических материалов, каталогов пунктов планово-высотного обоснования и выбор способа создания съемочной сети в зависимости от объекта съемки, ее масштаба и имеющихся в наличии приборов. Полевые работы при тахеометрической съемке включают в себя рекогносцировку местности, создание сети съемочного обоснования и съемку ситуации и рельефа.

Рекогносцировка включает в себя знакомство с местностью в районе будущей съемки, отыскание пунктов обоснования и выбор места для закрепления точек съемочной сети. Эти точки следует располагать по возможности на возвышенных местах с хорошим обзором местности с учетом обеспечения взаимной видимости между смежными точками.

Густота точек съемочной сети зависит от масштаба съемки, сложности рельефа, застроенности или залесенности снимаемой территории. Количество точек съемочных сетей на 1 км^2 незастроенных территорий для планов масштаба 1:1000 должно быть не менее 16, 1:2000 — 12 точек, 1:5000 — 4 точки; на незастроенных территориях при съемке в масштабе 1:500 и на застроенных территориях плотность точек съемочных сетей определяется рекогносцировкой.

Планово-высотную основу тахеометрической съемки составляют пункты государственной геодезической опорной сети, сетей сгущения и съемочной сети. Съемочная геодезическая сеть создается в виде теодолитно-нивелирных ходов — при съемке рельефа с сечением до 1 м, теодолитно-высотных и тахеометрических ходов — при съемке рельефа с сечением через 2 м и более.

В теодолитно-нивелирных ходах стороны измеряются мерной лентой или соответствующими по точности оптическими дальномерами либо тахеометрами, горизонтальные углы — техническими теодолитами, а превышение точек хода — методом геометрического нивелирования. В *теодолитно-высотных ходах* длины сторон и горизонтальные углы измеряются так же, как и в предыдущем случае; превышения же точек хода определяются методом тригонометрического нивелирования.

Тахеометрические ходы служат для сгущения съемочной сети. Поэтому до начала тахеометрических работ пункты съемочного обоснования должны быть доведены до плотности, обеспечивающей возможность проложения тахеометрических ходов с соблюдением требований табл. 15.

Тахеометрические ходы отличаются от теодолитно-высотных тем, что стороны в них измеряются обычно с помощью нитяного дальноме-

Таблица 15

Требования к параметрам тахеометрических ходов

Масштаб съемки	Максимальная длина хода, м	Максимальная длина сторон, м	Максимальное число сторон в ходе
1:5000	1 200	300	6
1:2000	600	200	5
1:1000	300	150	3
1:500	200	100	2

ра. Точки тахеометрических ходов закрепляются так же, как и в теодолитных ходах. Тахеометрические ходы прокладывают между пунктами опорной геодезической сети и съемочного обоснования, координаты которых известны из более точных измерений. Привязка этих ходов к опорным пунктам выполняется в обычном порядке.

Перед началом измерений выполняют поверки и юстировки теодолита, определяют МО вертикального круга и коэффициент дальномера. Теодолит устанавливают на одной из точек хода в рабочее положение и измеряют высоту прибора i с точностью до 1 см. На задней и передней точках хода устанавливают рейки.

Измерение горизонтальных углов выполняется одним полным приемом. Длины сторон измеряются с помощью нитяного дальномера, при съемке в масштабе 1:500 — мерной лентой. Расхождение между результатами измерений стороны хода в прямом и обратном направлениях не должно превышать 1/400 ее длины.

Вертикальные углы измеряют при двух положениях зрительной трубы (КЛ и КП) в прямом и обратном направлениях. Визирование выполняют на верх рейки либо на круглый отсчет на рейке, отличающийся от высоты прибора i. Контролем правильности измерений вертикальных углов служит постоянство МО, колебания которого не должны превышать 1'. Здесь же в поле вычисляют для каждой стороны прямое и обратное превышения, которые могут отличаться по абсолютной величине не более чем на 4 см на каждые 100 м горизонтального расстояния. При работе с номограммными тахеометрами прямые и обратные превышения для каждой стороны хода измеряют по кривым превышений.

После производства измерений на станции по созданию съемочного обоснования приступают к съемке ситуации и рельефа.

§ 100. Съемка ситуации и рельефа

Тахеометрическая съемка местности может выполняться техническими теодолитами либо специальными тахеометрами. По возможности рекомендуется использовать для съемки тахеометры-автоматы (номограммные тахеометры), позволяющие непосредственно измерять горизонтальные проложения линий и превышения точек. Это освобождает исполнителя от измерения вертикальных углов и вычислений, что существенно повышает производительность труда.

Съемка ситуации и рельефа может выполняться одновременно с проложением тахеометрических ходов либо после того, как ходы проложены. В первом случае на каждой станции сначала проводят все измерения, связанные с проложением ходов съемочного обоснования, а затем выполняют съемку ситуации и рельефа.

Съемка местных предметов, контуров и рельефа местности производится, как правило, полярным способом; в исключительных случаях (при съемке недоступных местных предметов) применяется способ угловых засечек. Превышение точек местности определяют тригонометрическим нивелированием; в равнинной местности превышения можно определять горизонтальным лучом, пользуясь теодолитом как нивелиром, т. е. установив визирную ось трубы теодолита в горизонтальное положение. Горизонтальные (полярные) и вертикальные углы измеряют при одном положении зрительной трубы прибора, полярные расстояния — нитяным дальномером.

Вокруг каждой станции намечают *реечные (пикетные) точки*, необходимое количество которых зависит от характера рельефа, сложности ситуации и масштаба съемки. Реечные точки выбирают на характерных точках рельефа — на вершинах и подошвах холмов, на дне и бровках котловин и оврагов, по линиям водоразделов и водосливов (тальвегов), на перегибах скатов и седловинах, а также в характерных точках контуров и у местных предметов. Чем крупнее масштаб съемки, меньше принятая высота сечения рельефа и сложнее характер снимаемой местности, тем больше должно быть число реечных точек. Допустимые расстояния между реечными точками и от прибора до рейки зависят от масштаба съемки и высоты сечения рельефа; согласно инструкции они не должны превышать величин, приведенных в табл. 16.

Таблица 16

Допустимые расстояния от прибора до рейки и между пикетами

Масштаб съемки	Сечение рельефа	Максимальное расстояние между реечными (пикетными) точками, м	Максимальное расстояние от прибора до рейки, м	
			при съемке рельефа	при съемке контуров
1:500	0,5 – 1,0	15	100 – 150	60
1:1000	0,5 – 1,0	20 – 30	150 – 200	80
1:2000	0,5 – 1,0 2,0	40 50	200 – 250 250	100
1:5000	0,5 – 1,0 2,0 – 5,0	60 – 80 100 – 120	250 – 300 350	150

На рис. 123 показан пример выбора положения высотных и контурных реечных точек.

Для изображения рельефа устанавливают рейку на всех точках перегибов местности по характерным линиям рельефа с таким расчетом, чтобы скат между соседними реечными точками можно было считать равномерным, допуская колебания в пределах не более половины высоты сечения рельефа горизонталями. Так, для того чтобы изобразить рельеф холма (рис. 123, *а*), реечник должен последовательно установить

рейку в следующих точках: 1 — 9, 12, 13, 14 — для определения подошвы холма; 15, 16, 17, 30, 31 — перегибов скатов; 20, 26, 29 — вершины холма; 21, 27 — седловин; 10, 11, 19, 22, 28 — направлений линий тальвегов лощин и т. п. В пределах снимаемого участка местности должны быть сняты все объекты ситуации, выражающиеся в заданном масштабе плана. При выборе контурных точек (рис. 123, *б*) следует иметь в виду, что изгибы снимаемых контуров меньше 0,5 мм в масштабе плана спрямляются; участки сельскохозяйственных угодий и контуры растительного покрова площадью до 10 мм^2 на плане не показываются.

При выполнении съемки техническими теодолитами (круговыми тахеометрами) работа на станции выполняется в следующем порядке.

1. Теодолит устанавливают над точкой в рабочее положение, измеряют высоту прибора i и отмечают ее на рейке.

2. При КЛ (или КП) совмещают нули лимба и алидады и вращением лимба визируют зрительной трубой на предыдущую (иногда последующую) станцию; тем самым лимб ориентируется нулевым делением по выбранному начальному направлению. Лимб закрепляют.

3. Открепив алидаду, производят последовательное визирование на снимаемые пикетные точки, на которых устанавливается рейка. Зрительную трубу наводят на рейку так, чтобы вертикальная нить сетки совместилась с осью рейки, а горизонтальная — с меткой, соответствующей высоте прибора. Берут отсчеты по нитяному дальномеру, горизонтальному и вертикальному кругам и записывают их в журнал (табл.17).

В графе «Примечание» указывают место расположения реечной точки, характер рельефа в данной точке и другие сведения, необходимые для вычислений и при последующем составлении плана. Если реечная точка является только контурной, то при ее съемке отсчет по вертикальному кругу не берется.

Таблица 17

Журнал тахеометрической съемки

Станция т. III — 18 июля 2002 г.

H = 435,57 м — i = 1,42 м — $V = i$

МО = 0°01' — Теодолит 2Т30 № 05784

Лимб ориентирован по т. II при КЛ

№ точки визирования	Отсчеты по кругу		Дальномерные расстояния L = Kn, м	Угол наклона ν	Горизонт. проложение d, м	Превышение h, м	Абсолютная отметка H, м	Примечание
	горизонтальному	вертикальному						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
т. II	0°00'							
28	12°32	+2°03'	37,2	+2°02	37,2	+1,32	436,89	лощина
29	47°16'	+5°27'	54,3	+5°26'	53,8	+5,13	440,70	дорога
...	...	...	...	...	...	...	...	...
52	342°12	–2°04'	78,3	–2°05'	78,2	–2,84	431,15	граница леса (V=3,00 м)
т. II	0°01'							

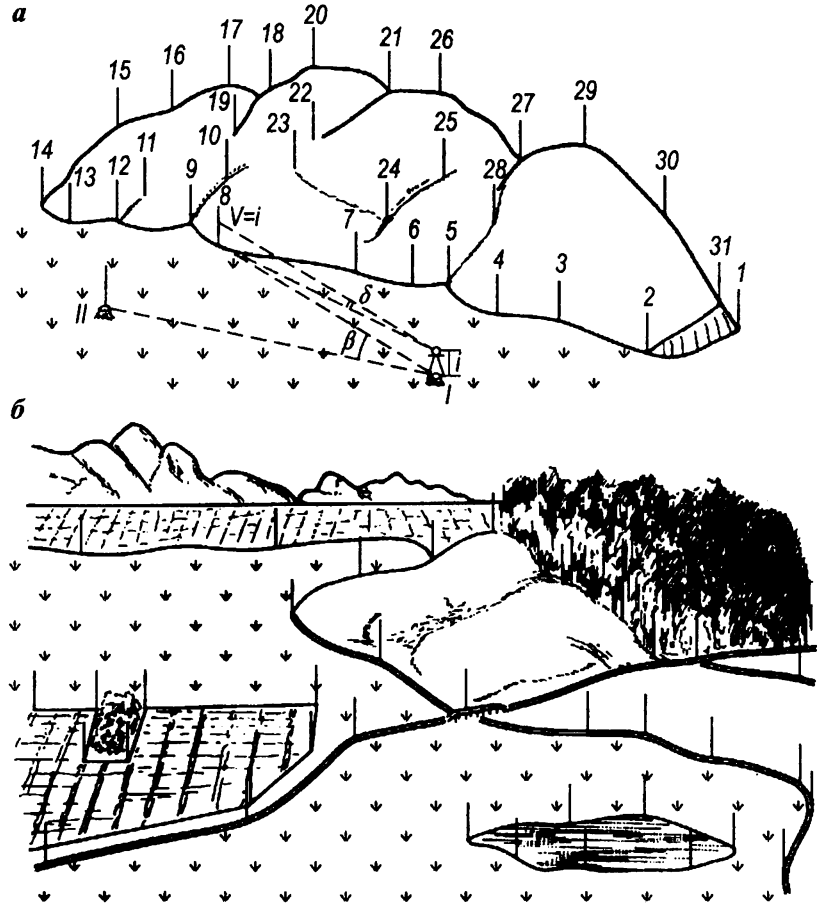


Рис. 123. *Реечные точки:*
а — *высотные;* б — *контурные*

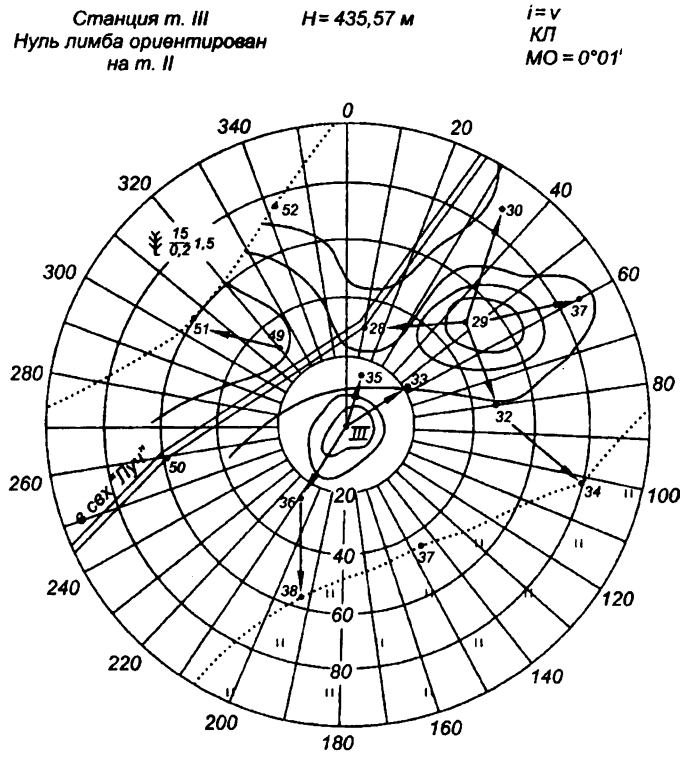
4. Вращением алидады визируют на следующую реечную точку и повторяют те же действия.

Для каждой реечной точки с помощью микрокалькулятора либо по тахеометрическим таблицам находят горизонтальное проложение и превышение. При работе с номограммным тахеометром горизонтальные проложения и превышения точек определяют непосредственно по рейке с помощью номограммных кривых. После съемки 20—30 реечных точек, а также по окончании работы на станции повторно визируют по начальному направлению и берут контрольный отсчет по горизонтальному кругу; если контрольный отсчет отличается от 0° не более ±1,5′, то ориентировку лимба считают ненарушенной.

Для контроля и во избежание пропусков (незаснятых участков) в съемке местности на смежных станциях выполняют съемку с перекрытием, равным максимально допустимому расстоянию между соседними пикетными точками для данного масштаба съемки. Нумерация пикетных точек на всех станциях принимается сквозной.

В процессе съемки на каждой станции одновременно с полевым журналом ведется ***абрис*** — схематический чертеж местности. На абрис наносят по полярным координатам (β, d) все реечные точки и контуры местности; стрелками, соединяющими соседние пикетные точки, между которыми имеется равномерный уклон, указывают направления скатов; пунктиром показывают линии водоразделов и тальвегов; условными горизонталями изображают отдельные ясно выраженные формы рельефа. Абрисы выполняют условными знаками с пояснительными подписями, примерно выдерживая масштаб съемки. Для каждой станции абрис составляется на отдельном листе.

Абрис удобно составлять на круговой номограмме (рис. 124), представляющей собой ряд концентрических окружностей через 1 см и радиальных кривых, проведенных через 10°. Станция, с которой ведется съемка, принимается в центре номограммы; вертикальный диаметр номограммы принимается за начальное направление, от верхнего конца которого ведется отсчет горизонтальных углов. Реечные точки наносят по полярным координатам: расстояния отсчитывают по концентрическим кругам в принятом для номограммы масштабе, а полярные углы — по градусному кольцу.



Наблюдал Сидоров В.А. *Дата: 18.07.2002 г.*
Записывал Попов А.С.

Рис. 124. *Абрис тахеометрической съемки*

Ведение абриса является одной из наиболее ответственных операций тахеометрической съемки, так как составление плана производится в камеральных условиях, когда исполнитель не видит перед собой местности; следовательно, от качества абриса во многом зависит правильность изображения на плане ситуации и рельефа местности.

§ 101. Камеральные работы при тахеометрической съемке

Камеральные работы при тахеометрической съемке включают в себя: 1) проверку полевых журналов измерений; 2) вычисление плановых и высотных координат (x, y, H) точек теодолитно-нивелирных, теодолитно-высотных и тахеометрических ходов; 3) вычисление отметок реечных точек на каждой станции; 4) составление топографического плана местности.

Проверка записей и вычислений в полевых журналах производится в две руки (наблюдателем и его помощником). При этом заново вычисляют горизонтальные и вертикальные углы, горизонтальные проложения, прямые, обратные и средние превышения точек ходов. Обнаруженные погрешности устраняются путем соответствующих исправлений.

Вычисление и увязка плановых координат (x, y) точек ходов выполняются так же, как и в теодолитных ходах. При этом *допустимая угловая невязка* хода при измерении углов теодолитом 30-секундной точности определяется по формуле

$$f_{\beta_{доп}} = 1'\sqrt{n}; \tag{173}$$

при измерении углов оптическими теодолитами

$$f_{\beta_{доп}} = 0{,}5'\sqrt{n}, \tag{174}$$

где n — число углов в ходе.

Допустимая абсолютная линейная невязка в тахеометрическом ходе определяется по формуле

$$f_{абс.доп} = \frac{P}{400\sqrt{N}}, \tag{175}$$

где P — длина (периметр) хода, м; N — число сторон в ходе.

Высотные невязки в ходах подсчитываются по формулам:

для замкнутого хода

$$f_h = \sum h;$$

для разомкнутого хода

$$f_h = \sum h_{ср} - (H_{кон} - H_{нач}),$$

где $\sum h$ — сумма средних превышений точек хода; $H_{кон}$, $H_{нач}$ — отметки, соответственно, конечной и начальной точек хода.

Допустимая высотная невязка в теодолитно-высотном и тахеометрическом ходе определяется по формуле

$$f_{h_{доп}} = \frac{0{,}04P}{\sqrt{N}}, см.$$

Если фактическая высотная невязка хода допустима, т. е. выполняется условие $f_h \le f_{доп}$, то она распределяется с обратным знаком пропорционально длинам сторон. Поправки в превышении рассчитывают с округлением до 0,01 м по формуле

$$\delta_{h_i} = -\frac{f_h}{P} \cdot d_i,$$

где d_i — горизонтальное проложение соответствующей стороны. Сумма вычислений поправок должна равняться невязке с обратным знаком, т. е.

$$\sum \delta_{h_i} = -f_h.$$

Исправленные превышения вычисляют по формуле

$$h_{испр_i} = h_i + \delta_{h_i}.$$

Зная отметку начальной точки и исправленные превышения, последовательно рассчитывают отметки всех точек хода по формуле

$$H_n = H_{n-1} + h_{n\,испр},$$

где H_n, H_{n-1} — отметки, соответственно, последующей и предыдущей точек хода.

Окончательным контролем правильности увязки высотных ходов является следующее: в замкнутом ходе в результате вычислений должна быть повторно получена отметка $H_{нач}$ начальной точки, в разомкнутом ходе — отметка $H_{кон}$ конечной точки хода.

После определения отметок точек тахеометрических ходов в полевых журналах съемки вычисляют отметки $H_{пик}$ пикетных (реечных) точек (см. табл. 17), алгебраически прибавляя к отметке станции превышения соответствующих реечных точек, т. е.

$$H_{пик_i} = H_{ст} = h_i.$$

После окончания вычислительных работ переходят к составлению плана съемки. Для этого на листе чертежной бумаги с помощью линейки Дробышева (ЛТ) или масштабной линейки и циркуля-измерителя разбивают координатную сетку со сторонами 10 × 10 см. Линии сетки по осям координат оцифровывают в зависимости от масштаба съемки. По координатам наносят на план пункты геодезических сетей, точки тахеометрических ходов и проверяют правильность нанесения точек съемочного обоснования по расстояниям между ними.

Нанесение на план реечных точек производится полярным способом с помощью кругового транспортира и масштабной линейки или тахеографа. *Тахеограф* (рис. 125) представляет собой круговой транспортир с линейкой из прозрачного материала (целлулоида), по окружности которого нанесены деления через 30′, причем оцифровка делений выполнена против хода часовой стрелки. Вдоль нулевого радиуса расположена миллиметровая шкала линейки с начальным штрихом в центре круга, в котором закреплена игла.

Для нанесения реечной точки центр круга тахеографа совмещают с точкой станции на плане. Затем поворотом диска совмещают началь-

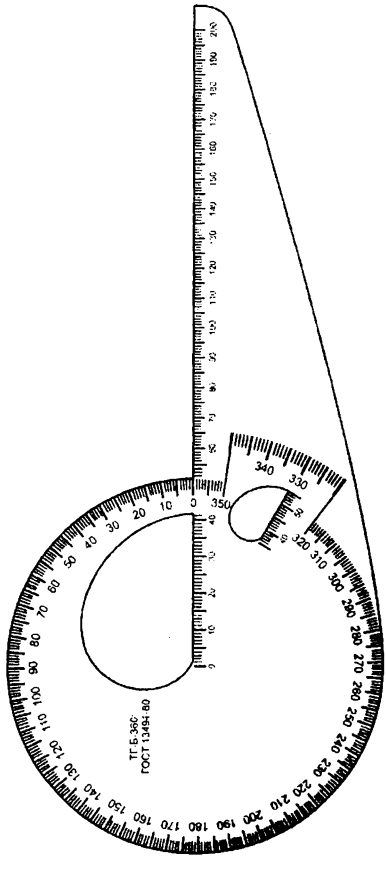


Рис. 125. *Тахеограф*

ное направление на плане с отсчетом, равным полярному углу на съемочную точку; по линейке откладывают в масштабе плана соответствующее полярное расстояние и накалывают точку. Около нанесенных на план реечных точек подписывают их номера и отметки. Согласно абрису и примечаниям в полевых журналах вычерчивают контуры и предметы местности. По отметкам реечных точек, пользуясь методом графического интерполирования (см. § 21), проводят горизонтали; при этом интерполирование выполняют только по направлениям, отмеченным на абрисе стрелками. Не следует проводить горизонтали через изображения строений (сооружений), карьеров, оврагов, водных объектов, дорог и др. Для облегчения восприятия рельефа и определения отметок точек на плане каждая пятая (иногда четвертая) горизонталь проводится утолщенной; в разрыве таких горизонталей подписываются их отметки основанием цифр в сторону понижения ската. В ряде случаев для изображения мелких, но важных подробностей рельефа проводят полугоризонтали. На замкнутых горизонталях и в местах, где могут возникнуть затруднения в чтении рельефа, ставят бергштрихи. У характерных точек рельефа (вершина холма, дно котловины или седловины, повороты и разветвления линий водоразделов и тальвегов, урезы воды рек, ручьев и водоемов и т. п.) на плане подписывают их отметки.

Составленный в карандаше план съемки сличают с местностью и в случае необходимости заполняют контрольные измерения. Откорректированный план вычерчивают тушью в соответствии с действующими условными знаками.

Глава 18

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ СЪЕМОК

§ 102. Понятие об автоматизированных методах топографических съемок

Переход на системное автоматизированное проектирование на базе цифровых моделей местности (см. § 60) обусловил необходимость повышения точности и увеличения объемов информации о снимаемой местности. Это потребовало разработки методов автоматизации как самого процесса топографических съемок, так и обработки их результатов.

Автоматизация процесса наземных топографических съемок обеспечивается внедрением в геодезическую практику новых способов, систем сбора и первичной обработки топографо-геодезической информации, из которых можно выделить динамические топографические и лазерно-параллактические системы, электронную тахеометрию и спутниковую систему позиционирования.

Динамические топографические системы основаны на использовании непрерывно перемещающейся визирной цели, плановые координаты положения которой определяются линейными засечками, а высоты измеряют методом геометрического нивелирования с использованием лазерной плоскости. Примером такой системы является *автоматизированная топографическая операционная система (АТОС)*, которая предназначена для выполнения съемок в масштабе 1:2000 с сечением рельефа через 0,5 м.

Полевой комплекс АТОС смонтирован на автомобиле и включает высотомер на базе опорной лазерной плоскости, четыре геодезических радиодальномера типа РДГВ или РДЛ и полуавтоматического регистратора информации. *Высотомер* состоит из излучателя лазерной плоскости, располагаемого на точках съемочного обоснования, фотоприемной рейки и блока усилителя, устанавливаемых в кузове автомобиля. *Четыре радиодальномера*, из которых два находятся на точках съемочного обоснования, а два — на автомобиле, образуют двухканальную систему, позволяющую определять плановые координаты пикетов обратной линейной засечкой.

В процессе съемки движение автомобиля происходит по дуге, причем створы радиодальномеров должны пересекаться под углом, близким к 90°. Пикеты определяют через 15 м по концентрическим дугам, располагаемым на отстоянии 15—30 м друг от друга. Точность определения планового положения пикетов в движении составляет 0,5 м (при остановках 0,13 м), высот — 3,3 см при дальности 600 м.

Регистратор полевой информации (РИП 01) представляет собой магнитофон с записью данных на компакт-кассету, вмещающую запись до 1000 пикетов. Результаты передаются в камеральный комплекс, состоящий из технических средств обработки информации на базе экспедиции и вычислительного центра.

Современные регистраторы информации, предназначенные для регистрации, обработки и хранения информации, полученной в полевых условиях, состоят из микропроцессора, клавиатуры ввода данных, вычислителя и накопителя. Посредством интерфейса полевой регистратор может быть подключен к ЭВМ; возможна также работа с регистратором в автономном режиме.

Лазерно-параллактические системы также используют принцип создания лазерной плоскости. Передающее устройство включает лазерный передатчик с вращающейся головкой, формирующей горизонтальный и наклонный пучки, и радиопередатчик. Приемное устройство представляет собой фотоприемник с объективом кругового обзора на телескопической штанге, на которой закреплен также радиоприемник и вычислительное устройство. Передающее устройство устанавливают на станции стояния, а приемное устройство — на пикетах.

Высота пикетов определяется фиксацией фотоприемником отсчета по горизонтальному лучу, а расстояние — с использованием параллактического угла, составленного горизонтальным и наклонным лазерными пучками. Информация об угле поворота вращающейся головки принимается радиоприемником приемного устройства. Координаты пикетов вычисляются и фиксируются на табло вычислительного устройства.

Приведенные выше способы съемки применимы только на открытой местности. Более универсальным является способ электронной тахеометрии.

Электронная тахеометрия. В начальный период развитие автоматизированных средств угловых и линейных измерений происходило независимо, причем в первую очередь были созданы приборы для автоматизации линейных измерений (радио- и светодальномеры). В дальнейшем это направление развивалось путем создания угломерно-дальномерных комплексов, включающих в себя оптический теодолит, на котором в виде насадки закреплялся светодальномер; для выполнения вычислений в полевых условиях использовался программируемый микрокалькулятор. Следующим шагом в автоматизации геодезических измерений является создание электронно-оптических тахеометров, конструктивно совмещающих в одном приборе светодальномер, теодолит и вычислительное устройство (см. § 98).

Современные электронные тахеометры объединяют в себе электронный теодолит, светодальномер, микроЭВМ с пакетом прикладных программ и регистратор информации (модуль памяти). Для управления работой прибора служит пульт управления с клавиатурой ввода данных

и управляющих сигналов. Результаты измерений высвечиваются на экране дисплея (цифровом табло) и автоматически заносятся в карту памяти. Передача накопленной информации в компьютер может выполняться непосредственно из карты памяти либо путем подсоединения тахеометра к компьютеру с помощью интерфейсного кабеля.

В принципе порядок производства электронной тахеометрической съемки аналогичен съемке, выполняемой оптическими тахеометрами. Электронный тахеометр устанавливают в рабочее положение на съемочной станции; на пикетных точках последовательно устанавливают специальные вешки с отражателями, при наведении на которые автоматически определяют расстояние, горизонтальный и вертикальный углы. МикроЭВМ тахеометра по результатам измерений вычисляет приращения координат Δx, Δy и h с учетом поправок. Результаты измерений вводятся в накопитель информации, из которого информация поступает на ЭВМ. По специальной программе выполняется окончательная обработка с получением данных, необходимых для построения цифровой модели местности или топографического плана.

Спутниковые системы позиционирования. К новым геодезическим технологиям относятся методы определения координат точек (позиционирования) по сигналам со специальных спутников Земли, движущихся по определенным орбитам.

Созданные в 70-е гг. XX в. спутниковые радионавигационные системы «Цикада» (СССР) и «Транзит» (США) использовались для навигационного обеспечения задач мореплавания, авиации, сухопутного транспорта и в военном деле. По мере развития науки и техники и повышения точности определения координат точек спутниковые навигационные системы получили применение для решения широкого круга геодезических задач.

В настоящее время действуют две спутниковые системы определения координат: российская система ГЛОНАСС (Глобальная навигационная спутниковая система) и американская система NAVSTAR GPS (Навигационная система определения расстояний и времени, глобальная система позиционирования).

Система спутникового позиционирования включает три сегмента: созвездия космических аппаратов (спутников), наземного контроля и управления, приемных устройств (аппаратуры пользователей).

Сегмент космических аппаратов. Каждая из современных систем GPS и ГЛОНАСС состоит из 24 спутников (21 действующего и 3 резервных), которые обращаются вокруг Земли по практически круговым орбитам. Орбиты спутников GPS расположены в шести плоскостях по 4 спутника в каждой (рис. 126, *а*); средняя высота орбиты — около 20 180 км, период обращения спутников вокруг Земли составляет 11 ч 58 мин. Такое количество спутников и их расположение обеспечивают одновременный прием сигналов как минимум от четырех спутников в любой точке Земли в любое время. С 1983 г. система GPS открыта для гражданских потребителей. Спутники ГЛОНАСС вращаются вокруг Земли в трех орбитальных плоскостях по 8 спутников в каждой (рис. 126, *б*) на высоте около 19 150 км, период обращения — 11 ч 16 мин. В январе 1996 г. ГЛОНАСС развернута полностью.

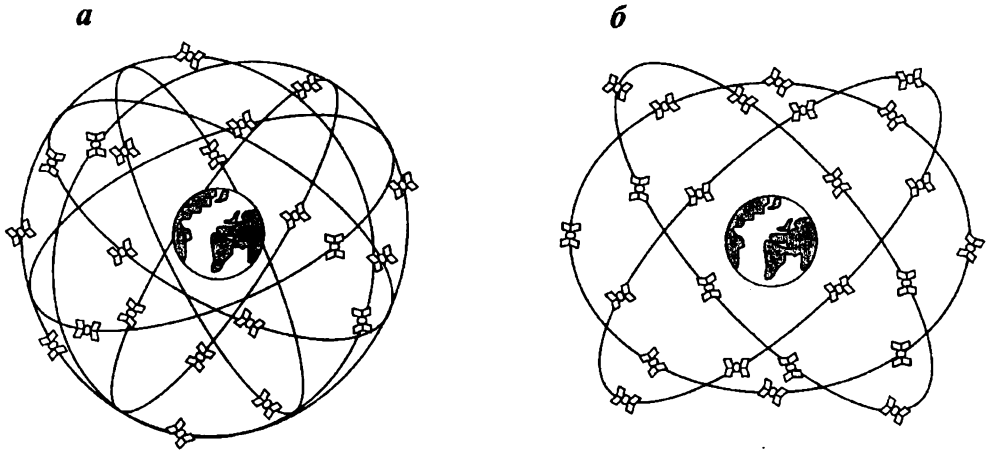


Рис. 126. *Созвездия искусственных спутников:*
а — *NAVSTAR GPS;* б — *ГЛОНАСС*

На каждом спутнике GPS и ГЛОНАСС установлены солнечные батареи питания, приемно-передающая аппаратура, эталоны частоты и времени, бортовые компьютеры и уголковые отражатели для лазерной дальнометрии.

Сегмент наземного контроля и управления состоит из сети станций слежения за спутниками, равномерно размещенных по территории страны, службы точного времени, главной станции с вычислительным центром и станцией загрузки данных на борт спутников. С пунктов слежения дважды в сутки лазерным дальномером измеряются расстояния до каждого из спутников. Собранную информацию о положении спутников на орбитах (эфемеридах) передают на бортовой компьютер каждого спутника. Спутники непрерывно излучают для пользователей измерительные радиосигналы, данные о системном времени, свои координаты и другие сведения.

Сегмент приемных устройств включает спутниковый приемник, антенну, управляющий орган-контроллер, источник питания и другие вспомогательные средства.

Определение координат точек земной поверхности с помощью спутников основано на радиодальномерных измерениях дальностей от спутников до приемника, установленного на определяемой точке. Если измерить дальности R_1, R_2 и R_3 до трех спутников (рис. 127), координаты которых на данный момент времени известны, то методом линейной пространственной засечки можно определить координаты точки стояния приемника *P*. Из-за несинхронности хода часов на спутнике и в приемнике определенные до спутников расстояния будут отличаться от истинных. Такие ошибочные расстояния получили название «псевдодальностей». Для исключения этих погрешностей определение координат точек с достаточной точностью возможно при одновременном наблюдении не менее 4 спутников.

Системы спутникового позиционирования работают в гринвичской пространственной прямоугольной системе координат с началом, совпа-

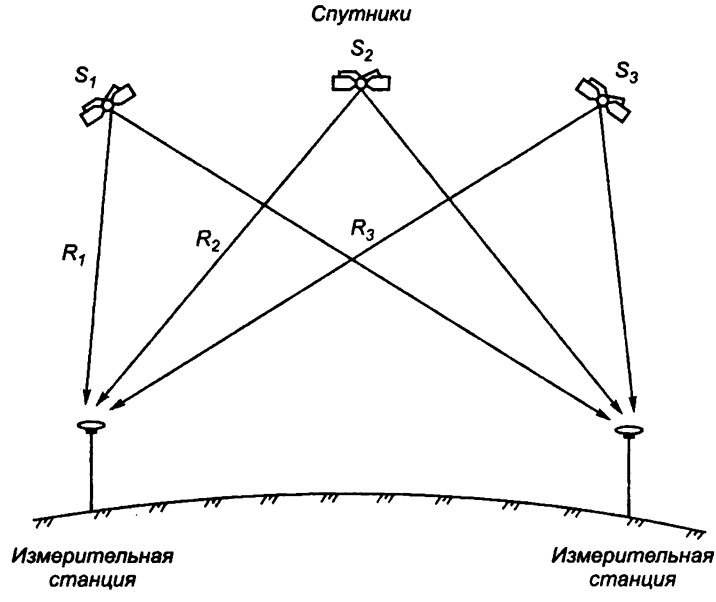


Рис. 127. *Принципиальная схема спутниковой системы позиционирования*

дающим с центром масс Земли. При этом система GPS использует координаты мировой геодезической системы WGS-84 (World Geodetic System,1984 г.), а ГЛОНАСС — систему координат ПЗ-90 (Параметры Земли, 1990 г.). Обе координатные системы установлены независимо друг от друга по результатам высокоточных геодезических и астрономических наблюдений. Поскольку эти координатные системы основаны на разных эллипсоидах и ориентированы на разные территории, геодезические и прямоугольные координаты одних и тех же точек земной поверхности в этих системах не совпадают. Большинство современных приемников работают со спутниками GPS, поэтому координаты измеренных точек получают чаще всего в системе WGS-84. Для перехода к государственной или местной системе координат используют предусмотренную программами обработки функцию трансформирования.

§ 103. Электронная тахеометрическая съемка

Общие принципы организации работ. Эффективность применения электронной тахеометрической съемки (ЭТС) по сравнению с традиционными методами достигается в первую очередь за счет увеличения площади съемки с одной станции.

Для повышения производительности работ при съемке используются передвижные наружные знаки с платформами, обеспечивающими поднятие тахеометра над поверхностью земли на 2—3 м и более, что существенно увеличивает обзор местности и площадь снимаемого с одной станции участка в радиусе 1—2 км. С этой целью могут также применяться приспособления для подъема отражателей на высоту до

7,5 м, что повышает точность измерения превышений за счет уменьшения влияния рефракции. В процессе съемки связь между наблюдателем и реечником осуществляется с помощью радиопередатчиков.

В зависимости от способа, места и времени обработки результатов измерений ЭТС может выполняться в трех вариантах.

I вариант отвечает традиционной схеме производства топографических съемок, при которой измерительный, вычислительный и графический процессы следуют один за другим. Обработка результатов измерений и составление топографического плана местности выполняются в стационарных камеральных условиях.

II вариант отличается тем, что камеральная обработка материалов съемки производится на базе полевой бригады; при этом разрыв между полевыми и камеральными работами не превышает несколько дней.

III вариант отвечает новой схеме организации работ, при которой полевые и камеральные работы выполняются одновременно. Для этого в ближайшем к объекту съемки населенном пункте (или на базе специально оборудованного автомобиля) организуется командно-диспетчерский камеральный пост (КДКП). Связь поста со всеми участниками съемки осуществляется с помощью радиостанций. Задачей КДКП является не только прием и оперативная обработка информации о съемке, но и активное управление самим процессом съемки с целью обеспечения полного и качественного отображения на плане ситуации и рельефа местности.

Для первичной обработки полевой информации при наземных съемках, преобразования данных в цифровую форму и ее графического воспроизведения в НИИПГ разработано полевое автоматизированное рабочее место топографа (ПАРМ-Т), в состав которого входит персональная ЭВМ и портативный планшетный графопостроитель. При сопряжении ПАРМ-Т с современным электронным тахеометром обработка результатов тахеометрической съемки и построение плана выполняются непосредственно в полевых условиях.

Следует иметь в виду, что при определении высот пикетных точек на больших (1 км и более) расстояниях при съемках с высотой сечения рельефа $h \leq 0{,}5$м на величины измеряемых превышений существенное влияние оказывают кривизна Земли и рефракция. В современных электронных тахеометрах поправка за кривизну Земли учитывается автоматически. Поправка за вертикальную рефракцию при низком прохождении визирного луча в течение суток может колебаться в больших пределах. Поэтому в процессе съемки для надежного учета влияния вертикальной рефракции необходимо проводить специальные наблюдения на рефракционном базисе [1].

Электронно-блочная тахеометрия. Из современных автоматизированных методов топографических съемок наиболее эффективной является электронно-блочная тахеометрия [9]. Сущность метода состоит в том, что объект съемки делится на отдельные участки — блоки, в пределах каждого из которых съемка выполняется с одной установки тахеометра. Связь между блоками обеспечивается с помощью *связующих точек*, выбираемых в зонах перекрытия съемок, выполняемых с двух смежных станций. Для совмещения съемок в отдельных блоках в еди-

ный сводный план объекта их число должно быть не менее двух по каждой из смежных сторон (рис. 128). Поэтому в программе измерений должно быть предусмотрено измерение углов и длин линий на исходные пункты и связующие точки смежных блоков.

В зависимости от условий местности и применяемой технологии электронная тахеометрическая съемка может выполняться в следующих вариантах.

1. После создания съемочного обоснования либо одновременно с развитием съемочной сети известными традиционными методами.

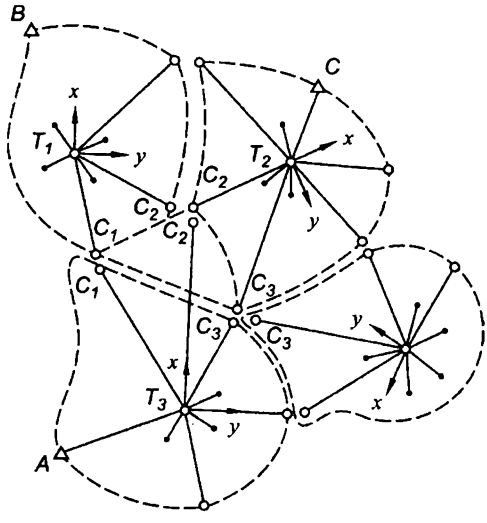


Рис. 128. *Схема съемочной сети со связующими точками*

2. По методу *свободной станции* (разработан кафедрой геодезии ГУЗа), при котором съемочное обоснование специально не создается, а получается в результате косвенных измерений. Согласно данному методу положение съемочных станций на местности может быть выбрано исходя из удобства съемки, как в пределах снимаемого блока, так и вне его. При этом наличие видимости между двумя смежными съемочными станциями необязательно. В качестве связующих точек можно использовать характерные предметы местности (столбы, трубы, мачты, шпили высотных зданий и т. п.), расположенные вблизи снимаемого участка. Набор пикетных (реечных) точек может выполняться при произвольном ориентировании лимба горизонтального круга тахеометра.

Построение съемочного обоснования электронно-блочной тахеометрической съемки может выполняться по различным схемам, одна из которых приведена на рис. 129, где точки A, B — исходные пункты с известными координатами x, y, H; α_o, $\alpha_{кон}$ — дирекционные углы начальной и конечной исходных сторон; C_1, C_2, C_3, C_4 — связующие точки, T_1, T_2 — съемочные станции.

В процессе полевых работ на исходном пункте A измеряют примычный угол β_o, горизонтальный угол β_1 между направлениями на связующие точки C_1 и C_2, горизонтальные расстояния до этих точек d_1 и d_2 и превышения h_1 и h_2. На съемочной станции T_1 измеряют горизонтальные углы β_2 и β_3 между направлениями на соответствующие связующие точки, горизонтальные расстояния d_3, d_4, превышения h_3, h_4 и т. д.

Вычисление плановых координат x, y связующих точек и съемочных станций выполняют в следующей последовательности.

1. Из треугольника AC_1C_2 вычисляют расстояние между связующими точками d и угол φ_1:

$$d^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2\cos\beta_1;$$

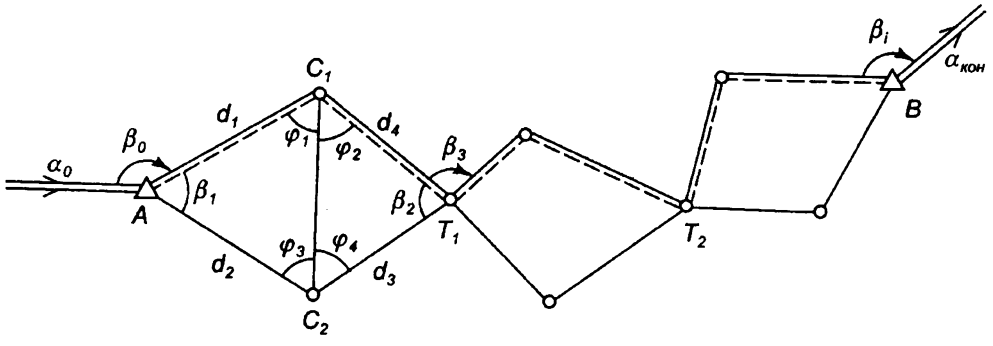


Рис. 129. *Схема определения координат связующих точек и съемочных станций*

по теореме синусов

$$\frac{d_2}{d}=\frac{\sin\varphi_1}{\sin\beta_1};\quad \sin\varphi_1=\frac{d_2}{d}\sin\beta_1.$$

По аналогии из треугольника $C_2C_1T_1$

$$\sin\varphi_2=\frac{d_3}{d}\sin\beta_2$$

и т. д.

2. Вычисляют дирекционные углы сторон:

$$\alpha_{AC_1}=\alpha_0+\beta_0\pm180°;$$

$$\alpha_{C_1T_1}=\alpha_{AC_1}-(\varphi_1+\varphi_2)\pm180°$$

и т. д.

3. По найденным значениям дирекционных углов и длин сторон определяют приращения координат и координаты точек:

$$x_{C_1}=x_A+d_1\cos\alpha_{AC_1};\qquad x_{T_1}=x_{C_1}+d_4\cos\alpha_{C_1T_1};$$

$$y_{C_1}=y_{A_1}+d_1\sin\alpha_{AC_1};\qquad y_{T_1}=y_{C_1}+d_4\sin\alpha_{C_1T_1}$$

и т. д.

Контролем правильности вычислений координат является повторное их определение через углы φ_3, φ_4 и расстояния d_2, d_3.

Высоты связующих точек и съемочных станций определяют методом тригонометрического нивелирования. Для этого одновременно с измерением расстояний следует определять превышения на связующие точки. Например:

$$H_{C_1}=H_A+h_1;\quad H_{T_1}=H_{C1}+h_2$$

и т. д.

Уравнивание результатов измерений удобно выполнять по ходовой линии, связывающей все блоки (см. рис. 129).

Если до начала работы на станции в режиме прямоугольных координат в память компьютера тахеометра введены прямоугольные координаты точки стояния прибора, то в процессе съемки можно автоматически получать координаты *x*, *y*, *H* пикетных точек. При этом следует помнить, что в блочной тахеометрии съемка на станции обычно производится при произвольном ориентировании лимба горизонтального круга. В результате координаты пикетных точек, определенные с двух смежных станций, выражаются в разных координатных системах, оси которых развернуты на некоторый угол (см. рис. 128). Поэтому при обработке результатов измерений координаты этих точек должны быть перевычислены в единой координатной системе. Эти перевычисления могут быть выполнены как в процессе съемки с использованием микроЭВМ электронного тахеометра, так и по окончании полевых работ.

В итоге в модуле памяти компьютера формируется модель местности, которая в дальнейшем может быть реализована в графической форме (в виде топографических карт, планов и профилей) либо в форме, удобной для использования в системах автоматизированного проектирования.

Составление топографического плана местности по данным съемки методом свободной станции может выполняться также графо-аналитическим и графическим способами.

При графо-аналитическом способе связующие точки и съемочные станции наносят на план по вычисленным и уравненным координатам. После этого на план наносят ситуацию и рельеф.

При графическом способе составления плана координаты связующих точек не вычисляются. На первом этапе производят совмещение отдельных блоков по одноименным связующим точкам (см. рис. 128). Полученный план не ориентирован по сторонам света. Поэтому на втором этапе с использованием светокопировального стола производят ориентирование плана по исходным пунктам, нанесенным по координатам на основу будущего плана. Недостатком способа является сравнительно малая точность; поэтому его применение допускается при небольшом (до шести) числе блоков. Полученный план вычерчивается с соблюдением принятых условных знаков.

§ 104. Определение положения точек земной поверхности с помощью геодезических спутниковых систем*

Методы определения координат пунктов. Как отмечалось ранее, определение расстояний от спутникового приемника до спутника есть не что иное, как радиодальномерные измерения: приемник принимает электромагнитные колебания со спутника, сравнивает их со своими, выработанными собственным генератором и в результате определяет дальность до космического аппарата. Дальности измеряют двумя способами — кодовым и фазовым. В первом случае сравнивают коды полученного со спутника сигнала и генерированного в самом приемнике, а во втором — фазы. Наиболее точным являются фазовые изменения. В GPS все спутники работают на одних и тех же частотах, но каждый

* § 104 написан совместно с канд. техн. наук А.Л. Заболотным.

имеет свой код. В ГЛОНАСС, наоборот, каждый спутник имеет свою частоту, но коды у всех одинаковые.

Перенос от спутника к приемнику всей информации осуществляется с помощью так называемых несущих электромагнитных колебаний, излучаемых на двух частотах L1 и L2. В соответствии с этим на практике используют как одночастотные приемники, работающие только с частотой L1, так и двухчастотные, использующие обе частоты. Двухчастотные приемники дают более высокую точность определения координат.

Радиосигнал проходит от спутника до приемника расстояние около 20 000 км и претерпевает возмущения в ионосфере, нижних слоях атмосферы и вблизи поверхности Земли. В ионосфере, расположенной на высоте 50 — 100 км над землей, содержатся свободные электроны и ионы, изменяющие путь и скорость радиоволн со спутника. Погрешности, вызванные воздействием главным образом электронов, зависят от их концентрации, а значит, от угла возвышения спутника, географического положения измеряемых точек, времени суток и года, солнечной активности и могут достигать десятков метров. Исключить эти искажения из результатов наблюдений можно измерениями на двух частотах.

В нижних слоях атмосферы, особенно в тропосфере, на скорость распространения радиоволн сильное влияние оказывают метеоусловия. Установлено, что наибольшие искажения сигнала имеют спутники, расположенные на высотах над горизонтом менее 10°. Поэтому такие спутники не включают в измерения.

Кроме радиосигнала со спутника в приемную антенну поступают еще и сигналы, отраженные от земли и различных объектов — зданий, деревьев и т. п. Возникающая многолучевость ведет к искажению результатов измерений при использовании фазового способа до нескольких сантиметров, в кодовых измерениях — до метров. В современных приемниках для борьбы с этим источником погрешностей используют специальные встроенные программы подавления многолучевости.

Одним из факторов, ухудшающих результаты спутниковых измерений, могут также стать помехи от близко расположенных мощных источников радиоизлучений: локаторов, теле- и радиопередающих станций и т. п.

Важнейшей характеристикой качества спутниковых измерений является геометрический фактор, характеризующий потери точности из-за геометрии засечки, т. е. расположения наблюдаемых спутников. Установлено, что точность определений тем выше, чем больше объем треугольной пирамиды, в вершинах которой располагаются спутники. Поскольку параметры орбит спутников точно известны, можно заранее определить время, когда геометрия спутников будет наилучшей для измерений. Поэтому спутниковым наблюдениям всегда предшествует очень важный этап планирования работ. В измерения включают все видимые в данный момент спутники, максимальное число которых может достигать 12 — 13; это позволяет повысить точность определений на 15 — 20%.

Способы позиционирования можно разделить на две группы — абсолютные определения координат кодовым методом и относительные фазовые измерения (см. рис. 130).

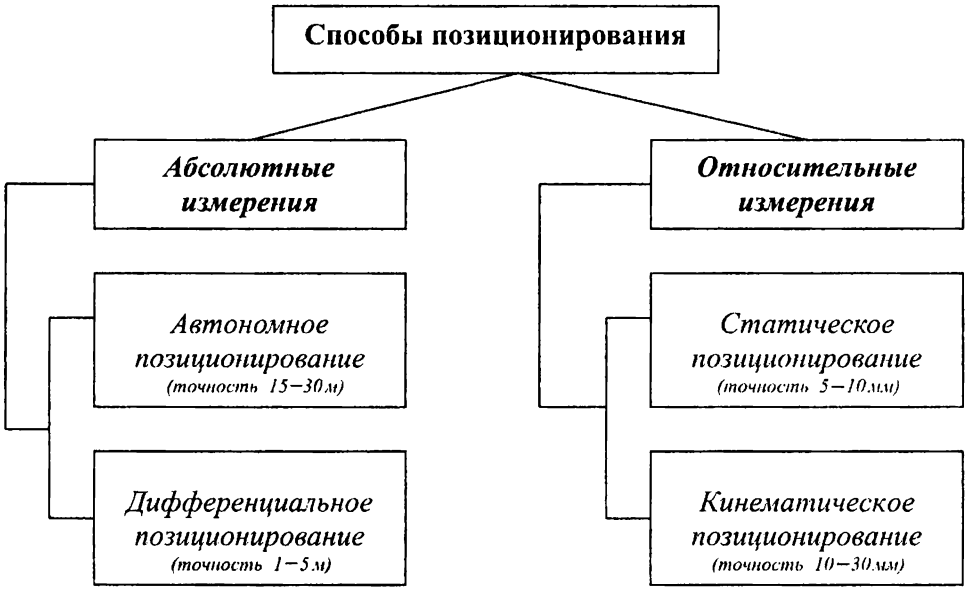


Рис. 130. *Способы спутникового позиционирования*

При выполнении абсолютных измерений определяются полные координаты точек земной поверхности. Наблюдения, выполняемые на одном пункте независимо от измерений на других станциях, называются *автономными*. Автономные наблюдения очень чувствительны ко всем источникам погрешностей, обеспечивают точность определения координат 15 – 30 м и используются для нахождения приближенных координат в точных измерениях.

Для повышения точности абсолютные измерения можно выполнять одновременно на двух пунктах: базовой станции P_1, расположенной на точке с известными координатами (обычно пункте государственной геодезической сети), и подвижной станции P_2, установленной над определяемой точкой (рис. 131). На базовой станции измеренные расстояния до спутников сравнивают с вычисленными по координатам и определяют их разности. Эти разности называют *дифференциальными поправками*, а способ измерения — *дифференциальным*. Дифференциальные поправки учитываются в ходе вычислений координат подвижной станции после измерений либо при использовании радиомодемов уже в процессе измерений. Дифференциальный способ основан на том соображении, что при относительно небольших расстояниях между станциями P_1 и P_2 (обычно не более 10 км) погрешности измерений на них практически одинаковы. При увеличении расстояния между станциями точность падает. Для повышения точности измерений увеличивают время наблюдений, которое может колебаться от нескольких минут до нескольких часов. Точность дифференциального позиционирования составляет 1 – 5 м.

Для решения геодезических задач, когда необходимо получать координаты точек с высокой точностью, используют относительные изме-

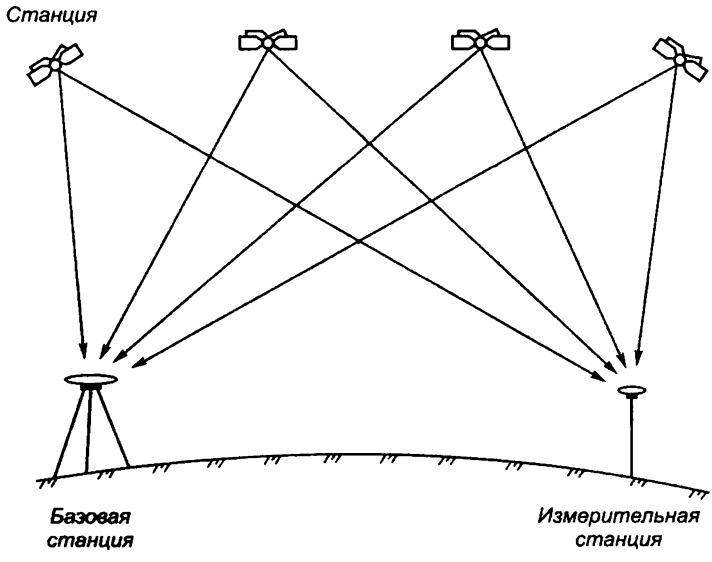


Рис. 131. *Сущность дифференциального способа позиционирования*

рения, при которых дальности до спутников определяют фазовым методом, и по ним вычисляют приращения координат или вектора между станциями, на которых установлены спутниковые приемники.

Различают два основных способа относительных измерений: статический и кинематический.

При статическом позиционировании, как и при дифференциальных измерениях, приемники работают одновременно на двух станциях — базовой с известными координатами и определяемой. После окончания измерений выполняется совместная обработка информации, собранной двумя приемниками. Точность способа зависит от продолжительности измерений, которая выбирается в соответствии с расстоянием между точками. Современные приемники позволяют достичь точности определения плановых координат (5—10 мм) + 1—2 мм/км, высотных — в 2—3 раза ниже.

Кинематические измерения позволяют получать координаты точек земной поверхности за короткие промежутки времени. При этом вначале статическим способом определяют координаты первой точки, т. е. выполняют привязку подвижной станции к базовой, называемую *инициализацией*, а затем, не прерывая измерений, передвижной приемник устанавливают поочередно на вторую, третью и т. д. точки. Для контроля измерения завершают на первой точке либо на пункте с известными координатами, где выполняют статические наблюдения. Точность кинематического способа составляет 2—3 см в плане и 6—8 см по высоте.

Если имеется цифровой радиоканал и данные с базового приемника в процессе измерений можно передавать на подвижную станцию, координаты получают в *режиме реального времени*, т. е. непосредственно на определяемой точке.

Приемная спутниковая аппаратура. Приемные устройства, составляющие подсистему аппаратуры, достигли высокой степени совершенства. Спутниковые приемники, изготавливаемые на основе высоких технологий, обладают высочайшей степенью надежности и рассчитаны на интенсивную эксплуатацию на протяжении многих лет.

Спутниковое оборудование для геодезии в настоящее время выпускают более 50 производителей различных стран мира, основными из которых являются фирмы Trimble и Ashtech-Magellan (США), Leica (Швейцария), Sercel (Франция), Geotronics (Швеция) и др. Большинство производимых приемников работают со спутниками GPS. Однако с вводом в эксплуатацию российской системы ГЛОНАСС наиболее перспективным считается направление в использовании приемников, работающих по двум спутниковым системам.

Фирма Trimble Navigation Ltd является одной из первых компаний, выпускающих GPS-приемники для гражданского применения.

Одночастотный *GPS-приемник 4600LS Surveyor* (рис. 132, *а*), предназначенный для создания опорных сетей, определения границ и топографических съемок, имеет 12 каналов, т. е. одновременно способен принимать сигналы 12 спутников. Прибор имеет небольшие размеры; GPS-приемник, антенна и батареи питания объединены в единый блок массой 1,7 кг. Для работы не требуется внешних источников питания и дополнительных соединительных кабелей. Наличие только одной клавиши управления и трех светодиодных индикаторов позволяет легко контролировать процесс выполнения измерений. Точность опреде-

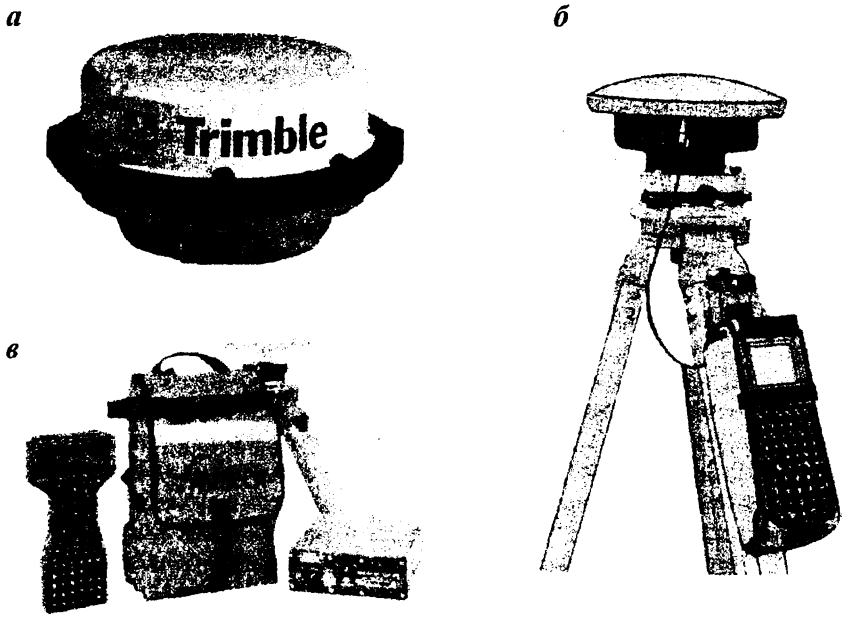


Рис. 132. *GPS-приемники:*
а — *4600 LS Surveyor;* б — *Dimension;* в — *комплект аппаратуры объединенной геодезической системы GG24 Surveyor*

ления длин базовых линий — (5 мм +2 мм/км) для статических измерений, (2 см + 2мм/км) — для кинематической съемки.

Приемник Dimension фирмы Ashtech (рис. 132,*б*) также имеет 12 каналов. Приемник и антенна заключены в водонепроницаемый корпус массой 1,5 кг. Приемник выполняет кодовые и фазовые измерения сигналов и может быть использован для определения координат во всех режимах наблюдений спутников GPS.

Спутниковый приемник GG24 Surveyor фирмы Ashtech (рис. 132, *в*) — первый в мире прибор, использующий для измерений данные от спутников двух навигационных систем — GPS и ГЛОНАСС. Приемник имеет 24 канала — по 12 на каждую спутниковую систему. По своим точностным характеристикам GG24 близок к двухчастотным приемникам и обеспечивает точность определения плановых координат (5 — 10 мм) + +2 мм/км, высотных — (10 — 20 мм) + 2 мм/км. Возможность работы по объединенному созвездию спутников делает этот прибор незаменимым при измерениях в условиях плохой видимости небесной сферы, в карьерах, сильно пересеченной или залесенной местности, городской застройке и техногенных зонах. Область применения приемника — создание опорных геодезических сетей, топографические съемки, межевание земель и инвентаризация земель населенных пунктов.

Российским институтом радионавигации и времени на основе GPS-приемника SR-261 фирмы Leica создан комплект спутниковой геодезической аппаратуры «*Землемер Л1*». Комплект состоит из двух полукомплектов, в каждый из которых входят антенна, контроллер и связанные с ними вспомогательные средства. Тип приемника — одночастотный шестиканальный. Точность измерений базовой линии в статическом режиме — (5 — 10 мм) + 2 мм/км. Информация записывается на карту памяти объемом 512 Кб, устанавливаемую в контроллер. Прибор, отличающийся простотой в эксплуатации и высокой надежностью, хорошо зарекомендовал себя при производстве геодезических и землеустроительных работ.

Современная спутниковая аппаратура позволяет выполнять измерения в любую погоду и любое время суток, не боится воздействия пыли, влаги и газов, имеет малые габариты и вес, малочувствительна к ударам. Высокая точность определения координат позволяет с успехом использовать спутниковые методы для решения широкого спектра геодезических задач.

Производство топографических съемок с применением систем спутникового позиционирования. Топографическая съемка с использованием геодезических спутниковых приемников выполняется в три этапа: подготовительные работы, создание геодезического съемочного обоснования, собственно съемка.

В ходе *подготовительных работ* выбирают места для закрепления точек съемочного обоснования с таким расчетом, чтобы не было помех от расположенных вблизи сооружений, крон высоких деревьев, источников мощного радиоизлучения. Все эти факторы могут существенно снизить качество выполняемых спутниковых измерений. Кроме того, особое внимание уделяется планированию наблюдений, для чего используют специальный модуль в программном обеспечении спутникового

приемника. Этот модуль позволяет получить характеристику процесса позиционирования на любой момент времени и, таким образом, выбрать наиболее благоприятный период для выполнения измерений.

Определение координат пунктов *геодезического съемочного обоснования* производится методом статических спутниковых наблюдений. Статический метод является наиболее надежным и точным методом, позволяющим получить разность координат смежных пунктов с миллиметровой точностью. Один из приемников, называемый *базовым* (рис. 133), устанавливают на штативе над исходной точкой с известными координатами (пункт государственной геодезической сети, геодезической сети сгущения), а второй, называемый *мобильным*, — поочередно на пункты съемочной сети. При этом должно быть обеспечено условие синхронных измерений базовым и мобильным приемниками. Время наблюдений выбирается в зависимости от длин базовых линий, количества одновременно наблюдаемых спутников, класса используемой спутниковой аппаратуры и условий наблюдений. С учетом всех перечисленных факторов время измерения каждой базовой линии может составлять от 15 — 20 минут до 2,5 — 3 часов. Работа с каждым приемником на станции включает: центрирование приемника над пунктом с помощью нитяного или оптического отвеса, измерение высоты антенны с помощью секционной рейки, включение приемника. При измерении в статическом режиме во время работы не требуется производить каких-либо действий. Приемник автоматически тестируется, отыскивает и захватывает все доступные спутники, производит GPS-измерения и заносит в память всю информацию. По истечении необходимого времени наблюдений мобильный приемник переносят на следующую определяемую точку. После окончания измерений производят обработку полученных результатов, которая включает вычисление длин базовых линий и координат пунктов обоснования в системе координат WGS-84, строгое уравнивание сети по методу наименьших квадратов, трансформирование уравненных координат в государственную или местную (условную) систему координат. Точность определения планового местоположения точек статическим способом достигает (5 — 10 мм) + 1 — 2 мм/км, высотного — в 2 — 3 раза ниже.

Топографическая съемка местности выполняется посредством проведения кинематических спутниковых измерений, позволяющих получать координаты и высоты точек за короткие промежутки времени. Для этого базовый приемник на штативе устанавливается на пункте съемочного обоснования, а мобильный — поочередно на снимаемые точки, причем приемник вместе с источником питания располагаются в специальном рюкзаке, а приемная антенна и контроллер, с помощью которого осуществляется управление процессом съемки, крепятся на вехе (рис. 134). Вначале выполняется инициализация — привязка мобильной станции к базовой, для чего измерения на первой точке проводят несколько дольше (20 — 30 с), чем на последующих точках. Установив веху с антенной на точку и задав в контроллере все необходимые параметры (высоту установки антенны на вехе, номер пикета, его признак, например: угол забора, смот-

Рис. 133. *Статические спутниковые наблюдения на пункте*

Рис. 134. *Кинематические спутниковые измерения на пикетной точке*

ровой колодец и т. п.), начинают съемку, контролируя вертикальность вехи по пузырьку круглого уровня. Время наблюдения на точке обычно не превышает 5 — 10 с, после чего измерения останавливают и, не выключая приемника, переходят на следующую точку. В случае, если снимаемая точка располагается в непосредственной близости от строения, высоких деревьев, других объектов, закрывающих видимость на спутники, время измерений должно быть увеличено. Кроме того, измерения на такие точки можно повторить, вернувшись на них еще раз. Завершают съемку участка наблюдениями на первой точке либо на пункте с известными координатами. После завершения съемки производят обработку результатов так же, как и в случае статических измерений. Точность способа кинематических измерений составляет 2 — 3 см в плане и 6 — 8 см по высоте. Результаты измерений могут быть представлены как в цифровом виде, так и в графической форме.

§ 105. Понятие об автоматизированных способах построения плана по цифровой модели местности

Как отмечалось ранее, интенсивное использование электронно-вычислительной техники в процессе производства геодезических съемок и обработки их результатов, рост объемов крупномасштабных съемок и усложнение задач инженерно-геодезических изысканий сделали необходимым хранение и использование информации о местности в цифровом виде (см. § 60) взамен или в дополнение к традиционным графическим документам. Графическая точность определения координат

точек на обычных планах и картах составляет в среднем 0,5 мм и 1/3 сечения рельефа по высоте, что недостаточно для решения многих современных задач. Кроме того, детальность изображения рельефа и ситуации на планах и картах и густота пояснительных надписей зачастую ограничена условиями удобства работы с графическими документами и другими факторами.

В цифровых моделях местности точность плановых и высотных координат определяется методами получения первичной информации. Объем памяти современных ЭВМ позволяет хранить информацию о рельефе, ситуации и топографических объектах с любой густотой их расположения на местности. Однако в проектно-изыскательских работах крупномасштабные топографические планы с нанесенными на них элементами проектируемых объектов ввиду своей наглядности и возможности анализа при контроле и экспертизе качества проектных решений остаются удобной формой графической документации.

Цифровая модель местности является базовым понятием. В конкретных ситуациях используют те или иные составные части ЦММ, из которых основными являются цифровые модели рельефа (ЦМР) и ситуации (ЦМС), формируемые по определенным алгоритмам.

Построение топографических планов на основе банка данных ЦММ, заложенных в память ЭВМ, выполняется с помощью автоматических координатографов (графопостроителей).

Автоматический координатограф (АК) представляет собой систему, состоящую из собственно координатографа, ЭВМ, вспомогательного оборудования и исполнительных инструментов. В качестве вспомогательного оборудования используются пульт управления, устройства ввода и вывода информации и т. п. Исполнительными инструментами служат чертежные перья, гравировальные резцы и различные головки. В последних моделях широко используют световые головки, позволяющие гравировать на пластиках или чертить на фотопленках. Информация для АК может передаваться непосредственно с большой ЭВМ, а также через промежуточные магнитные носители.

АК могут использоваться при изготовлении оригиналов карт и планов на бумаге, пластике и других основах, а также для вывода графической информации в виде проектов, схем и других документов.

К выходным данным, используемым при построении плана или другого графического документа на графопостроителе, относятся каталоги координат и отметок пикетов с соответствующими кодами, записанными на магнитные носители. При необходимости выходными данными могут быть координаты точек горизонталей, координаты аппроксимирующих полиномов, средние квадратические погрешности аппроксимации рельефа и т. п., а также управляющие программы (при работе графопостроителя в автономном режиме).

Автоматизация процесса отображения рельефа местности основана на его математическом моделировании с помощью ЭВМ (см. § 60) и графическом воспроизведении в виде горизонталей. Изображение ситуации выполняется на базе модели ситуации по определенному

алгоритму, которая дополняется соединительными массивами условных знаков.

Для целей крупномасштабного картографирования наибольшее применение нашли аналоговые и квазианалоговые АК высокой и средней точности, позволяющие воспроизводить рисунки на основе с погрешностью от 0,03 до 0,05 мм. К основным из них относятся отечественный координатограф программный автоматический (КПА), системы «Дигиграф» (Чехословакия), «Кораграф» (Швейцария), «Калкомп» (Нидерланды), «Ксинетикс» (Германия) и др.

РАЗДЕЛ IV

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

Глава 19

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ НА СТРОИТЕЛЬНОЙ ПЛОЩАДКЕ ПРЕДПРИЯТИЙ

§ 106. Этапы геодезических работ при строительстве сооружений

Геодезические работы на стройплощадке предприятия подразделяются на следующие этапы.

1. ***Геодезические изыскания до начала проектирования*** заключаются в развитии на участке будущего строительства опорной геодезической сети, выполнении крупномасштабной съемки и составлении топографического плана, на основе которого разрабатывается генеральный план промплощадки предприятия. На этом плане указываются плановое и высотное положения объектов строительства и данные привязки основных строительных осей сооружений к геодезической основе.

2. ***Геодезические работы при проектировании*** складываются из составления геодезической части строительного паспорта, разработки разбивочных чертежей, составления проекта вертикальной планировки и геодезической подготовки исходных данных для перенесения проекта в натуру.

3. ***Геодезические работы по переносу проекта в натуру*** состоят в разбивке на местности границ отвода участка, проектных линий застройки, в вынесении и закреплении главных осей сооружений и основных проектных горизонтов и составлении геодезической части проекта.

4. ***Геодезические работы по текущему обслуживанию строительства*** заключаются в установке в проектное положение строительных конструкций и оборудования, их выверке по высоте и вертикали, в выполнении текущих съемок и составлении исполнительных чертежей по стадиям строительства.

Каждый из перечисленных видов геодезических работ, связанный с определенным этапом строительства, отличается кругом решаемых задач, необходимой точностью измерений, а следовательно, методикой их выполнения и применяемыми приборами.

Плановым обоснованием геодезических съемок, по результатам которых составляют топографические карты и планы местности на участке строительства, служат пункты триангуляции, полигонометрии

и трилатерации, а высотным — марки и реперы нивелирных сетей. Указанные сети сгущают до необходимой плотности пунктами съемочных сетей.

Довольно часто густота и точность существующих геодезических сетей на стройплощадке бывают недостаточными для выполнения разбивочных работ и геодезического обслуживания в период строительства. Кроме того, местоположение пунктов этой сети также может не удовлетворять требованиям строительства. В таких случаях существующие опорные сети уточняют и сгущают либо строят специальные геодезические сети требуемой точности.

Пополнение сети опорных пунктов может осуществляться методами триангуляции и полигонометрии 1-го и 2-го разрядов, теодолитными ходами, прямыми, обратными и комбинированными геодезическими засечками, а также путем построения на местности строительной координатной сетки. При этом новые пункты должны закладываться в местах, не подлежащих планировке или застройке постоянными и временными сооружениями. Отметки пунктов определяют нивелированием III и IV классов либо техническим нивелированием от реперов нивелирной сети высших классов.

Геодезические работы, выполняемые на местности для определения планового и высотного положения характерных точек строящегося сооружения согласно проекту, называются *разбивкой сооружения или перенесением проекта в натуру*. При этом используют генеральный план строительства, разбивочные чертежи, рабочие чертежи (план, разрезы) фундаментов сооружений, установок и агрегатов, планы и профили подъездных путей и коммуникаций, проект вертикальной планировки территории, монтажные чертежи и др.

Разбивочные работы являются одним из основных видов геодезической деятельности на стройплощадке. Они выполняются для нахождения на местности планового и высотного положения характерных точек и плоскостей строящегося объекта согласно рабочим чертежам проекта.

По своей сущности разбивочные работы противоположны действиям при съемке, т. е. представляют собой обратную задачу. Если при съемке в результате измерений определяют координаты точек местности, то при разбивке сооружений по указанным в проекте координатам устанавливают на местности положение точек сооружения. При этом проектные углы, расстояния и превышения не измеряют, а откладывают на местности.

Геометрической основой проекта для перенесения его в натуру являются разбивочные оси, относительно которых в рабочих чертежах даются размеры всех деталей сооружения.

Размечают главные, основные и промежуточные, или детальные, оси сооружений. *Главными осями* линейных сооружений (дорог, каналов, ЛЭП, дамб и т. п.) являются продольные оси сооружений, а площадных объектов (зданий и сооружений) — их оси симметрии. *Основными* называют внешние продольные и поперечные оси, определяющие форму и габариты зданий и сооружений. *К промежуточным (детальным)* осям относят оси отдельных элементов зданий и сооружений.

Разбивка сооружений выполняется в три этапа.

На первом этапе выполняют основные разбивочные работы. Для этого от пунктов геодезической основы находят на местности положение главных и основных разбивочных осей и закрепляют их надежными знаками.

На втором этапе производят детальную разбивку сооружения. От закрепленных точек главных осей разбивают продольные и поперечные оси сооружения с одновременной установкой точек и плоскостей на уровень проектных отметок. Следует отметить, что детальная разбивка, определяющая взаимное расположение элементов сооружения, производится значительно точнее, чем разбивка главных осей, задающая лишь общее положение и ориентировку сооружения в целом.

Третий этап заключается в геодезическом обеспечении монтажных работ: разбивке и закреплении монтажных (технологических) осей и установке в проектное положение технологического оборудования. Этот этап требует наиболее высокой точности геодезических измерений.

Таким образом, при разбивке сооружений соблюдается основной принцип производства геодезических работ «от общего к частному»; однако необходимая точность этих работ повышается от первого этапа к третьему.

§ 107. Составление проекта вертикальной планировки строительной площадки

Преобразование естественного рельефа на территории стройплощадки в поверхность, удовлетворяющую техническим требованиям данного сооружения, называется *вертикальной планировкой*. Проект вертикальной планировки является составной частью генплана строительства; в его разработке важное место занимают геодезические расчеты.

В зависимости от условий эксплуатации возводимых сооружений различают случаи вертикальной планировки под горизонтальную или наклонную площадку. Основой для составления проекта вертикальной планировки служат топографические планы местности в масштабах 1:1000 – 1:500, полученные в результате нивелирования поверхности по квадратам (см. §100).

Вертикальная планировка под горизонтальную площадку. Данный случай вертикальной планировки обычно предусматривает *соблюдение нулевого баланса земляных работ*, т. е. равенство объемов грунта по выемке и насыпи. Для решения задачи используют фактические отметки вершин квадратов (рис. 135, *а*).

Условие нулевого баланса земляных работ обеспечивается созданием горизонтальной площадки с проектной отметкой

$$H_{пр} = \frac{\sum H_1 + 2\sum H_{II} + 3\sum H_{III} + 4\sum H_{IV}}{4n}, \qquad (176)$$

где $\sum H_1$ — сумма фактических отметок, входящих в один квадрат (H_1, H_5, H_{16}, H_{23});

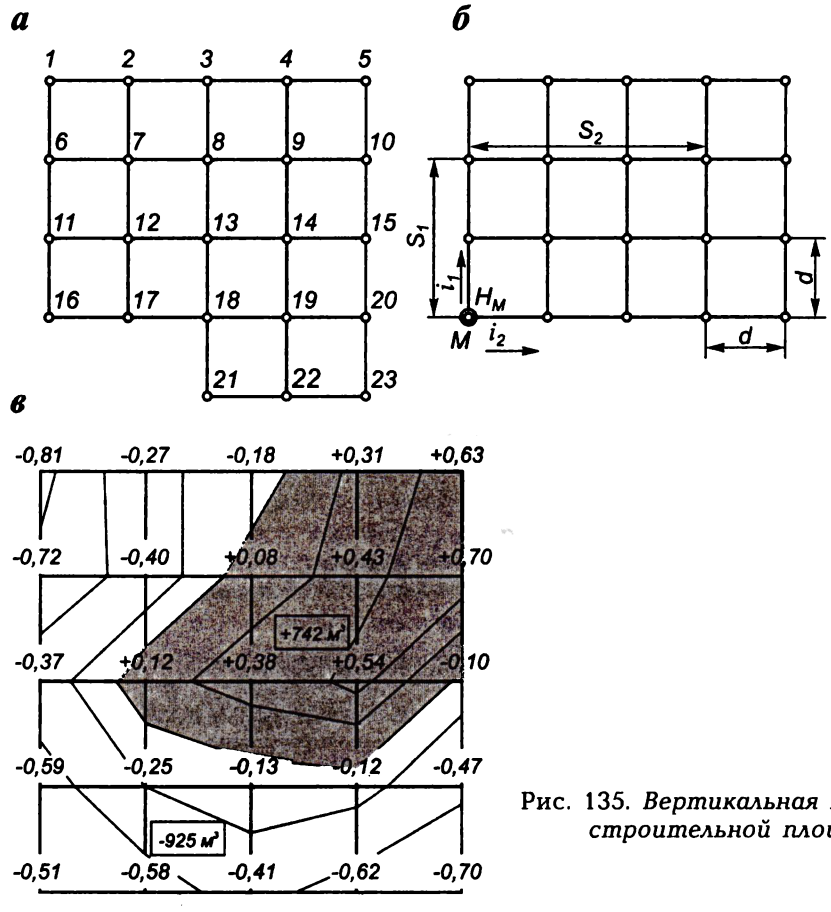


Рис. 135. *Вертикальная планировка строительной площадки*

$\sum H_{II}, \sum H_{III}, \sum H_{IV}$ — соответственно суммы отметок вершин, общих для двух (H_2, H_3, H_4, H_{10}, ...), трех (H_{18}) и четырех (H_7, H_8, H_9, ...) квадратов; n — число квадратов.

Для облегчения расчетов вычисление проектной отметки удобно выполнять по формуле

$$H_{пр} = H_0 + \frac{\sum h_1 + 2\sum h_{II} + 3\sum h_{III} + 4\sum h_{IV}}{4n}, \qquad (177)$$

где H_0 — округленное до метров значение минимальной отметки вершины квадрата;

$h_1 = H_1 - H_0$, $h_2 = H_2 - H_0$, ..., $h_n = H_n - H_0$.

По проектной отметке $H_{пр}$ и значениям фактических отметок вершин рассчитывают рабочие отметки:

$$h_1^{раб} = H_{пр} - H_1; \quad h_2^{раб} = H_{пр} - H_2; \quad h_n^{раб} = H_{пр} - H_n.$$

Рабочие отметки с их знаками (h^+ — насыпка, h^- — выемка грунта) выписывают на сторожках, забитых в вершинах квадратов.

Вертикальная планировка под наклонную площадку. Проектирование площадок по заданному уклону производят при вертикальной планировке внутриквартальных территорий, при устройстве наклонных площадок под технологическое оборудование и т. п. Исходными данными являются фактические отметки вершин квадратов, проектная отметка *опорной точки М* (рис. 135, *б*) и проектные уклоны по взаимно перпендикулярным сторонам квадратов i_1 и i_2. Расчеты и построения ведутся на рабочем чертеже, на котором нанесена сетка квадратов в масштабе 1:500.

Связь между проектными отметками точек наклонной проектной плоскости и опорной точки M в общем случае устанавливается по формуле

$$H_n = H_M + i_1 S_1 + i_2 S_2, \qquad (178)$$

где S_1, S_2 — расстояния по сторонам квадратов от опорной до искомой точки.

Практически сначала вычисляют проектные превышения по сторонам квадрата

$$h_1 = i_1 d; \quad h_2 = i_2 d,$$

где d — длина стороны квадрата.

Далее по отметке опорной точки M и рассчитанным превышениям находят проектные отметки вершин квадратов по контуру сетки, а затем — вершин квадратов внутри контура. Такая последовательность обеспечивает надежный контроль вычислений.

По значениям проектных и фактических отметок вершин вычисляют их рабочие отметки, которые выписывают на чертеже возле соответствующих вершин квадратов (рис. 135, *в*). Квадраты сетки, имеющие в своих вершинах рабочие отметки одного знака, называются *однородными*, а разных знаков — *переходными*, или *смешанными*.

На сторонах переходных квадратов между вершинами, имеющими рабочие отметки с разными знаками, находят положение точек нулевых работ. Расстояния до точек нулевых работ определяют аналитически по формуле (165). Соединив точки нулевых работ, получают линию *нулевых работ*. С помощью графического интерполирования рабочих отметок по сторонам квадратов строят изолинии рабочих отметок (*изорабы*) с высотой сечения 0,1 — 0,5 м. На чертеже линия нулевых работ, разграничивающая насыпи от выемок, выделяется утолщенной линией.

В дальнейшем перед началом земляных работ рабочие отметки со своими знаками выписывают на сторожках в соответствующих вершинах квадратов. Линия нулевых работ выносится на местности по сторонам квадратов и обозначается рядом колышков.

Подсчет объемов земляных работ. Объемы земляных работ подсчитывают на основании рабочих отметок вершин квадратов раздельно по выемке и насыпи грунта. В зависимости от характера рельефа местности и требуемой точности подсчет объемов производят способами среднего арифметического, призм, параллельных сечений и др.

При составлении проекта вертикальной планировки на основе нивелирования поверхности по квадратам обычно используют способ призм. При этом объемы насыпи или выемки приравнивают к объемам призм

с основанием в виде треугольников, квадратов или трапеций и высотой, равной средней рабочей отметке фигуры.

В однородных квадратах объем четырехгранной призмы определяется по формуле

$$V_{кв} = \frac{\sum_{1}^{4} h^{раб}}{4} s,$$

где s — площадь основания призмы (квадрата).

В смещенных квадратах, которые пересекает линия нулевых работ, части квадратов обычно делят на треугольники и объем каждой трехгранной призмы находят как

$$V_{тр} = \frac{\sum_{1}^{3} h^{раб}}{3} s.$$

При этом в подсчет средней рабочей отметки в число точек включают и нулевые точки.

Окончательным графическим документом вертикальной планировки является *картограмма земляных работ* (см. рис. 135, *в*), на которой указываются фактические, проектные и рабочие отметки вершин, положение линии нулевых работ и значения объемов насыпи или выемки грунта по однородным квадратам и отдельным частям переходных квадратов.

После подсчета объемов для отдельных геометрических фигур вычисляют общие объемы насыпи и выемки и сводят *баланс земляных работ*, т. е. определяют избыток или недостаток грунта при вертикальной планировке площадки. Для наглядности на плане площади насыпей и выемок раскрашивают разными цветами.

§ 108. Геодезическая подготовка данных для перенесения проекта в натуру

Для перенесения проекта инженерного сооружения на местность составляют разбивочные чертежи, на которых показывают все необходимые для разбивки данные: координаты, отметки, расстояния, уклоны, элементы угловых и линейных построений. Геодезическая подготовка исходных данных может выполняться графическим, аналитическим и графо-аналитическим способами.

Графический способ состоит в определении разбивочных данных (координат, расстояний, углов и отметок) непосредственно по плану. Длины линейных отрезков определяют циркулем-измерителем и масштабной линейкой, углы замеряют с помощью геодезического транспортира. Этот способ применяется в случаях, когда не требуется высокой точности исходных данных для разбивок.

Аналитический способ состоит в аналитическом определении координат, расстояний и направлений, связывающих осевые точки сооружений между собой и с пунктами опорной сети в строгом соответствии

с геометрической схемой проекта. Данный способ является наиболее точным, но весьма трудоемким.

Графо-аналитический способ подготовки данных является более оперативным и в большинстве случаев обеспечивает достаточную точность, поэтому он широко применяется в строительной практике. При использовании данного способа координаты осевых точек сооружений определяют графически с генплана застройки, координаты пунктов опорной сети выбирают из ведомостей или каталогов, а дирекционные углы направлений и расстояния вычисляют по формулам обратной геодезической задачи.

Для снижения погрешностей за счет деформации бумаги координаты проектных точек (например, точка *A* на рис. 136) определяют следующим образом.

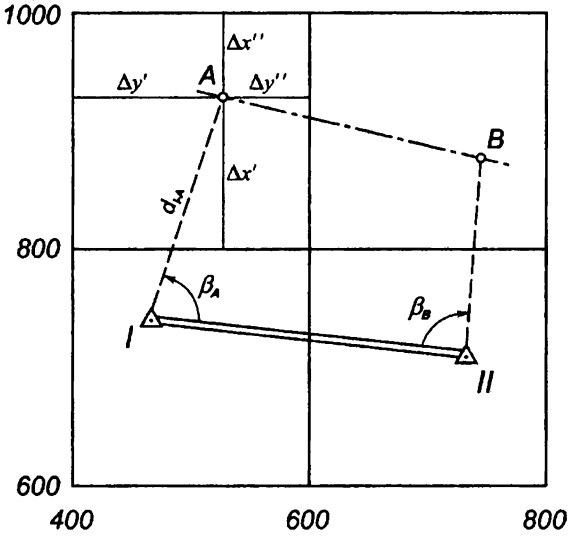


Рис. 136. *Графо-аналитический способ подготовки исходных данных*

1. Через точку *A* проводят линии, параллельные сторонам координатной сетки. Измеряют по плану с помощью циркуля и поперечного масштаба отрезки $\Delta x'$ и $\Delta x''$, $\Delta y'$ и $\Delta y''$.

2. Вычисляют координаты точки *A* по формулам:

$$x_A = x'_A + \frac{S_o}{\Delta x' + \Delta x''}\Delta x', \quad y_A = y'_A + \frac{S_o}{\Delta y' + \Delta y''}\Delta y', \tag{179}$$

где S_o — теоретическая длина стороны квадрата координатной сетки; x'_A, y'_A — координаты юго-западного угла квадрата, в котором находится точка *A*.

Аналогично определяют координаты точки *B*.

3. По найденным координатам точек *A* и *B* осей сооружений находят расстояния от точек опорной сети до искомых точек, дирекционные углы и разбивочные углы при опорных пунктах:

$$tg\alpha_{1\text{-}A} = \frac{y_A - y_1}{x_A - x_1}; \quad \alpha_{1\text{-}A} = \ldots;$$

$$d_{1\text{-}A} = \frac{y_A - y_1}{\sin \alpha_{1\text{-}A}} = \frac{x_A - x_1}{\cos \alpha_{1\text{-}A}};$$

$$\beta_A = \alpha_{I\text{-}II} - \alpha_{1\text{-}A}. \qquad (180)$$

В дальнейшем перенесение в натуру осевых точек может быть выполнено построением полярных углов β_A, β_B с помощью теодолита и отложением полярных расстояний $d_{I\text{-}A}$, $d_{II\text{-}B}$ от исходных пунктов до искомых точек *A* и *B*.

§ 109. Строительная координатная сетка

Опорная геодезическая сеть для выполнения разбивочных работ и исполнительных съемок возводимых сооружений на площадках крупных предприятий часто создается в виде строительной координатной сетки. Она представляет собой сеть квадратов или прямоугольников со сторонами от 10 до 200 м, вершины которых служат опорными пунктами. Размеры сторон сетки зависят от характера рельефа местности, необходимой точности работ, назначения и размеров строящихся сооружений. Пункты сетки закрепляют надежными центрами в местах, где может быть обеспечена их сохранность на весь период строительства.

Проект строительной сетки составляют по генплану в условной системе прямоугольных координат таким образом, чтобы стороны сетки были параллельны главным осям сооружений и располагались вблизи от их контуров. Пункты сетки следует размещать так, чтобы возводимое сооружение не закрывало видимость между ними, а земляные работы не приводили к нарушению их положения. В заключение в масштабе генплана составляют план строительной сетки, который является рабочим документом для перенесения сетки на местность.

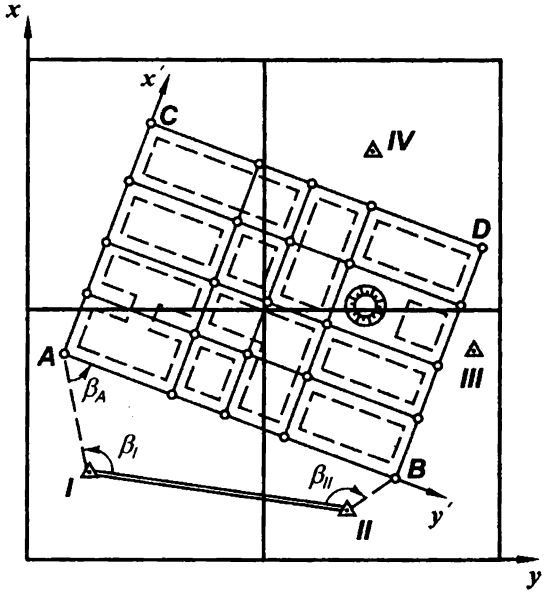


Рис. 137. *Строительная координатная сетка*

Расчет разбивочных данных и построение сетки на местности выполняют в следующем порядке (рис. 137).

1. По координатам исходного пункта *I* и проектной точки *A* сетки вычисляют дирекционный угол $\alpha_{I\text{-}A}$, расстояние $d_{1\text{-}A}$ и разбивочный угол β_I.

2. На местности, отложив при точке *I* угол β_I и расстояние $d_{I\text{-}A}$, закрепляют временным знаком точку *A*.

3. По координатам точек *A* и *B* вычисляют дирекционный угол α_{AB}, длину стороны d_{AB} и разбивочный угол β_A. Отложив при точке *A* угол β_A и расстоя-

ние d_{AB}, отмечают на местности точку B, положение которой контролируется измерениями от других твердых пунктов (например, пункта II).

4. Последовательно устанавливая теодолит в точках A и B, восставляют перпендикуляры AC и BD и определяют положение угловых точек C и D. По периметру $ABDCA$ шкаловыми мерными приборами откладывают длины сторон квадратов (прямоугольников) и колышками отмечают положение пунктов сетки по внешнему контуру.

5. Определяют положение заполняющих пунктов сетки способом створов с пунктов внешнего контура.

6. Прокладывают полигонометрические ходы 1-го разряда, связывающие точки сетки с пунктами геодезической основы. В результате вычислений получают так называемые *исполнительные координаты точек* ($x'_{исп}$, $y'_{исп}$) в системе координат сетки.

7. Выполняют редуцирование пунктов строительной сетки, для чего вычисляют отклонения исполнительных координат точек от их проектных значений:

$$\Delta x' = x'_{пр} - x'_{исп}; \qquad \Delta y' = y'_{пр} - y'_{исп}. \tag{181}$$

Эти разности представляют собой отрезки, параллельные осям x', y' условной системы координат (сторонам строительной сетки). Знаки при $\Delta x'$ и $\Delta y'$ определяют направления, по которым требуется отложить отрезки в натуре, чтобы получить точки с проектными координатами. В этих точках закладывают постоянные бетонированные центры и выполняют контрольные измерения.

Для контроля точности построения строительной сетки с помощью светодальномера выборочно измеряют несколько внешних сторон сетки, а на пунктах, выбираемых в шахматном порядке, теодолитом типа Т2 проверяют прямые углы. При этом отклонения в длинах сторон от проектных допускаются не более 1:10 000 длины (не более 1 см на 100 м расстояния), а в прямых углах — до 10′.

Высотное обоснование строительной сетки создается прокладыванием по периметру сетки нивелирного хода III класса. Между реперами III класса прокладывают ходы нивелирования IV класса с целью определения отметок пунктов сетки внутри контура.

Строительная сетка как геодезическая основа для разбивки сооружений по сравнению с другими методами имеет ряд преимуществ, к основным из которых относятся: простота и удобство вычислений при выполнении разбивочных работ и их контроля; обеспечение равномерной точности разбивок по всей территории стройплощадки; возможность использования пунктов в качестве геодезического обоснования съемок в процессе строительства и эксплуатации, а также для наблюдений за деформациями сооружений.

Глава 20

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАЗБИВОЧНЫЕ РАБОТЫ

§ 110. Элементы геодезических разбивочных работ

Геодезические разбивочные работы состоят из построения на местности проектных углов, расстояний, точек с проектными отметками, линий и плоскостей с проектными уклонами.

Построение проектного угла. Построение на местности горизонтальных углов заданной величины может быть выполнено теодолитом двумя способами: 1) с точностью, равной точности теодолита; 2) с точностью, превышающей точность теодолита (способ повышенной точности).

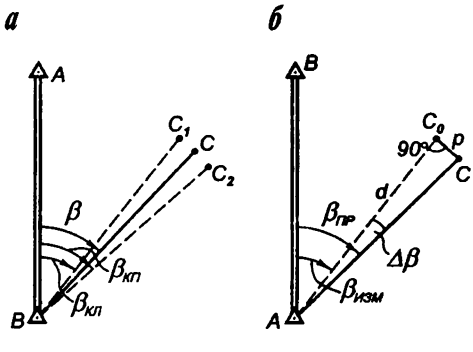


Рис. 138. *Схемы построения проектного угла*

1-й способ (рис. 138, *а*). Проектный угол β дважды откладывают от исходного направления с помощью теодолита при КЛ и КП, отмечая на местности точки C_1 и C_2. Вследствие приборных погрешностей эти точки обычно не совпадают. Разделив расстояние C_1C_2 пополам, закрепляют на местности точку C. Отложенный угол $ABC = \beta$ будет отличаться от проектного его значения не более чем на величину точности теодолита.

2-й способ (рис. 138, *б*). С помощью теодолита откладывают на местности при одном положении трубы значение угла и закрепляют полученное направление точкой C_0. Затем 2–3 полными приемами или повторениями измеряют угол BAC_0 и получают его значение $\beta_{изм}$ с повышенной точностью.

Зная величину проектного угла $\beta_{пр}$, находят разность

$$\Delta\beta = \beta_{пр} - \beta_{изм}.$$

Измерив расстояние $AC_0 = d$, вычисляют линейное смещение

$$p = \frac{\Delta\beta''}{\rho''}d. \qquad (182)$$

Величину p откладывают по перпендикуляру к линии AC_0 и закрепляют точку C. Полученный угол BAC для контроля измеряют тем же числом приемов, что и угол BAC_0.

Построение линии проектной длины. Для построения на местности проектной линии от исходной точки в заданном направлении следует отложить расстояние D, горизонтальное проложение d которого равно проектному. Поэтому в проектное расстояние вводят поправки за наклон местности, температуру измерений и компарирование, т. е.

$$D = d + \Delta_н + \Delta_t + \Delta_к = D_0 + \Delta_t + \Delta_к,$$

где D_0 — наклонная длина проектной линии.

Поправка за наклон линии всегда вводится со знаком «плюс». Если на плане по горизонталям либо нивелированием на местности определено превышение концов линии h, то поправка за наклон определится по формуле

$$\Delta_н = \frac{h^2}{2d}.$$

Поправка за температуру

$$\Delta_t = \alpha D_0 (t - t_0),$$

где α — коэффициент линейного расширения материала мерного прибора (для стали $\alpha = 0{,}000012$); t, t_0 — соответственно температура мерного прибора при измерениях и при компарировании.

Поправка за компарирование

$$\Delta_к = \frac{D_0}{l}\Delta l_к,$$

где l — длина мерного прибора; $\Delta l_к$ — поправка за компарирование на длину мерного прибора.

Следует помнить, что при откладывании проектной длины на местности все поправки имеют знаки, обратные знакам поправок при измерениях длин.

Для разбивки линий с точностью 1:2000 — 1:3000 применяют стальные мерные ленты, 1:3000 — 1:10 000 — шкаловые ленты и рулетки, 1:10 000 — 1:50 000 — инварные ленты и проволоки или светодальномеры.

Вынесение на местность точки с проектной отметкой. Эта задача является наиболее распространенной при высотных разбивках и осуществляется с помощью нивелира и рейки.

Пусть в точке B местности (рис. 139) требуется забить колышек таким образом, чтобы его торец был на проектной отметке $H_{пр}$. Нивелир устанавливают посредине между репером R_p и точкой B. По рейке, установленной на репере, берут отсчет a и вычисляют горизонт прибора.

$$ГП = H_{Rc} + a.$$

Затем вычисляют искомый отсчет b по рейке, установленной в точке B:

$$b = ГП - H_{пр}.$$

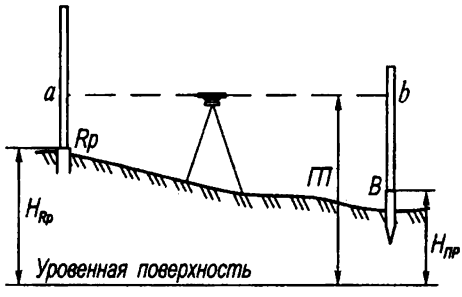


Рис. 139. *Схема выноса точки с проектной отметкой*

Тогда, наблюдая в нивелир за рейкой в точке *B*, забивают колышек до тех пор, пока отсчет по рейке не станет равным искомому отсчету *b*.

Для контроля правильности вынесения проектной отметки измерения повторяют. При этом точность нивелирования должна соответствовать точности выполняемых разбивок.

Построение линии с проектным уклоном. Решение данной задачи может быть выполнено с помощью нивелира или теодолита.

Пусть из точки *A* в направлении *AB* требуется разбить линию длиной *d* с заданным уклоном $i_{пр}$ (рис. 140, *а*).

Отложив на местности проектное расстояние *d*, отмечают колышком точку *B* и вычисляют ее проектную отметку.

$$H_B = H_A + i_{пр}d.$$

Между точками *A* и *B* устанавливают нивелир и, взяв отсчет по рейке на точке *A*, находят горизонт прибора.

$$ГП = H_A + a.$$

Затем вычисляют отсчет по рейке, который должен соответствовать проектному положению торца колышка в точке *B*:

$$b = ГП - H_B = H_A + a - H_B$$

и выносят отметку точки *B*. Линия, соединяющая торцы колышков в точках *A* и *B*, и будет линией с заданным уклоном.

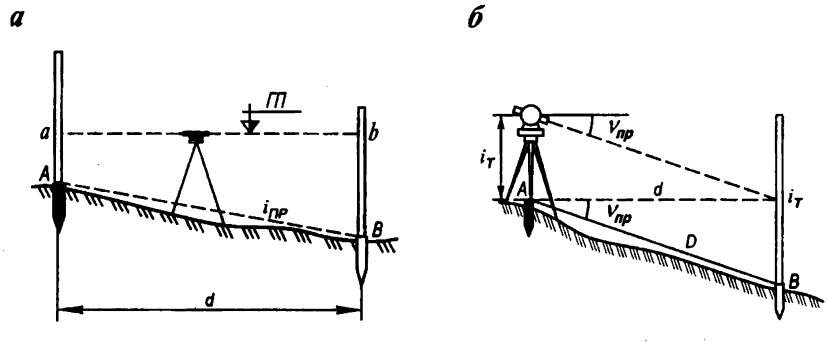


Рис. 140. *Схема построения линии с проектным уклоном:* а — *с помощью нивелира;* б — *с помощью теодолита*

При разбивке на местности линий со значительными уклонами $i_{пр}$ или углами наклона $\nu_{пр}$ используют теодолит (рис. 140, *б*). Для этого в точке *A* устанавливают теодолит, измеряют его высоту i_t и отмечают ее на рейке. От точки *A* откладывают наклонное расстояние $D = d/\cos \nu_{пр}$ и отмечают полученную точку *B* колышком.

Заранее определив МО вертикального круга, вычисляют отсчет при КЛ (или КП), соответствующий проектному углу наклона $\nu_{пр}$, и устанавливают этот отсчет на вертикальном круге теодолита. Затем на колышек в точке *B* ставят рейку и колышек забивают до тех пор, пока отсчет по рейке не станет равным высоте теодолита i_t.

При больших длинах линий с заданным уклоном в створе линии разбивают ряд промежуточных точек. Для точного определения по высоте положения промежуточных точек используют нивелир (рис. 141, *а*).

Нивелир устанавливают в точке *A* так, чтобы один из подъемных винтов подставки был расположен по направлению *AB*. Измеряют высоту прибора *i* и вращением подъемного винта устанавливают средний горизонтальный штрих сетки нитей на отсчет, равный *i*, по рейке в точке *B*. Последовательно перенося рейку в промежуточные точки *1* и *2*, забивают в них колышки так, чтобы отсчеты по рейке в этих точках равнялись высоте прибора *i*.

При больших уклонах вместо нивелира в точке *A* устанавливают теодолит, трубе которого придают требуемый наклон.

При высотных разбивках для земляных работ детальное построение наклонной линии выполняют с помощью визирок, представляющих собой деревянные бруски с поперечной планкой; высота визирок должна быть одинаковой. Две постоянные визирки устанавливают в точках *A* и *B* (рис. 141, *б*); наблюдатель визирует глазом по верхним обрезам планок этих визирок и получает визирный луч *ab* заданного уклона. Его помощник последовательно устанавливает третью, ходовую визирку на промежуточных точках и забивает в этих точках колья так, чтобы верхний обрез ходовой визирки совпадал с линией визирования.

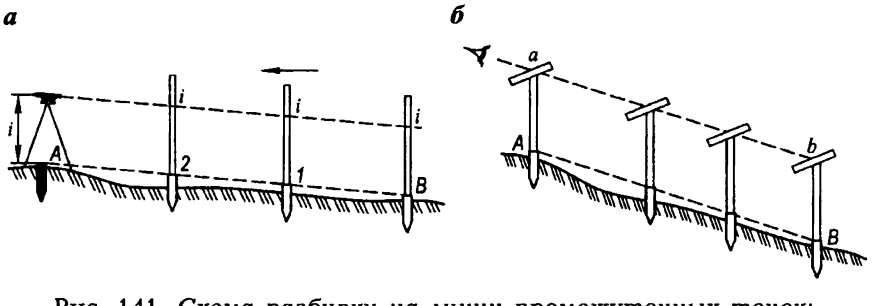


Рис. 141. *Схема разбивки на линии промежуточных точек:*
а — *с помощью нивелира;* б — *с помощью визирок*

При больших объемах работ по вертикальной планировке в настоящее время применяют *прибор управления лучом* (ПУЛ), в котором управление землеройным механизмом осуществляется с помощью лазерной системы.

§ 111. Перенесение проектных отметок на рабочие горизонты

При проведении геодезических разбивочных работ в процессе возведения зданий и сооружений часто возникает задача передачи проектной отметки на рабочие горизонты: дно котлована или траншеи, высокие части здания и т. п.

Передача отметки на дно глубокого котлована. Для перенесения проектной отметки на дно глубокого котлована (рис. 142) необходимо вблизи верхней бровки котлована соорудить укосину, на которой подвешивают рулетку (или мерную ленту) нулем вниз. На репер *A* ставят рейку, между репером и рулеткой устанавливают в рабочее положение нивелир. Последовательно визируя на рейку и рулетку, берут отсчеты *a* и *b*.

Далее переносят нивелир на дно котлована, а рейку — на колышек *B*, забитый на дне котлована. Берут отсчеты по рулетке и рейке (*c* и *d*). Тогда отметка дна котлована (верхнего торца колышка *B*) определится по формуле

$$H_B = H_A + a - (b - c) - d. \qquad (183)$$

Для того чтобы отметка дна котлована была равна проектной $H_{пр}$, необходимый отсчет по рейке должен быть

$$d' = H_A + a - (b - c) - H_{пр}. \qquad (184)$$

Колышек на дне котлована забивают до тех пор, пока отсчет по рейке не станет равным величине *d'*, вычисленной по формуле (184).

Передача отметки на монтажный горизонт. Передача отметки от опорного репера на рабочий репер монтажного горизонта выполняется с помощью двух нивелиров и стальной рулетки с миллиметровыми делениями, подвешенной на кронштейне (рис. 143). На нулевом конце рулетки закрепляют груз 10 кг, который опускают в сосуд с вязкой жидкостью (например, смесью отработанного машинного масла с опилками).

На исходном репере *A* и рабочем репере *B* устанавливают рейки и по команде одновременно с помощью нивелиров берут отсчеты: по рейкам — *a* и *d*; по нижней и верхней частям рулетки — *b* и *c*. Расстояние по вертикали между горизонтами нивелиров будет (*c* − *b*). Отметка точки *B* определится по формуле

$$H_B = H_A + a + (c - b) - d.$$

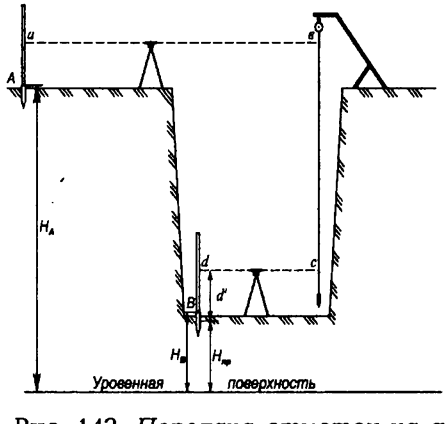


Рис. 142. *Передача отметок на дно глубокого котлована*

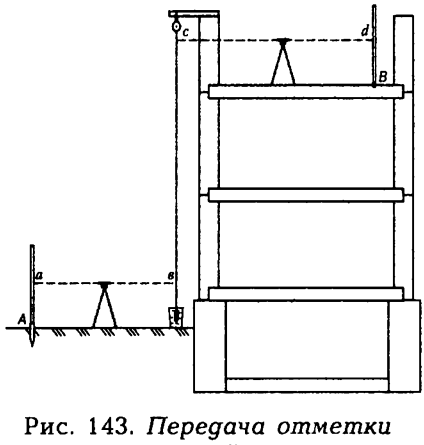


Рис. 143. *Передача отметки на монтажный горизонт*

Для контроля измерения повторяют, изменив высоту приборов. На монтажном горизонте рекомендуется устанавливать не менее двух рабочих реперов.

Для ускорения передачи отметок на верхние монтажные горизонты на соответствующей стене закрепляют небольшую шкалу, по которой легко найти и зафиксировать проектную отметку монтажного горизонта.

Если передача отметки не требует высокой точности либо не может быть выполнена с помощью нивелиров и рулетки, то задача решается с использованием теодолита методом тригонометрического нивелирования.

§ 112. Способы перенесения в натуру точек и осей сооружений

В зависимости от условий местности, размеров и типа сооружения, вида геодезической основы и требуемой точности перенесение проектных точек и линий в натуру может быть выполнено способами прямоугольных и полярных координат, угловых и линейных засечек, створов и разбивки от местных предметов.

Способ прямоугольных координат. На плане, опустив перпендикуляры из проектных точек *1* и *2* (рис. 144, *а*) на линию *AB*, соединяющую два опорных пункта, определяют прямоугольные координаты точек *1* (x_1', y_1') и *2* (x_2', y_2') в условной системе. На местности с помощью теодолита и мерной ленты по створу линии *AB* находят точки *C* и *D*. От-

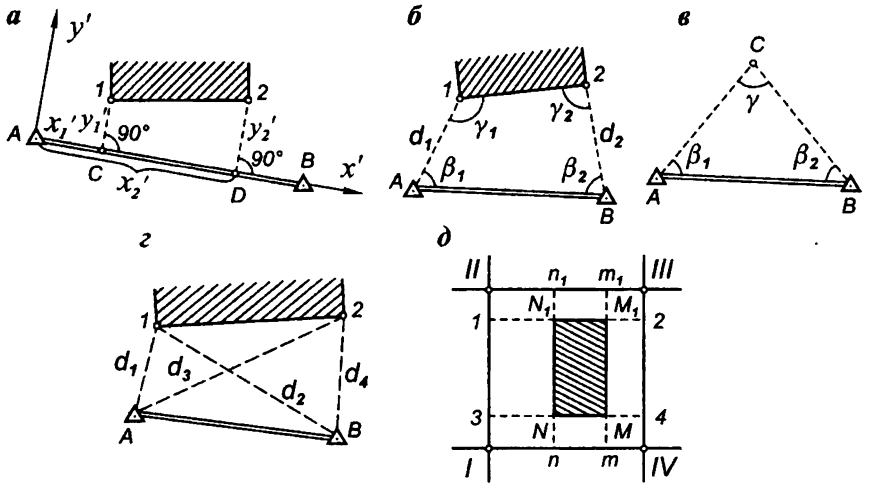


Рис. 144. *Схемы перенесения в натуру точек*

ложив при этих точках углы по 90° и ординаты y_1' и y_2', находят искомые точки *1* и *2*.

Этот способ удобно применять в условиях слабо пересеченной открытой местности. Для определения положения точек с минимальной погрешностью необходимо тщательно центрировать теодолит над точками, а исходная линия *AB* должна быть по возможности ближе к выносимым точкам.

Полярный способ. Сущность способа заключается в нахождении проектных точек на местности по углу и расстоянию (рис. 144, *б*).

Решением обратной геодезической задачи по известным координатам двух точек (например, *А* и *1)* находят полярные координаты искомой точки *1* относительно точки *А* геодезической основы: β_1 — горизонтальный угол и d_1 — горизонтальное расстояние. На местности для нахождения положения точки *1* теодолитом, установленным в точке *А*, откладывают угол β_1, а мерной лентой — расстояние d_1; при больших расстояниях линию предварительно провешивают. Аналогично находят положение точки *2*. Для контроля измеряют углы γ_1 и γ_2, а также расстояние между точками *1* и *2* на местности, которое сравнивают с проектным его значением.

Данный способ применяется в открытой местности, удобной для линейных измерений.

Способ угловых засечек применяют при разбивке сооружений на пересеченной местности, когда непосредственное измерение расстояний от опорных пунктов до определяемой точки затруднительно.

Положение точки *С* (рис. 144, *в*) на местности находится по углам β_1 и β_2, определенным на плане; эти углы откладывают от исходного направления с помощью теодолитов, установленных в точках *В* и *А*. Для контроля на местности измеряют угол γ при точке *С*.

Способ линейных засечек применяют в случае расположения выносимых точек относительно пунктов опорной сети на расстояниях, не превышающих длины мерного прибора (ленты, рулетки).

После определения на плане отрезков d_1 и d_2, d_3 и d_4 (рис. 144, *г*) прочерчивают на местности дуги, радиусы которых соответствуют этим длинам. Их пересечения определяют положение искомых точек *1* и *2*.

Способ створов применяется для разбивки сооружений при наличии на местности и плане координатной строительной сетки (рис. 144, *д*).

По плану определяют расстояния по сторонам квадрата сетки *1 — I*, *1 — 3*, *I — n*, *I — m* и т. д. Найденные расстояния откладывают на местности по сторонам соответствующего квадрата и в полученных точках *1*, *2*, *3*, *4*, *n*, *m*, n_1, m_1 забивают колышки. На пересечении линий визирования (например, *n — n_1* и *3 — 4*) находят положение точек здания (например, точки *N*).

Способ разбивки от местных предметов применяется на частично застроенных территориях при перенесении в натуру осей и точек вспомогательных или временных сооружений.

При разбивке сооружений от местных предметов используют способы створов, прямоугольных и полярных координат, угловых и линейных засечек и различные комбинации этих способов. Все исходные данные (углы и расстояния) определяют на плане графически, так как высокой точности разбивок при этом не требуется.

§ 113. Способы детальной разбивки закруглений

Для строительства подъездных шоссейных и железных дорог на площадках кроме главных точек закруглений НК, СК и КК (см. § 85) необходимо получить на местности еще ряд дополнительных точек кривой, т. е. выполнить *детальную разбивку кривой*. Дополнительные

точки на кривой закрепляют через равные промежутки k из соображений, что стрелка прогиба дуги k должна быть настолько мала, чтобы вписанный многоугольник можно было практически принять за дугу окружности.

Выбор величины дуги k (или хорды l) зависит от радиуса кривой R и назначения кривой. Очевидно, чем больше радиус кривой, тем больше может быть интервал детальной разбивки. При радиусе больше 500 м кривую разбивают через 20 м, при радиусе от 100 до 500 м — через 10 м, при радиусе до 100 м — через 5 м и менее. Наиболее распространенными способами детальной разбивки кривых являются способы прямоугольных координат, полярный (способ углов) и продолженных хорд.

Способ прямоугольных координат является наиболее точным и простым; он применяется в открытой равнинной местности. При этом способе положение точек на кривой через равные промежутки k определяется прямоугольными координатами x и y (рис. 145, *а*); за ось абсцисс принимают линию тангенса (касательной), а за начало координат — начало (НК) или конец кривой (КК).

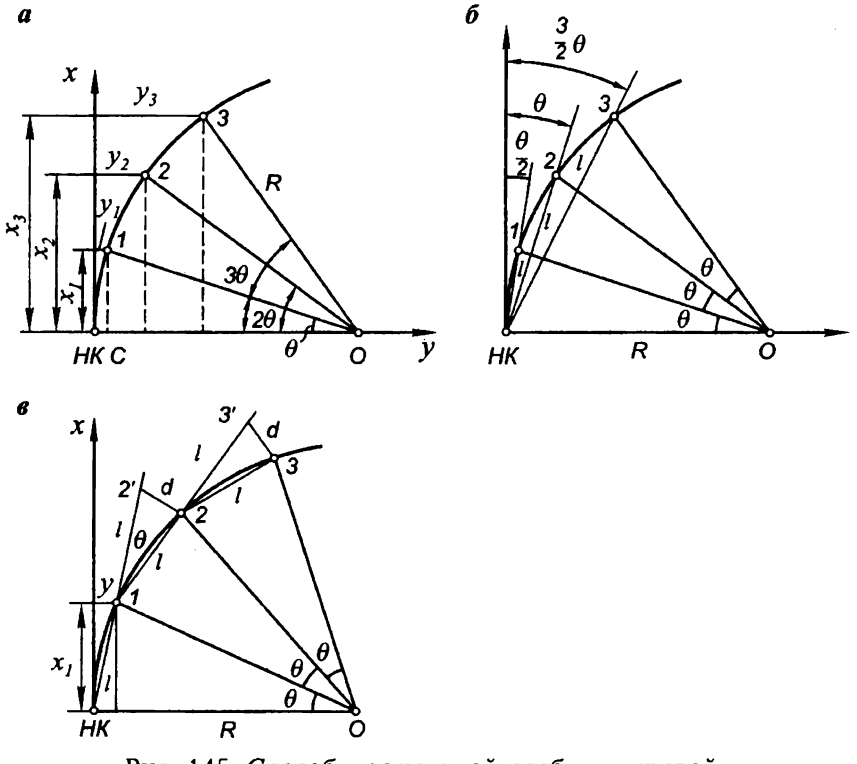


Рис. 145. *Способы детальной разбивки кривой*

Для вычисления координат x, y точек детальной разбивки предварительно вычисляют центральный угол θ, соответствующий заданной дуге k:

$$\theta = \frac{360^\circ}{2\pi R}k = \frac{180^\circ}{\pi R}k. \qquad (185)$$

Далее, решая прямоугольный треугольник *OC1*, получают:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= O1\sin\theta = R\sin\theta; \\ y_1 &= OA - OC = R - R\cos\theta = R(1-\cos\theta) \end{aligned}\right\}, \tag{186}$$

или

$$y_1 = 2R\sin^2\frac{\theta}{2}. \tag{187}$$

Аналогичным образом вычисляют координаты других точек, расположенных на первой половине кривой, через расстояние k по дуге кривой:

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= R\sin 2\theta; \quad & y_2 &= 2R\sin^2\theta; \\ x_3 &= R\sin 3\theta; \quad & y_3 &= 2R\sin^2\frac{3\theta}{2}; \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_n &= R\sin n\theta; \quad & y_n &= 2R\sin^2\frac{n\theta}{2} \end{aligned}\right\}. \tag{188}$$

Определение положения точек *1*, *2*, *3*, ..., *n*, кривой на местности сводится к откладыванию рулеткой от НК (или КК) по направлению тангенса отрезков x_1, x_2, x_3, ..., x_n, построению с помощью эккера (теодолита) перпендикуляров из концов этих отрезков и откладыванию по ним отрезков y_1, y_2, y_3, ..., y_n.

Разбивку ведут от начала кривой (НК) до середины, а затем от конца кривой (КК) также до середины кривой (СК). Обе половины кривой должны сомкнуться в точке СК, что контролирует точность детальной разбивки. Достоинством данного способа является то, что положение каждой точки кривой определяется независимыми промерами и при переходе от одной точки к другой погрешности не накапливаются.

Полярный способ (способ углов) целесообразно применять на косогорах, насыпях и в полузакрытой равнинной местности. Способ базируется на законе геометрии, согласно которому угол с вершиной в какой-либо точке кривой, образованный касательной и секущей, равен половине соответствующего центрального угла. Как видно из рис. 143, *б*, хорда $l = 2R\sin\theta/2$.

Отсюда

$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{l}{2R}. \tag{189}$$

Положение точек кривой на местности определяют линейно-угловыми засечками. Для этого теодолит устанавливают в точке НК (или КК) и от направления тангенса откладывают последовательно углы $\theta/2$; θ; $3\theta/2$ и т. д. Отложив рулеткой по направлению первого визирного луча отрезок l,

закрепляют на местности точку *1*. Из точки *1* протягивают рулетку до пересечения отрезка *l* со вторым визирным лучом и закрепляют точку *2* и т. д.

Недостатком способа является снижение точности детальной разбивки с увеличением числа точек, так как положение каждой последующей точки находится относительно предыдущей.

Способ продолженных хорд применяют при разбивке кривых на застроенных и залесенных участках, в выемках и тоннелях.

Разбивку кривой ведут с помощью мерной ленты и рулетки. По радиусу кривой *R* и принятой длине хорды *l* (рис. 143, *в*) вычисляют длину отрезка *d*, называемого *промежуточным перемещением*.

Значение величины *d* находят из подобия треугольников *0—1—2* и *1—2—2'*:

$$\frac{d}{l}=\frac{l}{R},$$

отсюда

$$d=\frac{l^2}{R}. \qquad (190)$$

Положение первой точки кривой находят способом прямоугольных координат; при этом значения координат x_1 и y_1 вычисляют по формулам (186) и (187). Закрепив на местности точку *1*, на продолжении створа линии *НК-1* откладывают длину хорды *l* и отмечают временную точку *2'*. Затем находят положение точки *2* на кривой линейной засечкой отрезками *l* из точки *1* и *d* из точки *2'*. Положение остальных точек детальной разбивки до середины кривой находится аналогичным образом.

Данный способ имеет тот же недостаток, что и полярный способ.

Глава 21

ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ И ОХРАНА ПРИРОДЫ ПРИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТАХ

§ 114. Техника безопасности и охрана труда

Все виды топографо-геодезических работ должны выполняться в соответствии с действующими техническими инструкциями, наставлениями и правилами по охране труда на топографо-геодезических работах, а также отраслевыми правилами по безопасности работ. Основные положения по обеспечению безопасных условий труда в полевых условиях представлены в «Правилах по технике безопасности на топографо-геодезических работах» (ПТБ-88) [13]. Основной задачей техники безопасности является обеспечение благоприятных условий для высокопроизводительного труда, улучшения охраны труда и устранения возможных причин травматизма.

Перед направлением на работу все работники подлежат обязательному медицинскому освидетельствованию для определения их пригодности к полевым работам в конкретных физико-географических условиях. При этом согласно трудовому законодательству к полевым работам в таежных, тундровых, пустынных и высокогорных районах, а также по постройке геодезических знаков лица моложе 18 лет не допускаются. В необходимых случаях по согласованию с местными санитарно-эпидемиологическими станциями всем работникам делают противоэпидемические прививки и обучают их мерам личной профилактики. При работе в малообжитых районах они должны быть проинструктированы на случай оказания первой помощи при ожогах, отморожениях, ушибах и переломах, солнечных и тепловых ударах, горной болезни, отравлениях, укусах ядовитых змей и насекомых.

Перед выполнением любых топографо-геодезических работ все работники должны пройти специальный инструктаж по технике безопасности, где им разъясняются требования безопасного ведения работ и поведения в сложившихся неблагоприятных ситуациях.

Топографические работы могут выполняться в самых различных условиях: в лесных, пустынных и труднодоступных районах, на территориях населенных пунктов, железнодорожных станций, промышленных и сельскохозяйственных предприятий и т. д. При работе в условиях лесной, пустынной, горной, болотистой и малонаселенной местности

основными причинами несчастных случаев и травматизма часто оказываются природные факторы, такие как недостаток или отсутствие ориентиров, большое число естественных препятствий, стихийные бедствия, отсутствие воды, пожары и т. п. При выполнении топографо-геодезических работ в населенных пунктах и на промплощадках предприятий источником несчастных случаев может стать искусственно созданная человеком обстановка. К ним относятся случаи поражения электрическим током, отравления газом при обследовании и съемке тоннелей, колодцев и коллекторов подземных сетей, происшествия, связанные с автомобильным или железнодорожным транспортом, работой на мостах, монтажом строительных конструкций, производством земляных работ и т. д.

Для предотвращения травмоопасных ситуаций «Правилами...» даются конкретные рекомендации по санитарной и личной гигиене работников в полевых условиях, спецодежде, спецобуви и снаряжению, организации полевого лагеря, передвижению на местности в различных физико-географических и климатических условиях, организации водных переправ, поведению заблудившихся и их поиску, применению гужевого, автомобильного и авиационного транспорта, работе с механизмами, правилами пожарной безопасности, постройке геодезических знаков и закладке центров, работе с геодезическими приборами и др.

Несчастные случаи могут произойти вследствие неисправности инструментов или неправильного пользования ими. Топоры, лопаты и молотки должны быть плотно насажены на рукоятки с расклиниванием металлическими клиньями. Рукоятки не должны иметь заусениц и трещин. Упаковочные ящики приборов должны иметь прочно скрепленные с ними ручки и заплечные ремни. При использовании полевого зонта его следует тщательно закреплять с помощью трех оттяжек. При линейных измерениях стальными лентами и рулетками нужно быть внимательным во избежание пореза рук об их края. Переносить вехи, штативы и шпильки следует, держа их острыми концами вниз. Чтобы не поранить ноги, запрещается переносить за спиной геодезические приборы со штативом.

При работе на проезжей части дороги с интенсивным движением транспорта и при работе на строительной площадке с большим числом работающих механизмов следует соблюдать осторожность и назначать наблюдателя за движущимся транспортом и механизмами. Нельзя выполнять геодезические работы в опасных зонах: вблизи работающих экскаваторов, подъемных кранов, в местах прохождения линий электропередач. При необходимости проведения таких работ электролинию следует отключить.

При отрыве котлованов для закладки геодезических центров в условиях неустойчивых грунтов необходимо укреплять стены котлованов досками. Места заложения центров и реперов в населенных пунктах должны быть согласованы с учреждениями, ведающими подземными коммуникациями; несоблюдение этого правила может привести к аварии с тяжелыми последствиями. При опускании тяжелых монолитов в котлован в нем не должен находиться никто из людей.

Особую предосторожность следует проявлять при подъеме на деревья, мачты и вышки с целью обследования местности. При подъеме на деревья необходимо пользоваться когтями и предохранительными поя-

сами. Перед подъемом на деревянные сигналы следует проверить их устойчивость и прочность отдельных элементов (лестниц, люков, перил и площадок). Запрещается подъем на геодезические знаки с грузом более 6 кг; при подъеме обе руки должны быть свободны. Нельзя находиться на деревьях, вышках, мачтах и сигналах во время сильного ветра или грозы. В период грозы нельзя стоять под высокими деревьями либо вблизи столбов, мачт и громоотводов. Во время работы на знаке под ним не должны находиться люди.

Запрещается работа со свето- и радиодальномерами при отсутствии их заземления и при открытых боковых крышках; при включенном высоком напряжении нельзя производить их вскрытие, юстировку и ремонт отдельных деталей. Во избежание облучения запрещается находиться перед параболоидом работающего радиодальномера на расстоянии менее 2 м.

Общими мерами борьбы с несчастными случаями является четкая организация труда, высокая трудовая дисциплина, добросовестное и вдумчивое выполнение каждым работником своих служебных обязанностей.

§ 115. Охрана природы и окружающей среды

При производстве топографических работ следует уделять большое внимание вопросам охраны природы. При этом необходимо стремиться к максимальной сохранности лесных и пахотных земель, пастбищ и других сельскохозяйственных угодий. Прокладку опорных ходов нужно выполнять по возможности вдоль дорог и троп, располагая центры и реперы в местах отсутствия лесонасаждений и сельскохозяйственных культур. При передвижении транспорта необходимо свести к минимуму повреждения ценных угодий и проведение лесных вырубок; с этой целью следует стремиться к более широкому использованию аэрогеодезических методов измерений. При развитии съемочного обоснования нужно по возможности использовать естественные контуры и местные объекты для размещения опорных точек, чтобы исключить нанесение ущерба природе.

При выполнении работ в населенных пунктах запрещается производить измерения на газонах, в огородах и других местах искусственных насаждений, рубить деревья и кустарники, ломать ветки. Нельзя засорять территорию и водоемы бытовыми отходами, выбрасывать бумагу, упаковочные материалы, банки, бутылки и т. п.; они должны быть сложены в ящики и контейнеры для сбора мусора. При работе в парках и скверах запрещается повреждать многолетние и однолетние насаждения.

В процессе работы необходимо предпринимать меры, исключающие загрязнение водных источников и окружающей среды, сохранять и охранять леса, торфяники и сельскохозяйственные посевы от пожаров. Правилами пожарной безопасности запрещается разводить костры возле нефтепродуктов и других легковоспламеняющихся веществ, вблизи деревьев, кустарников и спелых посевов, в местах с подсохшей травой, на торфяниках. Костры следует окапывать канавой и тщательно гасить, засыпая песком, землей или заливая водой. Нельзя бросать на землю горящие спички и тлеющие окурки в сухом лесу или на лугу с высохшей травой. Работники полевых партий в случае обнаружения очага пожара вблизи места их работы должны немедленно принять меры по быстрейшей его ликвидации.

Часть вторая

Раздел I

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Глава 1

ИЗМЕРЕНИЯ И ИХ ПОГРЕШНОСТИ

§ 1. Общие сведения об измерениях

Измерения играют весьма важную роль во всех областях науки и техники; они дают количественную информацию об объектах и явлениях, происходящих в природе, позволяют устанавливать происходящие в ней закономерности. Основным содержанием геодезических работ является измерение физических величин (горизонтальных и вертикальных углов, линий и др.).

В общем смысле *физическая величина* является характеристикой одного из свойств физического объекта (явления, процесса), общей в качественном отношении для ряда физических объектов, но в количественном выражении индивидуальной для каждого из них.

Измерение физических величин представляет собой познавательный процесс, заключающийся в сравнении данной величины с другой известной величиной, принятой за единицу меры (эталон). В Рекомендациях по межгосударственной стандартизации 29-99 «ГСИ. Метрология. Основные термины и определения» дается следующее определение измерения: *«Измерение — совокупность операций по применению технического средства, хранящего единицу физической величины, обеспечивающих нахождение соотношения (в явном или неявном виде) измеряемой величины с ее единицей и получение значения этой величины».*

Измерения любой величины следует рассматривать с двух точек зрения: количественной, выражающей *числовое значение измеренной величины*, и качественной, характеризующей *точность измерений.*

Измерения выполняют с помощью технических средств измерений, которые имеют нормированные метрологические характеристики, воспроизводящие и (или) хранящие единицу физической величины, размер которой принимают неизменным (в пределах установленной погрешности) в течение некоторого интервала времени. Измерения производят по определенному алгоритму, называемому *методом выполнения измерений.* После выполнения измерения и получения числового значения (результата измерения) производят *оценку погрешности измерения.*

Различают ***непосредственные*** (прямые) и ***косвенные*** измерения. При непосредственных измерениях выполняют непосредственное срав-

нение определяемой величины с единицей меры. Примером может служить измерение длины путем последовательного укладывания мерного прибора (мерной ленты, рулетки) вдоль измеряемой линии. При косвенных измерениях определяемую величину находят путем вычислений по результатам непосредственных измерений одной или нескольких величин, связанных с определяемой величиной математической зависимостью. Примерами являются определения длин линий оптическими дальномерами, параллактическим способом, светодальномерами и радиодальномерами.

Любое геодезическое измерение выполняется при наличии и взаимодействии пяти необходимых факторов: объекта измерений, исполнителя, прибора, метода измерения и внешней среды. Под внешней средой понимают совокупность всех внешних условий измерений: рельеф и грунт местности, растительный покров, температура, влажность и запыленность воздуха, освещение, ветер, облачность и др. Конкретное содержание этих факторов в процессе измерения определяет так называемые ***условия измерения***.

С условиями измерений связаны понятия *равноточных* и *неравноточных* измерений. Измерения, выполняемые при неизменных условиях, позволяющих считать результаты измерений одинаково надежными, называют ***равноточными***. Если хотя бы один из факторов, определяющих содержание условий измерений, будет изменяться, то такие измерения называют ***неравноточными***.

Как правило, результаты геодезических измерений непосредственно не используются, а предварительно подвергаются математической обработке, которая с помощью вычислительных методов и средств приводит результаты измерений к виду, удобному для практического использования. В любом случае математическая обработка не должна ухудшать результаты измерений.

При вычислительной обработке результатов измерений выделяют *необходимые* и *избыточные* (добавочные) измерения. ***Необходимыми*** называют такие измерения, которые позволяют получить единственный результат прямого или косвенного измерения данной величины. ***Избыточные*** измерения позволяют получить два и более значений определяемой величины. Если одна и та же величина измерена n раз, то одно из этих измерений будет необходимым, а остальные $(n - 1)$ измерения — избыточные. Например, длина линии местности измерена в прямом и обратном направлениях; в этом случае второе измерение является избыточным. В геодезической практике избыточные измерения являются средством контроля и повышения точности результатов измерений и позволяют судить о качестве измерений.

Внешние условия измерений, методы и средства измерений обусловливают разделение измерений на независимые и зависимые. ***Независимыми*** считают измерения, в которых отсутствуют погрешности, одинаково искажающие результаты этих измерений. Геодезические измерения, выполненные разными наблюдателями, приборами и методами, в различных внешних условиях являются независимыми.

Поскольку при производстве геодезических измерений наблюдатель, прибор и метод измерений часто остаются неизменными, то получен-

ные результаты будут ***зависимыми***. Однако анализ влияния этих факторов показывает, что в пределах необходимой для инженерных работ точности возникающими в этом случае зависимостями можно пренебречь. Вопросы учета взаимозависимости измеренных величин выходят за рамки излагаемого учебного материала.

§ 2. Погрешности измерений и их классификация

Любые измерения, как бы тщательно они ни выполнялись, сопровождаются неизбежными погрешностями.

Под ***погрешностью измерения величины*** *понимают отклонение результата измерения от его истинного (действительного) значения, т. е.*

$$\Delta = l - X, \tag{1}$$

где Δ — истинная погрешность измерения; l — результат измерения; X — истинное значение величины.

Согласно РМГ 29-99 под *истинным значением физической величины* понимается такое значение физической величины, которое идеальным образом характеризует ее в количественном и качественном отношениях. *Действительное значение физической величины* — это значение величины, полученное в результате ее измерения и настолько близкое к истинному значению, что в поставленной задаче может быть использовано вместо него. Результат измерения представляет собой приближенную оценку истинного значения величины.

Истинное значение измеряемой величины получить невозможно, даже используя приборы самой высокой точности и самую совершенную методику измерений. Лишь в отдельных случаях может быть известно теоретическое значение величины. Накопление погрешностей приводит к образованию расхождений между результатами измерений и действительными их значениями.

Появление в измерениях погрешностей является следствием непрерывных изменений указанных ранее факторов, определяющих условия измерений. Каждый из отдельных факторов вызывает появление так называемой *элементарной погрешности*; общая погрешность измерения является алгебраической суммой элементарных погрешностей. Элементарные погрешности могут быть весьма малыми по величине, но их суммарное воздействие способно существенно исказить результат измерения.

Погрешности измерений можно классифицировать по двум признакам: *по источнику происхождения; по характеру их действия на результаты измерений и свойствам.*

По источнику происхождения различают погрешности *средства измерения* (приборные), *личные* (субъективные), *внешние* и *метода измерений*. ***Погрешности средства измерения*** возникают от несовершенства применяемых приборов и вследствие невозможности их точной юстировки. ***Личные погрешности*** являются следствием физиологических особенностей наблюдателя. ***К внешним*** относятся погрешности, вызываемые воздействием внешних условий измерений (температуры,

давления, влажности, скорости ветра, освещенности, рефракции и т. п.) на объект измерения, на измерительный комплекс и на самого наблюдателя. ***Погрешности метода измерения*** вызываются несовершенством принятого метода измерения величины.

По характеру действия погрешностей на результаты измерений их разделяют на *грубые*, *систематические* и *случайные*.

К грубым относят погрешности, сильно искажающие результаты измерения, которые превосходят некоторый допустимый предел, устанавливаемый для данных условий измерений. Грубые погрешности являются следствием промахов и просчетов из-за невнимательности наблюдателя либо его недостаточной квалификации, а также неисправности применяемых приборов. Грубые погрешности должны быть выявлены и полностью исключены из результатов измерений; это достигается путем выполнения избыточных измерений и контрольных вычислений.

Систематическими называют такие погрешности, которые возникают от определенного источника погрешностей и всякий раз при данных условиях измерений могут быть одинаковыми по величине и знаку (постоянные систематические погрешности), изменяться по определенному закону (переменные) либо, изменяясь по величине, сохранять знак (односторонне действующие).

Примерами систематических погрешностей геодезических измерений могут служить: погрешность в отсчете по рейке, обусловленная невыполнением главного геометрического условия, предъявляемого к нивелиру; погрешность измерения горизонтального угла при одном положении вертикального круга, вызванная наличием коллимационной погрешности теодолита; погрешность в длине из-за отклонения мерной ленты от створа измеряемой линии и т. п. Влияние переменных систематических погрешностей может быть выражено функцией, связывающей результат измерения с каким-либо источником (например, изменение длины мерного прибора в зависимости от температуры).

В современных высокоточных измерениях систематические погрешности являются основным препятствием для существенного повышения точности геодезических определений. Поэтому выявление систематических погрешностей, источников их происхождения и выбор мер борьбы с влиянием этих погрешностей являются важнейшей задачей теории погрешностей измерений. Влияние систематических погрешностей на результаты геодезических измерений должно быть сведено к минимуму тщательными поверками и юстировками приборов, применением соответствующих методик измерений, а также введением поправок в измеренные величины.

Случайные погрешности — это неизбежные погрешности, возникшие из-за несовершенства органов чувств и применяемых приборов, а также изменения внешней среды. Величину, знак и характер влияния случайной погрешности на каждый отдельный результат измерения заранее установить невозможно, поэтому они не могут быть исключены из результатов измерений. Однако эти погрешности при достаточно большом числе измерений подчиняются определенным статистическим закономерностям, и изучение их дает возможность получить

наиболее надежный результат из совокупности результатов измерений и оценить его точность.

Из вышеизложенного следует, что основными задачами теории погрешностей измерений являются: изучение видов, причин возникновения погрешностей измерений и их свойств, нахождение по результатам измерений наиболее надежного значения измеряемой величины, установление критериев требуемой точности, оценка точности результатов измерений и функций измеренных величин. Методы решения этих задач позволяют заранее обосновать необходимую и достаточную точность измерений и с учетом этого произвести выбор соответствующих приборов и методики измерений.

Поскольку грубые и систематические погрешности могут быть обнаружены, изучены и исключены из результатов измерений, в дальнейшем будем полагать, что на результаты измерений основное влияние оказывают случайные погрешности.

Опыт показывает, что случайные погрешности можно рассматривать как случайные математические величины, изучением которых занимается теория вероятностей и математическая статистика. Дальнейшее изложение элементов теории погрешностей приводится с учетом того, что основы указанных дисциплин изучаются студентами в составе курса высшей математики.

Глава 2

РАВНОТОЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

§ 3. Свойства случайных погрешностей равноточных измерений

Как уже отмечалось ранее, к равноточным относятся измерения, выполняемые при неизменном комплексе условий. Однако, несмотря на постоянство основного комплекса условий, результаты многократных измерений величины всегда более или менее разнятся один от другого, т. е. они испытывают *случайное рассеивание*. Варьирование результатов наблюдений объясняется тем, что на процесс измерений влияют многочисленные факторы, учесть которые не представляется возможным либо целесообразным. Например, при угловых измерениях к числу таких факторов относятся случайные вибрации и деформации теодолита, неучитываемые изменения физических условий наблюдений (температуры, давления, влажности, оптических и электромагнитных свойств атмосферы), физиологических изменений органов чувств наблюдателя и т. д.

Пусть имеется ряд равноточных измерений $l_1, l_2, \ldots, l_n$, в каждом из которых присутствуют случайные погрешности $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_n$. Как показывает опыт обработки результатов геодезических наблюдений, случайные погрешности равноточных измерений обладают рядом свойств, которые проявляются в достаточно большом ряде измерений.

1. *Свойство ограниченности* — по абсолютной величине погрешности не превосходят некоторого предела.

2. *Свойство симметричности* — положительные и отрицательные погрешности, равные по абсолютной величине, встречаются в ряду измерений одинаково часто.

3. *Свойство унимодальности* — погрешности, большие по абсолютной величине, встречаются в ряду измерений реже, чем погрешности меньшие.

4. *Свойство компенсации* — среднее арифметическое из значений случайных погрешностей при неограниченном возрастании ряда измерений стремится к нулю, т. е.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{[\Delta]}{n} = 0, \qquad (2)$$

где [ ] — знак суммы, введенный Гауссом.

Ряд случайных погрешностей равноточных измерений Δ_1, Δ_2, ..., Δ_n можно рассматривать как реализации (значения) одной и той же случайной величины Δ.

Как известно, случайная величина (т. е. совокупность всех ее значений) полностью характеризуется законом ее распределения, который дает связь между значениями случайной величины (реализациями) и соответствующими им вероятностями.

Проведенные многими учеными исследования случайных погрешностей равноточных измерений методами математической статистики показывают, что большинство случайных погрешностей (как и большинство случайных величин) подчиняются нормальному закону распределения (закону К.Ф. Гаусса). Математическое ожидание случайной погрешности является теоретическим средним значением случайной величины Δ и равно нулю. Это свойство случайных погрешностей положено в основу теории погрешностей измерений.

§ 4. Критерии точности результатов равноточных измерений

Общее представление о точности измерений можно получить по рассеиванию результатов измерений; чем больше различаются между собой результаты, тем ниже точность измерений. Критериями точности, т. е. количественными характеристиками точности результатов измерений, служат математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение, оценками которых могут служить средняя, вероятная и средняя квадратическая погрешности.

Средней погрешностью называется среднее арифметическое из абсолютных величин случайных погрешностей:

$$\theta = \frac{[|\Delta|]}{n}. \tag{3}$$

Необходимо отметить, что средняя погрешность сглаживает влияние больших по абсолютной величине погрешностей, т. е. точность измерений оказывается несколько преувеличенной.

Вероятной погрешностью r называется величина, больше и меньше которой по абсолютной величине погрешности в ряду измерений равновозможны. Иными словами, вероятная погрешность делит пополам ряд случайных погрешностей, расположенных в порядке возрастания их абсолютных значений.

Основным критерием точности измерений является ***средняя квадратическая погрешность***, определяемая по формуле Гаусса

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}. \tag{4}$$

Формулу (4) применяют в случаях, когда известно истинное (действительное) значение измеряемой величины. Обычно в качестве действительного значения принимают результат измерений величины более точным прибором или методом, обеспечивающим точность измерений в 3—5 раз выше по сравнению с используемым прибором (методом).

По сравнению со средней и вероятной погрешностями средняя квадратическая погрешность обладает рядом преимуществ:

1) при вычислениях не нужно учитывать знаки отдельных погрешностей Δ;

2) средняя квадратическая погрешность чувствительна к большим по величине погрешностям и достаточно надежно определяется даже при небольшом числе измерений n ≥ 10;

3) средняя квадратическая погрешность m является оценкой теоретической характеристики среднего квадратического отклонения s и входит в функцию плотности нормального распределения, которая может быть представлена в виде

$$f(\Delta)=\frac{1}{m\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{\Delta^2}{2m^2}}. \qquad (5)$$

Уравнение (5) часто записывают в виде

$$f(\Delta)=\frac{h}{\sqrt{\pi}}\cdot e^{-h^2\Delta^2}, \qquad (6)$$

где $h=\frac{1}{m\sqrt{2}}$ — мера точности.

Плотность нормального распределения погрешности, описываемая выражением (6), называется ***уравнением погрешностей*** или ***кривой Гаусса***.

Кривая погрешностей, представленная графически на рис. 1, обладает следующими свойствами.

1. Ордината $y=f(\Delta)$ при любых значениях Δ не принимает отрицательных значений и не обращается в нуль, т. е. $y > 0$.

2. Кривая погрешностей симметрична относительно оси Oy, так как значения ординат для одинаковых по абсолютной величине положительных и отрицательных Δ равны.

3. При $\Delta = 0$ ордината y принимает максимальное значение, равное $\frac{h}{\sqrt{\pi}}$.

4. Кривая погрешностей имеет две точки перегиба (слева и справа от оси Oy) при $|\Delta|=m$.

Рис. 1. *Кривая нормального распределения случайных погрешностей*

5. Касательные к кривой в точках перегиба пересекаются с осью абсцисс в точках $|\Delta|=2m$.

Принципиальное отличие средней квадратической погрешности m от среднего квадратического отклонения σ состоит в том, что σ — постоянная теоретическая величина, характеризующая бесконечную совокупность данного вида измерений, а погреш-

ность m является величиной эмпирической, получаемой при ограниченном числе испытаний. С увеличением числа испытаний $m \to \sigma$. Следовательно, средняя квадратическая погрешность m является оценкой (приближенным значением) неизвестного среднего квадратического отклонения σ.

Поскольку ряд измерений, из которого находится средняя квадратическая погрешность m, является конечным, значение самой этой погрешности определится с некоторой погрешностью

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2n}}. \tag{7}$$

Величина m_m является оценкой точности определения средней квадратической погрешности m.

При большом числе измерений существуют устойчивые зависимости между рассмотренными критериями точности:

$$m = 1{,}23\theta; \tag{8}$$

$$m = 1{,}48r. \tag{9}$$

Наряду со средней квадратической погрешностью другой важной характеристикой точности измерений является ***предельная погрешность***, т. е. такое значение случайной погрешности, появление которого при данных условиях измерений маловероятно. Из анализа нормального распределения случайной погрешности (см. рис. 1) следует, что случайная погрешность измерения может превысить среднюю квадратическую примерно в 32 случаях из 100, удвоенную среднюю квадратическую погрешность — в 5 случаях из 100, утроенную — в 3 случаях из 1000. Следовательно, достаточно маловероятно, что случайная погрешность измерения превысит утроенную среднюю квадратическую. Поэтому при топографо-геодезических работах за предельную допустимую величину погрешности обычно принимают утроенную среднюю квадратическую погрешность, т. е.

$$m_{пред} = 3m.$$

При выполнении ответственных измерений предельную допустимую погрешность ограничивают величиной

$$m_{пред} = 2m.$$

Величины предельных допустимых погрешностей приводятся в инструкциях по производству геодезических измерений и служат критериями для отбраковки результатов измерений, имеющих погрешности более допустимых. Такие погрешности считают грубыми, и соответствующие измерения должны быть выполнены заново.

По форме числового выражения все погрешности разделяют на *абсолютные* и *относительные*.

Абсолютные (средние, средние квадратические, вероятные и предельные) ***погрешности*** выражаются в тех же единицах, что и измеряемые величины; обычно они используются для оценки точности измерений, не зависящих от значения измеряемой величины (например, от величины измеряемого угла). Однако абсолютные погрешности не всег-

да наглядно характеризуют точность измерений, особенно результатов непосредственных измерений линейных величин, погрешности которых зависят от длин линий. В таких случаях используют понятие относительной погрешности.

Относительной погрешностью называется отношение абсолютной погрешности к измеренной величине. Она выражается правильной дробью, числитель которой равен единице. Например, если линия длиной l измерена с абсолютной средней квадратической погрешностью m_l, то относительная погрешность

$$f_{отн} = \frac{m_l}{l} = \frac{1}{l : m_l} = \frac{1}{N}. \qquad (10)$$

Ниже приведен пример оценки результатов равноточных измерений, т. е. нахождение числовых характеристик точности измерений.

Пример. Длина линии измерена рулеткой 4 раза (табл. 1). Из измерений этой же линии высокоточным светодальномером известна истинная (действительная) длина линии $L = 181{,}246$ м. Требуется найти среднюю квадратическую погрешность одного измерения m_l, предельную погрешность $\Delta_{пред}$, относительную среднюю квадратическую погрешность измерений $f_{отн}$ и погрешность средней квадратической погрешности m_m.

Таблица 1

Оценка результатов равноточных измерений

№ измерений	Результаты измерений l, м	Погрешности измерений Δ, см	Δ_i^2
1	181,28	+ 3,4	11,56
2	181,22	– 2,6	6,76
3	181,30	+ 5,4	29,16
4	181,23	– 1,6	2,56

$[\Delta^2] = 50{,}04$

$$m_l = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} = \sqrt{\frac{50{,}04}{4}} = 3{,}5 \approx 4\,см; \quad m_{пред} = t \cdot m = 3m = 12\,см;$$

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2n}} = \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 4}} = 1{,}4\,см; \qquad f_{отн} = \frac{m_l}{l} = \frac{0{,}04\,м}{181{,}2\,м} \approx \frac{1}{4500}.$$

§ 5. Средние квадратические погрешности функций измеренных величин

В геодезической практике часто значения искомых величин (например, координат точек, превышений и т. п.) находят по результатам непосредственных измерений углов, линий и др. Очевидно, что если непосредственные измерения (аргументы) сопровождаются случайными погрешностями, то и результаты косвенных измерений как функции этих аргументов будут иметь погрешности. При этом величина средней квадратической погрешности функции измеренных величин зависит не

только от погрешностей аргументов, но и от вида функции, связывающей непосредственные измерения с косвенными.

Пусть задана функция общего вида $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$, аргументы которой независимо измерены со средними квадратическими погрешностями $m_1, m_2, ..., m_n$.

Выразим величины функции и аргументов через их истинные значения и погрешности в виде

$$Y + \Delta y = f(X_1 + \Delta x_1, \quad X_2 + \Delta x_2, ..., X_n + \Delta x_n). \tag{11}$$

Поскольку погрешности $\Delta x_1, \Delta x_2, ..., \Delta x_n$ малы по сравнению с измеренными величинами, то, разложив выражение (11) в ряд Тейлора, можно ограничиться при разложении членами, содержащими только первые степени погрешностей, т. е.

$$Y + \Delta y = f(X_1, X_2, ..., X_n) + \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + ... + \frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n, \tag{12}$$

где $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ — частные производные функции по аргументам x_i.

Переход от соотношения (11) к выражению (12) называется приведением функции к линейному виду.

Поскольку $Y = f(X_1, X_2, ..., X_n)$, то из уравнения (12) имеем

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + ... + \frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n. \tag{13}$$

Возведем уравнение (13) в квадрат и разделим на n:

$$\frac{\Delta y^2}{n} = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \cdot \frac{\Delta x_1^2}{n} + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \frac{\Delta x_2^2}{n} + ... + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right) \cdot \frac{\Delta x_1 \Delta x_2}{n} + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial x_3}\right) \cdot \frac{\Delta x_1 \Delta x_3}{n} + ... \quad . \tag{14}$$

Для ряда из k измерений можно получить k аналогичных равенств, просуммировав которые получим

$$\frac{[\Delta y^2]}{n} = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \cdot \frac{[\Delta x_1^2]}{n} + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \frac{[\Delta x_2^2]}{n} + ... + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right) \cdot \frac{[\Delta x_1 \Delta x_2]}{n} + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial f}{\partial x_3}\right) \cdot \frac{[\Delta x_1 \Delta x_3]}{n} + ... \quad . \tag{15}$$

Принимая во внимание, что математическое ожидание случайной погрешности равно нулю, то $\left[\Delta x_i \Delta x_{i+l}\right]_{n \to \infty} = 0$; тогда выражение (15) примет вид

$$\frac{[\Delta y^2]}{n} = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \cdot \frac{[\Delta x_1^2]}{n} + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \cdot \frac{[\Delta x_2^2]}{n} + ... + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right) \cdot \frac{[\Delta x_n^2]}{n}. \tag{16}$$

Переходим от истинных погрешностей к средним квадратическим погрешностям, учитывая, что согласно формуле Гаусса (4)

$$\frac{[\Delta y^2]}{n} = M_y^2, \quad \frac{[\Delta x_i^2]}{n} = m_i^2.$$

Тогда уравнение (16) в окончательном виде запишется как

$$M_y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \cdot m_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \cdot m_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \cdot m_n^2, \tag{17}$$

т. е. квадрат средней квадратической погрешности функции общего вида независимых аргументов равен сумме квадратов произведений частных производных по каждому аргументу на среднее квадратическое погрешности соответствующих аргументов.

Все другие функции можно рассматривать как частные случаи функции общего вида. Рассмотрим погрешности некоторых функций измеренных величин.

1. *Алгебраическая сумма измеренных величин* $y = x_1 \pm x_2 \pm \ldots \pm x_{n+k}$, причем $x_1, x_2, \ldots, x_n$ определены со средними квадратическими погрешностями m_1, m_2, ..., m_n, а $k = const$.

Согласно формуле (17) имеем

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 1; \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = 1 \text{ и т. д., а } \frac{\partial f}{\partial k} = 0.$$

Тогда

$$M_y^2 = m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_n^2. \tag{18}$$

В частном случае, если $m_1 = m_2 = \ldots = m_n$,

$$M_y = m\sqrt{n}. \tag{19}$$

2. *Произведение двух независимых величин* $y = x \cdot z$, где величины x и z определены соответственно с погрешностями m_x и m_z.

Согласно формуле (17)

$$\frac{\partial f}{\partial x} = z; \quad \frac{\partial f}{\partial z} = x.$$

Тогда

$$M_y^2 = x^2 \cdot m_z^2 + z \cdot m_x^2. \tag{20}$$

Для произведения постоянного числа k на измеренную величину x, т. е. для функции $y = k \cdot x$,

$$M_y = k \cdot m_x. \tag{21}$$

3. *Частное двух независимых величин* $y = \frac{x}{z}$, где величины x и z определены соответственно с погрешностями m_x и m_z.

В общем виде

$$M_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 \cdot m_x^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2 \cdot m_z^2.$$

Частные производные

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{z}; \quad \frac{\partial y}{\partial z} = \frac{x}{z^2}.$$

Тогда

$$M_y^2 = \frac{1}{z^2} m_x^2 + \frac{x^2}{z^4} m_z^2 = \frac{z^2 m_x^2 + x^2 m_z^2}{z^4}. \qquad (22)$$

4. *Линейная функция* $y = k_1 x_1 + k_2 x_2 + ... + k_n x_n$, где $k_1, k_2, ..., k_n$ — коэффициенты; $x_1, x_2, ..., x_n$ — независимые величины, измеренные с погрешностями $m_1, m_2, ..., m_n$.

Исходя из выражений (18) и (19), формулу средней квадратической погрешности линейной функции можно записать в виде

$$M_y^2 = k_1^2 \cdot m_1^2 + k_2^2 \cdot m_2^2 + ... + k_n^2 m_n^2. \qquad (23)$$

Ниже приведены примеры применения этих выражений для решения некоторых геодезических задач.

Пример 1

Угол измерен двумя полуприемами, в результате чего получены значения угла $\beta_{кл}$ и $\beta_{пл}$. Средняя квадратическая погрешность измерения угла в полуприеме равна 1′, т. е. $m'_{\beta_{кл}} = m'_{\beta_{кп}} = 1'$. Требуется определить среднюю квадратическую погрешность m_β угла, измеренного полным приемом.

Выражение для вычисления среднего значения угла можно записать в виде

$$\beta = \frac{1}{2}\beta_{кл} + \frac{1}{2}\beta_{кп}.$$

Согласно формуле (23)

$$m_\beta^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 m'^2_{\beta_{кл}} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 m'^2_{\beta_{кп}}.$$

Поскольку $m'_{\beta_{кл}} = m'_{\beta_{кп}} = m'_\beta$, то

$$m_\beta^2 = \frac{1}{2} m'^2_\beta \quad \text{и} \quad m_\beta = \frac{m'_\beta}{\sqrt{2}} = \frac{1'}{\sqrt{2}} = 0{,}7'.$$

Пример 2

Для передачи дирекционного угла α_u от исходной стороны на линию съемочного обоснования проложен привязочный ход с числом станций $n = 4$, т. е. измерены горизонтальные углы на четырех точках и измерены три линии. Средняя квадратическая погрешность измерения горизонтального угла одним полуприемом $m_\beta = 1'$.

С какой погрешностью получен дирекционный угол M_{ac} линии съемочного обоснования?

Найдем среднюю квадратическую погрешность измерения угла полным приемом (см. пример 1):

$$m_\beta = \frac{m_\beta}{\sqrt{2}} = 0{,}7'.$$

Дирекционный угол α_c линии съемочного обоснования вычисляют по известной формуле

$$\alpha_c = \alpha_u + 180° - \beta_1 + 180° - \beta_2 + 180° -$$

$$-\beta_3 + 180° - \beta_4 = \alpha_u + 180° \times 4 - \sum^{u} \beta_i,$$

где β_i — измеренные полным приемом (правые) горизонтальные углы.

Тогда среднюю квадратическую погрешность M_{ac} определения дирекционного угла линии съемочного обоснования найдем по формуле (23)

$$M_{ac} = m_\beta \sqrt{n},$$

где n — число станций (углов), т. е.

$$M_{ac} = 0{,}7' \cdot \sqrt{4} = 1{,}4'.$$

Пример 3

Найти погрешность определения приращения координаты Δx, вычисленного по формуле $\Delta x = d \cdot cos\ \alpha$, если длина стороны $d = 150{,}0$ м измерена со средней квадратической погрешностью $m_d = 0{,}1$м, а дирекционный угол $\alpha = 60°02'$ определен с погрешностью $m_\alpha = 1'$.

Исходя из выражения (17),

$$m_{\Delta x}^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial d}\right)^2 m_d^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right)^2 m_\alpha^2 = \left(cos\,\alpha \cdot m_d\right)^2 + \left(d sin\,\alpha \cdot \frac{m_\alpha}{\rho}\right)^2,$$

$$m_{\Delta x}^2 = (0{,}4995 \cdot 0{,}1)^2 + \left(150 \cdot 0{,}8663 \cdot \frac{1'}{3438'}\right)^2 = 0{,}00392\ \text{м}^2;$$

$$m_{\Delta x} = \sqrt{0{,}00392} = 0{,}06\text{м}.$$

§ 6. Среднее арифметическое. Средняя квадратическая погрешность среднего арифметического

Пусть в результате равноточных измерений величины, истинное значение X которой известно, получен ряд измеренных значений

$$l_1, l_2, \ldots, l_n.$$

Как отмечалось ранее, разности между каждым измеренным значением l и истинным X представляют собой истинные погрешности

$$\Delta_1=l_1-X; \quad \Delta_2=l_2-X; \quad ...; \quad \Delta_n=l_n-X. \tag{24}$$

С учетом того, что грубые и систематические погрешности исключены из результатов измерений, истинные погрешности можно считать случайными.

Сложив почленно все левые и правые части равенства в (24), получим

$$[\Delta]=[l]-Xn.$$

Отсюда

$$\frac{[\Delta]}{n}=\frac{[l]}{n}-X=\bar{x}-X, \tag{25}$$

где $\frac{[l]}{n}=\bar{x}$ — *среднее арифметическое*, или *простая арифметическая середина.*

Поскольку согласно четвертому свойству случайных погрешностей (см. § 3) при $n\to\infty$ $\frac{[\Delta]}{n}=0$, то $\bar{x}\to X$, т. е. *среднее арифметическое из результатов измерений при неограниченном увеличении стремится к истинному значению измеренной величины.* При конечном числе измерений среднее арифметическое является ее *вероятнейшим значением.*

Формулу среднего арифметического можно записать в виде

$$\bar{x}=\frac{1}{n}l_1+\frac{1}{n}l_2+...+\frac{1}{n}l_n. \tag{26}$$

Правая часть выражения (26) представляет собой линейную функцию независимых аргументов l_1, l_2, ..., l_n. Тогда в соответствии с формулой (23) средняя квадратическая погрешность среднего арифметического будет

$$M^2=\frac{1}{n^2}m_1^2+\frac{1}{n^2}m_2^2+...+\frac{1}{n^2}m_n^2. \tag{27}$$

Поскольку все аргументы измерены равноточно, то

$$m_1=m_2=...=m_n=m.$$

Следовательно, формула (27) примет вид

$$M^2=n\frac{1}{n^2}m^2,$$

откуда

$$M=\frac{m}{\sqrt{n}}, \tag{28}$$

т. е. *средняя квадратическая погрешность арифметической середины в* $\sqrt{n}$ *раз меньше средней квадратической погрешности отдельного измерения.*

Анализ выражения (28) показывает, что с увеличением числа измерений повышается точность определения среднего арифметического из

результатов этих измерений. Однако чрезмерное увеличение числа измерений в большинстве случаев является нецелесообразным, так как при этом преобладающее влияние оказывают остаточные систематические погрешности, препятствующие повышению точности окончательного результата. Дальнейшее повышение точности результатов измерений может быть обеспечено путем применения более совершенных приборов и методов измерений.

§ 7. Средняя квадратическая погрешность отдельного измерения, вычисленная по уклонениям от среднего арифметического

Приведенная ранее формула Гаусса (4) применима в весьма редких случаях, когда известно истинное значение измеряемой величины X. На практике по результатам измерений обычно определяют среднее арифметическое (вероятнейшее значение) величины. В этом случае среднюю квадратическую погрешность отдельного результата из ряда равноточных измерений можно вычислить по их *уклонениям* от среднего арифметического $\bar{x}$, которые являются *вероятнейшими погрешностями* измерений*.

Уклонением *и* ***называется разность между результатом отдельного измерения и среднего арифметического из ряда равноточных измерений***

$$u = l - \bar{x}. \tag{29}$$

Уклонения обладают следующими свойствами.

1. *Алгебраическая сумма уклонений равна нулю при любом числе измерений*, т. е. $[u] = 0$ (при условии, что ошибка округления равна 0).

Для ряда равноточных измерений можно записать:

$$u_1 = l_1 - \bar{x};\ \ u_2 = l_2 - \bar{x};\ \ldots;\ u_n = l_n - \bar{x}.$$

После сложения левых и правых частей равенств получим

$$[u] = [l] - \bar{x}n.$$

Поскольку $[l] = \bar{x}n$, то $[u] = 0$.

Это свойство уклонений используют для контроля правильности вычисления среднего арифметического и уклонений.

2. *Сумма квадратов уклонений результатов измерений от среднего арифметического всегда меньше, чем от любого другого числа*, т. е. $[u^2] = min$.

Рассмотрим функцию

$$y = [u'^2] = [(l - x)^2], \tag{30}$$

* При уравнивании результатов измерений в геодезических сетях (см. раздел IV части второй настоящего пособия) вместо уклонений (вероятнейших погрешностей) u_i принято пользоваться вероятнейшими поправками $v_i = -u_i$.

где x — переменная величина, l_i — результаты измерений, u_i' — уклонения результатов измерений от выбранной величины x.

Для проверки функции на минимум следует взять ее производную и приравнять к нулю, т. е.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 2(l_1 - x) + (l_2 - x) + \ldots + 2(l_n - x) = 0.$$

Отсюда $[l] = xn$, $\frac{[l]}{n} = \bar{x}$, $x = \bar{x}$.

Следовательно, только при значении $x = \bar{x}$ функция (30) будет иметь минимум, т. е. $[u^2] = min$.

Для выражения средней квадратической погрешности по уклонениям отдельных измерений от среднего арифметического надо объединить значения истинной и вероятнейшей погрешностей.

Для ряда равноточных измерений $l_1, l_2, \ldots, l_n$ величины, истинное значение которой X известно, а среднее арифметическое $\bar{x} = \frac{[l]}{n}$, можно записать:

$$\Delta_1 = l_1 - X;\ \Delta_2 = l_2 - X;\ \ldots;\ \Delta_n = l_n - X;$$

$$u_1 = l_1 - \bar{x};\ u_2 = l_2 - \bar{x};\ \ldots;\ u_n = l_n - \bar{x}.$$

Следовательно, разность погрешностей

$$\Delta_1 - u_1 = \bar{x} - X = \Delta_X;$$
$$\Delta_2 - u_2 = \bar{x} - X = \Delta_X;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots;$$
$$\Delta_n - u_n = \bar{x} - X = \Delta_X,$$

где $\Delta_i - u_i = \Delta_x = s$ — *истинная погрешность среднего арифметического* $\bar{x}$.

Отсюда можно записать

$$\Delta_1 = u_1 + s;\ \Delta_2 = u_2 + s;\ \ldots;\ \Delta_n = u_n + s. \qquad (31)$$

Возведя в квадрат каждое из равенств системы уравнений (31) и сложив левые и правые части равенств, получим

$$[\Delta^2] = [u^2] + 2s[u] + n[s^2], \qquad (32)$$

где $[u] = 0$.

Тогда уравнение (32) запишется как

$$[\Delta^2] = [u^2] + n[s^2]. \qquad (33)$$

Откуда $$\frac{[\Delta^2]}{n} = \frac{[u^2]}{n} + [s]^2.$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{[\Delta^2]}{n} = m^2,$$

и заменив истинную погрешность среднего арифметического s ее средним значением M, т. е.

$$M^2 = \frac{m^2}{n},$$

имеем

$$m^2 = \frac{[u^2]}{n} + \frac{m^2}{n}.$$

Из этого выражения получим $nm^2 - m^2 = [u^2]$.

Тогда $m^2 = \frac{[u^2]}{n-1}$,

или

$$m = \sqrt{\frac{[u^2]}{n-1}}, \tag{34}$$

где $(n-1)$ — число избыточных измерений.

Выражение (34) называют ***формулой Бесселя***.

Величина m характеризуется средней квадратической погрешностью

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2(n-1)}}. \tag{35}$$

С учетом выражения $M = \frac{m}{\sqrt{n}}$ средняя квадратическая погрешность среднего арифметического определится как

$$M = \sqrt{\frac{[u^2]}{n(n-1)}}. \tag{36}$$

При $n>10$ результаты оценки m по формуле Бесселя приближаются к результатам оценки по формуле Гаусса.

Для оценки точности угловых измерений на пунктах триангуляции величина m обычно вычисляется по формуле Петерса.

Формула Петерса может быть получена из формул Гаусса (4) и Бесселя (34), выражающих среднюю квадратическую погрешность результата отдельного измерения. При большом числе измерений

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} \cong \sqrt{\frac{[u^2]}{n-1}}. \tag{37}$$

Возведем в квадрат левую и правую части выражения (37) и приведем его к общему знаменателю:

$$\frac{[\Delta^2]}{n} = \frac{[u^2]}{n-1}; \qquad [\Delta^2]\cdot(n-1) = [u^2]\cdot n,$$

или

$$[\Delta^2]=[u^2]\cdot\frac{n}{n-1}. \tag{38}$$

Извлекая квадратный корень из обеих частей уравнения (38), получим приближенно:

– для отдельного измерения

$$|\Delta|\approx|u|\sqrt{\frac{n}{n-1}};$$

– для всего ряда измерений

$$[|\Delta|]=[|u|]\cdot\sqrt{\frac{n}{n-1}}. \tag{39}$$

Разделив уравнение (39) на число измерений n, имеем

$$\frac{[|\Delta|]}{n}=\frac{[|u|]}{\sqrt{n(n-1)}}, \tag{40}$$

где $\frac{[|\Delta|]}{n}=\theta$, т. е. средняя погрешность.

Тогда

$$\theta=\frac{[|u|]}{\sqrt{n(n-1)}} - \textbf{\textit{формула Петерса.}} \tag{41}$$

Учитывая, что средняя погрешность θ связана со средней квадратической погрешностью m соотношением $m=1{,}25\,\theta$, формула (41) запишется в виде

$$m=\frac{1{,}25}{\sqrt{n(n-1)}}\cdot[|u|]. \tag{42}$$

Формулу (42) можно упростить, принимая приближенно $n(n-1)\approx(n-0{,}5)^2$; тогда

$$m=\frac{1{,}25[|u|]}{n-0{,}5}. \tag{43}$$

Оценка точности по формуле Петерса, так же как и по формуле Бесселя, несколько преувеличивает точность конечных результатов измерений. Вычисленная по этим двум формулам средняя квадратическая погрешность при большом числе измерений дает одинаковое значение; поэтому вычисление m по обеим формулам служит ее контролем. Заметное расхождение результатов вычислений по этим формулам свидетельствует о наличии в ряде измерений существенных систематических погрешностей.

Вычисление средней квадратической погрешности результата отдельного измерения по формулам Бесселя или Петерса называют

также *оценкой точности результатов измерений по внутренней сходимости.*

§ 8. Обработка результатов равноточных измерений одной и той же величины

Обработка результатов измерений одной и той же величины имеет целью нахождение наиболее надежного значения измеренной величины и оценку его точности.

Обработку рядов равноточных измерений проводят в следующей последовательности.

1. Находят наиболее надежное (вероятнейшее) значение измеренной величины, т. е. ее среднее арифметическое

$$\bar{x} = \frac{[l]}{n}.$$

Вычисления удобно выполнять с использованием «остатков» ε по формуле

$$\bar{x} = l_0 + \frac{[\varepsilon]}{n}, \tag{44}$$

где $\varepsilon_1 = l_1 - l_0$; $\varepsilon_2 = l_2 - l_0$; ...; $\varepsilon_n = l_n - l_0$.

В качестве l_0 рекомендуется выбирать наименьший результат из ряда измерений $l_1, l_2, ..., l_n$; в этом случае всегда остатки $\varepsilon \geq 0$.

2. Вычисляют уклонения результата каждого измерения от среднего арифметического

$$u_i = l_i - \bar{x}.$$

3. Найденные значения среднего арифметического $\bar{x}$ и уклонений u контролируют равенством $[u] = 0$.

Если значение среднего арифметического получено с округлением, то контроль выполняют как

$$[u] = -n \cdot \omega_0,$$

где ω_0 — погрешность округления $\bar{x}$.

4. Вычисляют и контролируют величину $[u^2]$ по формуле

$$[u^2] = [\varepsilon^2] - \frac{[\varepsilon]^2}{n},$$

или

$$[u^2] = [u\varepsilon] + [u] \cdot (l_0 - \bar{x}).$$

5. Вычисляют среднюю квадратическую погрешность отдельного измерения по формуле Бесселя

$$m = \sqrt{\frac{[u^2]}{n-1}}.$$

6. Контролируют вычисление средней квадратической погрешности по формуле Петерса

$$m = \frac{1{,}25 \cdot [|u|]}{\sqrt{n(n-1)}}.$$

7. Определяют надежность средней квадратической погрешности отдельного результата измерений, которую учитывают для правильного округления средней квадратической погрешности отдельного измерения

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2(n-1)}}.$$

8. Вычисляют среднюю квадратическую погрешность среднего арифметического

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{[u^2]}{n(n-1)}}.$$

9. Определяют надежность средней квадратической погрешности среднего арифметического

$$m_M = \frac{M}{\sqrt{2(n-1)}}.$$

Пример математической обработки результатов равноточных измерений горизонтального угла восемью приемами приведен в табл. 2.

Таблица 2

Обработка результатов равноточных измерений

№ приема	Результат измерения l_i	Остатки $\varepsilon_i = l_i - l_0$	ε^2	Уклонения u	u^2	$u\varepsilon$
1	84° 36′ 18,8″	+0,2″	0,04	–0,2″	0,04	–0,04
2	19,4	+0,8	0,64	+0,4	0,16	+0,32
3	18,6	0,0	0,00	–0,4	0,16	0,00
4	19,1	+0,5	0,25	+0,1	0,01	+0,05
5	19,3	+0,7	0,49	+0,3	0,09	+0,21
6	18,8	+0,2	0,04	–0,2	0,04	–0,04
7	19,0	+0,4	0,16	0,0	0,00	0,00
8	19,2	+0,6	0,36	+0,2	0,04	+0,12
	l_0 = 84° 36′ 18,6″	Σ = +3,4	1,98	+0,2	0,54	+0,62

$\frac{[\varepsilon]}{n} = \frac{+3{,}4}{8} = +0{,}425''$; $\omega_0 = -0{,}025''$; $[|u|] = 1{,}8''$;

$\bar{x} = l_0 + \frac{[\varepsilon]}{n} = 84^\circ 36' 19{,}0''$;

$[u] = -n\omega_0 = -8 \cdot (-0{,}025'') = +0{,}2''$;

$[u^2] = [\varepsilon^2] - \frac{[\varepsilon]^2}{n} = 1{,}98 - \frac{3{,}4^2}{8} = 0{,}54$;

$[u^2] = [u\varepsilon] + [u](l_0 - \bar{x}) = 0{,}62 + 0{,}2 \cdot (18{,}6 - 19{,}0) = 0{,}54$;

$$m = \sqrt{\frac{[u^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,54}{8-1}} = 0,28'' \approx 0,3'';$$

$$m = \frac{1,25 \cdot [|u|]}{\sqrt{n(n-1)}} = \frac{1,25 \cdot 1,8}{\sqrt{8(8-1)}} = 0,30'' \approx 0,3''; \qquad M = \frac{m}{\sqrt{n}} = \frac{0,28}{\sqrt{8}} = 0,10'' \approx 0,1'';$$

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2(n-1)}} = \frac{0,28}{\sqrt{2(8-1)}} = 0,07'' \approx 0,1''; \qquad m_M = \frac{M}{\sqrt{2(n-1)}} = \frac{0,10}{\sqrt{2(8-1)}} = 0,03''.$$

Ответ: 84° 36′ 19,0″ с $M \approx 0,1''$.

§ 9. Оценка точности по разностям двойных равноточных измерений

В практике геодезических измерений в целях контроля и повышения точности каждую величину измеряют независимо несколько раз. При этом часто ограничиваются двумя измерениями, поэтому такие измерения называют *двойными*. Примерами двойных измерений могут служить измерения длин линий мерной лентой в прямом и обратном направлениях, измерения углов двумя полуприемами, определение превышений методом геометрического нивелирования по двум сторонам рейки или двумя нивелирами одновременно и т. п. Чем точнее выполнены двойные измерения, тем ближе будет сходимость результатов в каждой паре измерений.

Пусть имеем ряд парных равноточных измерений l'_1 и l''_1, l'_2 и l''_2, ..., l'_n и l''_n. Разности двойных измерений будут:

$$d_1 = l'_1 - l''_1;$$
$$d_2 = l'_2 - l''_2;$$
$$\ldots\ldots;$$
$$d_n = l'_n - l''_n;$$
$$m_{e'} = m_{e''} = m_e = m.$$

Если измерения были бы безошибочными, то каждая из этих разностей равнялась бы нулю. Следовательно, истинное значение каждой разности будет равно нулю, а величину d_i можно рассматривать как «измеренное значение» этой разности, т. е. $d_i - 0 = d_i$. Иными словами, истинные погрешности разностей равны самим разностям d_i.

Если $\frac{[d]}{n} = 0$, то в соответствии с четвертым свойством случайных погрешностей измерений разности d_i есть погрешности случайного характера. Тогда средняя квадратическая погрешность одной такой разности определится по формуле Гаусса как

$$m_d = \sqrt{\frac{[d^2]}{n}}, \tag{45}$$

где n — число всех разностей.

Погрешность одной разности из двух равноточных измерений

$$m_d = m\sqrt{2},$$

где m — погрешность отдельного измерения.

Отсюда

$$m = \frac{m_d}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{[d^2]}{2n}}. \tag{46}$$

Если $\frac{[d]}{n}$ отличается от нуля, то можно предположить, что результаты измерений содержат остаточную систематическую погрешность, которую следует исключить из разностей двойных измерений.

Средняя систематическая погрешность одной разности

$$\delta_c = \frac{[d]}{n}.$$

Величину δ_c необходимо учитывать, если соблюдается неравенство

$$|[d]| \geq 0{,}25\,[|d|]. \tag{47}$$

Исключив из каждой разности двойных измерений систематическую погрешность δ_c, имеем:

$$d'_1 = d_1 - \delta_c; \quad d'_2 = d_2 - \delta_c; \quad \ldots; \quad d'_n = d_n - \delta_c,$$

где $d'_1, d'_2, \ldots, d'_n$ — уклонения разностей от их арифметической середины δ_c, следовательно, они являются вероятнейшими погрешностями этих разностей.

Тогда средняя квадратическая погрешность разности двойных измерений может быть найдена по формуле Бесселя, т. е.

$$m_{d'} = \sqrt{\frac{[d'^2]}{n-1}}, \tag{48}$$

а погрешность отдельного измерения l

$$m_l = \frac{m_{d'}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{[d'^2]}{2(n-1)}}. \tag{49}$$

Вычисление суммы $[d'^2]$ контролируется по формуле

$$[d'^2] = [d^2] - \frac{[d]^2}{n}.$$

Средняя квадратическая погрешность среднего арифметического значения двойного измерения $l_{ср} = \frac{l' + l''}{2}$ будет

$$m_{l_{ср}} = \frac{m_l}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{[d'^2]}{n-1}}. \tag{50}$$

Следует отметить, что разности двойных измерений не отражают полностью влияние всех погрешностей, возникающих при измерениях. Так, зачастую двойные измерения выполняют в одинаковых условиях (например, при измерениях угла двумя полуприемами, превышения на станции по двум сторонам рейки и т. п.). При этом некоторые погрешности одинаково влияют на каждый результат измерения и исключаются при вычислении разностей d, по которым производится оценка точности измерений. Поэтому формулы оценки точности по разностям двойных измерений дают преуменьшенные значения средних квадратических погрешностей m.

Пример. Требуется определить средние квадратические погрешности одного превышения и среднего из превышений на станции по данным геометрического нивелирования трассы, выполненного двумя нивелирами (табл. 3).

Таблица 3

Оценка точности по разностям двойных измерений превышений

Номера станций	Превышения, мм		d, мм	d^2	$d' = d - \delta_c$, мм	d'^2
	h'	h''				
1	+1607,5	+1602,5	+5,0	25,00	+3,6	12,96
2	– 753,0	– 750,0	– 3,0	9,00	– 4,4	19,36
3	– 616,5	– 614,0	– 2,5	6,25	– 3,9	15,21
4	+449,0	+451,0	– 2,0	4,00	– 3,4	11,56
5	– 374,5	– 379,5	+5,0	25,00	+3,6	12,96
6	– 772,0	– 774,5	+2,5	6,25	+1,1	1,21
7	– 1344,5	– 1348,5	+4,0	16,00	+2,6	6,76
8	+2115,5	+2117,0	– 1,5	2,25	– 2,9	8,41
9	+842,0	+840,0	+2,0	4,00	+0,6	0,36
10	+627,5	+623,0	4,5	20,25	+3,1	9,61
		Σ	+14,0	118,00	0,0	98,40

$$\delta_c = \frac{[d]}{n} = \frac{+14}{10} = +1{,}4 \text{ мм};$$

$|[d]| = 14{,}0 > 0{,}25 \cdot [|d|] = 8$, следовательно, δ_c нужно исключить из значений разностей d.

$$m_{d'} = \sqrt{\frac{[d'^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{98{,}4}{10-1}} = 3{,}3 \text{ мм},$$

$$m_h = \frac{m_{d'}}{\sqrt{2}} = \frac{3{,}3}{\sqrt{2}} = 2{,}3 \text{ мм}; \quad m_{h_{ср}} = \frac{m_h}{\sqrt{2}} = \frac{2{,}3}{\sqrt{2}} = 1{,}6 \text{ мм}.$$

Контроль: $[d'^2] = [d^2] - \frac{[d]^2}{n}$; $98{,}4 = 118{,}0 - \frac{14^2}{10} = 98{,}4$.

Глава 3

НЕРАВНОТОЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

§ 10. Веса независимых измерений и их свойства. Весовое среднее, или общая арифметическая середина

В практике измерений часто встречаются случаи, когда в ряду измерений различные результаты получены в различных условиях, приборами различной точности, различным числом приемов и т. п., т. е. результаты таких измерений являются неравноточными. В этих случаях при определении наиболее надежного значения измеренной величины нельзя пользоваться средним арифметическим, которое не учитывает степень надежности каждого отдельного результата измерений.

Измерения, выполняемые в неодинаковых условиях, характеризуются различными средними квадратическими погрешностями. Поэтому за характеристику степени доверия к результатам измерений логично принять величины, обратно пропорциональные квадратам их средних квадратических погрешностей. Такая величина, характеризующая в численном виде надежность результата, называется ***весом измерения***.

$$p_i = \frac{c}{m_i^2}, \tag{51}$$

где p_i — вес i-го измерения; c — коэффициент пропорциональности, постоянный для всех измерений ряда $c > 0$; m_i — средняя квадратическая погрешность i-го результата измерений.

Поскольку коэффициент c может назначаться произвольно, то можно заключить, что вес измерения является относительной характеристикой, дающей представление о точности этого измерения только при сравнении с весами других измерений того же ряда. При этом чем больше вес измерения, тем оно точнее по сравнению с другими измерениями.

Для сравнения точности нескольких рядов неравноточных измерений служит средняя квадратическая погрешность μ результата измерения, вес которого принят за единицу, или *средняя квадратическая погрешность единицы веса.*

Для ряда измерений величины l_i $(i = 1, 2, ..., n)$ со средними квадратическими погрешностями m_i примем

$$p_i = l = \frac{\mu^2}{m_l^2} = \frac{c}{m_i^2}. \tag{52}$$

Отсюда следует, что $\mu^2 = c$, что поясняет неравенство $c > 0$.

Тогда веса результатов измерений запишутся как

$$p_1 = \frac{\mu^2}{m_1^2};\ p_2 = \frac{\mu^2}{m_2^2};\ ...;\ p_n = \frac{\mu^2}{m_n^2}. \tag{53}$$

Отсюда

$$\mu = m_1\sqrt{p_1} = m_2\sqrt{p_2} = ... = m_n\sqrt{p_n}, \tag{54}$$

т. е. *средняя квадратическая погрешность измерения с весом, равным единице, равна произведению средней квадратической погрешности любого результата измеренной величины на корень квадратный из его веса.*

Веса измерений обладают следующими свойствами.

1. Для данного ряда неравноточных измерений веса можно увеличить или уменьшить в одно и то же число раз.

2. Отношение весов двух измерений обратно пропорционально квадратам их средних квадратических погрешностей.

Пусть $$p_1 = \frac{\mu^2}{m_1^2};\ p_2 = \frac{\mu^2}{m_2^2}.$$

Тогда из отношения весов можно записать

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}. \tag{55}$$

Предположим, что проведено n серий равноточных измерений одной и той же величины. В первой серии выполнены измерения искомой величины p_1 раз с результатами $l'_1, l'_2, ..., l'_{p1}$, во второй — p_2 раз с результатами $l''_1, l''_2, ..., l''_{p2}$, в последней — p_n раз с результатами $l_1^{(n)}, l_2^{(n)}, ..., l_{p_n}^{(n)}$.

Для каждой серии измерений среднее арифметическое значение величины определится как

$$L_1 = \frac{l'_1 + l'_2 + ... + l'_{p_1}}{p_1} = \frac{[l']}{p_1};$$

$$L_2 = \frac{l''_1 + l''_2 + ... + l''_{p_2}}{p_2} = \frac{[l'']}{p_2};$$

. . . . . ;

$$L_n = \frac{l_1^{(n)} + l_2^{(n)} + ... + l_{p_n}^{(n)}}{p_n} = \frac{[l^{(n)}]}{p_n},$$

откуда $$[l'] = L_1 p_1;\ [l''] = L_2 p_2;\ ...;\ [l^{(n)}] = L_n p_n. \tag{56}$$

Полученные значения $L_1, L_2, ..., L_n$ являются неравноточными, так как получены из разного числа измерений и имеют разные веса.

Наиболее надежным значением измеряемой величины из результатов измерений может быть арифметическая середина всех проведенных равноточных измерений

$$\bar{X} = \frac{[l'] + [l''] + \ldots + [l^{(n)}]}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n},$$

или с учетом выражения (56)

$$\bar{X} = \frac{L_1 p_1 + L_2 p_2 + \ldots + L_n p_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n} = \frac{[Lp]}{[p]}. \qquad (57)$$

Величина $\bar{X}$ называется ***весовым средним***, или ***общей арифметической серединой***.

Таким образом, *весовое среднее многократно и неравноточно измеренной величины равно сумме произведений каждого результата измерения на соответствующий вес, деленной на сумму весов.*

§ 11. Оценка точности результатов неравноточных измерений

Основными показателями, служащими для оценки точности неравноточных измерений, являются средние квадратические погрешности единицы веса и весового среднего.

Средняя квадратическая погрешность единицы веса, выраженная через истинные погрешности. Пусть имеем ряд неравноточных измерений $l_1, l_2, \ldots, l_n$, полученных с истинными погрешностями $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_n$ и весами $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

Согласно выражению (54) для каждого результата ряда измерений можно написать:

$$\mu^2 = p_1 m_1^2; \quad \mu^2 = p_2 m_2^2; \quad \ldots; \quad \mu^2 = p_n m_n^2.$$

Сложив левые и правые части равенств и разделив эти суммы на число измерений n, получим

$$\frac{\mu^2 \cdot n}{n} = \frac{[pm^2]}{n}, \text{ или } \mu^2 = \frac{[pm^2]}{n}.$$

При достаточно большом числе измерений можно считать, что $[pm^2] \approx [p\Delta^2]$, тогда

$$\mu = \sqrt{\frac{[p\Delta^2]}{n}}. \qquad (58)$$

Выражение (58) представляет собой ***формулу Гаусса для неравноточных измерений***.

Средняя квадратическая погрешность единицы веса, выраженная через уклонения от весового среднего. По аналогии с равноточными измерениями уклонения отдельных результатов l_i измерений от весового среднего (общей арифметической середины) $\bar{X}$ будут являться вероятнейшими погрешностями:

$$u_1 = l_1 - \bar{X}; \quad u_2 = l_2 - \bar{X}; \quad \ldots; \quad u_n = l_n - \bar{X}.$$

Умножив обе части каждого из этих равенств на соответствующий вес p, имеем

$$u_1p_1 = l_1p_1 - \bar{X}p_1;\ u_2p_2 = l_2p_2 - \bar{X}p_2;\ \ldots;\ u_np_n = l_np_n - \bar{X}p_n.$$

Сложив эти равенства, получим

$$[pu] = [pl] - [p]\cdot\bar{X}.$$

Поскольку $[pl] = [p]\cdot\bar{X}$, то

$$[pu] = 0. \qquad (59)$$

При $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = 1$ имеем $[u] = 0$, т. е. формулу для равноточных измерений.

Для каждого результата ряда неравноточных измерений можно записать значения истинных Δ погрешностей и уклонений их в виде

$$\Delta = l - X \quad \text{и} \quad u = l - \bar{X},$$

где X — истинное значение измеренной величины; $\bar{X}$ — среднее весовое.

Вычитая из первого уравнения второе, будем иметь

$$\Delta - u = \bar{X} - X = \Delta_{\bar{X}} \approx s_0,$$

где $\Delta_{\bar{X}} = s_0$ — истинная погрешность весового среднего $\bar{X}$.

Отсюда

$$\Delta = u + s_0.$$

Составим такие равенства для всех результатов неравноточных измерений:

$$\begin{aligned}
\Delta_1 &= u_1 + s_0 \quad && \text{с весом } p_1;\\
\Delta_2 &= u_2 + s_0 \quad && \text{с весом } p_2;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots;\\
\Delta_n &= u_n + s_0 \quad && \text{с весом } p_n.
\end{aligned}$$

Возведем обе части каждого равенства в квадрат, умножим каждый результат на соответствующий вес и, сложив левые и правые части равенств, получим

$$[p\Delta^2] = [pu^2] + 2s_0\cdot[pu] + [p]\cdot s_0^2,$$

где $[pu] = 0$.

Тогда

$$[p\Delta^2] = [pu^2] + s_0^2\cdot[p].$$

Разделив обе части равенства на число измерений n, получим

$$\frac{[p\Delta^2]}{n} = \frac{[pu^2]}{n} + s_0^2\cdot\frac{[p]}{n}.$$

Согласно выражению (58) $\dfrac{[p\Delta^2]}{n} = \mu^2$, тогда

$$\mu^2 = \frac{[pu^2]}{n} + s_0^2\cdot\frac{[p]}{n}.$$

Как и при выводе формулы (34), заменим истинную погрешность среднего весового s на среднюю квадратическую погрешность среднего весового M_0, которые можно найти из выражения

$$M_0^2 = \frac{\mu^2}{[p]}.$$

Тогда

$$\mu^2 = \frac{[pu^2]}{n} + \frac{\mu^2}{n},$$

или

$$\mu^2 n - \mu^2 = [pu^2].$$

Решая последнее уравнение относительно μ, получим ***формулу Бесселя для неравноточных измерений***

$$\mu = \sqrt{\frac{[pu^2]}{n-1}}. \qquad (60)$$

При ограниченном числе измерений надежность определения погрешности единицы веса

$$m_\mu = \frac{\mu}{\sqrt{2(n-1)}}. \qquad (61)$$

Средняя квадратическая погрешность весового среднего. Для ряда неравноточных измерений одной и той же величины l_1, l_2, ..., l_n, точность которых характеризуется весами p_1, p_2, ..., p_n, найдем вероятнейшее (наиболее надежное) значение $\bar{X}$ измеряемой величины по формуле среднего весового

$$\bar{X} = \frac{[pl]}{[p]} = \frac{p_1}{[p]} l_1 + \frac{p_2}{[p]} l_2 + \ldots + \frac{p_n}{[p]} l_n.$$

Учитывая, что это выражение является линейной функцией, для нахождения средней квадратической погрешности величины $\bar{X}$ применим выражение (23):

$$M_{\bar{X}}^2 = M_0^2 = \left(\frac{p_1}{[p]}\right)^2 m_1^2 + \left(\frac{p_2}{[p]}\right)^2 m_2^2 + \ldots + \left(\frac{p_n}{[p]}\right)^2 m_n^2.$$

Найдем средние квадратические погрешности из выражения (54)

$$m_i^2 = \frac{\mu^2}{p_i}.$$

Тогда

$$M_0^2 = \mu^2 \left(\frac{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}{[p]}\right),$$

$$M_0 = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}}.$$

Подставляя в это выражение значение μ, найденное по формуле Бесселя, получим

$$M_0 = \frac{\sqrt{\frac{[pu^2]}{n-1}}}{\sqrt{[p]}} = \sqrt{\frac{[pu^2]}{[p]\cdot(n-1)}}. \qquad (62)$$

Если в формуле весового среднего $\bar{X} = \frac{[pl]}{[p]}$ принять все веса равными единице, то получим

$$\bar{X} = \bar{x} = \frac{[l]}{n},$$

т. е. формулу среднего арифметического для равноточных измерений.

Аналогично, если в формуле $M_0 = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}}$ принять веса равными единице, получим формулу средней квадратической погрешности среднего арифметического для равноточных измерений

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}}.$$

Следовательно, *формулы для равноточных измерений являются частными случаями общих формул для неравноточных измерений.*

Вес общей арифметической середины. Для нахождения веса общей арифметической середины (весового среднего) P_o в выражении $p_i = \frac{c}{m_i^2}$ примем $c = 1$ и заменим m_i на M_0.

Тогда $m_i^2 = \frac{1}{p_i}$, а $M_o^2 = \frac{1}{P_o}$.

Подставив эти выражения в формулу (23), имеем

$$\frac{1}{P_o} = \left(\frac{p_1}{[p]}\right)^2 \frac{1}{p_1} + \left(\frac{p_2}{[p]}\right)^2 \frac{1}{p_2} + \ldots + \left(\frac{p_n}{[p]}\right)^2 \frac{1}{p_n}. \qquad (63)$$

Отсюда найдем

$$P_o = [p], \qquad (64)$$

т. е. вес весового среднего равен сумме весов результатов неравноточных измерений.

Если вес среднего арифметического $P = \frac{c}{M^2}$, а вес одного измерения $p = \frac{c}{m^2}$, то на основании второго свойства весов

$$\frac{P}{p} = \frac{m^2}{M^2}.$$

Поскольку $M^2 = m^2/n$, то $\frac{P}{p} = n$, а $P = pn$.

Тогда при $p = 1$ имеем $P = n$, т. е. *вес среднего арифметического равен числу измерений.*

§ 12. Веса функций независимых измеренных величин

Для получения средней квадратической погрешности любого результата измерений, в том числе и функции измеренных величин, необходимо знать погрешность единицы веса μ и вес P этой функции.

Пусть имеем функцию общего вида $y=f(x_1, x_2, ..., x_n)$, аргументы которой измерены с весами $p_1, p_2, ..., p_n$.

Средняя квадратическая погрешность исходной функции определится из известного выражения

$$M_y^2=\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2\cdot m_1^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2\cdot m_2^2+\ ...\ +\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2\cdot m_n^2 .$$

Разделив обе части этого равенства на μ^2 и учитывая, что $p_i=\frac{\mu^2}{m_i^2}$, получим обратный вес функции

$$\frac{1}{P_y}=\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2\cdot\frac{1}{p_1}+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2\cdot\frac{1}{p_2}+\ ...\ +\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2\cdot\frac{1}{p_n} . \qquad (65)$$

Следовательно, *обратный вес функции независимых аргументов равен сумме произведений квадратов частных производных по каждому аргументу на обратные веса соответствующих аргументов.*

Рассматривая другие функции как частные случаи функции общего вида, запишем формулы определения обратных весов для некоторых функций измеренных величин.

1. *Алгебраическая сумма измеренных величин* $y=x_1\pm x_2\pm ...\pm x_n$.

$$\frac{1}{P_y}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\ ...\ +\frac{1}{p_n} . \qquad (66)$$

2. *Произведение двух независимых величин* $y=x\cdot z$.

$$\frac{1}{P_y}=\frac{1}{p_x}\cdot z^2+\frac{1}{p_z}\cdot x^2 . \qquad (67)$$

Для частного случая функции $y=k\cdot x$, где k — постоянная величина.

$$\frac{1}{P_y}=\frac{1}{p_x}\cdot k^2 . \qquad (68)$$

3. *Частное двух независимых величин* $y=\frac{x}{z}$.

$$\frac{1}{P_y}=\frac{1}{p_x}\cdot\frac{1}{z^2}+\frac{1}{p_z}\cdot\frac{x^2}{z^4} . \qquad (69)$$

4. *Линейная функция* $y=k_1x_1\pm k_2x_2\pm ...\pm k_nx_n$.

$$\frac{1}{P_y}=\frac{1}{p_1}\cdot k_1^2+\frac{1}{p_2}\cdot k_2^2+\ ...\ +\frac{1}{p_n}\cdot k_n^2 . \qquad (70)$$

§ 13. Обработка результатов неравноточных измерений одной величины

Обработку ряда неравноточных измерений одной и той же величины выполняют в следующей последовательности.

1. Находят веса результатов измерений. Если средние квадратические погрешности результатов измерений m_i известны заранее, то веса вычисляют как

$$p_i = \frac{c}{m_i^2}.$$

Если средние квадратические погрешности результатов не известны, то в качестве весов принимают численные характеристики ряда измерений (число измерений в отдельных сериях измерений, число станций в ходах, длины ходов и т. п., при этом число приемов увеличивает вес).

2. Вычисляют наиболее надежное значение измеряемой величины, т. е. весовое среднее

$$\bar{X} = \frac{[pl]}{[p]}.$$

Для упрощения вычислений рекомендуется использовать формулу

$$\bar{X} = l_0 + \frac{[p\varepsilon]}{[p]},$$

где ε — остаток, определяемый как разность между результатом каждого измерения и выбранной величиной, т. е. $\varepsilon_i = l_i - l_0$.

3. Вычисляют уклонения результатов измерений от весового среднего

$$u_i = l_i - \bar{X}.$$

Вычисленные значения уклонений u и весового среднего $\bar{X}$ контролируют равенством $[pu] = 0$.

Если значение $\bar{X}$ дается с округлением, то контроль выполняют по формуле

$$[pu] = -[p]\cdot\omega_0,$$

где ω_0 — погрешность округления $\bar{X}$.

4. Вычисляют и контролируют величину $[pu^2]$ по формуле

$$[pu^2] = [p\varepsilon^2] - \frac{[p\varepsilon^2]}{[p]}.$$

5. Определяют среднюю квадратическую погрешность единицы веса и оценивают ее надежность:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pu^2]}{n-1}}; \quad m_{M_0} = \frac{m_\mu}{\sqrt{[p]}}.$$

6. Если средние квадратические погрешности отдельных измерений заранее не были известны, то их вычисляют по формуле

$$m_i = \frac{\mu}{\sqrt{p_i}}.$$

Пример. Угол измерен различным числом приемов n_i в четырех сериях. Известны средние арифметические значения угла в каждой серии измерений $\overline{x}_i$. Произвести полную математическую обработку результатов измерений по данным, приведенным в табл. 4.

Таблица 4

Обработка результатов неравноточных измерений угла

Номер серии	Среднее арифметическое значение угла в серии $\overline{x}_i$	Число приемов n_i	Вес $p = \frac{n}{2}$	ε	$p\varepsilon$	$p\varepsilon^2$	u	pu	pu^2	m_{β_i}
1	78°25'10"	12	6	0"	0"	0	–4,0"	–24,0"	96,0	4,3"
2	16	10	5	+6	+30	180	+2,0	+10,0	20,0	4,7
3	12	6	3	+2	+6	12	–2,0	–6,0	12,0	6,0
4	24	4	2	+14	+28	392	+10,0	+20,0	200,0	7,4
$l_0 = 78°25'10"$			16		+64	584		0	328,0	

$$\frac{[p\varepsilon]}{[p]} = \frac{+64}{16} = 4{,}0"; \qquad \omega_0 = 0.$$

$$\overline{X} = l_0 + \frac{[p\varepsilon]}{[p]} = 78°25'10" + 4{,}0" = 78°25'14{,}0".$$

Контроль: $[pu^2] = [p\varepsilon^2] - \frac{[p\varepsilon]^2}{[p]} = 584 - \frac{64^2}{16} = 328.$

$$\mu = \sqrt{\frac{[pu^2]}{N-1}} = \sqrt{\frac{328{,}0}{4-1}} = 10{,}5" \approx 10"; \quad m_\mu = \frac{\mu}{\sqrt{2(N-1)}} = \frac{10{,}5}{\sqrt{6}} = 4{,}3" \approx 4";$$

$$M_0 = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}} = \frac{10{,}5}{\sqrt{16}} = 2{,}6" \approx 3"; \quad m_{M_0} = \frac{m_\mu}{\sqrt{[p]}} = \frac{4}{\sqrt{16}} = 1".$$

Ответ: $78°25'14"$, с $M_0 \approx 3"$.

§ 14. Оценка точности по разностям двойных неравноточных измерений

Пусть имеем ряд парных результатов измерений l'_1 и l''_1, l'_2 и l''_2, ..., l'_n и l''_n; в каждой паре результаты равноточны (имеют один и тот же

вес p_i), но каждая пара в ряде измерений неравноточна другим парам. Разность для каждой пары измерений будет

$$d_i = l'_i - l''_i .$$

Рассматривая разность как алгебраическую сумму измеренных величин, с учетом выражения (66) можно написать

$$\frac{1}{p_d} = \frac{1}{p_{l'}} + \frac{1}{p_{l''}} = \frac{2}{p}.$$

Поскольку разности d можно рассматривать как истинные погрешности Δ, то, применяя формулу (58) для неравноточных измерений, получим среднюю квадратическую погрешность единицы веса

$$\mu = \sqrt{\frac{[pd^2]}{2n}} . \tag{71}$$

Тогда средняя квадратическая погрешность одного измерения

$$m_l = \frac{\mu}{\sqrt{p_l}}, \tag{72}$$

а средняя квадратическая погрешность среднего результата $l_{ср} = \frac{l' + l''}{2}$ определится как

$$m_{l_{ср}} = \frac{m_l}{\sqrt{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{2p_l}}. \tag{73}$$

Приведенные формулы справедливы в случаях, когда разности двойных измерений не содержат систематических погрешностей, т. е. если $\delta_c = \frac{[p\,d]}{[p]}$ незначима. Величина δ_c считается значимой, если соблюдается неравенство

$$\left|\left[d\sqrt{p}\right]\right| \geq 0{,}25 \cdot \left[\left|d\sqrt{p}\right|\right].$$

Исключив из каждой разности двойных измерений систематическую погрешность δ_c, получим:

$$d'_1 = d_1 - \delta_c ;\ \ d'_2 = d_2 - \delta_c ;\ \ \ldots ;\ \ d'_n = d_n - \delta_c .$$

Полученные разности d'_1, d'_2, ..., d'_n можно рассматривать как вероятнейшие погрешности измерений с весами $\frac{p_1}{2}$, $\frac{p_2}{2}$, ..., $\frac{p_n}{2}$. Тогда средняя квадратическая погрешность единицы веса определится по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[pd'^2]}{2(n-1)}}. \tag{74}$$

Формулы оценки точности по результатам двойных неравноточных (так же как и равноточных) измерений преувеличивает точность конечных результатов.

Глава 4

НЕКОТОРЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

§ 15. Оценка точности измерения углов и превышений по невязкам в полигонах и ходах

Полученные при измерениях результаты часто должны удовлетворять определенному геометрическому условию. В этих случаях точность измерений можно оценить по невязкам, возникающим вследствие погрешностей измерений. При этом веса измерений удобно выражать не через средние квадратические погрешности, которые обычно неизвестны, а через другие числовые характеристики измерений. Например, как указано выше, вес арифметической середины равен числу измерений, из которых она получена. При измерениях углов способом круговых приемов за веса принимают число приемов в отдельных измерениях; при этом вес одного приема равен единице.

Рассмотрим далее решение некоторых практических задач.

1. В результате измерения углов в сети триангуляции получены невязки треугольников f_β. Их можно рассматривать как истинные погрешности суммы трех углов, измеренных равноточно. Поэтому средняя квадратическая погрешность суммы углов треугольника может быть найдена по формуле Гаусса как

$$m_{сум} = \sqrt{\frac{[f_\beta^2]}{N}},$$

где N — число треугольников.

Согласно формуле (19) для средней квадратической погрешности суммы углов треугольника $m_{сум}$ имеем

$$m_{сум} = m_\beta \sqrt{3},$$

где m_β — средняя квадратическая погрешность измерения одного угла.

Тогда

$$m_\beta = \frac{m_{сум}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{[f_\beta^2]}{3N}}. \qquad (75)$$

Выражение (75) называется ***формулой Ферреро*** по имени предложившего его итальянского геодезиста и является международной для оценки точности измерения углов в триангуляции.

2. Имеем систему из N полигонов (ходов) с числом равноточно измеренных углов $n_1, n_2, \ldots, n_N$, в каждом из которых известны невязки $f_{\beta_1}, f_{\beta_2}, \ldots, f_{\beta_N}$.

Поскольку угловые невязки f_β в полигонах вычисляются по тому же принципу, что и истинные погрешности Δ, то в формуле (58) можно заменить Δ на f_β, а число погрешностей n на число невязок (полигонов) N. Тогда

$$\mu = \sqrt{\frac{[pf_\beta^2]}{N}}. \qquad (76)$$

Примем вес измерения i-го угла ($i = 1, 2, \ldots, n$) j-го полигона ($j = 1, 2, \ldots, N$) равным единице, т. е. $p_{\beta_{ij}} = 1 = p_\beta$.

Согласно выражению (66) вес суммы углов j-го полигона

$$p_j = \frac{1}{n_j}.$$

Тогда формулу (76) можно записать в виде

$$\mu = \sqrt{\frac{\left[\frac{f_\beta^2}{n}\right]}{N}}. \qquad (77)$$

Величина μ в формуле (77) есть средняя квадратическая погрешность измерения одного угла, так как $p_\beta = \frac{\mu^2}{m_\beta^2} = 1$, т. е. $\mu = m_\beta$.

3. В сети N полигонов геометрического нивелирования получены невязки $f_{h_1}, f_{h_2}, \ldots, f_{h_N}$ в суммах превышений полигонов (ходов), периметры которых $L_1, L_2, \ldots, L_N$ (в километрах).

Невязки f_{h_i} в полигонах представляют собой погрешности соответствующих сумм превышений. Принимая вес превышения в полигоне длиной 1 км равным единице, имеем

$$p_{км} = \frac{\mu^2}{m_{км}^2} = 1, \text{ т. е. } \mu = m_{км}.$$

Число таких приведенных на 1 км превышений в j-м полигоне равно L_j, а вес суммы превышений в этом полигоне

$$p_j = \frac{1}{L_j}.$$

Как и в предыдущем примере, заменим в формуле (58) Δ на f_h, n на N и $p_j = \frac{1}{L_j}$. Тогда средняя квадратическая погрешность единицы веса определится по формуле

$$\mu=\sqrt{\frac{\left[\frac{f_h^2}{L}\right]}{N}}, \tag{78}$$

где L — длина хода, км.

В случае тригонометрического нивелирования превышения вычисляют как

$$h = d\,tg\,\nu,$$

где d — горизонтальное проложение линии; ν — угол наклона линии.

При малых углах наклона можно принять

$$h = d\nu_{pag},$$

где ν_{pag} — угол наклона линии в радианной мере.

В соответствии с формулой (65) обратный вес превышения

$$\frac{1}{p_h}=\frac{1}{p_d}\nu_{pad}^2+\frac{1}{p_{\nu_{pad}}}d^2. \tag{79}$$

Пренебрегая первым членом выражения (79) ввиду его малости, имеем

$$\frac{1}{p_h}=\frac{1}{p_{\nu_{pad}}}d^2. \tag{80}$$

Считая измерения углов наклона равноточными и приняв $p_{\nu_{pad}}=1$, получим

$$p_h=\frac{1}{d^2}. \tag{81}$$

Тогда для системы из N полигонов тригонометрического нивелирования по аналогии с формулой (78) получим

$$\mu=\sqrt{\frac{\left[\frac{f_h^2}{D^2}\right]}{N}}, \tag{82}$$

где D — периметр полигона, км.

§ 16. Оценка точности вычислений с приближенными числами

Равномерное распределение случайных погрешностей измерений. В некоторых случаях законы распределения элементарных погрешностей могут существенно отличаться от нормального. Так, например, погрешности отсчетов по шкале прибора или округление чисел при обработке результатов наблюдений подчиняются равномерному распределению, плотность которого выражается функцией:

$$\left.\begin{array}{ll} f(x)=\frac{1}{2a} & при \quad |x|\le a \\ f(x)=0 & при \quad |x|>a \end{array}\right\}, \tag{83}$$

где a — максимальное значение погрешности.

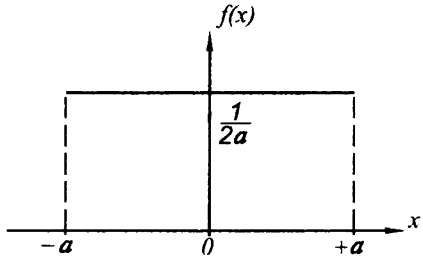


Рис. 2. *График равномерного распределения случайных погрешностей*

Как следует из графика функции (83), показанного на рис. 2, вероятность погрешности на всем интервале $(-a, +a)$ одинакова, т. е. $f(x) = c$. Поскольку площадь прямоугольника под графиком будет равна

$$\int_{-a}^{+a} f(x)dx = 1,$$

то $[a-(-a)]\cdot c = 1$, откуда $c=\frac{1}{2a}$ и $f(x)=\frac{1}{2a}$.

Основные характеристики равномерного распределения (математическое ожидание и стандарт) могут быть найдены из следующих соображений.

Математическое ожидание

$$M(X)=\frac{1}{2a}\int_{-a}^{+a} x dx = \frac{x^2}{4a}\Big|_{-a}^{+a} = \frac{1}{4a}\left(a^2-a^2\right)=0.$$

Дисперсия может быть получена как

$$D(X)=M\left(X^2\right)-\left[M(X)\right]^2.$$

$$M\left(X^2\right)=\frac{1}{2a}\int_{-a}^{+a} x^2 dx = \frac{1}{2a}\cdot\frac{1}{3}x^3\Big|_{-a}^{+a} = \frac{1}{6a}\left[a^3-\left(-a^3\right)\right]=\frac{a^2}{3}.$$

Тогда стандарт распределения и его оценка — средняя квадратическая погрешность округления

$$m_0=\sigma(x)=\sqrt{D(x)}=\frac{a}{\sqrt{3}}, \tag{84}$$

где a — абсолютное значение предельной погрешности округления.

Средняя квадратическая погрешность округления. В процессе вычислений сохраняют определенное количество десятичных знаков приближенных чисел, отбрасывая ненужные, т. е. приближенные числа округляют до нужного знака. Сохраняемые десятичные знаки в приближенном числе называют *значащими цифрами*. Значащей цифрой может быть и нуль, если он расположен между значащими цифрами, отличными от нуля, или сохраняется в конце числа в результате округления.

Процесс округления приближенного числа до некоторого разряда состоит в отбрасывании всех цифр, стоящих правее этого разряда. В вычислительной практике принято округлять числа по правилам Гаусса. Чтобы округлить число до n значащих цифр, отбрасывают все цифры,

стоящие справа от n-й значащей цифры. При этом следует соблюдать следующие требования:

- если первая из отброшенных цифр меньше 5, то оставшиеся десятичные знаки сохраняются без изменения (например, 72,4 ≈ 72);
- если первая из отброшенных цифр больше 5, то к последней оставшейся цифре прибавляется единица (84,56 ≈ 84,6);
- если первая из отброшенных цифр равна 5 и среди остальных отброшенных цифр имеются ненулевые, то последняя оставшаяся цифра увеличивается на единицу (64,51 ≈ 65);
- если первая из отброшенных цифр равна 5 и все остальные отброшенные цифры являются нулями, то последняя оставшаяся цифра сохраняется неизменной, если она четная, и увеличивается на единицу, если она нечетная (например, 52,50 ≈ 52, а 53,50 ≈ 54).

Случайные погрешности округления обладают следующими свойствами:

- предельная погрешность округления $a = 0{,}5$ единицы последнего знака;
- положительные и отрицательные погрешности округлений равновозможны;
- среднее арифметическое из случайных погрешностей стремится к нулю при неограниченном возрастании их числа.

Случайное значение числа а может находиться с равной вероятностью в пределах от $(a - 0{,}5t)$ до $(a + 0{,}5t)$, где $t = 2a$ — значение единицы последнего сохраненного разряда. В единицах округляемого разряда возможны следующие погрешности округления:

$-0{,}5;\ -0{,}4;\ -0{,}3;\ -0{,}2;\ -0{,}1;\ 0{,}0;\ +0{,}1;\ +0{,}2;\ +0{,}3;\ +0{,}4;\ +0{,}5.$

Если их рассматривать как истинные погрешности, тогда средняя квадратическая погрешность округления будет

$$m_0 = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} \approx 0{,}3.$$

Принимая $m_0 = 0{,}3$ и $a = 0{,}5$, можно записать соотношения между ними:

$$a = 1{,}7m_o = m_o\sqrt{3},$$

или, как уже было доказано ранее,

$$m_o = \frac{a}{\sqrt{3}}. \qquad (85)$$

В общем случае выражение (85) можно записать как

$$m_o = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{t}{2\sqrt{3}} \approx 0{,}3t. \qquad (86)$$

Оценка точности арифметических действий с приближенными числами. Приведенные выше рассуждения относятся к одному округленному числу, тогда как в обработке наблюдений выполняются операции со многими числами. Суммарное воздействие таких чисел в процессе вычислений приводит к результатам, распределение погрешностей которых близко к нормальному. Это позволяет рассматривать погреш-

ности арифметических действий с приближенными числами как средние квадратические погрешности функций независимо измеренных величин.

Погрешность округления алгебраической суммы приближенных чисел определится как

$$m_y = m_o\sqrt{n}\,. \tag{87}$$

где n — число членов суммы или разности.

С учетом выражения (85)

$$m_y = a\sqrt{\frac{n}{3}}\,. \tag{88}$$

Предельная погрешность

$$M_{y\,пред} = 3m_y = a\sqrt{3n}\,. \tag{89}$$

Относительная погрешность алгебраической суммы чисел

$$\frac{M_{y\,пред}}{y} = \frac{a\sqrt{3n}}{y}\,. \tag{90}$$

Оценка умножения и деления двух приближенных чисел в относительной форме выражается соотношением

$$\frac{m_y}{y} = \frac{m_o}{x}\sqrt{2}\,. \tag{91}$$

Для произведения нескольких чисел предельная погрешность

$$\frac{M_{y\,пред}}{y} = \frac{a}{x}\sqrt{3n}\,. \tag{92}$$

При $n=2$ выражение (92) можно записать как

$$\frac{M_{y\,пред}}{y} \approx 2\frac{a}{x}\,.$$

Относительная предельная погрешность произведения n сомножителей

$$\frac{M_{y\,пред}}{y} = \left[\frac{a}{x}\right]. \tag{93}$$

Предельные относительные погрешности функций возведения в степень и извлечения корня определяются соответственно выражениями:

$$\frac{M_{y\,пред}}{y} = n\cdot\frac{a}{x};\qquad \frac{M_{y\,пред}}{y} = \frac{1}{n}\cdot\frac{a}{x}\,. \tag{94}$$

В вычислительной практике для уменьшения влияния погрешностей округления промежуточные результаты обычно принимают на порядок точнее результатов измерений. Например, если измерения углов выполнены с погрешностью 0,5 — 1,0′, то промежуточные результаты вычисляют с точностью до 0,1′.

§ 17. Понятие о прямой и обратной задачах теории погрешностей измерений. Принцип равных влияний

При практическом использовании теории погрешностей измерений часто решают две принципиально разные задачи.

В *прямой задаче* по известным погрешностям отдельных измерений находят погрешности окончательных результатов, являющихся функциями этих измерений. С прямой задачей связано также установление допустимых невязок.

С помощью *обратной задачи* можно установить средние погрешности отдельных измерений для обеспечения заданной точности некоторой функции измеренных величин $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

В основу решения обратной задачи положено выражение

$$M_y = F(m_1, m_2, \ldots, m_n), \tag{95}$$

где M_y — погрешность функции (допустимое значение конечного результата), m_1, m_2, ..., m_n — искомые средние квадратические погрешности измерений.

Поскольку уравнение (95) содержит несколько неизвестных, то обратная задача имеет множество решений. Подобную неоднозначность можно разрешить, накладывая дополнительные условия, которые основаны на различных принципах; наиболее простым из них является принцип *равных влияний*.

Сущность принципа равных влияний заключается в требовании равенства слагаемых в формуле средней квадратической погрешности функции общего вида

$$M_y^2 = \left(\frac{df}{dx_1}\right)^2 \cdot m_{x_1}^2 + \left(\frac{df}{dx_2}\right)^2 \cdot m_{x_2}^2 + \ldots + \left(\frac{df}{dx_n}\right)^2 \cdot m_{x_n}^2 .$$

Приняв, что

$$\left(\frac{df}{dx_1}\right)^2 \cdot m_{x_1}^2 = \left(\frac{df}{dx_2}\right)^2 \cdot m_{x_2}^2 = \ldots = \left(\frac{df}{dx_n}\right)^2 \cdot m_{x_n}^2 = \frac{M_y^2}{n},$$

получим

$$\left|\frac{df}{dx_1} \cdot m_{x_1}\right| = \left|\frac{df}{dx_2} \cdot m_{x_2}\right| = \ldots = \left|\frac{df}{dx_n} \cdot m_{x_n}\right| = \frac{M_y}{\sqrt{n}}. \tag{96}$$

Приведенное соотношение позволяет вычислить значения средних квадратических погрешностей аргументов по заданной точности функции.

Пример. Превышение между точками, определенное методом тригонометрического нивелирования, рассчитано по формуле $h = D \sin \nu$. В результате измерений получено наклонное расстояние $D = 200$ м и угол наклона $\nu = 5°$. Величина превышения h должна быть получена со средней квадратической погрешностью $M_h = 0{,}10$ м. С какой точностью должны быть измерены наклонное расстояние D и угол наклона ν?

Погрешность функции $h = D\sin\nu$

$$M_h^2 = \left(\frac{dh}{dD}\right)^2 \cdot m_\nu^2 + \left(\frac{dh}{d\nu}\right)^2 \cdot m_D^2 = \sin^2\nu \cdot m_D^2 + D^2\cos^2\nu \cdot \frac{m_\nu^2}{\rho^2}.$$

При условии, что влияние погрешностей измерений расстояния и угла наклона на величину средней квадратической погрешности превышения одинаково, можно записать

$$\sin^2\nu \cdot m_D^2 = D^2\cos^2\nu \cdot \frac{m_\nu^2}{\rho^2} = \frac{M_h^2}{2},$$

или

$$M_h^2 = 2\sin^2\nu \cdot m_D^2; \quad M_h^2 = 2D^2\cos^2\nu \cdot \frac{m_\nu^2}{\rho^2}.$$

Тогда

$$M_h = \sqrt{2}\,\sin\nu \cdot m_D; \quad M_h = \sqrt{2}\,D\cos\nu \cdot \frac{m_\nu}{\rho}.$$

Отсюда

$$m_D = \frac{M_h}{\sqrt{2}\,\sin\nu}; \quad m_\nu = \frac{M_h \cdot \rho}{\sqrt{2}\,D\cos\nu}.$$

Подставляя в полученные выражения численные значения известных величин, получим:

$$m_D = \frac{M_h}{\sqrt{2}\,\sin 5^\circ} = \frac{0{,}10\ м}{1{,}41 \cdot 0{,}087} = 0{,}81 м;$$

$$\frac{m_D}{D} = \frac{0{,}81\ м}{200\ м} \approx \frac{1}{250}.$$

$$m_\nu = \frac{M_h \cdot \rho}{\sqrt{2}\,D\cos 5^\circ} = \frac{0{,}10\ м \cdot 206265''}{1{,}41 \cdot 200\ м \cdot 0{,}996} \approx 73''.$$

Следовательно, в рассматриваемом примере для обеспечения требуемой точности определения превышения ($M_h = 0{,}10$ м) измерение угла наклона можно выполнять теодолитом типа Т30, а расстояние измерять с помощью нитяного дальномера.

Раздел II

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ НА БОЛЬШИХ ТЕРРИТОРИЯХ

Глава 5

СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

§ 18. Основные системы координат в геодезии

Для определения положения точек в геодезии используют *прямолинейные прямоугольные* (двухмерные — на плоскости, трехмерные — в пространстве) и *полярные* (двухмерные — на плоскости, на поверхности сферы или эллипсоида, трехмерные — в пространстве) системы координат. Указанные системы координат можно классифицировать по следующим основным признакам:

1) *по расположению начала отсчета координат* — геоцентрические, квазигеоцентрические и топоцентрические;

2) *по виду координатных линий* — прямоугольные на плоскости и в пространстве, криволинейные (сферические — на шаре, эллипсоидальные — на эллипсоиде);

3) *по назначению* — звездные и земные.

При решении многих задач геодезии, охватывающих большие пространства, фигура Земли аппроксимируется математически правильной фигурой эллипсоида вращения, близкого к геоиду (квазигеоиду). Эллипсоид вращения, параметры которого подбирают при условии наилучшего соответствия фигуре геоида в пределах всей Земли, называют *общим земным эллипсоидом* (Нормальной Землей). В различных странах для обработки геодезических измерений используют эллипсоиды, размеры и ориентирование которых в теле Земли наилучшим образом подходят для данной территории; такие эллипсоиды называют *референц-эллипсоидами*.

В России и в ряде других стран при выполнении геодезических работ с 1946 г. используют референц-эллипсоид Красовского с параметрами:

– большая полуось	$a = 6\,378\,245{,}000$ м;
– малая полуось	$b = 6\,356\,863{,}019$ м;
– сжатие	$\alpha = (a-b)/a = 1{:}298{,}3$;
– первый эксцентриситет	$e = \sqrt{a^2 - b^2}\,/\,a = 0{,}08181333$.

Размеры эллипсоида Красовского довольно близки к размерам общего земного эллипсоида, а их сжатия практически совпадают.

Эллипсоид Красовского в качестве координатной поверхности вместе с выбранными *исходными геодезическими датами* (координатами начального пункта геодезической сети страны и азимутом исходной стороны) образует государственную референцную «Систему координат 1942 г.» (СК-42).

В настоящее время Государственными системами геодезических координат и высот России являются система координат 1995 г. (СК-95), введенная постановлением Правительства РФ с 1 июля 2002 г., и Балтийская система высот. В качестве координатной поверхности в этой системе используется эллипсоид Красовского. За начало координат (как и в СК-42) приняты координаты центра Пулковской астрономической обсерватории, за исходный уровень отсчета высот — средний многолетний уровень Балтийского моря с исходным пунктом нивелирной сети в Кронштадте.

Кроме того, в различных регионах могут использоваться местные системы координат, в которых принято другое начало координат либо имеет место разворот координатных осей на некоторый угол. К местной может быть также отнесена общегосударственная система координат СК-63, поскольку ее координатная сетка сдвинута и развернута по отношению к стандартной прямоугольной сетке в проекции Гаусса — Крюгера. Следует учитывать, что после завершения геодезических работ координаты пунктов в местной системе координат должны быть перевычислены в государственную референцную систему.

Для определения положения пунктов на земной поверхности используют астрономические и геодезические системы координат, которые объединяются под общим названием *географической системы координат* (см. главу 3 первой части пособия).

В геодезической системе координат положение проекции точки A на поверхности эллипсоида (рис. 3) определяется координатами: геодезической широтой B и геодезической долготой L, т. е. A' (B, L).

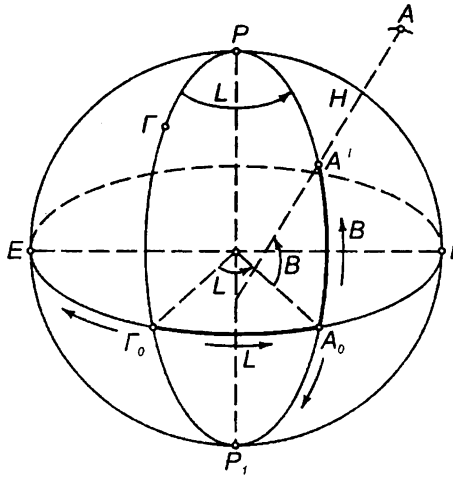


Рис. 3. *Геодезическая система координат*

Как отмечено ранее, в геодезической системе координат (рис. 3) положение точки A на физической поверхности Земли определяется координатами B, L и *геодезической высотой* H, характеризующей отстояние по нормали данной точки от ее проекции A' на поверхности эллипсоида. Геодезические координаты B, L, H принято называть *пространственными эллипсоидальными координатами.*

Астрономические сферические координаты точек на земной поверхности определяют по результатам наблюдений небесных светил. *Астрономической широтой* φ называют угол между отвесной линией в данной точке и плоскостью экватора. *Астрономической долготой* λ точки

называют двугранный угол между плоскостью начального (Гринвичского) меридиана и плоскостью астрономического меридиана данной точки. Под плоскостью астрономического меридиана точки понимают плоскость, проходящую через отвесную линию в данной точке и располагающуюся параллельно оси вращения Земли.

В геодезической системе координат длины дуг на поверхности эллипсоида выражают в градусной мере, в то время как расстояния на поверхности земли измеряют в линейной мере. Угловые величины широт и долгот имеют разные линейные значения в зависимости от широты района. Поэтому иногда вместо геодезической системы координат удобно использовать *систему прямоугольных сфероидических координат* (рис. 4).

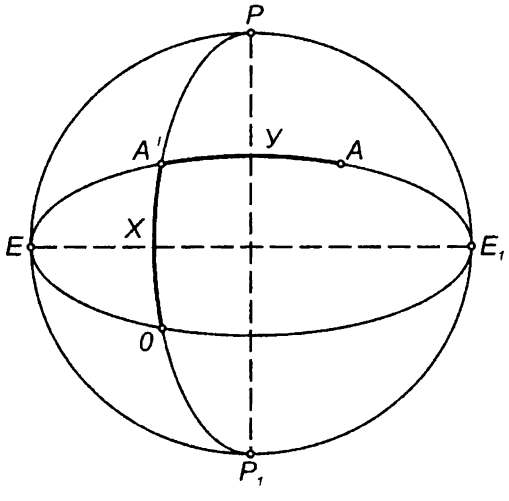


Рис. 4. *Система прямоугольных сфероидических координат*

В данной системе за ось сфероидических абсцисс принимают осевой меридиан POP_1, за ось сфероидических ординат — экватор EOE_1, точка O — начало координат. Если через точку A провести дугу первого вертикала (т. е. дугу главного нормального сечения, перпендикулярного к осевому меридиану), то дуга осевого меридиана OA' — сфероидическая абсцисса точки A, а дуга вертикала $A'A$ — сфероидическая ордината точки. В этой системе координаты точек выражаются в линейной мере.

Астрономические (φ, λ) и геодезические (B, L) координаты связаны между собой соотношениями:

$$\begin{aligned} B &= \varphi - \xi; \\ L &= \lambda - \eta \sec \varphi, \end{aligned} \qquad (97)$$

где ξ, η — составляющие уклонения отвесной линии в плоскости меридиана и плоскости первого вертикала соответственно.

Наряду с эллипсоидальной системой координат для изучения физической фигуры Земли и решения научных и практических задач геодезии широкое применение получила *система пространственных прямоугольных координат* (рис. 5).

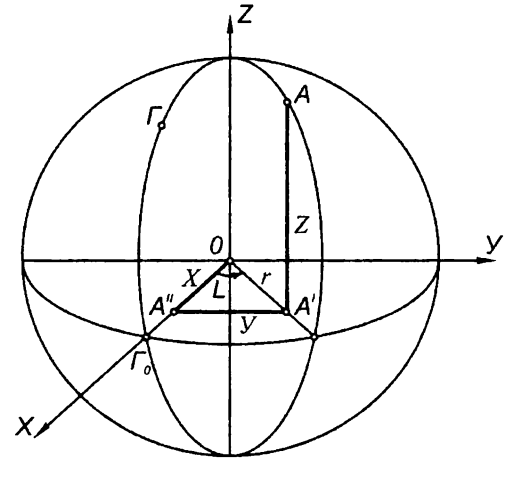


Рис. 5. *Система пространственных прямоугольных координат*

В этой системе за начало координат принят центр O земного эллипсоида, ось OZ совпадает с малой

осью эллипсоида, ось OX находится на пересечении экватора и начального меридиана, ось OY дополняет систему до правой, т. е. находится в плоскости меридиана с геодезической долготой $L = 90°$.

Положение точки A в этой системе определяется координатами:

$$X = OA'', \quad Y = A'A'', \quad Z = A'A.$$

Связь между геодезической широтой B, долготой L и высотой H точки земной поверхности над поверхностью эллипсоида и прямоугольными пространственными координатами выражается формулами:

$$\begin{aligned} X &= (N+H)\cos B\cos L; \\ Y &= (N+H)\cos B\sin L; \\ Z &= \left[N(1-e^2)+H\right]\sin B, \end{aligned} \tag{98}$$

где $N = \dfrac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2 B}}$ — радиус кривизны первого вертикала, т. е. главного нормального сечения, перпендикулярного к меридиану (см. рис. 4); e — эксцентриситет меридианного эллипса эллипсоида; H — геодезическая высота данной точки.

Если начало пространственных прямоугольных координат расположено в центре референц-эллипсоида, то такая система называется *референцной*. Она применяется при обработке обширных геодезических сетей, фототриангуляционных сетей большой протяженности и при решении других задач, связанных с референц-эллипсоидом.

Если за начало координат принят центр общего земного эллипсоида (центр масс Земли), а ось Z совмещена с осью вращения Земли, то такую систему называют *геоцентрической*. Она применяется при решении геодезических задач, связанных с обширными частями земной поверхности или со всей фигурой Земли (например, в космической геодезии).

В системе геоцентрических координат положение точки A на поверхности эллипсоида определяют геодезической долготой L и геоцентрической широтой ϕ, равной углу между радиус-вектором c и плоскостью экватора (рис. 6).

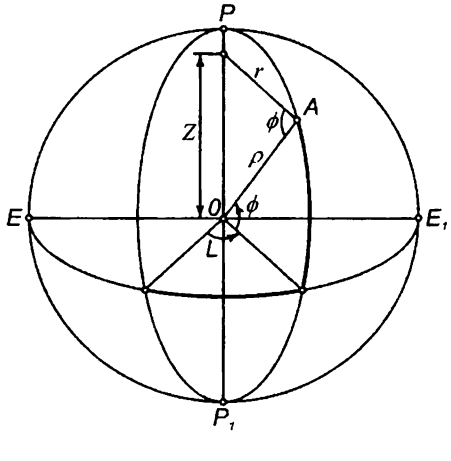


Рис. 6. *Геоцентрическая система координат*

В геоцентрической системе пространственные прямоугольные и эллипсоидальные координаты связаны соотношениями:

$$\begin{aligned} X &= \rho\cos\phi\cos L; \\ Y &= \rho\cos\phi\sin L; \\ Z &= \rho\sin\phi, \end{aligned} \tag{99}$$

где $\rho = R + h$; R — средний радиус Земли; H — высота пункта над поверхностью эллипсоида; ϕ — геоцентрическая широта; L — геодезическая долгота.

При решении некоторых задач на поверхности эллипсоида вместо геоде-

зической широты B или геоцентрической широты ϕ удобно использовать приведенную широту U, оставляя в качестве второй координаты геодезическую долготу L (рис. 7).

Из центра меридианного эллипса EPE_1P_1 проведена окружность $EP'E_1P'_1$ радиусом, равным большой полуоси a. Точка A' получена пересечением окружности линией AA_1, параллельной малой оси эллипса PP_1, AC — нормаль к поверхности эллипсоида в точке A. Тогда приведенная широта U определится как угол, составленный радиусом — вектором OA' с плоскостью экватора.

Геодезическая, приведенная и геоцентрическая широты связаны между собой простыми соотношениями:

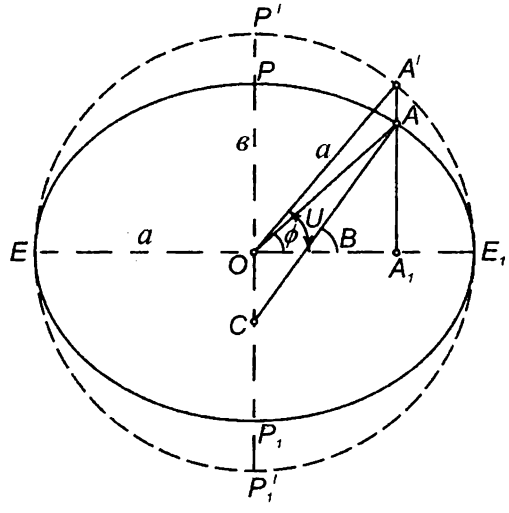


Рис. 7. *Связь между геодезической, приведенной и геоцентрической широтами*

$$tgB = \frac{a}{b} tgU = \frac{a^2}{b^2} tg\phi, \qquad (100)$$

или

$$tgB : tgU : tg\phi = \frac{a^2}{b^2} : \frac{a}{b} : 1.$$

Система координат, начало которой совпадает с точкой наблюдения на земной поверхности или в околоземном пространстве, называется *топоцентрической системой координат*. Топоцентрические системы координат подразделяют: на *горизонтальную*, если за основную координатную плоскость принята плоскость горизонта наблюдения; на *экваториальную*, если за основную принята плоскость, параллельная земному экватору.

Если в топоцентрической горизонтальной системе координат (рис. 8) ось Z' совпадает с нормалью к поверхности эллипсоида в точке Q_1, то имеем геодезическую систему отсчета координат, а при совпадении оси Z' с отвесной линией точки Q_1 — астрономическую систему отсчета координат; эти системы связаны между собой через уклонение отвесной линии от нормали к поверхности эллипсоида.

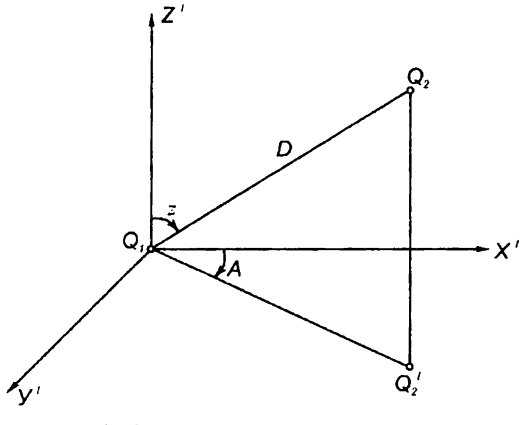


Рис. 8. *Топоцентрические горизонтальные координаты*

В топоцентрической геодезической системе положение точки Q_2 определится пространственными прямоугольными координатами X', Y', Z' и полярными сферическими координатами: топоцентрическим расстоянием D, геодезическим азимутом A и геодезическим зенитным расстоянием z.

Топоцентрические горизонтальные координаты X', Y', Z', D, A, z точки Q_2 относительно начала отсчета Q_1 однозначно определяются через пространственные экваториальные координаты X, Y, Z или эллипсоидальные координаты B, L, H точек Q_1 и Q_2.

В *геоцентрической экваториальной системе* оси координат задают относительно определенных точек земной поверхности или небесной сферы (рис. 9). Ось z(Z) направлена на Северный полюс Земли P_0. Если при этом ось X направлена в точку пересечения Гринвичского меридиана с экватором Γ_0, получим *земную систему координат XYZ*, которая участвует в суточном вращении Земли, оставаясь неподвижной относительно точек земной поверхности. Эта система координат удобна для определения положения точек земной поверхности и изучения фигуры Земли.

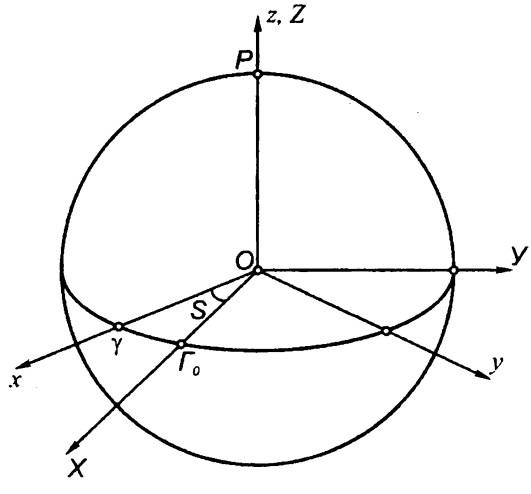


Рис. 9. *Геоцентрические земная и звездная экваториальные системы координат*

Если ось x (см. рис. 9) направлена в точку весеннего равноденствия γ (точку небесного экватора, в которой Солнце бывает около 21 марта при переходе из южной сферы в северную), то получим *звездную систему координат xyz*, не связанную с суточным вращением Земли. Эта система удобна для изучения движения небесных тел, включая околоземные искусственные космические объекты.

Звездная и земная системы отсчета координат связаны между собой через часовой угол S (звездное время) точки Γ_0 на экваторе.

Использование спутниковых технологий позволило разработать новые независимые методы определения фигуры Земли. На основе спутниковых, астрономических и гравиметрических методов были созданы геодезические модели Земли, принятые в качестве международных.

В настоящее время в спутниковой геодезии применяются две общеземные системы координат: Всемирная геодезическая система WGS-84 и Российская система ПЗ-90 (Параметры Земли).

В системе WGS-84 начало отсчета координат задано в центре масс Земли; ось Z пространственной прямоугольной системы координат параллельна направлению на условный земной полюс (Международное условное начало МУН); ось X определяется плоскостями условного меридиана (параллелен нулевому меридиану) и экватора; ось Y дополняет

систему координат до правой. Начало и положение осей этой координатной системы совпадает с геометрическим центром и осями общеземного эллипсоида WGS-84 с параметрами: $a = 6\,378\,137$ м, $\alpha = 1{:}298{,}257\,223\,563$, $e^2 = 0{,}006\,694\,380$.

Система координат WGS-84, полученная в США по данным наблюдений ИСЗ, в дальнейшем неоднократно уточнялась, и с 1994 г. используется версия WGS-84 (G 730).

Система координат ПЗ-90 также является геоцентрической прямоугольной пространственной системой с началом в центре масс Земли; ось Z направлена к условному земному полюсу, а ось X — в точку пересечения плоскости экватора и нулевого меридиана. Полученные в результате модернизации геодезические параметры Земли относятся к 2002 г., поэтому новой системе дано обозначение ПЗ-90 (2002). Параметры эллипсоида в этой системе следующие: $a = 6\,378\,136$ м, $\alpha = 1{:}298{,}257\,839\,303$, $e^2 = 0{,}006\,694\,6619$.

Системы координат WGS-84 и ПЗ-90 весьма близки друг к другу. Так, например, размеры больших полуосей эллипсоидов различаются на 1 м.

Между системами координат ПЗ-90 и WGS-84, являющимися базовыми для национальных спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS, установлены приближенные параметры связи. Для совместного использования этих систем необходимо установление точной связи между ними, что позволит в полной мере использовать возможности спутниковых приемников, работающих с сигналами спутников ГЛОНАСС и GPS. В настоящее время производственные координатные определения выполняются в основном по наблюдениям спутников GPS в системе координат WGS-84.

§ 19. Плоские прямоугольные координаты Гаусса–Крюгера

Понятие о картографических проекциях. Для изображения значительных по площади участков земной поверхности на плоскости используют *картографические проекции*, которые дают возможность переносить точки с поверхности эллипсоида (шара) на плоскость по заранее принятым математическим закономерностям.

Картографические проекции можно классифицировать по двум основным признакам: по характеру искажений изображения (по свойству изображения) и по способу построения (по виду сетки меридианов и параллелей).

По первому признаку проекции делят на *равноугольные (конформные), эквивалентные (равновеликие)* и *произвольные.*

В равноугольных проекциях сохраняется равенство соответствующих углов на проекции и на земной поверхности, т. е. сохраняется подобие бесконечно малых фигур на земной поверхности и на плоскости проекции.

Если сохраняется постоянным отношение площадей соответствующих контуров на поверхности Земли и на проекции, то такие проекции называют эквивалентными. Частный случай эквивалентных проекций — равновеликие, в которых сохраняется равенство площадей контуров на земной поверхности и на проекции.

В произвольных проекциях искажаются и углы, и площади контуров.

По второму признаку проекции классифицируют на *перспективные, азимутальные, конические, цилиндрические, поликонические, полицилиндрические, псевдоконические, псевдоцилиндрические и др.*

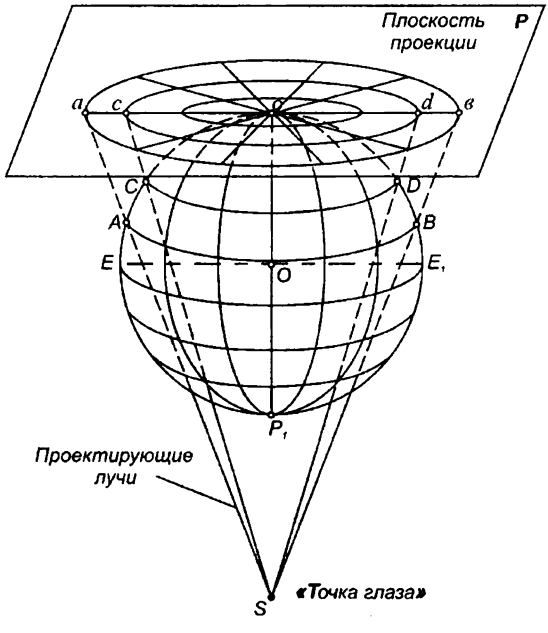


Рис. 10. *Прямая азимутальная проекция*

В перспективных проекциях точки поверхности Земли проектируются на плоскость лучами, выходящими из одной точки — «точки глаза». Положение «точки глаза» и плоскости проекции может быть различным.

Если плоскость проекции перпендикулярна прямой, соединяющей «точку глаза» и центр шара (Земли), и касается поверхности шара, то такая проекция называется *азимутальной* (*зенитальной*). Различают *прямые* (полярные), *поперечные* (экваториальные) и *косые* (горизонтальные) *азимутальные проекции.* На рис. 10 показана прямая (полярная) азимутальная проекция.

Так же как и азимутальные проекции, коническая и цилиндрическая проекции могут быть прямыми (рис. 11), поперечными и косыми. При этом за «точку глаза» обычно принимают центр Земли. Поверхность проекции (конус или цилиндр) может касаться поверхности шара (по параллели или по меридиану) либо пересекать земной шар (рис. 11, *а*).

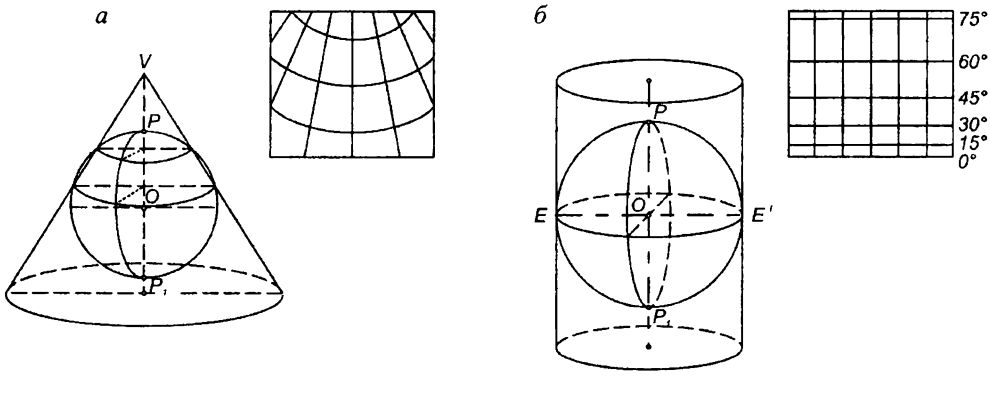


Рис. 11. *Прямые коническая* (а) *и цилиндрическая* (б) *проекции и их картографические сетки*

Поверхности конуса и цилиндра легко разворачиваются в плоскость, если их разрезать по образующей.

В прямой конической проекции (рис. 11, *а*) меридианы изображаются прямыми линиями, пересекающимися в точке *V*, а параллели — концентрическими окружностями с центром в точке *V*. В прямой цилиндрической проекции (рис. 11, *б*) меридианы и параллели изображаются взаимно перпендикулярными линиями.

Выбор определенной картографической проекции обусловлен обычно рядом условий: содержанием, назначением и способом пользования картой, характером и величиной искажений, размерами изображаемой территории и ее конфигурацией и т. п.

В геодезии часто выгодно использовать проекции, не вызывающие искажения углов, т. е. равноугольные проекции; возникающие при этом искажения длин и площадей должны быть незначительными и легко учитываться. При прочих равных условиях искажения будут тем больше, чем обширнее участок поверхности эллипсоида, проектируемый на плоскость. Для того чтобы поправки за искажение длин были невелики, поверхность эллипсоида проектируется на плоскость отдельными участками (зонами). Таким требованиям отвечает ***равноугольная (конформная) поперечно-цилиндрическая проекция Гаусса – Крюгера***. В проекции Гаусса — Крюгера составляют топографические карты масштабов до 1:1 000 000.

Сущность проекции Гаусса – Крюгера. Как упоминалось ранее (см. § 9 первой части), земной эллипсоид делится меридианами через 6° по долготе на 60 зон, простирающихся от полюса до полюса. Нумерация зон ведется с запада на восток от Гринвичского меридиана, который является западной границей первой зоны. Средний меридиан каждой зоны называют *осевым*.

Долгота осевого меридиана любой зоны Восточного полушария рассчитывается по формуле

$$L_0 = 6^\circ N - 3^\circ, \qquad (101)$$

где N — номер 6-градусной зоны.

Границы образованных зон совпадают с границами колонн, принятых для разграфки листов международной карты масштаба 1:1 000 000. Номер 6-градусной зоны отличается от номера колонны на 30, так как счет зон ведется от Гринвичского меридиана, а счет колонн — от Тихоокеанской ветви этого меридиана с запада на восток.

Представим, что земной шар вписан в цилиндр (рис. 12), который касается его по осевому меридиану зоны *POT*. Ось цилиндра HH_1 расположена в плоскости экватора EOE_1 и проходит через центр C шара. Плоское изображение зоны получают путем проектирования ее по закону равноугольной (конформной) проекции на боковую поверхность цилиндра. После этого цилиндр разрезают по образующей и его боковую поверхность развертывают на плоскости.

Проектирование каждой зоны в отдельности на поверхность цилиндра (плоскость) выполняют с соблюдением следующих условий:

— изображения малых фигур на плоскости проекции и на сфере (эллипсоиде) должны быть подобными (равноугольными);

– осевой меридиан зоны и экватор изображаются на плоскости взаимно перпендикулярными линиями;
– масштаб изображения вдоль осевого меридиана равен единице; с удалением от осевого меридиана он увеличивается, но в каждой точке остается постоянным во всех направлениях.

Выполнение первого условия вызывает искажение (увеличение) длин линий на плоскости проекции, поэтому вся зона на поверхности эллипсоида отображается на плоскости в несколько расширенном виде (см. рис. 12).

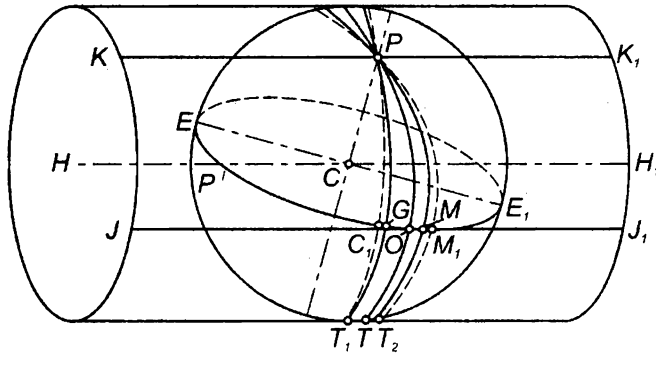


Рис. 12. *К понятию равноугольной поперечно-цилиндрической проекции Гаусса – Крюгера*

В результате такого проектирования получают изображение поверхности земного шара (эллипсоида) в виде 60 зон, примыкающих друг к другу на экваторе (рис. 13). Каждая из этих зон представляет собой прямоугольную систему координат со своим началом координат — точкой пересечения экватора с осевым меридианом зоны. Такая система получила название *зональной системы плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера.*

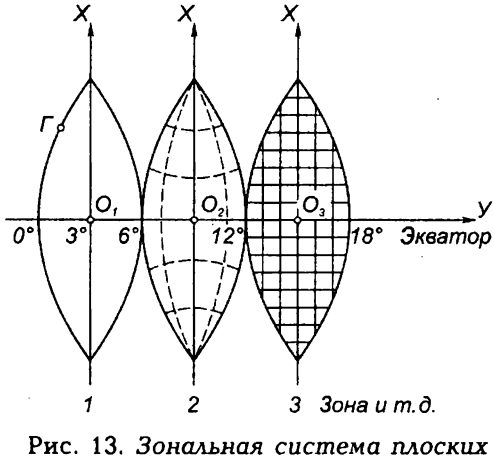


Рис. 13. *Зональная система плоских прямоугольных координат: изображение координатных зон на плоскости проекции*

Масштаб изображения в проекции Гаусса – Крюгера. Как отмечено выше, данная проекция является равноугольной, т. е. в ней не искажаются углы геометрических фигур. В то же время длины линий (кроме дуг осевых меридианов) и площади контуров проектируются с поверхности эллипсоида на плоскость проекции с искажениями. О величине искажения длин линий судят по величине масштаба изображения в плоскости проекции.

Масштаб изображения в данной точке — это предел отношения бесконечно малого линейного элемента $s_г$ проекции к соответствующему элементу s поверхности эллипсоида (шара), т. е.

$$m = \frac{s_г}{s}. \qquad (102)$$

Масштаб изображения не является постоянной величиной. Он равен единице на осевом меридиане и увеличивается по мере удаления от него. Закономерность изменения масштаба изображения в пределах зоны можно установить из следующих соображений.

Представим Землю в виде шара, помещенного в цилиндр и касающегося его поверхности по осевому меридиану POP_1 (см. рис. 14, *а*). Ось цилиндра HH_1 совпадает с диаметром экватора EE_1. Возьмем на шаре дугу малого круга AB, расположенную вблизи осевого меридиана и параллельную ему. Через точку A проведем дугу большого круга AE_1, которая пересечет осевой меридиан в точке A_0. Через точки A_0 и O проведем образующие цилиндра KL и GN и примем их за изображения дуг больших кругов A_0E_1 и OE_1 на цилиндре.

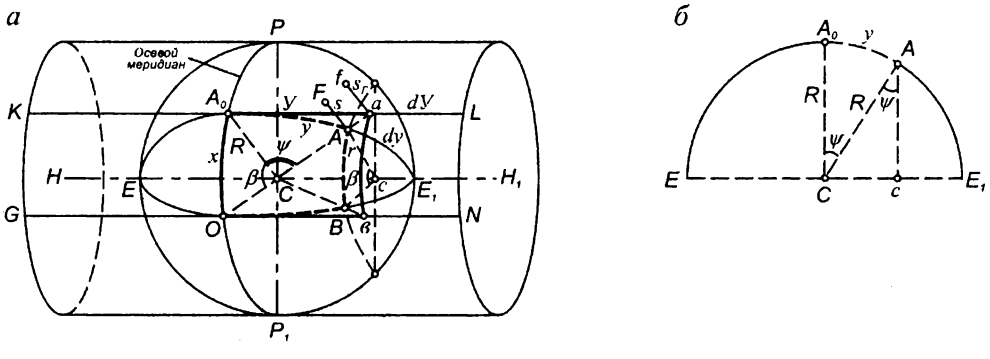


Рис. 14. *Переход от сферических прямоугольных координат к плоским прямоугольным координатам в проекции Гаусса—Крюгера*

Приняв линии осевого меридиана и экватора за оси координат, положение точки A на шаре можно определить длинами дуг больших кругов $\overset{\cup}{AB_o}$ и $\overset{\cup}{A_oA} = y$, которые представляют собой сферические прямоугольные координаты точки A (см. § 18). Точкам A и B на шаре будут соответствовать точки a и b на плоскости цилиндра.

В равноугольной проекции изображение бесконечно малой фигуры вокруг любой точки на цилиндре должно быть подобным соответствующей фигуре на шаре. Это возможно, если отношение длин бесконечно малых отрезков на проекции, выходящих из какой-либо точки, к длинам соответствующих отрезков на шаре будет постоянным, т. е. масштаб изображения в окрестности точки одинаков во всех направлениях.

Согласно рис. 14, *а* дуга на шаре, заключенная между дугами $\overset{\cup}{A_oE_1}$ и $\overset{\cup}{OE_1}$, уменьшается по мере удаления точки A от осевого меридиана,

тогда как расстояние между образующими на цилиндре остается постоянным. Отсюда следует, что для сохранения подобия отрезок A_0a должен быть больше дуги $\overset{\cup}{A_0A}$ шара, причем относительное увеличение тем больше, чем дальше точка A отстоит от осевого меридиана.

Возьмем два соответствующих малых отрезка: $AF = s$ на шаре и $af = s_\Gamma$ на цилиндре. В конформной проекции для любого направления из точки A должно выполняться условие

$$m = \frac{s_\Gamma}{s} = const. \tag{103}$$

Приняв, что дуга $\overset{\cup}{AB}$ достаточно мала, в соответствии с выражением (103) можно записать

$$m = \frac{af}{AF} = \frac{ab}{AB}. \tag{104}$$

Как следует из рис. 14, *а*, отрезок $ab = \overset{\cup}{A_0O}$. Дуги $\overset{\cup}{A_0B}$ и $\overset{\cup}{AB}$ на шаре соответствуют равным центральным углам β. Обозначив радиусы этих дуг через R и r, запишем пропорцию

$$\frac{\overset{\cup}{A_0O}}{\overset{\cup}{AB}} = \frac{R}{r}, \tag{105}$$

или с учетом выражения (104)

$$m = \frac{R}{r}. \tag{106}$$

Согласно рис. 14, *б*

$$r = R\cos\psi, \tag{107}$$

где ψ — угол A_0CA, соответствующий дуге большого круга $\overset{\cup}{A_0A} = y$. Величина этого угла в радианной мере

$$\psi = \frac{y}{R}. \tag{108}$$

Тогда

$$m = \frac{R}{R\cos\psi} = \frac{1}{\cos\psi} = \sec\psi. \tag{109}$$

Разложив функцию sec ψ в ряд Маклорена и ограничившись ввиду малости угла y первыми двумя членами разложения, получим

$$m = 1 + \frac{\psi^2}{2}. \tag{110}$$

Подставив в формулу (110) значение угла y из выражения (108) имеем

$$m = 1 + \frac{y^2}{2R^2}. \tag{111}$$

Плоские прямоугольные координаты Гаусса – Крюгера в функции сферических прямоугольных координат. Как отмечалось выше, выражение (111) справедливо для всех направлений из точки A, в том числе для случая, когда отрезки AF и af будут направлены вдоль оси ординат (см. рис. 14, *а*), т. е. будут равны соответственно dy и dY. Тогда выражение (104) запишется как

$$\frac{dY}{dy}=1+\frac{y^2}{2R^2}, \tag{112}$$

или

$$dY=dy\left(1+\frac{y^2}{2R^2}\right).$$

Интегрируя полученное выражение в виде

$$\int_0^Y dY=\int_0^y\left(1+\frac{y^2}{2R^2}\right)dy,$$

получим

$$Y=y+\frac{y^3}{6R^2}=y\left(1+\frac{y^2}{6R^2}\right). \tag{113}$$

Абсцисса для любой точки в проекции равна сферической прямоугольной абсциссе соответствующей точки на шаре, т. е. $X = x$.

Напомним, что приведенные рассуждения справедливы для шара (сферы); при представлении фигуры Земли эллипсоидом (сфероидом) формулы имеют более сложный вид.

Искажение длин линий в проекции Гаусса – Крюгера. Как следует из выражения (111), по мере удаления от осевого меридиана зоны искажения длин растут, достигая максимальной величины на границе координатной зоны. При этом относительное искажение длин линий на плоскости проекции определится как

$$\frac{s_r-s}{s}=\frac{\Delta s}{s}=m-1, \tag{114}$$

или с учетом формулы (111)

$$m-1=\frac{y^2}{2R^2}.$$

Отсюда

$$\Delta s=s(m-1)=s\frac{y^2}{2R^2}. \tag{115}$$

Величина Δs называется *поправкой за редуцирование линии на плоскость проекции Гаусса–Крюгера*. Очевидно, что поправка Δs всегда положительна. При вычислении этой поправки в формуле (113) значение ординаты можно принимать для середины редуцируемой линии.

Для наиболее удаленных от осевого меридиана точек экватора ($y = 333{,}3$ км) относительное искажение длин $\frac{\Delta s}{s} = \frac{1}{730}$. В пределах территории России, расположенной по широте от $B = 42°$ ($y = 256$ км) до $B = 70°$ ($y = 114$ км), относительное искажение длин линий на границах зон колеблется от $\frac{1}{1240}$ до $\frac{1}{6200}$. Такие искажения находятся в пределах погрешностей графических построений при создании карт масштабов 1:10 000 и мельче.

Для планов масштабов 1:5000 и крупнее искажения длин превосходят погрешности графических построений и не могут быть допущены. В этих случаях применяют зональную проекцию с 3-градусными зонами (рис. 15), на границах которых искажения длин линий в 4 раза меньше.

Как видно из рис. 15, граничный меридиан каждой 6-градусной зоны является осевым меридианом 3-градусной зоны, искажения длин линий около которого близки к нулю. Долгота осевого меридиана 3-градусной зоны определяется по формуле

$$l_0 = 3^\circ n, \tag{116}$$

где n — номер 3-градусной зоны.

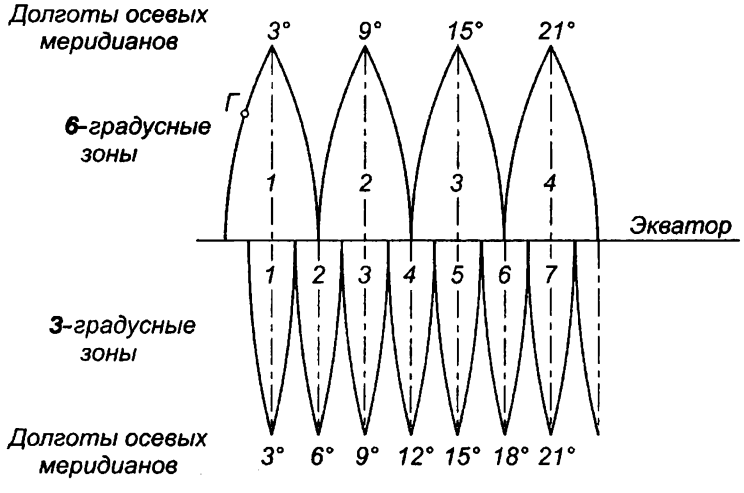


Рис. 15. *Относительное расположение 6-градусных и 3-градусных зон*

Искажение площадей контуров в проекции Гаусса–Крюгера. Искажение длин линий в проекции влечет за собой искажение площадей контуров. Поскольку в равноугольной проекции сохраняется подобие малых фигур, площади которых относятся как квадраты соответствующих сторон, то можно записать

$$\frac{S_\Gamma}{S} = \frac{s_\Gamma^2}{s^2} = m^2, \tag{117}$$

или

$$S_Г = S \cdot m^2 = S\left(1+\frac{y^2}{2R^2}\right)^2 = S\left(1+\frac{y^2}{R^2}+\frac{y^4}{4R^4}\right).$$

Пренебрегая последним членом в скобках ввиду его малости, получим

$$S_Г = S\left(1+\frac{y^2}{R^2}\right). \qquad (118)$$

Тогда искажение площади фигуры

$$\Delta S = S_Г - S = S\left(1+\frac{y^2}{R^2}\right) - S = S\cdot\frac{y^2}{R^2}. \qquad (119)$$

Поскольку $\frac{y^2}{2R^2} = m-1$, а $\frac{y^2}{R^2} = 2(m-1)$, то окончательно запишем

$$\Delta S = 2S(m-1), \qquad (120)$$

где ΔS — поправка в площадь при переходе с поверхности шара на плоскость проекции Гаусса – Крюгера.

Для площади фигуры S = 1000 га, расположенной на краю 6-градусной зоны в южных районах России (y = 256 км), поправка в площадь согласно выражению (120) составит

$$\Delta S = 1000 \cdot \frac{256^2}{6371^2} \approx 1{,}6 \text{ га}.$$

Сближение меридианов. Как отмечалось ранее, в проекции Гаусса – Крюгера прямыми линиями отображаются только осевой меридиан и экватор. Все другие меридианы и параллели изображаются дугами окружностей, а угол между двумя дугами равен углу между касательными к ним в данной точке (рис. 16).

Если через точку m, являющуюся конформным изображением на плоскости точки M эллипсоида, провести изображение меридиана mp,

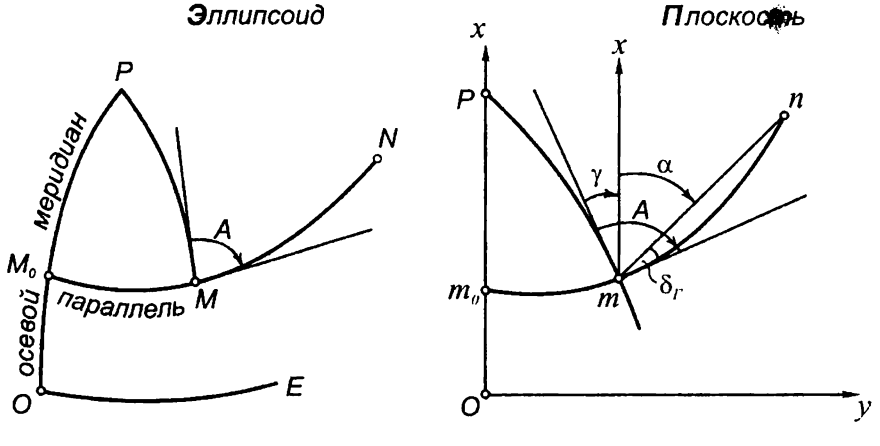


Рис. 16. *К понятию сближения меридианов*

то касательная к этой кривой в точке m образует с линией, параллельной оси абсцисс, угол γ, который называется *сближением меридианов на плоскости или гауссовым сближением меридианов*. Как видно на рис. 16, гауссово сближение меридианов γ является одним из углов, необходимых для перехода от азимута A кривой MN на эллипсоиде к соответствующему дирекционному углу α хорды кривой mn на плоскости, т. е.

$$\alpha = A - \gamma - \delta_r, \tag{121}$$

где δ_r — поправка в направление за кривизну изображения линии местности в проекции.

Истинный азимут A может быть определен по результатам астрономических наблюдений небесных светил либо измерен гиротеодолитом. Величину сближения меридианов определим из следующих рассуждений, приняв фигуру Земли за шар.

Пусть две точки земной поверхности C' и C (рис. 17, *а*) имеют одинаковую широту B, т. е. $C'C$ есть дуга параллели от осевого меридиана PC' до меридиана точки C. Касательные $C'T$ и CT к дугам меридианов точек C' и C пересекаются на продолжении оси вращения Земли в точке T, образуя угол γ, который и представляет собой сближение меридианов.

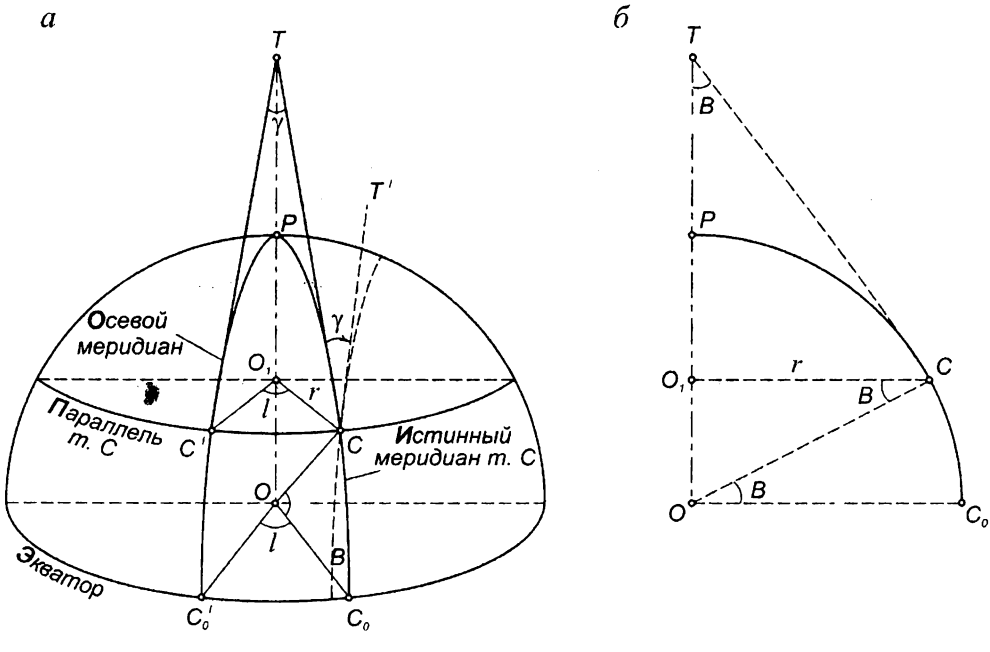


Рис. 17. *Схемы к расчету гауссова сближения меридианов*

Если через точку C провести касательную CT' к дуге малого круга, параллельной осевому меридиану, то, согласно свойству равноугольной проекции, угол TCT' изобразится в проекции без искажений и будет равен γ.

Приняв дугу $C'C$ за дугу окружности радиусом TC, можно записать

$$\gamma = \frac{\overset{\cup}{C'C}}{TC}. \qquad (122)$$

$\overset{\cup}{C'C}$ как дуга параллели с радиусом r и центральным углом l будет равна

$$\overset{\cup}{C'C} = rl. \qquad (123)$$

Согласно теореме о равенстве углов со взаимно перпендикулярными сторонами из рис. 17, *б* следует, что $\angle O_1TC = \angle O_1CO = B$.

Из прямоугольного треугольника O_1TC

$$TC = \frac{r}{\sin B}. \qquad (124)$$

Подставив в выражение (122) формулы (123) и (124), имеем

$$\gamma = \frac{rl}{r/\sin B} = l \cdot \sin B. \qquad (125)$$

Поскольку L представляет собой разность долгот меридиана точки C и осевого меридиана зоны, т. е. $l = (L - L_0)$, то выражение (125) можно записать как

$$\gamma = (L - L_0)\sin B. \qquad (126)$$

Как следует из выражения (126), сближение меридианов в восточной части зоны будет положительным, а в западной — отрицательным. При этом абсолютная величина γ возрастает по мере удаления точки от осевого меридиана.

Погрешность определения величины γ по формуле (126) не превышает 4" для 6-градусной зоны и 0,5" — для 3-градусной зоны.

При переходе от азимута к дирекционному углу направления по полной формуле (121) величина поправки в направление $\delta_Г$ за кривизну изображения линии в проекции (см. рис. 16) определится по формуле

$$\delta_Г = f'' \cdot (x_N - x_M) y_{ср}, \qquad (127)$$

где $f'' = \frac{\rho''}{2R^2} = 0{,}00254$; $y_{ср} = \frac{y_M + y_N}{2}$.

Максимальная погрешность вычисления $\delta_Г$ по формуле (127) при длине стороны до 10 км не превышает 0,03"; при этом значение координат можно брать с точностью до 0,1 км. При геодезических работах по развитию сетей сгущения и созданию съемочного обоснования поправкой $\delta_Г$ обычно пренебрегают ввиду ее малости.

Перевычисление координат Гаусса–Крюгера из одной зоны в другую. Перекрытие зон. Каждая зона представляет собой самостоятельную систему координат. При уравнивании обширных геодезических сетей часть исходных пунктов может располагаться в одной зоне, а другая — в смежной с ней зоне. В этом случае возникает необходи-

мость перевычисления (преобразования) координат пунктов из одной зоны в другую, чтобы получить координаты всех пунктов в системе координат одной зоны. Обычно перевычисление выполняют в ту зону, в которой число пунктов сети больше.

Аналогичная задача возникает также при переходе из 6-градусной зоны в 3-градусную зону, осевым меридианом которой служит граничный меридиан двух смежных 6-градусных зон.

Чтобы уменьшить необходимость перевычисления координат из зоны в зону, на границах координатных зон установлена полоса перекрытия (рис. 18). Для этой полосы координаты пунктов, расположенных в пределах ±30' от граничного меридиана, вычисляют одновременно в двух смежных зонах; на топографических картах, расположенных в полосе перекрытия, кроме основной сетки показывают выходы координатных сеток смежных зон.

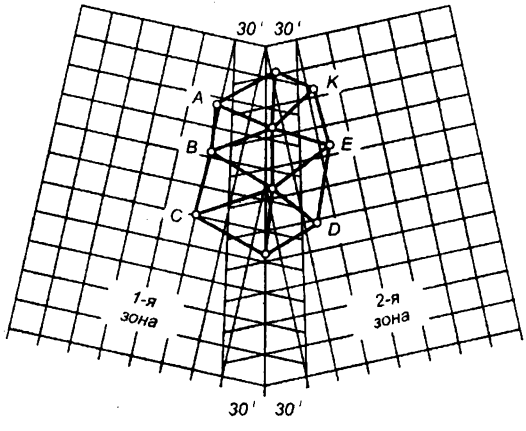


Рис. 18. *Перекрытие зон в проекции Гаусса — Крюгера*

Существует несколько способов преобразования координат из одной зоны в другую.

1. Перевычисление координат с предварительным переходом к геодезическим координатам. Идея способа состоит в том, что от плоских прямоугольных координат пункта одной зоны переходят к его геодезическим координатам (B, L), а от них — к плоским координатам смежной зоны.

Пусть пункт A (см. рис. 18) с координатами x_1, y_1 расположен в 1-й зоне; требуется вычислить координаты x_2, y_2 этого пункта во 2-й зоне. Сначала по известным координатам x_1, y_1 пункта в 1-й зоне с осевым меридианом L_{o1} вычисляют его геодезические координаты B и $L = L_{o_1} + l_1$. Затем относительно осевого меридиана 2-й зоны $L_{o_2} = L_{o_1} + 6°$ (либо $L_{o_2} = L_{o_1} + 3°$ — для 3-градусной зоны) находят разность долгот $l_2 = L - L_{o_2}$. Далее от геодезических координат переходят к прямоугольным координатам x_2, y_2 пункта во 2-й зоне.

Данный способ является наиболее строгим и универсальным. Учитывая большой объем вычислений, его использование целесообразно при решении задач преобразования прямоугольных координат в геодезические и обратно на ЭВМ по специальным программам.

2. Перевычисление координат путем редуцирования горизонтальных направлений. Этот способ применяют в случаях, когда необходимо преобразовать координаты большого числа пунктов из одной зоны в другую.

Не менее чем для двух исходных пунктов по первому способу перевычисляют координаты из 1-й зоны во 2-ю. Используя полученные

координаты, находят приближенные координаты других пунктов и по ним вычисляют поправки в измеренные направления за кривизну изображения линий δ_i'' во 2-й зоне. Исправив измеренные направления поправками $\delta_i''-\delta_i'$ (здесь δ_i' — поправки за кривизну изображения линий в 1-й зоне), получают направления, отнесенные ко 2-й зоне. Выполнив уравнивание сети по исправленным направлениям, вычисляют координаты всех пунктов в системе координат 2-й зоны.

3. Перевычисление координат пунктов с помощью специальных таблиц. Ранее этот способ широко применялся при ручном перевычислении координат пунктов. Наибольшее распространение получили таблицы А.М. Вировца и Б.Н. Рабиновича, С.П. Герасименко и А.В. Бушкевича и др., позволяющие перевычислять координаты из одной зоны в другую с точностью до 2—3 см.

§ 20. Системы координат Государственного земельного кадастра

Системой координат Государственного земельного кадастра (ГЗК) России является референцная система координат 1942 г., в основу которой положены параметры эллипсоида Красовского. При создании карт в этой системе используется конформная (равноугольная) поперечно-цилиндрическая проекция поверхности эллипсоида на плоскость (проекция Гаусса—Крюгера), сущность которой изложена выше.

При ведении кадастра уровня Российской Федерации координаты точек представляются геодезической широтой B и геодезической долготой L, выраженными в градусах или радианах; в качестве третьей координаты служит высота H в Балтийской системе высот.

Для кадастров уровня субъекта РФ обычно принимают условные геодезические системы координат, в которых значения широты и долготы несколько смещены относительно их истинных значений.

Для практического ведения государственного земельного кадастра используют местные координатные сетки проекции Гаусса, в которых начало координат смещено с экватора, а ось абсцисс координатной зоны не переносится на запад на 500 км, как это принято в зональной системе плоских прямоугольных координат. Такие системы координат называются *местными системами координат* (МСК). Для автоматизированной системы земельного кадастра используют *модифицированные местные системы координат МСКА.*

В модифицированной системе МСКА принята левая система декартовых координат, в которой ось ординат вертикальна, а ось абсцисс — горизонтальна. Система координат развернута на некоторый угол относительно осевого меридиана, причем за положительное направление угла принимается направление против часовой стрелки (рис. 19). Местная координатная сетка применима только к одной зоне проекции Гаусса, поэтому перед значением абсцисс номер не ставится.

Условное начало системы координат выбирают с расчетом, чтобы значение координат любой точки на обслуживаемой территории было положительным и не превышало 1000 км.

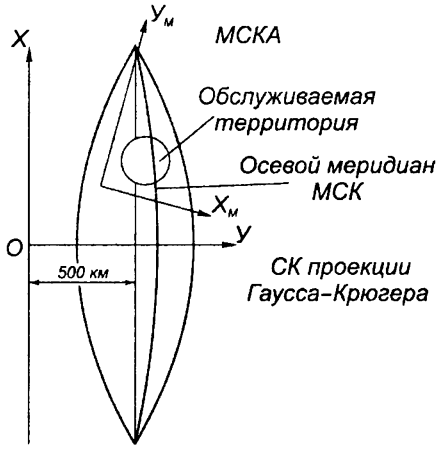


Рис. 19. *Местная система координат для автоматизированной системы*

Для отображения объектов на дежурных картах различных кадастровых округов и зон часто возникает необходимость преобразования координат из одной системы в другую. Пересчет выполняется с использованием *ключа перехода*, представляющего совокупность некоторых параметров связи. Следует иметь в виду, что в кадастре более низкого уровня отсутствуют ключи перехода к системе координат кадастра более высокого уровня.

Результаты измерений, выполняемых с помощью аппаратуры спутниковой системы позиционирования для решения задач земельного кадастра, должны представляться в основной системе координат кадастрового округа.

§ 21. Преобразование координатных систем

При выполнении геодезических работ, особенно связанных с использованием спутниковых технологий, приходится решать задачу преобразования координат пунктов из одной системы в другую. В случаях использования локальных местных систем координат могут возникать серьезные затруднения, так как координаты исходных пунктов представлены в различных координатных системах, обычно заданных со сдвигом начала и поворотом осевого (или центрального) меридиана. Зачастую ключи перехода к этим системам из государственной системы координат утеряны, неточны или просто не устанавливались.

Возможны два типа преобразования координат из одной системы в другую:

— с использованием заранее установленных параметров перехода;

— на основе пунктов, координаты которых известны в двух системах.

Различают следующие методы преобразования (трансформирования) координат.

1. ***Трехмерный***, используемый при преобразовании пространственных прямоугольных или эллипсоидальных координат одной координатной системы в другую; например, из WGS-84 в ПЗ-90, из ПЗ-90 в СК-42, из СК-42 в СК-95 и наоборот.

2. ***Двухмерный*** — для преобразования одной плоской координатной системы в другую подобную систему.

3. ***Комбинированный*** — для преобразования пространственной координатной системы в плоскую.

4. ***Одномерный***, представляющий собой преобразование одной координаты (высоты или базисной линии) в другую подобную. Классическим примером может быть задача трансформирования линий, измеренных спутниковыми системами GPS или ГЛОНАСС, в систему координат СК-42, т. е. на плоскость проекции Гаусса — Крюгера.

Референцные и общеземные системы координат, отнесенные к разным референц-эллипсоидам или эпохам, трансформируются с использованием семи параметров перехода по формуле вида

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_2 = (1+\Delta m)\begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z - \varepsilon_y \\ -\varepsilon & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y - \varepsilon_x & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix}, \qquad (128)$$

где x_0, y_0, z_0 — начало системы координат; ε_x, ε_y, ε_z — углы разворота осей координат, Δm — разность масштабов.

Для определения параметров перехода используют не менее трех *совмещенных* пунктов, т. е. пунктов, координаты которых известны в обеих системах координат.

По формуле (128) выполняют трансформирование координат из Мировой системы координат WGS-84 в российскую систему ПЗ-90, которые используют для геодезического обеспечения орбитальных полетов. Как уже отмечалось, эти системы близки друг к другу, и параметры перехода между ними постоянно уточняются.

Между референцной СК-42 и общеземной системой координат ПЗ-90 установлено взаимно однозначное соотношение, характеризующееся параметрами перехода: $\Delta x = 25$ м; $\Delta y = -141$ м; $\Delta z = -80$ м; $\varepsilon_x = 0$; $\varepsilon_y = -0{,}35''$, $\varepsilon_z = -0{,}66''$; $\Delta m = 0$. Применение той или иной из указанных систем координат определяется удобством использования. Так, при топографических работах традиционно использовалась система координат СК-42 и перевести все карты в другую систему за короткий срок весьма затруднительно. В то же время для построения спутниковых сетей и космических исследований более удобна система ПЗ-90.

Как известно, во введенной с 1 июля 2002 г. референцной системе СК-95 используется эллипсоид Красовского, в которой пространственные координаты начального пункта Пулково приняты такими же, как и в СК-42. Переход от СК-42 к СК-95 выполняют по формуле (128) с использованием следующих параметров перехода: $x_0 = -1{,}8$ м; $y_0 = +9{,}0$ м; $z_0 = -6{,}8$ м; $\varepsilon_x = +0{,}02''$; $\varepsilon_y = -0{,}38''$, $\varepsilon_z = -0{,}85''$; $\Delta m = +0{,}15 \times 10^{-6}$.

Преобразование эллипсоидальных геодезических координат B, L, H в пространственные прямоугольные координаты X, Y, Z выполняют в соответствии с формулами (98), приведенными в § 18.

Перевычисление координат из одной из вышеприведенных систем координат в другую выполняют по специальным формулам и алгоритмам, удобным для реализации на ЭВМ.

Наиболее массовой задачей геодезии является преобразование плоских прямоугольных координат в проекции Гаусса — Крюгера: из одной местной системы координат в другую, из государственной системы координат в местную и наоборот. Преобразование координат в данном случае представляется в виде поворота осей и сдвига начала координат, при которых используются четыре параметра преобразования: x_0, y_0, $\Delta\alpha$, m.

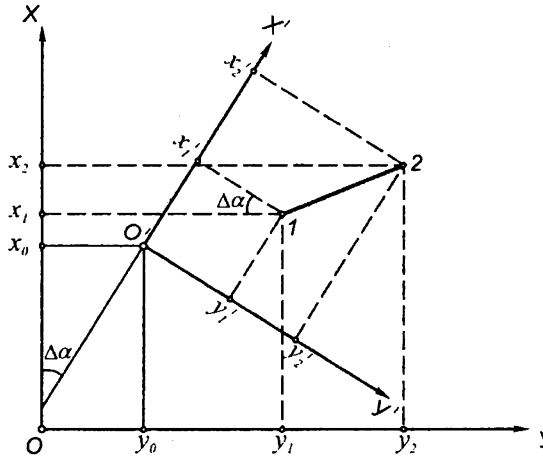


Рис. 20. *Схема к преобразованию плоских прямоугольных координат из одной системы в другую*

Для определения этих параметров необходимо иметь два совмещенных пункта, координаты которых известны в обеих системах координат (рис. 20).

Пусть требуется перевычислить координаты пунктов 1 и 2 из старой системы $X'O'Y'$ в новую систему координат XOY; координаты начала старой системы координат в новой системе x_0, y_0.

Решением обратной геодезической задачи определяют дирекционные углы α, α' и длины d, d' линии 1 – 2 в новой и старой системах координат.

Старая система:

$$tg\alpha' = \frac{y'_2 - y'_1}{x'_2 - x'_1};$$

$$d' = \frac{y'_2 - y'_1}{\sin\alpha'} = \frac{x'_2 - x'_1}{\cos\alpha'}.$$

Новая система:

$$tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1};$$

$$d = \frac{y_2 - y_1}{\sin\alpha} = \frac{x_2 - x_1}{\cos\alpha}.$$

Вычисляют угол поворота координатных осей

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha' \tag{129}$$

и масштабный множитель преобразования координат

$$m = \frac{d}{d'}. \tag{130}$$

Как следует из рис. 20, общее уравнение преобразования координат из старой системы в новую можно записать в виде:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + x'm\cos\alpha - y'm\sin\Delta\alpha; \\ y &= y_0 + y'm\cos\alpha + x'm\sin\Delta\alpha. \end{aligned} \tag{131}$$

Алгоритмы и формулы для трансформирования координат из местной системы в государственную референцную систему и обратно приведены в соответствующих нормативных документах.

Глава 6

ОПОРНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЕТИ

§ 22. Классификация геодезических опорных сетей

Геодезические опорные сети служат основой для решения научных задач геодезии и инженерно-технических задач народно-хозяйственного значения, выполнения топографических съемок, проектирования, строительства и эксплуатации различного рода сооружений. Общие понятия об опорных геодезических сетях, основных принципах и методах их развития рассмотрены в первой части учебного пособия.

Геодезическая опорная сеть представляет собой совокупность закрепленных на земной поверхности пунктов, положение которых определено в единой системе координат. Положение опорных пунктов на местности может определяться астрономическим, геодезическим, спутниковым (космическим) и другими способами.

Астрономический способ заключается в определении геодезических координат (геодезической широты B и геодезической долготы L) каждого пункта путем наблюдений небесных светил. По результатам астрономических наблюдений определяют также геодезические азимуты A направлений на пункты; кроме того, азимуты направлений могут быть получены с помощью гирокомпасов либо гиротеодолитов. В дальнейшем от геодезических координат пунктов B, L и геодезических азимутов A переходят к прямоугольным координатам x, y и дирекционным углам α направлений.

Достоинством данного способа является независимое определение координат пунктов. Однако даже незначительные погрешности в определении геодезических координат точек с учетом погрешности уклонения отвесных линий от нормалей к поверхности эллипсоида вызывают значительные погрешности в прямоугольных координатах. Следовательно, основным недостатком астрономического способа определения координат точки является сравнительно малая точность.

Геодезический способ состоит в том, что из астрономических наблюдений находят прямоугольные координаты лишь отдельных (исходных) пунктов системы. Остальные пункты опорной сети связывают с исходными путем выполнения на земной поверхности измерений сторон и углов геометрических фигур, вершинами которых являются опорные пункты. Такая схема построения опорных сетей ограничивает накопление погрешностей, обеспечивает надежный контроль измерений и поз-

воляет независимо выполнять геодезические работы на различных участках, обеспечивая их смыкание в пределах установленных допусков.

Геодезический способ создания опорных сетей на территории нашей страны является основным. Лишь для создания карт горных районов масштаба мельче 1:100 000, особенно в необжитых местах (Арктика, Антарктида и др.), может быть использован астрономический метод.

Спутниковый способ основан на определении координат точек из обработки наблюдений искусственных спутников Земли (ИСЗ). Применяемые в настоящее время глобальные спутниковые системы определения местоположения ГЛОНАСС (Россия) и GPS (США), включающие не менее 18 ИСЗ, позволяют в любой момент времени и практически в любой части земного шара определять координаты точек с точностью до нескольких сантиметров.

Согласно принципу перехода «от общего к частному» вся опорная сеть подразделяется на классы, и построение ее осуществляют несколькими ступенями: от сетей более высокого класса к сетям низшего, от крупных и точных геометрических построений к более мелким и менее точным. Пункты высших классов располагают на больших (до нескольких десятков километров) расстояниях друг от друга и затем последовательно сгущают путем развития между ними сетей более низких классов. Такой подход позволяет в сжатые сроки с высокой точностью распространить единую систему координат на всю территорию страны.

Различают *плановые* геодезические сети, в которых для каждого пункта определяют прямоугольные координаты x, y в общегосударственной системе, и *высотные*, в которых высоты H пунктов определяют в Балтийской системе высот.

Геодезические сети принято подразделять на следующие виды.

1. Государственная геодезическая сеть.
2. Геодезические сети сгущения.
3. Съемочные геодезические сети.

Густота геодезических сетей и необходимая точность нахождения планового положения пункта определяются характером научных и инженерно-технических задач, решаемых на этой основе. Поэтому для обеспечения требуемой точности построения геодезических сетей угловые и линейные измерения ее элементов должны выполняться соответствующими приборами и методами.

§ 23. Традиционные методы построения государственных геодезических сетей

Государственная геодезическая сеть страны является главной геодезической основой топографических съемок всех масштабов и должна удовлетворять требованиям народного хозяйства при решении соответствующих научных и инженерно-технических задач.

Государственная геодезическая сеть России включает в себя:

а) плановые сети 1, 2, 3 и 4-го классов, которые различаются между собой точностью угловых и линейных измерений, длиной сторон сетей и порядком их последовательного развития;
б) высотные нивелирные сети I, II, III и IV классов.

В плановых геодезических сетях высоты пунктов определяют с гораздо более низкой точностью, чем плановые координаты, особенно в горных районах. В высотных сетях, наоборот, плановое положение пунктов определяют приближенно. В силу специфики средств и методов построения геодезических сетей разного вида пункты плановой геодезической сети обычно располагают на возвышенных участках местности, а пункты высотной сети — на равнинных участках, в долинах рек и т. п.

Плановые геодезические сети создают методами *триангуляции, трилатерации, полигонометрии и их сочетаниями.*

Триангуляция. Триангуляция 1-го класса создается в виде астрономо-геодезической сети и призвана обеспечить решение основных научных задач, связанных с определением формы и размеров Земли. Она является главной основой развития сетей последующих классов и служит для распространения единой системы координат на всю территорию страны. Ее построение осуществляют с наивысшей точностью, которую могут обеспечить современные приборы при тщательно продуманной методике измерений.

Сети триангуляции 1-го класса строят в виде рядов треугольников, близких к равносторонним, располагаемых вдоль меридианов и параллелей и отстоящих друг от друга на 200 км. Пересекаясь между собой, ряды треугольников образуют замкнутые полигоны периметром 800 — 1000 км (рис. 21). В местах пересечения звеньев полигонов 1-го класса измеряют базисные стороны либо определяют длины выходных сторон на основе базисных сетей. На концах базисных (выходных) сторон определяют пункты Лапласа, т. е. производят астрономические наблюдения для определения широт и долгот пунктов и азимутов направлений.

Триангуляцию 2-го класса строят в виде сплошных сетей треугольников, заполняющих полигоны триангуляции 1-го класса. Она является опорной сетью, служащей для развития сетей последующего сгущения и геодезического обоснования всех топографических съемок.

Триангуляция 3-го и 4-го классов является дальнейшим сгущением государственной геодезической сети и служит для обоснования топографических съемок крупного масштаба. Ее строят в виде вставок жестких систем или отдельных пунктов в сети старших классов. Основные характеристики триангуляционной сети 1 — 4-го классов приведены в табл. 5.

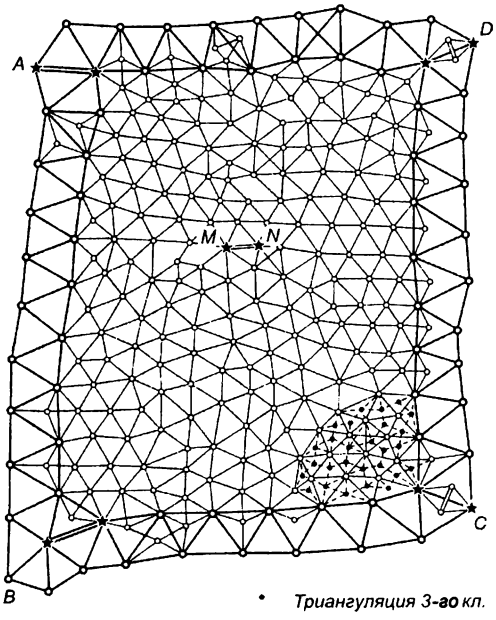


Рис. 21. *Схема развития сетей триангуляции 1—4-го классов*

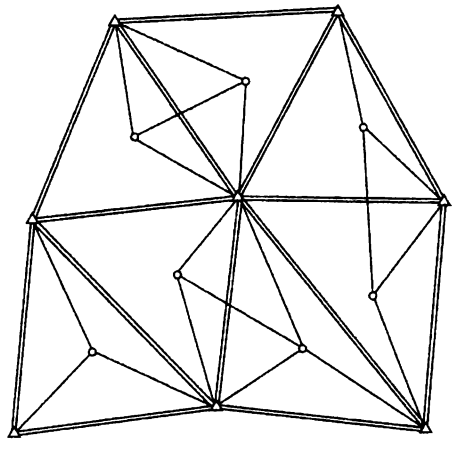
Таблица 5

Основные характеристики триангуляции 1, 2, 3 и 4-го классов

Класс триангуляции	Длины сторон, км	Допустимая средняя квадратическая погрешность измерения углов	Допустимая невязка в треугольниках	Допустимая относительная погрешность базисной (выходной) стороны
1	20–25	0,7"	3,0"	1:400 000
2	7–20	1,0"	4,0"	1:300 000
3	5–8	1,5"	6,0"	1:200 000
4	2–5	2,0"	8,0"	1:200 000

Работы по развитию государственных геодезических сетей 1, 2 и 3-го классов выполняются Федеральной службой геодезии и картографии России (Роскартография). Сети 4-го класса развиваются по мере надобности ведомственными организациями, ведущими топографические съемки крупных масштабов, инженерно-геодезические и маркшейдерские работы.

Трилатерация. Государственные геодезические сети 3-го и 4-го классов могут создаваться также методом трилатерации. Трилатерация, подобно триангуляции, представляет собой систему треугольников, в которых измерены длины всех сторон. Из решения треугольников определяют горизонтальные углы, а через них — дирекционные углы сторон. Дальнейшие вычисления координат пунктов производят так же, как и в триангуляции.



Пункты и стороны существующей сети высшего класса

Вновь определяемые пункты и стороны сети трилатерации

Рис. 22. *Трилатерация*

При этом схема сети принимается такой же, как и в триангуляции соответствующего класса (рис. 22).

Длины сторон в сети трилатерации измеряют, как правило, радио- и светодальномерами. При этом относительные погрешности измерения сторон не должны превышать: для 3-го класса — 1:100 000, для 4-го класса — 1:40 000.

Метод трилатерации может применяться для построения опорных сетей в сочетании с триангуляцией (линейно-угловая триангуляция); при этом в сети измеряют все стороны и углы треугольников.

Полигонометрия. В лесистой равнинной местности, где развитие сети триангуляции затруднительно либо экономически нецелесообразно из-за сложных местных условий, используют метод полигонометрии.

Углы в полигонометрии измеряют теодолитами соответствующей точности. Для измерения длин сторон полигонометрических ходов применяют свето- и радиодальномеры, оптико-механические дальномеры, инварные проволоки, ленты и т. п. Длины сторон могут быть определены также от измеренного базиса через вспомогательную геометрическую фигуру с измеренными углами. Поэтому в зависимости от способа измерения сторон полигонометрию разделяют на:

а) ***траверсную***, или ***магистральную*** (рис. 23, *а*), — с непосредственным измерением сторон хода;

б) ***параллактическую***, или ***базисную***, основанную на косвенном определении сторон по короткому базису и острым параллактическим углам (рис. 23, *б*). При этом непосредственные линейные измерения сводятся к минимуму.

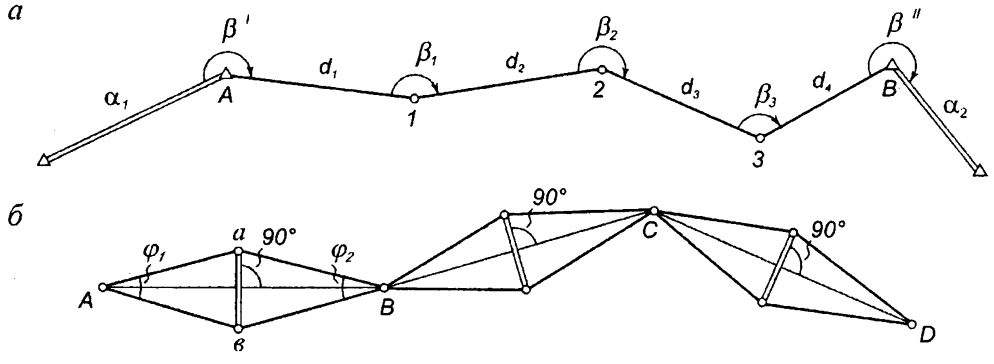


Рис. 23. *Полигонометрия:* а — *траверсная (магистральная);* б — *параллактическая (базисная)*

Если базис *ab* перпендикулярен к стороне *AB* полигонометрического хода и делится ею пополам, то для определения длины стороны *AB* достаточно измерить базис *ab* и параллактические углы φ_1 и φ_2.

Применение светодальномерной техники открыло широкие возможности для развития метода полигонометрии. Полигонометрия по точности построения приравнивается к триангуляции и может заменять соответствующие классы последней. Как правило, метод полигонометрии целесообразно применять в районах, где триангуляция требует сплошной постройки высоких знаков.

Полигонометрия 1-го класса строится в виде вытянутых по направлениям меридианов и параллелей ходов, образующих звенья первоклассного полигона с периметром 700 — 800 км. На концах звена (в вершинах полигонов) определяют пункты Лапласа. Полигонометрию 2-го класса развивают внутри полигонов триангуляции или полигонометрии 1-го класса в виде сети замкнутых полигонов с периметром 150 — 180 км.

Полигонометрия 3-го и 4-го классов строится в виде систем ходов с узловыми пунктами или одиночных ходов, опирающихся на пункты государственной геодезической сети высших классов. Основные характеристики полигонометрии приведены в табл. 6.

Таблица 6

Основные характеристики полигонометрии 1, 2, 3 и 4-го классов

Класс полигонометрии	Максимальное число сторон в ходе	Длины сторон, км	Средняя квадратическая погрешность измерения угла	Относительная погрешность измерения длины стороны
1	12	8–30	0,4"	1:400 000
2	6	5–18	1,0	1:200 000
3	6	3–10	1,5	1:100 000
4	20	0,25–2	2,0	1:40 000

Государственная нивелирная сеть. Высоты пунктов государственной нивелирной сети определяют методом геометрического нивелирования. По точности и назначению государственная нивелирная сеть разделяется на сети I, II, III, и IV классов.

Нивелирные сети I и II классов являются главной высотной основой, посредством которой устанавливается единая (Балтийская) система высот по всей территории страны. Они используются для решения научных задач: изучения вертикальных движений земной коры, определения уровня воды в морях и океанах и т. п.

Линии нивелирования I и II классов прокладывают по заранее разработанным направлениям. Не реже чем через каждые 25 лет линии I и частично II классов нивелируют повторно. Во всех случаях линии нивелирования I и II классов прокладывают по трассам с наиболее благоприятными грунтовыми условиями и наименее сложным профилем.

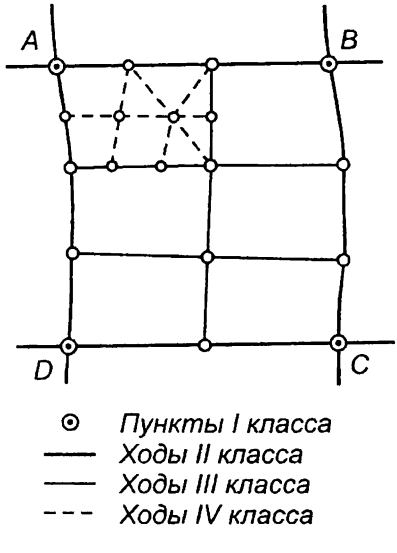


Рис. 24. *Схема развития сетей нивелирования I–IV классов*

Нивелирная сеть I класса строится в виде сомкнутых полигонов и отдельных линий большой протяженностью. Нивелирование I класса выполняют с наивысшей точностью, достигаемой применением наиболее совершенных приборов и методов наблюдений: средняя квадратическая случайная погрешность определения превышения m_h = 0,5 мм на 1 км хода.

Нивелирная сеть II класса составлена из ходов, опирающихся на пункты нивелирования I класса и образующих полигоны с периметром 400 – 800 км и более (рис. 24). Средняя квадратическая погрешность определения превышения в нивелирных ходах II класса не должна превышать m_h = 0,8 мм на 1 км хода.

Нивелирные сети III класса прокладывают (см. рис. 24) внутри полигонов нивелирования I и II классов в виде систем и отдельных ходов, делящих полигон II класса на 6 — 9 полигонов периметром 150 — 200 км (m_h = 1,6 мм на 1 км хода). Дальнейшее сгущение нивелирной сети III класса выполняют построением систем ходов нивелирования IV класса (m_h = 6 мм на 1 км хода), опирающихся на пункты нивелирования высших классов. Ходы нивелирования IV класса являются непосредственной высотной основой топографических съемок; густота их прокладки обусловливается масштабами съемок и характером рельефа местности.

Необходимая точность нивелирования I — IV классов характеризуется предельной погрешностью на 1 км хода, которая входит в качестве коэффициента в формулы допустимых невязок нивелирных ходов согласно Инструкции по нивелированию.

Класс нивелирования	I	II	III	IV
Допустимая невязка f_h, мм	$3\sqrt{L}$	$5\sqrt{L}$	$10\sqrt{L}$	$20\sqrt{L}$

Линии нивелирования всех классов через каждые 5 км закрепляют на местности постоянными реперами и марками. В труднодоступных районах расстояние между реперами может быть увеличено до 6 — 7 км.

§ 24. Геодезические сети сгущения и съемочные сети

Геодезические сети сгущения развивают на основе государственной геодезической сети. Они служат для обоснования крупномасштабных съемок, а также инженерно-геодезических работ, выполняемых в городах и поселках, на строительных площадках крупных промышленных объектов, на территориях горных отводов и т. д.

Плановые геодезические сети сгущения создаются в виде триангуляции (триангуляционные сети) и полигонометрии 1-го и 2-го разрядов. Триангуляция 1-го разряда развивается в виде сетей и цепочек треугольников со сторонами 1 — 5 км, а также путем вставок отдельных пунктов в сеть высшего класса. Углы измеряют со средней квадратической погрешностью не более 5", относительная погрешность выходных сторон — не более 1:50 000.

Триангуляция 2-го разряда строится так же, как триангуляция 1-го разряда; кроме того, положение пунктов 2-го разряда может определяться прямыми, обратными и комбинированными геодезическими засечками. Длины сторон треугольников в сетях 2-го разряда принимают от 0,5 до 3 км, средняя квадратическая погрешность измерения углов — 10", относительная погрешность выходных сторон — не более 1:20 000.

Полигонометрия 1-го и 2-го разрядов создается в виде одиночных ходов или систем с узловыми точками, длины сторон которых принимают в среднем равными, соответственно, 0,3 и 0,2 км. Средняя квадратическая погрешность измерения углов в ходах полигонометрии 1-го разряда — 5", относительная погрешность измерения длин — 1:10 000. В полигонометрии 2-го разряда точность угловых и линейных измерений в 2 раза ниже по сравнению с полигонометрией 1-го разряда.

На все пункты геодезических сетей сгущения должны быть переданы отметки нивелированием IV класса или техническим нивелированием. В горной местности допускается передача отметок точек тригонометрическим нивелированием.

Съемочные геодезические сети (геодезическое съемочное обоснование) создают для сгущения геодезической сети до плотности, обеспечивающей выполнение топографической съемки. Плотность съемочных сетей определяется масштабом съемки, характером рельефа местности, а также необходимостью обеспечения инженерно-геодезических и других работ для целей изыскания, строительства и эксплуатации сооружений.

Съемочное обоснование развивают от пунктов государственных геодезических сетей и геодезических сетей сгущения. Съемочные сети создают построением съемочных триангуляционных сетей, проложением теодолитных, тахеометрических и мензульных ходов, прямыми, обратными и комбинированными засечками и другими равноценными методами. При развитии съемочного обоснования одновременно определяется, как правило, плановое и высотное положение точек. Высоты точек съемочных сетей определяют тригонометрическим нивелированием или геометрическим нивелированием горизонтальным лучом с помощью нивелира, а также теодолита либо кипрегеля с уровнем при трубе.

§ 25. Совершенствование системы геодезического обеспечения в условиях перехода на спутниковые методы координатных определений

В настоящее время существуют отечественные высокоточные системы координат — референцная СК-95 и геоцентрическая ПЗ-90 — с надежно определенными параметрами взаимного ориентирования. Концепция развития главной геодезической основы в соответствии с Основными положениями о государственный геодезической сети предусматривает на ближайшую перспективу развитие высокоточных геодезических сетей, ориентированное на широкое использование спутниковых технологий.

Современные спутниковые методы, основанные на применении спутниковых навигационных систем GPS и ГЛОНАСС, обладают рядом преимуществ по сравнению с традиционными методами геодезических измерений. К основным из них относятся следующие:

- возможность оперативной и точной передачи координат на большие расстояния;
- отсутствие необходимости обеспечения взаимной видимости между смежными опорными пунктами. Это позволяет располагать пункты в местах, благоприятных для их долговременной сохранности и удобных для последующего использования; при этом отпадает необходимость сооружения дорогостоящих наружных геодезических знаков;
- снижение требований к плотности исходной геодезической основы, позволяющее резко сократить число опорных пунктов;
- простота организации и высокий уровень автоматизации работ, возможность выполнения работ в любое время суток и любых погодных условиях;

— возможность объединения на базе единой технологии плановой и высотной геодезических основ, совмещения пунктов носителей плановых координат и высот и связи существующих плановых и высотных сетей.

Согласно новой концепции и программе перехода топографо-геодезического производства на автономные методы спутниковых координатных определений предусматривается построение сетей высшего класса точности, связанных между собой по принципу перехода «от общего к частному». К таким геодезическим сетям относятся:

1. ***Фундаментальная астрономо-геодезическая сеть (ФАГС)***, являющаяся высшим звеном координатного обеспечения. ФАГС реализует общеземную геоцентрическую систему координат ПЗ-90 при решении задач координатно-временного обеспечения территории страны.

ФАГС представляет собой систему равномерно распределенных по территории страны пунктов, удаленных друг от друга на 800 — 1000 км. Число таких пунктов составит 50 — 70, из которых 10 — 15 пунктов будут постоянно действующими, а остальные — переопределяться группами через определенные промежутки времени в зависимости от динамической активности региона.

Пространственное положение пунктов ФАГС определяется в общеземной системе координат с максимально возможной точностью, которая может быть обеспечена использованием всего комплекса существующих методов космических измерений (радиоинтерферометрических, лазерных и др.). При этом средние квадратические погрешности взаимного положения пунктов не должны превышать 2 см в плане и 3 см по высоте.

2. ***Высокоточная геодезическая сеть (ВГС)***, которая представляет собой однородное по точности пространственное геодезическое построение, состоящее из системы пунктов, расположенных на расстоянии 150 — 300 км друг от друга. Основными функциями ВГС являются распространение на всю территорию страны общеземной геоцентрической системы координат, обеспечение ее связи с референцной системой геодезических координат СК-95, объединение плановой и высотной геодезических основ.

Положение пунктов ВГС определяется относительными методами космической геодезии со средними квадратическими погрешностями не более 10 — 18 мм в плане и 15 — 25 мм по высоте.

3. ***Спутниковая геодезическая сеть I класса (СГС-I)*** состоит из системы легкодоступных пунктов, удаленных друг от друга на 25 — 35 км; в экономически развитых районах плотность пунктов может быть повышена. Такая плотность пунктов сети должна обеспечивать оптимальные условия для использования методов спутниковой системы позиционирования.

Положение пунктов СГС-I определяется относительными методами космической геодезии со средними квадратическими погрешностями не более 10 — 12 мм в плане и 15 — 18 мм по высоте; в динамически активных районах точность определения координат пунктов должна быть повышена до 5 — 6 мм в плане и 10 — 12 мм по высоте.

Указанные выше классы сетей строго связаны между собой: ФАГС является основой для развития ВГС, а ВГС — для СГС-I. При построе-

нии ФАГС, ВГС и СГС-I предусматривается привязка к высшему классу спутниковой сети пунктов существующей государственной геодезической сети, т. е. последняя станет играть роль сети сгущения.

Следует отметить, что наряду с очевидными преимуществами спутниковые методы определения координат имеют ряд недостатков. Поэтому их применение не всегда позволяет обеспечить оптимальное решение геодезических задач. Следовательно, наряду со спутниковыми методами необходимо использовать и традиционные технологии геодезических работ.

§ 26. Геодезическая основа межевания земель

Для решения задач, связанных с восстановлением утраченных границ землепользований, образования новых и реорганизации существующих хозяйств, отвода земель предприятиям, организациям и частным лицам, в качестве исходной геодезической основы служит опорная межевая сеть.

Опорная межевая сеть (ОМС) является геодезической сетью специального назначения, которая создается для геодезического обеспечения государственного земельного кадастра, мониторинга земель, землеустройства и других мероприятий по управлению земельным фондом страны. Такие сети создают в случаях, когда точность и плотность существующих геодезических сетей не соответствуют требованиям, предъявляемым при их построении.

Опорная межевая сеть подразделяется на два класса: ОМС1 и ОМС2. Точность их построения характеризуется средними квадратическими погрешностями взаимного положения смежных пунктов соответственно не более 0,05 и 0,10 м. Расположение и плотность пунктов ОМС (опорных межевых знаков — ОМЗ) должны обеспечивать быстрое и надежное восстановление на местности всех межевых знаков. Плотность пунктов ОМС на 1 кв. км должна быть не менее 4 пунктов в черте города и 2 пунктов — в черте других поселений, в небольших поселениях — не менее 4 пунктов на один населенный пункт. На землях сельскохозяйственного назначения и других землях необходимая плотность пунктов ОМС обосновывается расчетами исходя из требований, предъявляемых к планово-картографическим материалам.

Пункты ОМС по возможности размещают на землях, находящихся в государственной или муниципальной собственности, с учетом их доступности. Пункты ОМС могут не совпадать с межевыми знаками границ земельного участка.

Опорная межевая сеть должна быть привязана не менее чем к двум пунктам государственной геодезической сети. Плановое и высотное положение пунктов ОМС рекомендуется определять с использованием геодезических спутниковых систем GPS/ГЛОНАСС в режиме статических наблюдений. При отсутствии такой возможности плановое положение пунктов может определяться методами триангуляции и полигонометрии, геодезическими засечками, лучевыми системами, а также фотограмметрическим методом (для ОМС2); высоты опорных межевых знаков определяются геометрическим или тригонометрическим нивелированием.

Плановое положение пунктов ОМС определяют обычно в местных системах координат. При этом должна быть обеспечена связь местных систем координат с общегосударственной системой координат. Высоты пунктов определяют в Балтийской системе высот.

Для обозначения границ земельного участка на местности на поворотных точках границ закрепляют межевые знаки, положение которых определяют относительно ближайших пунктов исходной геодезической основы. Границы участков, проходящие по «живым урочищам», закрепляют межевыми знаками только на стыках с суходольными границами.

§ 27. Закрепление и обозначение на местности пунктов геодезических сетей

Общие положения. Пункты геодезических сетей закрепляют на местности центрами, конструкции которых должны обеспечивать неизменность положения и сохранность пункта в течение продолжительного времени. Типовые конструкции центров и реперов, регламентируемые Правилами закладки центров и реперов на пунктах геодезической и нивелирной сетей [16], выбирают с учетом климатических и физико-географических условий региона, состава и глубины сезонного промерзания грунта.

Для обеспечения лучшей сохранности и опознавания на местности геодезические пункты имеют соответствующее внешнее оформление: наружный знак, канавы, курганы, опознавательные столбы или знаки. Все типы центров и реперов имеют порядковые номера. Если над центром установлен опознавательный столб, то к номеру типа центра добавляют буквы «**оп**». Если опознавательный столб установлен на некотором расстоянии от центра, то добавляют слова «**оп. знак**». Если центр закрывается металлическим колпаком или железобетонной крышкой, то на них дополнительно ставится индекс «**к**».

Места установки геодезических пунктов должны быть легко доступны, хорошо опознаваться на местности и обеспечивать долговременную стабильность и сохранность центров, реперов и наружных знаков. Наиболее благоприятными местами для закладки центров и реперов являются выходы коренных скальных пород, а также повышенные формы рельефа с крупнозернистым и песчаным слабоувлажненным грунтом, с глубоким залеганием грунтовых вод.

Центры пунктов геодезических опорных сетей и сетей сгущения. Согласно Правилам... при глубине сезонного промерзания грунта до 200 см пункты геодезической сети 1—4-го классов закрепляют центрами типа 3 оп. (рис. 25, *а*), которые состоят из четырех частей:

1 — железобетонного пилона с поперечным сечением 16 × 16 см, в верхнюю грань которого заделывают марку. Пилон может быть заменен асбоцементной трубой диаметром не менее 16 см, заполненной бетоном с арматурой. Верхнюю марку располагают на 50 см ниже поверхности земли;

2 — бетонной плиты (якоря), в середине которой расположена выемка для установки пилона;

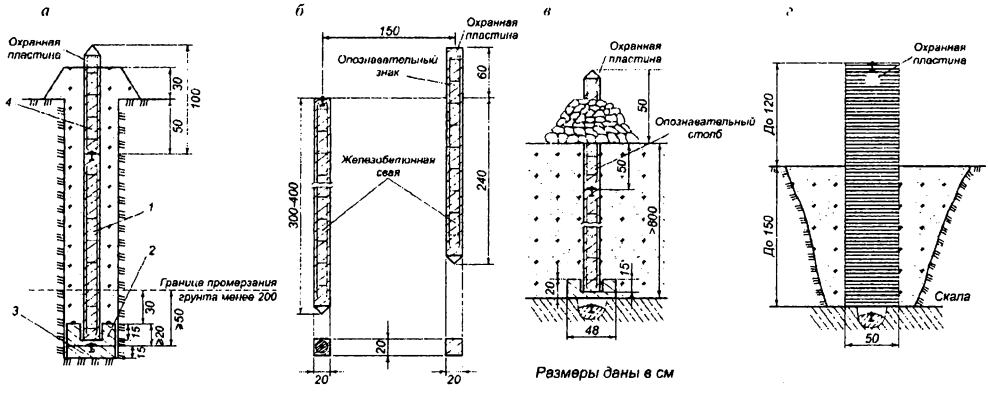


Рис. 25. *Центры пунктов государственной геодезической сети 1—4-го классов:* а — *тип 3 оп.;* б — *тип 147 оп. знак;* в — *тип 7 оп.;* г — *тип 92 (тур)*

3 — нижнего центра в виде бетонной плиты с заделанной в нее маркой;

4 — опознавательного столба с охранной пластиной, устанавливаемого над верхней маркой.

Нижняя и верхняя марки должны находиться на одной отвесной линии с отклонением не более 4 мм. При глубине промерзания грунта более 200 см нижний центр не закладывают.

В области сезонного промерзания грунтов допускается закладка свайных центров типа 147 оп. знак (рис. 25, *б*). Железобетонную сваю сечением 20 × 20 см забивают в грунт на всю длину, чтобы марка, заделанная в верхнюю часть сваи, располагалась на уровне поверхности земли. На отстоянии 1,5 м от центра устанавливают опознавательный знак с охранной пластиной.

При неглубоком залегании от поверхности земли монолитных скальных пород нижнюю марку центра закрепляют в скале. Так, при залегании скальных пород на глубине более 80 см геодезический центр типа 7 оп. (рис. 25, *в*) состоит из нижней марки, расположенного над ней железобетонного пилона с маркой и бетонной плиты (якоря). Над верхней маркой устанавливают опознавательный столб с охранной пластиной.

Если на геодезическом пункте сооружают тур, то в нем закладывают две марки и охранную пластину (рис. 25, *г*). Нижнюю марку закладывают в скалу, а верхнюю — в верхнюю грань тура.

В районах с многоэтажной застройкой для создания геодезических пунктов используют крыши зданий. Такие пункты носят характер надстроек, опирающихся на чердачные перекрытия, внутренние капитальные стены и другие элементы здания (рис. 26). В качестве пунктов на здания устанавливают туры (рис. 26, *а, б*), пирамиды-штативы со съемными визирными целями (рис. 26, *в*) и съемные металлические вехи с визирными цилиндрами. Центры пунктов закрепляют одной маркой.

Типы марок центров показаны на рис. 27.

Пункты полигонометрии 4-го класса, а также плановых сетей сгущения 1-го и 2-го разрядов закрепляют центрами типа 158 оп. знак (рис. 28).

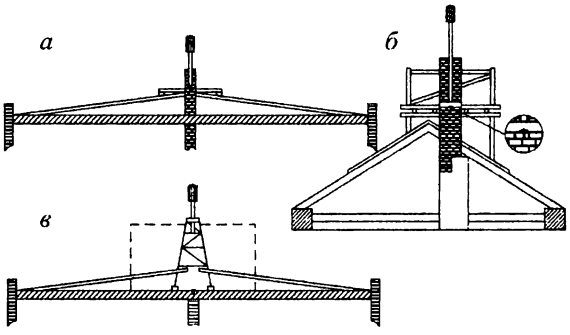


Рис. 26. *Геодезические пункты на зданиях:* а — *тур со съемной визирной целью;* б — *тур со съемной визирной целью и площадкой для наблюдателя;* в — *пирамида-штатив со съемной визирной целью*

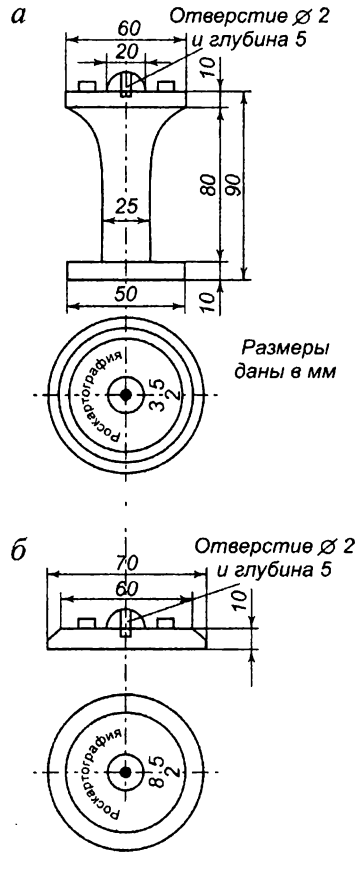


Рис. 27. *Типы марок:* а — *марка, закладываемая в бетон;* б — *марка, привариваемая к металлической трубе*

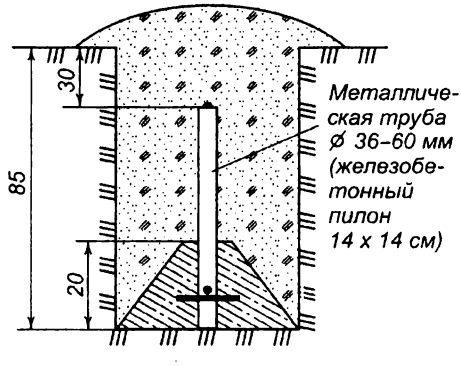


Рис. 28. *Центр пункта геодезической сети 4-го класса (полигонометрии) и 1-го, 2-го разрядов. Тип 158 оп. знак*

Такой знак состоит из усеченной пирамиды, в которой забетонирована металлическая труба длиной 0,5 м. К верхнему концу трубы приваривают марку. Допускается замена трубы на железобетонный пилон сечением 14 × 14 см или на асбоцементную трубу диаметром 10 — 14 см, заполненную арматурой с бетоном.

В населенных пунктах над центром устанавливают чугунный колпак. Вне населенных пунктов на расстоянии 0,8 м от центра устанавливают опознавательный знак в виде металлической трубы с якорем. Опознавательный знак может быть выполнен в виде железобетонного пилона или асбоцементной трубы. Высота опознавательного знака над поверхностью земли 60 см, на верхней части знака закрепляют охранную пластину.

При создании плановых сетей методом полигонометрии 2 — 4-го классов и 1-го и 2-го разрядов в населенных пунктах и на промышленных площадках геодезические пункты, как правило, закрепляют стенными

центрами типа 143 (рис. 29); эти центры соответствуют стенным реперам нивелирования III и IV классов. Центром пункта является отверстие диаметром 2 мм, просверленное в верхней части сферической головки центра.

Пункты нивелирной сети закрепляют грунтовыми реперами и стенными реперами. Конструкция грунтового репера типа 160 оп. знак, для области сезонного промерзания грунтов, приведена на рис. 30, *а*, а репера типа 9 оп. знак, в условиях скальных грунтов для всех районов страны, — на рис. 30, *б*.

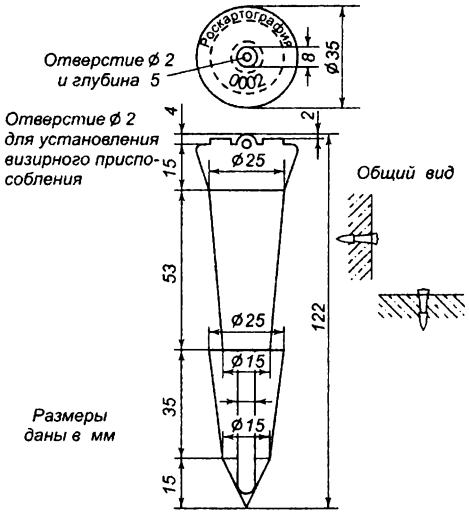


Рис. 29. *Стенной пункт геодезической сети 1-го, 2-го разрядов и 2–4-го классов. Стенной репер нивелирования III и IV классов. Тип 143*

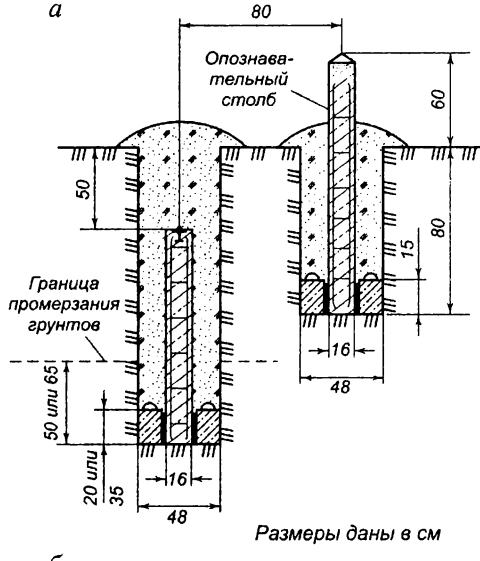


Рис. 30. *Грунтовые реперы:* а — *тип 160 оп. знак;* б — *тип 9 оп. знак для скальных грунтов*

На каждый заложенный геодезический пункт составляют абрис и описание. В населенных пунктах фотографируют целиком здание и отдельно его часть, где расположен центр или репер. На фотографии должен быть изображен номер геодезического пункта.

Конструкции центров пунктов съемочной сети приведены в первой части учебного пособия.

Наружные геодезические знаки. Для обеспечения взаимной видимости между смежными геодезическими пунктами при производстве угловых и линейных измерений над центрами устанавливают наземные геодезические знаки. Тип наружных знаков зависит от того, на

какую высоту нужно поднять прибор для обеспечения нормальной видимости между смежными пунктами. Основными требованиями к наружным геодезическим знакам являются их прочность и долговременная сохранность, жесткость и устойчивость, удобство работы на знаках и безопасность подъема и спуска с них. Обычно геодезические знаки имеют приспособление для установки прибора (инструментальный столик), платформу для наблюдателя и визирное устройство (цилиндр).

В зависимости от конструкции наружные геодезические знаки подразделяются на туры (см. рис. 25, *г*), пирамиды, простые и сложные сигналы (рис. 31).

Туры представляют собой каменные, кирпичные или бетонные столбы, сооружаемые над маркой, заложенной в скале; обычно их устанавливают на скалистых вершинах в горной местности.

Пирамиды строят на пунктах геодезических сетей всех классов в открытой местности, если видимость на смежные пункты возможна с земли. Они бывают трех- и четырехгранные, простые, со штативом и с вехой; высота пирамид обычно колеблется от 5 до 10 м (рис. 31, *а*).

При необходимости подъема прибора на высоту до 10 м строят простые сигналы, состоящие из двух пирамид, не соприкасающихся друг с другом: внутренней трехгранной, несущей столик для установки прибора, и внешней четырехгранной с платформой для наблюдателя и визирным цилиндром (рис. 31, *б*).

Для подъема прибора на высоту более 10 м на пункте возводят сложный сигнал, внутренняя пирамида которого опирается на столбы наружной (рис. 31, *в*).

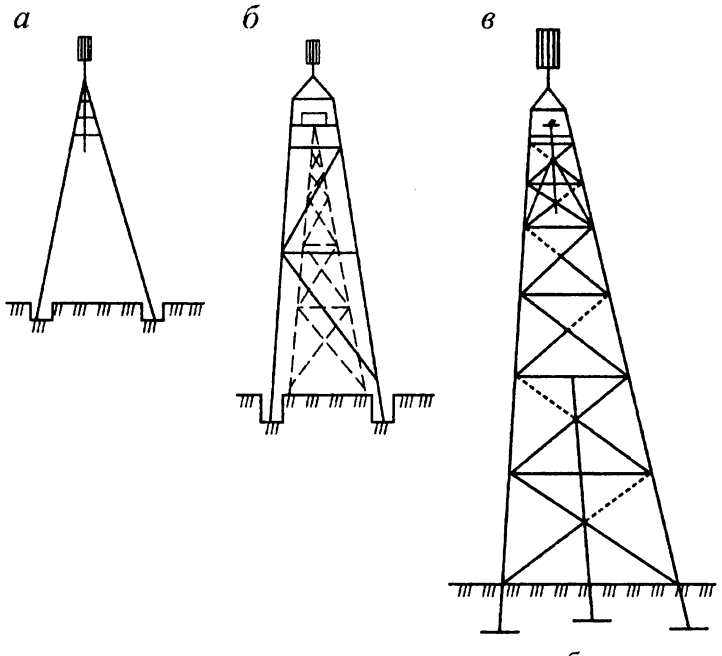


Рис. 31. *Наружные геодезические знаки:* а — *пирамида;* б — *простой сигнал;* в — *сложный сигнал*

Геодезические знаки могут быть деревянными или металлическими, постоянными или разборными. В последние годы встречаются постройки железобетонных сигналов из крупных секций заводского изготовления.

При развитии съемочных геодезических сетей на пунктах могут устанавливаться вехи. Вокруг наружного знака делается внешнее оформление в виде канавы.

Центры спутниковых геодезических сетей. К конструкции центров спутниковых геодезических сетей согласно Правилам... [17] предъявляются повышенные требования. При этом следует стремиться максимально использовать существующие типы центров и реперов.

Постоянно действующие пункты ФАГС закрепляют группами центров, состоящими из основного, контрольного и рабочих (одного или нескольких) центров. В районах сезонного промерзания основной центр закрепляют на местности центрами типа 187 (грунтовый) или типа 191 (скальный).

Центр типа 187 (рис. 32, *а*) выполнен в виде монолитного железобетонного пилона с бетонным якорем. Глубина закладки составляет 300 см, причем основание железобетонной плиты должно располагаться на глубине, превышающей глубину промерзания не менее чем на 150 см. В боковую грань верхней части пилона закладывают стенной репер и заделывают охранную пластину. Верхняя часть центра возвышается над поверхностью земли на высоту 150 см, выполняя роль штатива для антенны спутникового приемника. В пространстве, примыкающем к пилону, котлован засыпают уплотненной песчано-гравийной смесью и утрамбованным грунтом. Вокруг верхней части пилона устраивают деревянный настил. Внешнее оформление пункта включает опознавательные столбы с металлическим ограждением и канаву трапециевидного сечения глубиной 70 см. В верхнюю грань пилона закладывают приспособление для принудительного центрирования геодезических приборов, которое закрывают металлической крышкой.

Центр типа 191 (рис. 32, *б*) закладывают в виде железобетонного пилона сечением 40 × 40 см, составляющим единое целое с бетонной плитой (якорем). Нижнее основание якоря соединяют со скальным основанием цементным раствором.

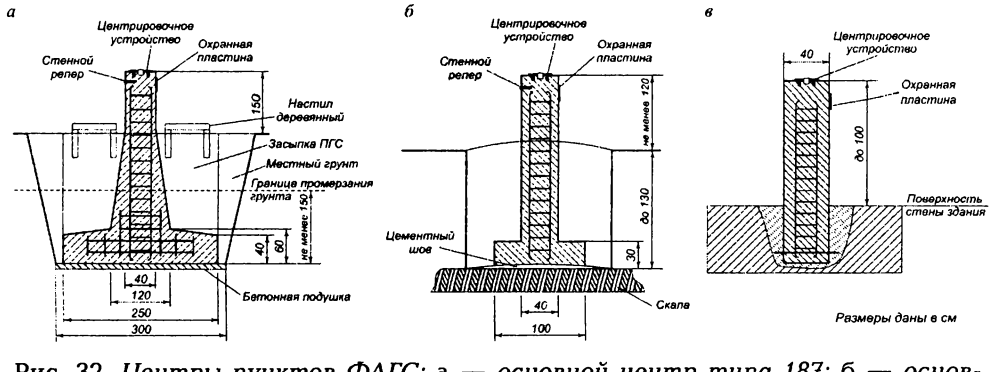


Рис. 32. *Центры пунктов ФАГС:* а — *основной центр типа 187;* б — *основной центр типа 191 для скальных пород;* в — *рабочий центр типа 192*

В качестве контрольного центра допускается использовать вековые и фундаментальные реперы нивелирования I и II классов.

Рабочий центр ФАГС, устанавливаемый на здании, закрепляют центром типа 192 (см. рис. 32, *в*). Центр представляет собой железобетонный столб сечением 40 × 40 см и высотой до 100 см над поверхностью здания, заглубленный в верхнюю часть стены здания. Железобетонный столб разрешается заменять асбоцементной трубой диаметром не менее 40 см. В верхней плоскости столба устанавливают устройство для принудительного центрирования антенны приемника.

Пункты ВГС в районах сезонного промерзания грунтов закрепляют на местности группой из трех центров: основного, контрольного и рабочего. В качестве основного и контрольного центров обычно используют реперы нивелирования I и II классов. В качестве рабочего центра принимается центр типа 190 (рис. 33), оборудованный устройством для принудительного центрирования и стенным репером.

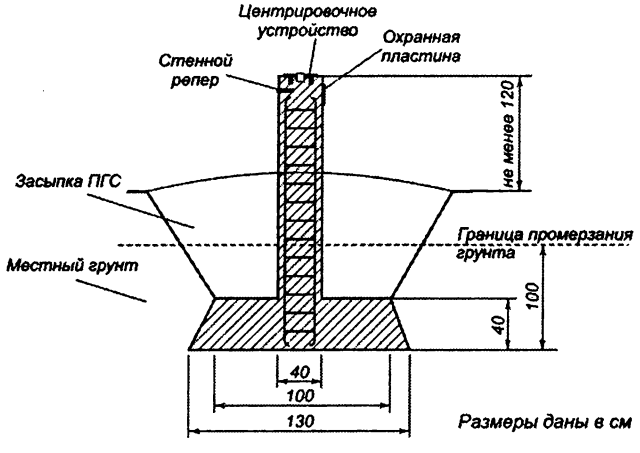


Рис. 33. *Рабочий центр пункта ВГС типа 190*

Верхние части рабочих центров пунктов ФАГС и ВГС, выступающие над поверхностью земли (или над поверхностью здания), окрашивают яркой масляной краской.

Пункты СГС-1 закрепляют на местности центрами, используемыми для закрепления пунктов государственной геодезической сети 1—4-го классов. В зоне сезонного промерзания грунтов используют реперы типов 160 оп. знак, 9 оп. знак (см. рис. 30) и др.

Центры пунктов межевой сети. Пункты опорной межевой сети закрепляют на местности центрами, конструкции которых регламентируются Росземкадастром (см. рис. 34). Составным элементом центра пункта ОМС является марка с нанесенной меткой, к которой относятся координаты пункта. На марке над меткой делается надпись «ОМС», а ниже ее — номер пункта. Допускается помещать надпись на металлической пластине, приваренной к верхней части центра. Пункты ОМС окапывают вокруг канавами диаметром 2,0 м; над центром насыпают курган высотой 0,1 м.

В качестве межевых знаков используют деревянные колья с центром в виде гвоздя, обрезки металлических труб и арматуры, забитые в

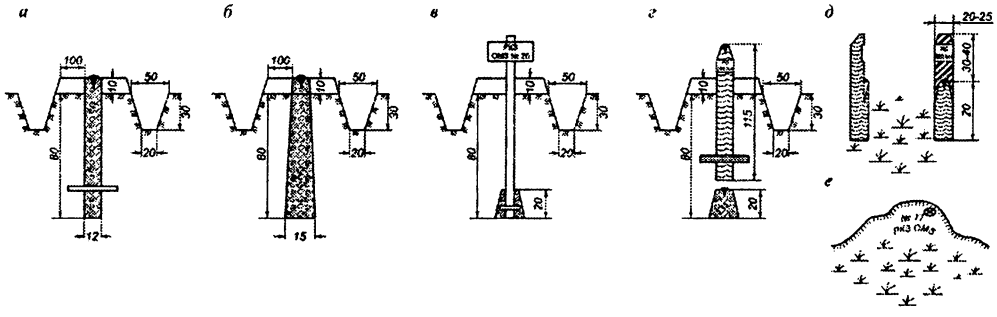


Рис. 34. *Конструкции опорных межевых знаков:* а — *бетонный пилон;* б — *бетонный монолит;* в — *железная труба;* г — *деревянный столб;* д — *штырь в пне;* е — *марка (штырь, болт)*

грунт на 0,4—0,6 м, центры которых обозначают просверленным отверстием, керном или запиленным крестом. Допускается закрепление граничных точек в виде меток на отдельных конструктивных элементах капитальных зданий и сооружений. Межевые знаки на поверхности без покрытия окапывают вокруг канавой диаметром 0,8 м.

Глава 7

СОЗДАНИЕ И РЕКОНСТРУКЦИЯ СПУТНИКОВЫХ ГОРОДСКИХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

§ 28. Городские сети и их классификация

Новая Концепция перехода топографо-геодезического производства на автономные методы спутниковых координатных определений вызвала необходимость пересмотра традиционных подходов к вопросам реконструкции существующих и создания новых городских геодезических сетей.

Целью реконструкции городских геодезических сетей является повышение точности координат сети, а также надежности определения параметров преобразования между общеземной геоцентрической координатной системой, государственной и городской (местной) геодезической системами координат. Главной особенностью этих работ является необходимость сохранения городской системы координат, в которой ранее были выполнены крупномасштабные (1:500 — 1:2000) съемки городов, и одновременно с этим обеспечения высокой однородной точности городской геодезической сети для решения других топографо-геодезических задач (выполнения топографических съемок и топографо-геодезических изысканий, землеустройства, межевания и инвентаризации земель, инженерно-геодезической подготовки объектов строительства и т. д.).

В соответствии с основными инструктивными документами прошлых лет ранее созданные городские геодезические сети по точности взаимного положения пунктов подразделялись на классы и разряды, обозначенные в табл. 7.

Работы по реконструкции городской геодезической сети, как правило, выполняют в два этапа. На первом этапе создают с максимально возможной точностью каркасную сеть (КС), в которую включают пункты городской триангуляции 1 — 3-го классов, узловые пункты полигонометрии 4-го класса и пункты высокоточных сетей специального назначения. На втором этапе с учетом полученных координат пунктов каркасной сети и параметров местной системы координат, обеспечивающих минимальные расхождения на совмещенных пунктах, выполняют сгущение городской сети.

По новой классификации (табл. 8) городские геодезические сети подразделяются на спутниковые сети и традиционные сети полигонометрии.

Таблица 7

Характеристики точности существующих городских геодезических сетей

Класс триангуляции, полигонометрии (ГГС)	Разряд триангуляции городов	Класс (разряд) городской полигонометрии	Относительная погрешность стороны (хода городской полигонометрии)	
			базисной стороны сети	слабой стороны сети
1			1 : 400 000	1 : 150 000
2	I		1 : 300 000	1 : 250 000
3	II		1 : 200 000	1 : 120 000
4	III		1 : 200 000	1 : 70 000
		4-й класс	1 : 25 000	
		1-й разряд	1 : 10 000	
		2-й разряд	1 : 5000	

Таблица 8

Характеристики точности спутниковых сетей

Тип сети	Точность определения координат, см	Относительная погрешность определения линий, не грубее	Средние погрешности взаимного положения пунктов, мм
Исходный пункт (ИП)	1 – 2	1 : 1 000 000	–
Каркасная сеть (КС)	1 – 2	1 : 500 000	15
Спутниковая городская геодезическая сеть 1-го класса (СГГС-1)	1 – 2	1 : 150 000	20
Спутниковая городская геодезическая сеть 2-го класса (СГГС-2)	1 – 2	1 : 150 000	–

Примечание. Значения средних квадратических погрешностей взаимного положения любых пунктов СГГС не должны превышать 30 мм.

Согласно Руководству по созданию и реконструкции городских геодезических сетей... [1] структурная схема спутниковых измерений на территории городов включает следующие этапы:

- создание одного или нескольких исходных пунктов (ИП);
- спутниковые измерения на пунктах каркасной сети (КС);
- спутниковые измерения на пунктах спутниковой городской геодезической сети (СГГС-1), включая существующие пункты городской сети;
- совместная обработка измерений во вновь созданной и ранее выполненных сетях.

К плотности пунктов городских геодезических сетей предъявляют определенные требования. Так, в городах площадью более 100 кв. км создают один или несколько исходных пунктов (ИП) с учетом дальней-

шего их преобразования в пункты ФАГС или ВГС. Для населенных пунктов площадью до 20 кв. км допускается объединение исходных пунктов и пунктов каркасной сети (КС), причем наблюдения на таких пунктах выполняют по программе каркасной сети. Плотность каркасной сети должна составить 1 пункт на 40 — 100 кв. км (но не менее трех), а СГГС-1 — 1 пункт на 5 — 40 кв. км.

Общая плотность городского геодезического обоснования зависит от степени застроенности и должна быть не менее: 16 пунктов — для районов сплошной застройки, 4 пунктов — для слабо застроенной территории, 1 пункта — для незастроенной территории.

Спутниковая городская геодезическая сеть 2-го класса (СГГС-2), а также традиционные сети полигонометрии 2-го разряда создаются в порядке исключения на отдельных участках территории города. Пункты городской триангуляции заменяют пунктами спутниковой сети, а в случае их утраты совмещают с ближайшими пунктами полигонометрии.

Создание спутниковых геодезических сетей с применением систем GPS и ГЛОНАСС основано на дифференцированном методе базовых спутниковых измерений, в которых участвуют не менее двух приемников и четырех спутников. В зависимости от класса создаваемых геодезических сетей используют различные типы приемников (табл. 9) и программного обеспечения обработки спутниковых измерений.

Таблица 9

Типы и группы спутниковых приемников

Тип приемника	Группа	Число каналов, не менее	Частоты	Точность
Двухсистемные двухчастотные и более	1	24	L1/L2 (GPS)+ L1/L2 (ГЛОНАСС)	3 мм $+1\times10^{-6}D$
Односистемные двухчастотные	2	9	L1/L2 (GPS) или L1/L2 (ГЛОНАСС)	(3 – 5) мм $+1\times10^{-6}D$
Односистемные одночастотные	3	9	L1 (GPS) или L1 (ГЛОНАСС)	10 мм $+2\times10^{-6}D$

При наблюдениях на исходных пунктах применяют спутниковые приемники только 1-й группы, на пунктах каркасной сети и СГГС-1 — приемники 1-й и 2-й групп, на пунктах СГГС-2 в порядке исключения допускается применение приемников 3-й группы.

§ 29. Требования к закреплению пунктов спутниковых городских геодезических сетей

На закладку исходных пунктов распространяют требования, предъявляемые к пунктам ФАГС и ВГС (см. рис. 32, 33).

Исходный пункт представляет собой систему основных и контрольных центров. Стабильность положения основного центра относи-

тельно контрольного проверяется высокоточными геодезическими измерениями не реже одного раза в 2 года. Допускается размещение центров исходных пунктов на крышах зданий.

Пункты каркасной сети и СГГС-1, как правило, совмещают с пунктами государственной геодезической сети, узловыми пунктами городской полигонометрии и пунктами высокоточных сетей специального назначения. При этом предпочтение отдают существующим пунктам глубокого заложения либо надстройкам на зданиях.

Согласно Правилам закрепления центров пунктов спутниковой геодезической сети [17] в городах и поселках в районах сезонного промерзания грунтов центры пунктов закладывают в основные несущие элементы капитальных зданий и сооружений, построенных не менее чем за 7 лет до закладки центров пунктов ФАГС и ВГС и не менее чем за 3 года до закладки центров пунктов СГГС-1.

При невозможности устройства пунктов на зданиях закладывают дополнительные пункты КС и СГГС-1 с центрами глубокого заложения. Центры закладывают в стороне от улиц с интенсивным движением транспорта, в местах, где отсутствуют помехи прохождению спутниковых сигналов на углах возвышения более 10° для пунктов ФАГС и ВГС и более 15° для пунктов СГГС-1. На участках предполагаемых застроек закладка центров запрещается.

Закладку дополнительных пунктов СГГС-1 и СГГС-2 производят в необходимых случаях для обеспечения требуемой плотности сети. При этом центры совмещенных и вновь закладываемых пунктов СГГС-2 могут быть центрами как глубокого, так и мелкого заложения, стенными парами или надстройками на зданиях.

Пункты СГГС всех классов должны удовлетворять требованиям долговременной сохранности и стабильности положения. Факторы, мешающие приему спутниковых сигналов (радиопомехи, экранировка принимаемых сигналов, наличие отражающих поверхностей), должны быть выявлены и устранены или сведены к минимуму.

§ 30. Основные принципы построения спутниковых городских геодезических сетей

До начала работ должен быть выполнен анализ существующих геодезических построений и оценена их точность. Фактическая точность взаимного положения пунктов городской сети и государственной геодезической сети вокруг города определяется сравнением длин контрольных линий, полученных из спутниковых измерений и вычисленных по значениям координат пунктов.

Положение одного или нескольких исходных пунктов (ИП), устанавливающих связь с общеземной геоцентрической системой координат, должно определяться относительно как минимум трех близлежащих пунктов ФАГС, ВГС либо международных постоянно действующих пунктов.

В спутниковой геодезической сети необходимо выделить каркас в объеме не менее трех пунктов для высокоточного геодезического обоснования городской сети и для связи с государственной сетью. На этих

пунктах должны быть выполнены спутниковые измерения, обеспечивающие определение их взаимного положения с повышенной точностью. Совмещение пунктов каркасной сети (КС) с пунктами государственной сети обеспечивает передачу государственной системы координат на пункты городской сети с максимально возможной точностью.

Для повышения точности и надежности результатов наблюдений при построении СГГС следует использовать максимальное количество одновременно работающих спутниковых приемников.

Основными этапами создания и реконструкции городских геодезических сетей являются следующие.

1. Предпроектное обследование пунктов и контрольные измерения.

Предпроектное обследование сети выполняют для проверки сохранности пунктов существующей геодезической сети, установления пригодности этих пунктов для спутниковых определений и их круглосуточной доступности. Контрольные измерения с выполнением полевых работ для определения реальной точности геодезической сети выполняют только в необходимых случаях. Соответствующие данные должны быть максимально получены из отчетов по ранее выполненным работам с использованием высокоточных геодезических приборов (спутниковых приемников, светодальномеров и электронных тахеометров).

2. Проектирование геодезических работ.

Проектирование включает выбор схемы геодезической сети и методы ее построения, а также разработку предложений и мероприятий по успешному выполнению работ. Схема проектируемой сети составляется на картах масштабов 1 : 100 000 и крупнее.

По крупномасштабным картам анализируют положение на местности запроектированных пунктов на предмет наличия вокруг них препятствий. Для каждого пункта, на котором возможны ограничения обзора наблюдаемых спутников, строят абрис возвышающихся препятствий на пункте (рис. 35). Для этого на крупномасштабной карте определяют азимуты на крайние точки препятствия и вычисляют углы наклона как

$$\nu = arctg\frac{h}{d},$$

где h — высота препятствия; d — расстояние до препятствия.

При рабочем проектировании уточняется выбор пунктов проектируемой спутниковой сети, удовлетворяющих требованиям отсутствия экранирующих препятствий выше 15° над горизонтом, отражающих поверхностей, которые могли бы создать многопутевость, мощ-

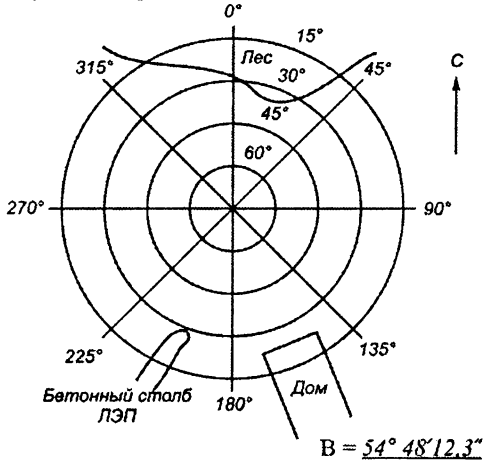


Рис. 35. *Абрис возвышающихся препятствий на пункте*

ных радио- и телепередатчиков, движущегося транспорта и т. п. Местоположение опорного пункта должно обеспечивать бесперебойную работу установленного на нем приемника.

Как известно, результирующая точность определения координат зависит не только от точности дальномерных измерений, но и от геометрии наблюдаемых спутников. Параметр, оценивающий возрастание погрешности измерений из-за геометрии расположения спутников, называют *геометрическим фактором DOP* (*Delution of Precision* — понижение точности). На практике используют модифицированные понятия *DOP:* показатель *PDOP*, учитывающий понижение точности трехмерного позиционирования без учета погрешности определения времени; наиболее универсальный показатель *GDOP*, учитывающий понижение точности с учетом погрешности определения времени, и др.

Величину геометрического фактора обычно увязывают с объемом многогранной пирамиды, вершинами которой являются точки местоположения спутников и пункта наблюдений. Чем больше объем фигуры, тем слабее проявляется влияние геометрии расположения спутников на точность определения координат пункта. На основе информации о расположении спутников на соответствующий момент времени и приближенных координат пункта наблюдений можно до начала полевых спутниковых измерений построить график изменения геометрического фактора во времени (рис. 36).

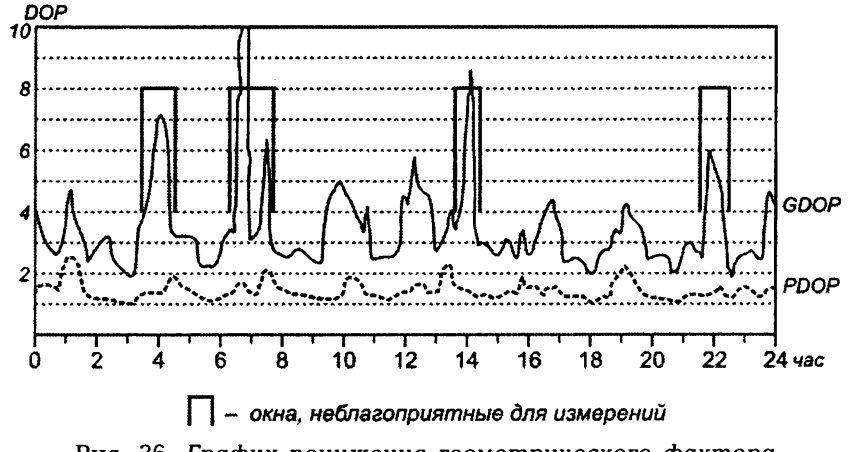


Рис. 36. *График понижения геометрического фактора*

По такому графику можно выделить неблагоприятные периоды для спутниковых наблюдений на пункте. На основе графика составляют программу наблюдений на пунктах на конкретные дни, которая в процессе работы уточняется по мере получения новых данных об эфемеридах спутников.

§ 31. Наблюдения на пунктах спутниковой сети

Полевые работы начинают с рекогносцировки, в процессе которой выполняют уточнение проекта сети с целью максимального совмеще-

ния пунктов проектируемой сети с плановыми и высотными пунктами существующих сетей и выбор места закладки новых пунктов.

Конечным результатом работ должно быть получение координат пунктов в той или иной координатной системе. Поэтому в составе сети должен быть один (оптимально не менее трех) исходный пункт с заранее известными геоцентрическими координатами: прямоугольными (*X*, *Y*, *Z*) и геодезическими (*B*, *L*, *H*).Типовые схемы спутниковой городской геодезической сети показаны на рис. 37.

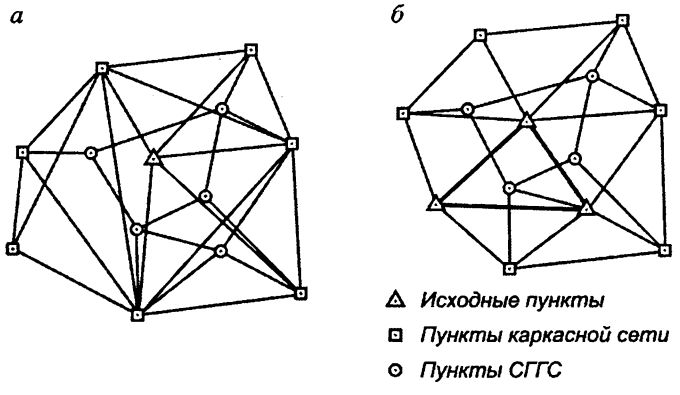


Рис. 37. *Типовые схемы спутниковой городской геодезической сети:* а — *с одним исходным пунктом;* б — *с тремя исходными пунктами*

При наблюдениях на пунктах городских спутниковых сетей используют *сетевой, лучевой и совмещенный методы* измерений. В сетевом методе измерения выполняют на каждой линии сети. В лучевом методе с опорного пункта координируют определяемые пункты сети, причем положение каждого определяемого пункта находят по результатам измерений не менее чем с двух опорных пунктов. При использовании совмещенного метода часть пунктов определяют сетевым методом, часть — лучевым.

На исходном пункте работу начинают с установки спутникового приемника над центром с использованием устройства принудительного центрирования. Выполняют необходимые соединения компонентов станции и измеряют высоту антенны с точностью до 1—2 мм; после завершения сеанса измерение повторяют. После включения приемника загружают программу наблюдений, вводят название пункта и высоту прибора над центром и составляют карточку спутниковых наблюдений.

Сеанс наблюдений должен продолжаться не менее 5 суток; при этом необходимо получение информации об измерениях не менее чем на трех пунктах ФАГС и ВГС, относящихся к тому же интервалу времени. В процессе наблюдений исполнитель обеспечивает бесперебойное питание станции и контролирует ход наблюдений согласно графику. После окончания наблюдений повторно измеряют высоту прибора, производят запись полученных данных и заполняют карточку наблюдений на пункте. По окончании работ на пункте данные копируют на устройства длительного хранения (компакт-диски, жесткие диски и т. п.); рекомендуется создавать две копии — рабочую и резервную.

На пунктах каркасной сети спутниковые наблюдения выполняют сетевым методом обычно одновременно на всех пунктах каркасной сети. Допускается выполнение наблюдений перекрывающимися зонами, при этом смежные зоны должны иметь не менее трех общих пунктов, из которых один должен быть исходным (ИП).

Программа наблюдений состоит из сдвоенных, равных по времени сеансов наблюдений, между которыми измеряют высоту антенны не менее чем на 100 мм. Продолжительность сеанса наблюдений определяется в зависимости от максимальной длины стороны каркасной сети (табл. 10).

Таблица 10

Продолжительность наблюдений на пунктах спутниковых городских геодезических сетей

Каркасная сеть		СГГС-1, 2	
Длина линии, км	Продолжительность сеанса, ч	Длина линии, км	Продолжительность сеанса, ч
До 15	3	До 5	1,5
15 – 30	3 – 4	5 – 10	1,5 – 2
Свыше 30	Не менее 4	Свыше 10	Не менее 2

На пунктах СГГС наблюдения выполняют сетевым или совмещенным методами, как правило, несколькими перекрывающимися зонами, на которые делится создаваемая сеть. Смежные зоны должны иметь не менее трех общих пунктов. Продолжительность наблюдений в зависимости от длин сторон сети приведена в табл. 10. Порядок спутниковых наблюдений на пунктах СГГС в основном аналогичен наблюдениям на пунктах каркасной сети.

При сгущении городских сетей часто выполняют наблюдения при внецентренной установке спутниковых приемников. Такие ситуации возникают при невозможности (либо нецелесообразности) установки спутникового приемника на центре пункта: при наличии вблизи пункта экранирующих препятствий, отражающих поверхностей, наружных сигналов сложной формы, при закреплении центров стенными реперами (марками). В таких случаях спутниковый приемник устанавливают над вспомогательным *рабочим центром*. Тогда для объединения спутниковых измерений в геоцентрической системе координат (ПЗ-90, WGS-84) и имеющейся информации в плоской прямоугольной системе координат необходимо решать следующие задачи:

- передачи плоских прямоугольных координат от центра геодезического пункта на рабочий центр, а после обработки сети передачи координат с рабочего центра на постоянные центры пунктов;
- передачи пространственных геоцентрических координат с рабочего центра на постоянный центр геодезического пункта.

Передачу прямоугольных координат от постоянного центра геодезического пункта на рабочий центр спутниковых наблюдений выполняют известными методами: полярным, угловых засечек и т. п. Если постоянный пункт геодезической сети установлен на крыше здания, то передачу

координат осуществляют на два наземных (рабочих) центра, каждый из которых закрепляется двумя стенными знаками. Расстояние между рабочими центрами должно быть не менее 200 м, а углы в образовавшихся треугольниках — не менее 30°. Точность угловых и линейных измерений должна соответствовать классу (разряду) создаваемой сети.

На местности, неудобной для линейных измерений, при наличии видимости с трех исходных пунктов на рабочий центр координаты последнего могут быть определены прямой геодезической засечкой. Если с рабочего центра имеется видимость на четыре исходных пункта, то его положение может быть найдено обратной геодезической засечкой. При расположении постоянного пункта на крыше здания, на котором нельзя установить прибор, передача координат на рабочий центр осуществляется решением задачи снесения координат с исходного пункта на землю. Решение этих задач подробно рассмотрено далее в главе 8 настоящего пособия.

Программа спутниковых наблюдений на временных рабочих центрах должна состоять из строенных, равных по времени сеансов наблюдений, между которыми производится перестановка антенн спутниковых приемников, повторное центрирование и измерение высоты их установки.

После окончательной обработки спутниковой сети выполняют передачу координат от рабочих центров на постоянные центры пунктов сети. Передачу координат на стенные знаки выполняют дважды: от временного рабочего центра и от контрольного центра.

Высоты пунктов городских геодезических сетей определяют из геометрического и тригонометрического нивелирования либо из спутниковых наблюдений.

§ 32. Предварительная обработка спутниковых наблюдений

Предварительная обработка наблюдений выполняется в полевых условиях с целью оперативной оценки качества измерений в ходе, сети или на отдельном объекте. В результате делают вывод о пригодности полевых материалов для окончательной обработки либо необходимости повторных и дополнительных наблюдений.

Основными критериями контроля являются:

- разрешение неоднозначности по всем линиям сети;
- оценка точности по внутренней сходимости результатов обработки;
- сходимость результатов по замкнутым построениям в сети;
- сходимость с ранее выполненными измерениями и контрольными расстояниями между известными пунктами.

Расхождения между результатами определения линии из разных сеансов устанавливают исходя из следующих величин средних квадратических погрешностей измерений каждой из плановых компонент:

- для двухчастотных измерений за время наблюдений 1 — 3 часа при любых расстояниях $m = 5 + 0{,}5 \times 10^{-6} D$, мм;
- для одночастотных измерений за время наблюдений 1 — 3 часа при расстояниях до 10 км $m = 10 + 1 \times 10^{-6} D$, мм;
- для одночастотных измерений при расстояниях до 1 км $m = 5$ мм.

Погрешности определения превышений между точками принимаются $m_h = 1{,}5m$ при $D > 1$ км и $m_h = 2m$ при $D < 1$ км.

Допуски устанавливают исходя из допуска на разность двойных измерений по правилу:

$\Delta_{доп} = 2k \times m$ — для парных измерений;

$\Delta_{доп} = k \times m$ — для уклонения от средних значений при числе определений базовой линии более двух.

Значение k устанавливается равным 2,0, что соответствует доверительной вероятности 0,95. Примерно в 5 % допускаются величины расхождений, соответствующих значениям $k > 2{,}0$, но не более 3. При $k > 3$ следует выполнить повторные наблюдения.

Оценку точности измерений выполняют по замкнутым фигурам (полигонам).

Фактическую невязку приращений координат рассчитывают как

$$f_{абс} = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2}, \qquad (132)$$

где f_x, f_y, f_z — невязки по осям координат.

Допустимую невязку вычисляют по формуле

$$f_{доп} = \sqrt{m_{1доп}^2 + m_{2доп}^2 + m_{3доп}^2}, \qquad (133)$$

где m_{igon} — допустимые значения погрешностей по сторонам треугольника, определяемые как

$$m_{gon} = 5 + 1 \times 10^{-6} D, \text{ мм при } D > 5 \text{ км};$$
$$m_{gon} = 5 + 5 \times 10^{-6} D, \text{ мм при } D < 5 \text{ км}.$$

Если условие $f_{абс} \le f_{gon}$ соблюдается, то результаты измерений соответствуют требуемой точности, а линии в полигоне признают качественными.

Длины линий, полученные из предварительной обработки спутниковых измерений и редуцированные в местную систему координат, сравнивают с длинами, вычисленными по координатам пунктов, определенным ранее.

§ 33. Городская полигонометрия

При утрате геодезических пунктов либо невозможности производства спутниковых наблюдений на отдельных участках города сгущение сетей выполняют проложением ходов полигонометрии. При этом сохранившиеся ходы полигонометрии прошлых лет должны быть связаны с новыми построениями. Отдельные ходы и системы ходов полигонометрии 4-го класса и 1-го разряда должны опираться на два и более исходных пункта высшего класса. Привязку ходов выполняют измерением примычных углов на смежные исходные пункты, удаленные не менее чем на 700 м и 250 м, соответственно, для пунктов спутниковой сети и 4-го класса.

Ходы полигонометрии прокладывают по местности, благоприятной для производства угловых и линейных измерений. Не допускается пе-

ресечение сторон, самопересечений, бесконтрольных примыканий к пунктам существующей сети.

При измерении углов и длин сторон полигонометрии применяют теодолиты, светодальномеры и электронные тахеометры, обеспечивающие требуемую точность (табл. 11).

Таблица 11

Характеристики приборов для угловых и линейных измерений

Средние квадратические погрешности	4-й класс	1-й разряд
угломерной части, *c*	1 – 3	1 – 5
измерения расстояния *D*, *км*	5 мм + 3×10^{-6}D	5 мм + 5×10^{-6}D

Измерение линий светодальномерами и электронными тахеометрами выполняют тремя и двумя приемами в ходах полигонометрии 4-го класса и 1-го разряда соответственно; при этом под приемом понимают два наведения на отражатель. Измерение углов на пунктах полигонометрии производят способами приемов (отдельного угла) или круговых приемов. Число угловых приемов принимают в зависимости от класса (разряда) и типа применяемого прибора. Точность центрирования и измеренная высота прибора на пункте должны составлять 1 мм. Для введения поправок за метеоусловия температуру воздуха определяют с точностью до 1 °С и давление — до 5 мм рт. ст.

Расхождения между значениями измеренного и прежнего значения угла на примычных пунктах не должны превышать значений, приведенных в табл. 12.

Таблица 12

Допустимые расхождения углов на примычных пунктах

Класс, разряд	4-й класс новой работы	1-й разряд новой работы
Исходные пункты высшего класса	6"	10"
4-й класс прежних работ	8"	12"
1-й разряд прежних работ	16"	18"

Относительная погрешность длин сторон, полученная при сопоставлении старых и новых измерений на совмещенных пунктах, не должна превышать 1:25 000 для 4-го класса и 1:10 000 для 1-го разряда. Если приведенные выше условия не соблюдаются, то качество работ подтверждают повторными наблюдениями.

§ 34. Обработка и уравнивание городских геодезических сетей. Составление каталогов координат

Камеральная обработка и уравнивание городских геодезических сетей начинаются с обработки результатов спутниковых измерений, в процессе которой решают следующие основные задачи:

– анализ качества и надежности измерений, уравнивание спутниковой сети и вычисление окончательных значений геоцентрических координат пунктов сети;

— вычисление предварительных параметров перехода между координатными системами;
— составление единого каталога координат пунктов спутниковой сети.

Обработку и уравнивание выполняют на ЭВМ с использованием сертифицированных программ, позволяющих выполнять обработку линий длиной не менее 100 км.

Технологическая схема обработки спутниковых городских геодезических сетей (рис. 38) включает следующие этапы.

1. Вычисление и уравнивание геоцентрических координат пунктов каркасной сети.

2. Вычисление линий каркасной сети на физической поверхности Земли.

3. Передача геоцентрических координат и линий каркасной сети для включения в государственную геодезическую сеть (ГГС) на предприятие Роскартографии, ответственное за уравнивание ГГС.

4. Включение каркасной сети города в государственную сеть при очередном этапе уравнивания. Вновь полученные координаты пунктов ГГС могут использоваться при уравнивании городской сети в государственной системе координат и получении каталогов в этой системе без искажения результатов спутниковых измерений.

Одновременно выполняют обработку спутниковой сети в местную систему координат (МСК) города, включающую преобразование геоцентрических координат пунктов каркасной сети в предварительные референцные (плоские прямоугольные) в ГСК по точным формулам; последние, в свою очередь преобразуют в местную систему координат по ее старым параметрам.

Камеральную обработку и уравнивание пунктов СГГС в местной системе координат выполняют по схемам уравнивания трилатерации или преобразования координат по точным формулам. При обработке сети выполняют анализ расхождений координат на совмещенных пунктах, которые не должны превышать 8 — 10 см; с учетом этого уточняют параметры местной системы координат и при необходимости выполняют еще один цикл камеральной обработки. При этом повторяют процедуру преобразования координат пунктов каркасной сети из государственной системы координат в местную по уточненным параметрам и уравнивание пунктов по одной из вышеуказанных схем. При допустимом расхождении координат на совмещенных пунктах процесс уравнивания и установления параметров местной системы координат считается завершенным.

При установлении окончательных параметров местной системы координат составляют схему деформации старой сети (рис. 39), представляющую собой изолинии изменения координат (Δx, Δy) пунктов сети. Схема служит для определения объемов внесения исправлений в выполненные топографические съемки масштабов 1:500 — 1:2000 и разбивочные работы.

По окончании обработки спутниковых городских геодезических сетей выполняют совместное уравнивание полигонометрии работ разных лет. При этом полигонометрию 4-го класса уравнивают в государственной и местной системах координат, а полигонометрию 1-го и 2-го

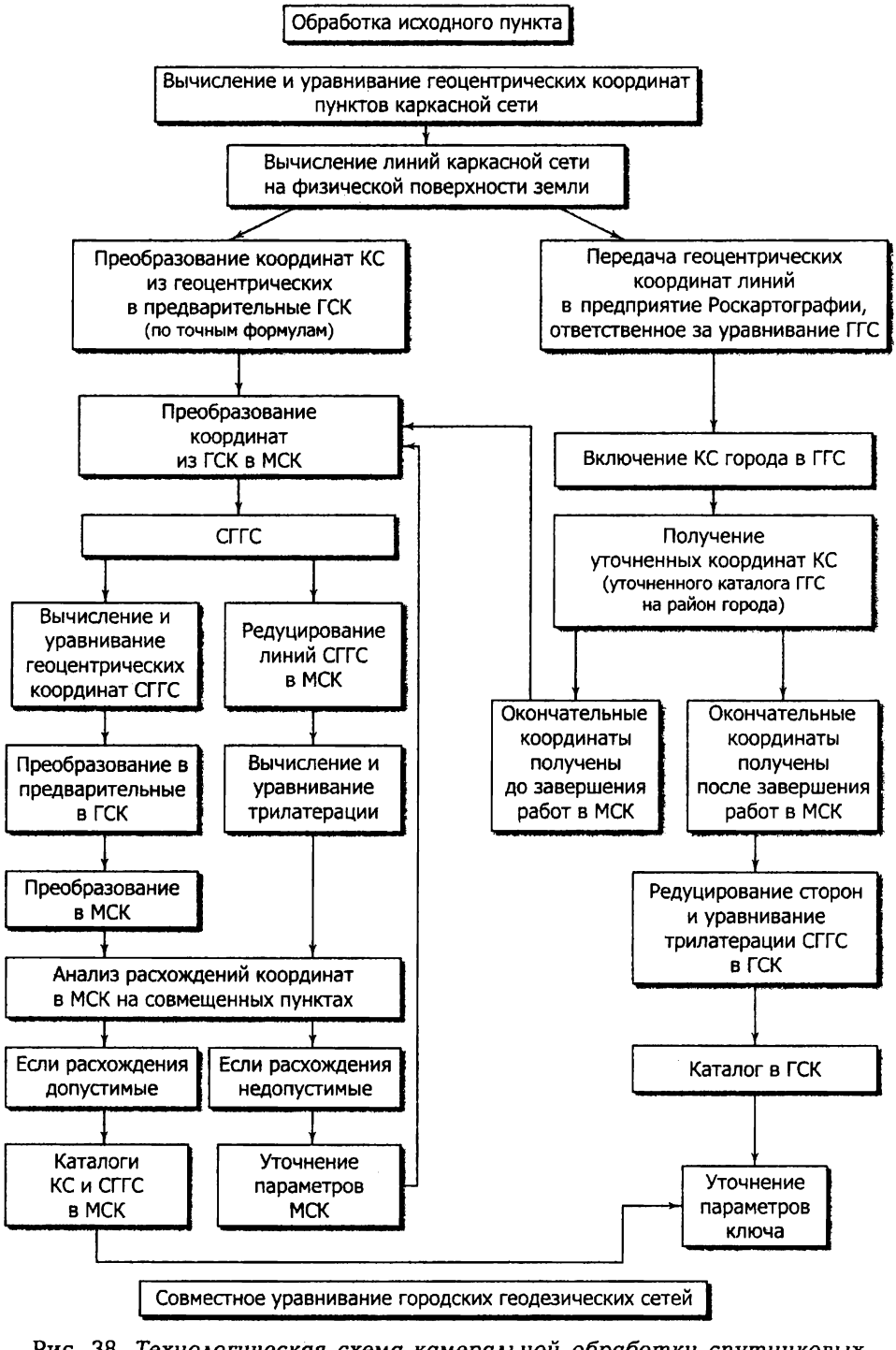
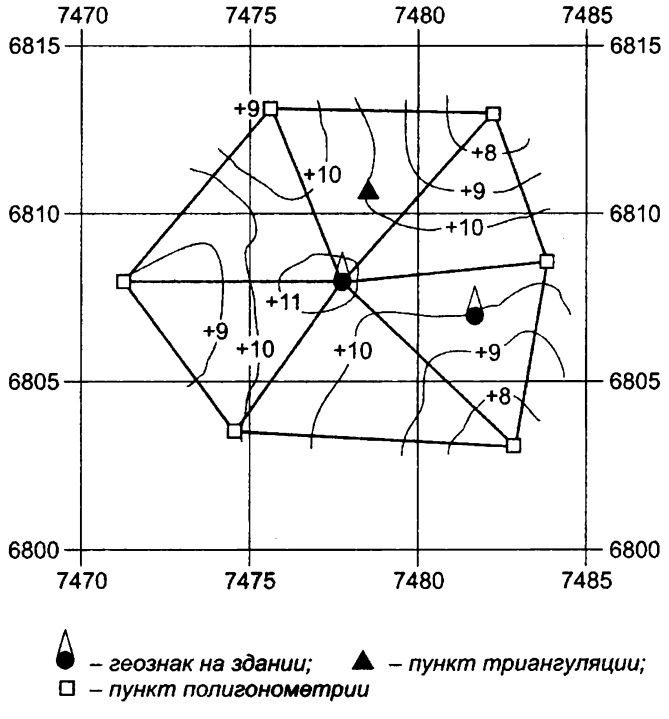


Рис. 38. *Технологическая схема камеральной обработки спутниковых наблюдений и уравнивания пунктов городских геодезических сетей*



Пояснения к составлению схемы.

На всех пунктах вычисляют изменения координат (Δx, Δy). По полученным значениям Δx, Δy соответственно на каждой схеме проводят линии их равных значений.

– *геознак на здании;* ▲ – *пункт триангуляции;*
□ – *пункт полигонометрии*

Рис. 39. *Схема деформации старой сети*

разрядов — в местной системе координат. Переуравнивание прежней сети производят по материалам ранее выполненных измерений.

В качестве исходных данных для совместного уравнивания геодезического обоснования используют координаты пунктов каркасной и спутниковой городской геодезической сетей. Городская геодезическая сеть должна вставляться в жесткий контур уравненных пунктов СГГС.

Обработку нивелирной сети производят в соответствии с действующей Инструкцией по вычислению нивелировок. Вычисление и уравнивание сетей геометрического и тригонометрического нивелирования выполняют в Балтийской системе высот 1977 г., в особых случаях — в местной системе высот.

На всю новую и ранее выполненную геодезическую сеть города составляют сводный каталог уравненных координат и высот пунктов каркасной спутниковой городской геодезической сети, полигонометрии, а также каталог высот пунктов нивелирования. При малом объеме работ оба каталога брошюруют вместе.

Каталоги координат и высот пунктов составляют раздельно в геоцентрической, государственной и местной системах координат.

В каталог местной системы координат включают пункты каркасной, спутниковой городской геодезической сети, пункты триангуляции, полигонометрии и нивелирования всех классов и разрядов, включая утраченные пункты, необходимые для сохранения геометрической связи в сети. В каталог государственной системы координат помещают те же пункты, за исключением пунктов полигонометрии 1-го и 2-го раз-

рядов и съемочных сетей. Каталог в геоцентрической системе координат составляется для пунктов каркасной и спутниковой городской геодезической сетей.

В каталогах значения плановых координат пунктов геодезических сетей выписывают с точностью до 0,001 м, пунктов съемочной сети — 0,01 м. Высоты пунктов, определенные нивелированием I—IV классов, приводят с точностью до 0,001 м, техническим нивелированием — до 0,01 м, спутниковыми системами — до 0,01 м с указанием класса «спут».

Каталоги координат и высот геодезических пунктов составляются для хранения как в цифровом виде, так и на бумажных носителях.

Глава 8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОПОРНЫХ ПУНКТОВ

Для окончательного сгущения геодезической сети до необходимой плотности часто определяют дополнительные пункты. Подобная же задача возникает при привязке ходов и систем съемочных ходов к пунктам опорной сети, при внецентренной установке спутниковых приемников, а также при привязке опознаков для редуцирования фототриангуляционных сетей. Определение положения таких пунктов может быть выполнено прямой и обратной угловыми и линейной засечками либо их комбинациями, лучевыми и полярными системами, а также другими методами. В ряде случаев дополнительный пункт определяют путем передачи (снесения) координат с вершины недоступного знака на землю.

§ 35. Прямые геодезические угловые засечки

Прямая геодезическая засечка применяется для определения координат дополнительной точки на основании двух исходных пунктов с известными координатами. Прямая засечка может быть использована также для привязки теодолитных или тахеометрических ходов к пунктам геодезической опорной сети. На практике обычно применяют многократные прямые засечки с трех и более пунктов, обеспечивающие надежный контроль и повышающие точность определения координат искомого пункта.

Различают две схемы решения задачи.

1. По измеренным углам между направлением исходной стороны и направлениями на определяемый пункт *P* (рис. 40, *а*).

2. По дирекционным углам направлений с исходных пунктов на определяемый (рис. 40, *б*).

Рассмотрим способы решения задачи по каждой схеме.

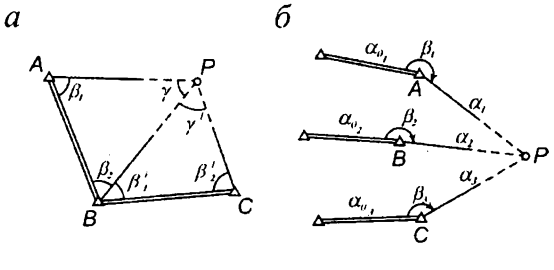


Рис. 40. *Схемы решения прямой геодезической засечки:* а — *по измеренным углам;* б — по дирекционным углам

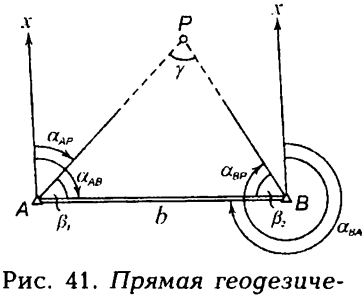


Рис. 41. *Прямая геодезическая засечка по измеренным углам с двух точек*

Решение прямой геодезической засечки по измеренным углам (рис. 41). Пусть известны координаты исходных пунктов $A(x_A, y_A)$ и $B(x_B, y_B)$, между которыми имеется взаимная видимость, и на них измерены горизонтальные углы β_1, β_2. Требуется определить координаты точки $P(x_P, y_P)$.

Решение задачи выполняют в следующей последовательности.

1. Вычисляют горизонтальный угол γ при определяемой точке P:

$$\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2).$$

2. Определяют дирекционный угол α_{AB} стороны AB и ее горизонтальную длину d_{AB}:

$$tgr_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}; \quad r_{AB} = arctg\frac{\Delta y}{\Delta x},$$

где r_{AB} — табличный угол (румб) направления AB.

По знакам приращений координат Δx и Δy устанавливают четверть, в которой находится направление AB, и вычисляют дирекционный угол α_{AB}. Длина стороны

$$d_{AB} = \frac{y_B - y_A}{\sin\alpha_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{\cos\alpha_{AB}}.$$

3. По теореме синусов вычисляют длины других сторон треугольника через известную длину стороны AB и измеренные углы β_1 и β_2:

$$d_{AP} = d_{AB} \cdot \frac{\sin\beta_2}{\sin\gamma}; \quad d_{BP} = d_{AB} \cdot \frac{\sin\beta_1}{\sin\gamma}.$$

4. Находят дирекционные углы сторон AP и BP.

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - \beta_1; \quad \alpha_{BP} = \alpha_{BA} + \beta_2,$$

где $\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^\circ$.

5. Вычисляют приращения координат точки P.

Относительно точки A:	Относительно точки B:
$\Delta x_{AP} = d_{AP}\cos\alpha_{AP}$;	$\Delta x_{BP} = d_{BP}\cos\alpha_{BP}$;
$\Delta y_{AP} = d_{AP}\sin\alpha_{AP}$	$\Delta y_{BP} = d_{BP}\sin\alpha_{BP}$.

6. Вычисляют координаты точки P дважды.

Относительно точки A:

$$x_P = x_A + \Delta x_{AP} = x_A + d_{AP}\cos\alpha_{AP};$$
$$y_P = y_A + \Delta y_{AP} = y_A + d_{AP}\sin\alpha_{AP}.$$

Относительно точки B:

$$x_P = x_B + \Delta x_{BP} = x_B + d_{BP}\cos\alpha_{BP};$$
$$y_P = y_B + \Delta y_{BP} = y_B + d_{BP}\sin\alpha_{DP}.$$

Двойные значения найденных координат точки P дают контроль вычислений.

7. Зная погрешность измерения горизонтальных углов m_β, вычисляют погрешность в положении определяемой точки P:

$$M_P = \frac{bm''_\beta}{\rho'' \sin\gamma}\sqrt{\sin^2\beta_1 + \sin^2\beta_2}, \qquad (134)$$

где b — базис засечки, $b = d_{AB}$; m''_β — средняя квадратическая погрешность измерения углов; $\rho'' = 206\,265''$.

Как следует из выражения (134), погрешность положения точки P, определяемой прямой однократной засечкой, зависит не только от точности угловых измерений, но и от формы и размеров треугольника. Наиболее выгодной формой является треугольник, у которого угол γ при засекаемой точке P близок к 90°; поэтому в прямой засечке γ не должен быть менее 30° и более 150°. Погрешность положения определяемой точки будет возрастать с ее удалением от исходных пунктов и увеличением длины базиса.

При наличии трех исходных пунктов (см. рис. 40, *а*) координаты точки P определяются дважды из независимых решений треугольников ABP и BCP, что обеспечивает надежный контроль угловых измерений и вычислений.

Расхождение между координатами точки P, найденное из двух определений, должно удовлетворять условию

$$r = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} \le 3M, \qquad (135)$$

где $\delta_x = x' - x''$; $\delta_y = y' - y''$; $M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$,

здесь M_1 и M_2 — средние квадратические погрешности положения точки P по двум определениям, вычисляемые в соответствии с формулой (134).

При допустимом расхождении за окончательные значения координат точки P принимают средние арифметические их значения из двух решений.

Вычисление координат искомой точки может быть выполнено по формулам Юнга и Гаусса, не требующим предварительного решения треугольников.

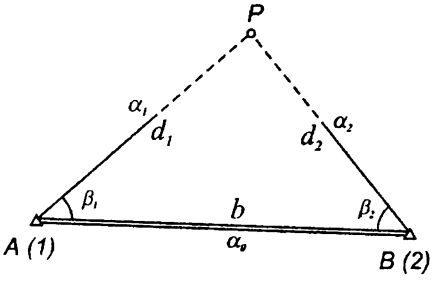


Рис. 42. *Схема к выводу формулы Юнга*

В этом случае должен соблюдаться определенный порядок нумерации исходных пунктов, отвечающих правилу: *если встать в середине линии между исходными пунктами лицом к искомому пункту P, то исходный пункт, находящийся по левую руку, будет первым, а по правую — вторым (рис. 42).*

Формулы Юнга (формулы котангенсов измеренных углов). Эти формулы получают путем преобразования формул приращений координат. Заменив буквенные обозначения исходных пунктов A и B цифрами *1, 2* и обозначив длины сторон $AB = b$, $AP = d_1$, $BP = d_2$ и дирекционные углы сторон как $\alpha_{AB} = \alpha_0$, $\alpha_{AP} = \alpha_1$, $\alpha_{BP} = \alpha_2$ (рис. 42), можно записать:

$$\left.\begin{aligned} x_2 - x_1 &= b\cos\alpha_0; \\ y_2 - y_1 &= b\sin\alpha_0 \end{aligned}\right\}. \qquad (136)$$

$$\left.\begin{aligned} x_P - x_1 &= d_1 \cos\alpha_1 = d_1(\cos\alpha_0 - \beta_1); \\ y_P - y_1 &= d_1 \sin\alpha_1 = d_1 \sin(\alpha_0 - \beta_1) \end{aligned}\right\}. \tag{137}$$

Преобразовав правые части уравнений (137) с использованием тригонометрических формул функций разности углов, получаем:

$$\left.\begin{aligned} x_P - x_1 &= d_1(\cos\alpha_0 \cos\beta_1 + \sin\alpha_0 \sin\beta_1); \\ y_P - y_1 &= d_1(\sin\alpha_0 \cos\beta_1 - \cos\alpha_0 \sin\beta_1) \end{aligned}\right\}. \tag{138}$$

Имея в виду, что $\cos\alpha_0 = \frac{x_2 - x_1}{b}$, $\sin\alpha_0 = \frac{y_2 - y_1}{b}$, $\sin\alpha_0 = \frac{y_2 - y_1}{b}$, уравнения (138) запишутся

$$\left.\begin{aligned} x_P - x_1 &= d_1\left(\frac{x_2 - x_1}{b}\cos\beta_1 + \frac{y_2 - y_1}{b}\sin\beta_1\right); \\ y_P - y_1 &= d_1\left(\frac{y_2 - y_1}{b}\cos\beta_1 - \frac{x_2 - x_1}{b}\sin\beta_1\right) \end{aligned}\right\}. \tag{139}$$

Умножив и разделив правые части уравнений (139) на $\sin\beta_1$, получаем:

$$\left.\begin{aligned} x_P - x_1 &= \frac{d_1 \sin\beta_1}{b}\left[(x_2 - x_1)ctg\beta_1 + (y_2 - y_1)\right]; \\ y_P - y_1 &= \frac{d_1 \sin\beta_1}{b}\left[(y_2 - y_1)ctg\beta_1 - (x_2 - x_1)\right] \end{aligned}\right\}. \tag{140}$$

По теореме синусов

$$\frac{d_1}{b} = \frac{\sin\beta_2}{\sin(\beta_1 + \beta_2)} = \frac{\sin\beta_2}{\sin\beta_1 \cos\beta_2 + \cos\beta_1 \sin\beta_2}. \tag{141}$$

После умножения на $\sin\beta_1$ выражение (141) примет вид

$$\frac{d_1 \sin\beta_1}{b} = \frac{\sin\beta_1 \sin\beta_2}{\sin\beta_1 \cos\beta_2 + \cos\beta_1 \sin\beta_2} = \frac{1}{ctg\beta_1 + ctg\beta_2}. \tag{142}$$

Тогда уравнения (140) с учетом выражения (142) можно записать:

$$\left.\begin{aligned} x_P - x_1 &= \frac{(x_2 - x_1)ctg\beta_1 + (y_2 - y_1)}{ctg\beta_1 + ctg\beta_2}; \\ y_P - y_1 &= \frac{(y_2 - y_1)ctg\beta_1 - (x_2 - x_1)}{ctg\beta_1 + ctg\beta_2} \end{aligned}\right\}.$$

После простых преобразований последние выражения примут вид:

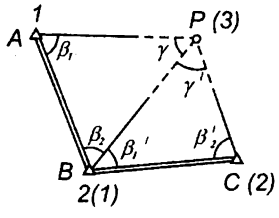
$$\left.\begin{aligned} x_P &= \frac{x_1 ctg\beta_2 + x_2 ctg\beta_1 - y_1 + y_2}{ctg\beta_1 + ctg\beta_2}; \\ y_P &= \frac{y_1 ctg\beta_2 + y_2 ctg\beta_1 + x_1 - x_2}{ctg\beta_1 + ctg\beta_2} \end{aligned}\right\}. \tag{143}$$

Решение прямой геодезической засечки по формулам Юнга удобно выполнять в специальном формуляре (табл. 13) с использованием микрокалькулятора. Цифры в скобках означают последовательность операций.

Таблица 13

Решение прямой геодезической засечки по формулам Юнга

Схема



Рабочие формулы

$$x_P = \frac{x_1 ctg\beta_2 + x_2 ctg\beta_1 - y_1 + y_2}{ctg\beta_1 + ctg\beta_2};$$

$$y_P = \frac{y_1 ctg\beta_2 + y_2 ctg\beta_1 + x_1 - x_2}{ctg\beta_1 + ctg\beta_2}.$$

Название пунктов	Углы β_1 β_2 (γ)	Абсциссы пунктов, м (1 2 3)	$ctg\beta_2$ $ctg\beta_1$ $ctg\beta_2 + ctg\beta_1$	Ординаты пунктов, м (1 2 3)
(1) A	(4) 37°46' 37''	(6) 6 469,91	(11) 0,622 553	(8) 6 068,51
(2) B	(5) 58° 05' 44''	(7) 2 449,93	(12) 1,290 264	(9) 5 065,41
(3) P	(10) (84°07' 39'')	(14) 3 233,88	(13) 1,912 817	(15) 7 493,49
	180° 00' 00''			
B	74° 18' 12''	2 449,93	1,862 714	5 065,41
C	28° 13' 45''	−1 936,47	0,281 025	7 978,67
P	(77° 28' 03'')	3 233,87	2,143 739	7 493,46
	180° 00' 00''			

Среднее значение координат: $x_{ср} = 3\ 233{,}88$ м; $y_{ср} = 7\ 493{,}48$ м.

$$M_P = \frac{b \cdot m''_\rho}{\rho'' \cdot \sin\gamma}\sqrt{\sin^2\beta_1 + \sin^2\beta_2}; \quad m_\beta = 2'';$$

$$M_1 = 0{,}04 \text{ м}; \quad M_2 = 0{,}06 \text{ м}; \quad M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} = 0{,}07 \text{м}.$$

$$r = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} = \sqrt{0{,}01^2 + 0{,}03^2} = 0{,}03 \text{ м}.$$

Условие: $r \le 3M$; $0{,}03\text{м} < 3 \times 0{,}07$ м — *условие удовлетворяется.*

Решение прямой геодезической засечки по дирекционным углам направлений. Формулы Гаусса. Такая схема применяется при отсутствии взаимной видимости между исходными пунктами *1* и *2*. В этом случае на пунктах *1* и *2* измеряют примычные углы β_1, β_2 между исходными сторонами *I-1* и *II-2* и направлениями на определяемую точку *P* (рис. 43).

Как следует из рис. 43, с учетом принятых обозначений

$$\alpha_1 = \alpha_{1\text{-I}} + \beta_1; \ \alpha_2 = \alpha_{2\text{-II}} + \beta_2.$$

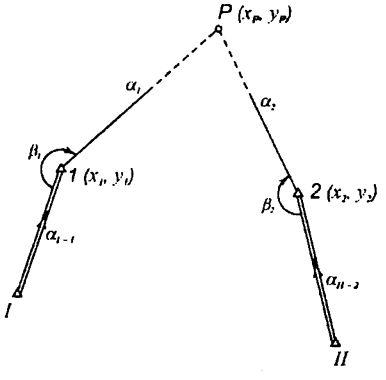


Рис. 43. *Схема к выводу формул Гаусса*

Из решения обратной геодезической задачи следует:

$$tg\alpha_1 = \frac{y_P - y_1}{x_P - x_1};\ tg\alpha_2 = \frac{y_P - y_2}{x_P - x_2}.$$

Тогда

$$\left.\begin{aligned} y_P &= y_1 + (x_P - x_1)tg\alpha_1; \\ y_P &= y_2 + (x_P - x_2)tg\alpha_2 \end{aligned}\right\}. \qquad (144)$$

Вычтя из второго уравнения первое, получаем:

$$y_2 - y_1 + (x_P - x_2)tg\alpha_2 - (x_P - x_1)tg\alpha_1 = 0.$$

После раскрытия скобок уравнение примет вид

$$y_2 - y_1 + x_P tg\alpha_2 - x_2 tg\alpha_2 - x_P tg\alpha_1 + x_1 tg\alpha_1 = 0.$$

Произведя группировку членов уравнения, имеем

$$x_P(tg\alpha_2 - tg\alpha_1) + x_1 tg\alpha_1 - x_2 tg\alpha_2 + y_2 - y_1 = 0,$$

или

$$x_P(tg\alpha_1 - tg\alpha_2) = x_1 tg\alpha_1 - x_2 tg\alpha_2 - y_1 + y_2.$$

Тогда

$$x_P = \frac{x_1 tg\alpha_1 - x_2 tg\alpha_2 - y_1 + y_2}{tg\alpha_1 - tg\alpha_2}. \qquad (145)$$

Зная значение абсциссы определяемой точки P, дважды (с контролем) вычисляем ординату y_P по формулам

$$\left.\begin{aligned} y_P &= y_1 + (x_P - x_1)tg\alpha_1; \\ y_P &= y_2 + (x_P - x_2)tg\alpha_2 \end{aligned}\right\}. \qquad (146)$$

Формулы (145) и (146) называют ***формулами тангенсов дирекционных углов (формулами Гаусса).***

Координаты определяемой точки x_P и y_P могут быть выражены функцией котангенсов дирекционных углов, формулы которых выводятся по аналогии с предыдущими:

$$y_P = \frac{y_1 ctg\alpha_1 - y_2 ctg\alpha_2 - x_1 + x_2}{ctg\alpha_1 - ctg\alpha_2}; \qquad (147)$$

$$\left.\begin{aligned} x_P &= x_1 + (y_P - y_1)ctg\alpha_1; \\ x_P &= x_2 + (y_P - y_2)ctg\alpha_2. \end{aligned}\right\}. \qquad (148)$$

Решение прямой геодезической засечки с помощью таблиц натуральных значений тригонометрических функций удобно выполнять по формулам тангенсов дирекционных углов (145) и (146), если значение одного из дирекционных углов направлений на определяемую точку близко к 0° или 180°.

В случае, когда значение одного из дирекционных углов окажется близким к 90° или 270°, вычисление по вышеуказанным формулам становится неудобным вследствие большой величины тангенса этого дирекционного угла. В этом случае выгодно пользоваться формулами котангенсов дирекционных углов (147) и (148).

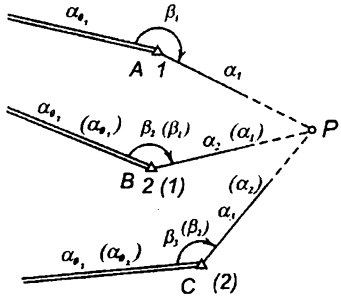
При использовании микрокалькуляторов и ЭВМ расчеты могут выполняться по любой из групп формул Гаусса.

Пример расчета координат точки *P*, определенной прямой геодезической засечкой, по формулам тангенсов дирекционных углов направлений приведен в табл. 14.

Таблица 14

Решение прямой геодезической засечки по формулам Гаусса

Схема



Рабочие формулы

$$x_P = \frac{x_1 tg\alpha_1 - x_2 tg\alpha_2 + y_2 - y_1}{tg\alpha_1 - tg\alpha_2};$$

$$y_P = y_1 + (x_P - x_1) tg\alpha_1;$$

$$y_P = y_2 + (x_P - x_2) tg\alpha_2.$$

Название пунктов	α_{0_1} β_1 α_1	α_{0_2} β_2 α_2	Абсциссы пунктов, м (1 / 2 / 3)	$tg\alpha_1$ $tg\alpha_2$ $tg\alpha_1 + tg\alpha_2$	Ординаты пунктов, м (1 / 2 / 3)
(1) A	101° 15' 42''	120° 47' 14''	6 469,91	−0,440 347	6 068,51
(2) B	234° 58' 20''	131° 19' 09''	2 449,93	3,097 240	5 065,41
(3) P	156° 14' 02''	72° 06' 23''	3 233,88	−3,537 587	7 493,49
B	120° 47' 14''	81° 31' 17''	2 449,93	3,097 240	5 065,41
C	131° 19' 09''	93° 07' 03''	−1 936,47	−0,093 843	7 978,67
P	72° 06' 23''	354° 38' 20''	3 233,87	3,191 083	7 493,46

Средние значения координат: $x_{ср} = 3\ 233{,}88$ м; $y_{ср} = 7\ 493{,}48$ м.

Порядок вычислений координат пункта, определяемого прямой засечкой, по формулам котангенсов тот же, что и по формулам тангенсов дирекционных углов. Погрешность значений координат искомого пункта определяют аналогично предыдущему способу (см. табл. 13).

Приведенные выше формулы Юнга и Гаусса находят широкое применение при решении как отдельных треугольников, так и различных систем цепей треугольников, геодезического четырехугольника, центральной системы и т. д. Недостатком этих формул является то обстоятельство, что они не дают возможности получать расстояния между пунктами; значения последних приходится определять решением обратных геодезических задач.

§ 36. Обратная геодезическая засечка (задача Потенота)

Обратная геодезическая засечка заключается в определении координат дополнительной точки *P* (рис. 44, *а*) путем измерения на этой точке углов β_1, β_2 между направлениями как минимум на три исходных пункта с известными координатами.

Полное решение этой задачи было разработано французским математиком Лорано Потенотом, поэтому определение координат точки методом обратной засечки часто называют *задачей Потенота.*

При решении обратной засечки исходные пункты следует нумеровать (рис. 44, *а*) по часовой стрелке, считая от наблюдателя (точки *P*).

На практике для получения надежного контроля и повышения точности определения координат искомой точки применяют многократную обратную засечку не менее чем по четырем исходным пунктам (рис. 44, *б*). В этом случае решение обратной засечки выполняют независимо по двум комбинациям исходных пунктов (напр., пункты *1, 2, 3* и *2, 3, 4*).

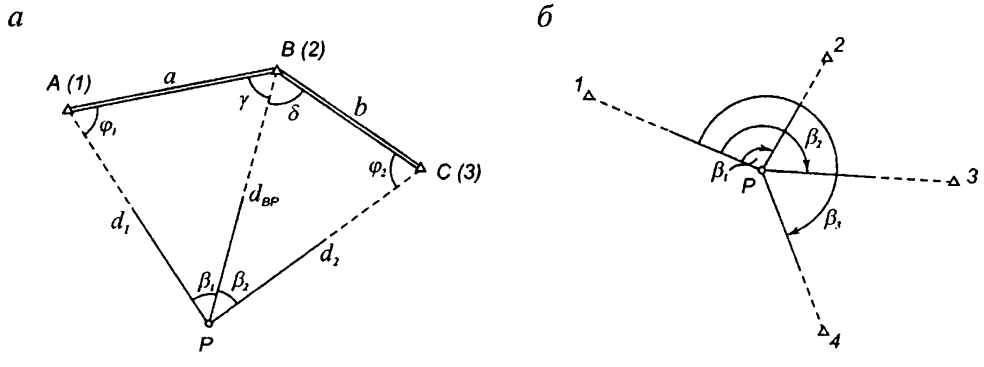


Рис. 44. *Обратная геодезическая засечка:* а — *по трем пунктам;* б — *по четырем пунктам*

Пусть даны координаты исходных пунктов *1* (x_1, y_1), *2*(x_2, y_2) и *3*(x_3, y_3); на определяемом пункте *P* измерены горизонтальные углы β_1, β_2 (рис. 44, *б*). Требуется определить координаты пункта *P* (x_P, y_P).

Задача решается в следующей последовательности.

1. По известным координатам пунктов *1, 2* и *3* находят дирекционные углы сторон и их горизонтальные длины:

$$\alpha_{1\text{-}2} = arctg\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; \qquad \alpha_{2\text{-}3} = arctg\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2};$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{\sin\alpha_{1\text{-}2}} = \frac{x_2 - x_1}{\cos\alpha_{1\text{-}2}}; \qquad b = \frac{y_3 - y_2}{\sin\alpha_{2\text{-}3}} = \frac{x_3 - x_2}{\cos\alpha_{2\text{-}3}}.$$

2. Вычисляют значение угла *1-2-3*:

$$\angle 1\text{-}2\text{-}3 = \gamma + \delta = \alpha_{2\text{-}1} - \alpha_{2\text{-}3}.$$

3. Определяют горизонтальные углы φ_1 и φ_2 при исходных пунктах *1* и *3*, для чего:

а) находят сумму углов φ_1 и φ_2 как

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 360^\circ - (\gamma + \delta) - (\beta_1 + \beta_2);$$

б) определяют разность углов φ_1 и φ_2. Для этого из треугольников *1-2-P* и *2-3-P* составляют соотношения:

$$\frac{d_{2\text{-}p}}{a} = \frac{\sin\varphi_1}{\sin\beta_1}; \qquad \frac{d_{2\text{-}p}}{b} = \frac{\sin\varphi_2}{\sin\beta_2}.$$

Отсюда можно записать

$$\frac{b\sin\beta_1}{a\sin\beta_2} = \frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2}. \tag{149}$$

В дальнейшем это выражение служит контролем вычисления углов φ_1 и φ_2.

Для удобства дальнейших преобразований в выражение (149) вводят обозначение

$$\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = ctg\theta = \frac{1}{tg\theta}, \tag{150}$$

где θ — вспомогательный угол.

К полученному выражению сначала прибавляют, а затем вычитают единицу:

$$\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} + 1 = \frac{1}{tg\theta} + 1; \qquad \frac{\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2}{\sin\varphi_2} = \frac{1 + tg\theta}{tg\theta};$$

$$\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} - 1 = \frac{1}{tg\theta} - 1; \qquad \frac{\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2}{\sin\varphi_2} = \frac{1 - tg\theta}{tg\theta}.$$

Разделив первое соотношение на второе, получают

$$\frac{\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2}{\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2} = \frac{1 + tg\theta}{1 - tg\theta}.$$

Преобразовав левую часть равенства по формулам половинных углов, получают

$$\frac{2\sin\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)\cdot\cos\frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2)}{2\cos\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)\cdot\sin\frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2)} = \frac{tg45^\circ + tg\theta}{1 - tg45^\circ\cdot tg\theta}. \tag{151}$$

Поскольку

$$\frac{tg45^\circ + tg\theta}{1 - tg45^\circ\cdot tg\theta} = tg(45^\circ + \theta),$$

то формулу (156) можно представить в виде

$$tg\frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) = tg\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2)\cdot ctg(45^\circ + \theta). \tag{152}$$

Подставив в формулу (152) значения суммы углов $(\varphi_1 + \varphi_2)$ и угла θ, найденного из выражения (150), определяют полуразность $\frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2)$;

в) зная полусумму и полуразность, находят значения углов φ_1 и φ_2:

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}; \qquad \varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}.$$

Контроль правильности вычисления углов φ_1 и φ_2 производят по формуле (149).

4. Из треугольников *1-2-P* и *2-3-P* определяют углы γ и δ:

$$\gamma = 180° - \varphi_1 - \beta_1;$$
$$\delta = 180° - \varphi_2 - \beta_2.$$

Контроль: $\gamma + \delta = \angle$ *1-2-3*.

5. Находят дирекционные углы $\alpha_{1\text{-}P}$ и $\alpha_{3\text{-}P}$ и горизонтальные длины сторон d_1, d_2 и $d_{2\text{-}P}$:

$$\alpha_{1\text{-}P} = \alpha_{1\text{-}2} + \varphi_1; \qquad \alpha_{3\text{-}P} = \alpha_{3\text{-}2} - \varphi_2;$$

$$d_1 = \frac{a \sin\gamma}{\sin\beta_1}; \qquad d_2 = \frac{b \sin\delta}{\sin\beta_2}; \qquad d_{2\text{-}P} = \frac{a \sin\varphi_1}{\sin\beta_1} = \frac{b \sin\varphi_2}{\sin\beta_2}.$$

6. Вычисляют приращения координат точки *P*:

относительно точки *1*

$$\Delta x_{1\text{-}P} = d_1 \cos\alpha_{1\text{-}P}; \qquad \Delta y_{1\text{-}P} = d_1 \sin\alpha_{1\text{-}P}.$$

7. Определяют координаты искомой точки *P* дважды:

относительно точки *1*

$$x_P = x_1 + \Delta x_{1\text{-}P}; \quad y_P = y_1 + \Delta y_{1\text{-}P};$$

относительно точки *3*

$$x_P = x_3 + \Delta x_{3\text{-}P}; \quad y_P = y_3 + \Delta y_{3\text{-}P}.$$

Двойные значения найденных координат точки *P* дают контроль вычислений.

Погрешность определения положения искомой точки в значительной степени зависит от ее расположения относительно исходных пунктов. Наилучшие результаты получают в случаях, когда определяемая точка находится внутри треугольника, образованного исходными пунктами, либо вне его напротив одной из вершин треугольника. Если определяемая точка лежит на окружности, проходящей через три исходных пункта («опасный круг»), то задача становится неопределенной (рис. 45).

Как следует из рис. 45, суммы вписанных в окружность углов

$$(\beta_1 + \beta_2) + (\gamma + \delta) = (\varphi_1 + \varphi_2) = 180°.$$

Тогда $tg\,\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) = tg\,90° = \infty,$

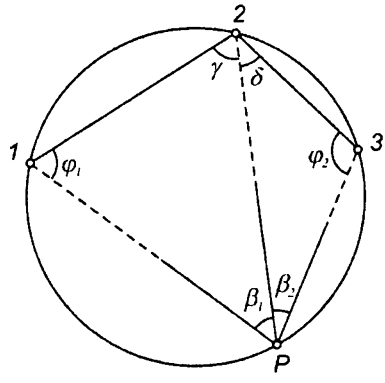


Рис. 45. *Схема к понятию «опасного круга»*

$$tg\,{}^{1}\!/_{2}(\varphi_1-\varphi_2)=ctg(45^\circ+\theta)\cdot\infty,$$

т. е. задача не имеет решения. Чем ближе к «опасному кругу» располагается определяемая точка, тем менее надежной будет засечка.

Существует около 100 способов и приемов решения задачи Потенота по обобщенным формулам Ж. Деламбра, М. Кнейссля, И.Ю. Пранис-Праневича, Ф.Ф. Павлова и др. Ниже рассмотрены способы обратной засечки с использованием формул Деламбра и Кнейссля.

Способ Деламбра. Сущность способа состоит в приведении решения обратной засечки к решению прямой засечки по формулам Гаусса. Для этого необходимо по имеющимся исходным данным найти дирекционные углы направлений с исходных пунктов на определяемую точку.

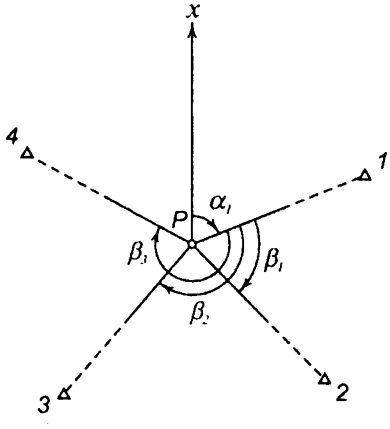


Рис. 46. *Схема к решению обратной засечки способом Деламбра*

Пусть на определяемой точке P (рис. 46) измерены углы между направлениями на исходные пункты *1*, *2* и *3*; направление на пункт *1* принято за начальное. Обозначив дирекционный угол начального направления *P-1* через α_1, дирекционные углы направлений на пункты *2* и *3* можно записать как

$$\alpha_2=\alpha_1+\beta_1;\quad \alpha_3=\alpha_1+\beta_2.$$

Из решения обратной геодезической задачи следует:

$$\begin{aligned} y_1-y_P&=(x_1-x_P)tg\alpha_1;\\ y_2-y_P&=(x_2-x_P)tg(\alpha_1+\beta_1);\\ y_3-y_P&=(x_3-x_P)tg(\alpha_1+\beta_2). \end{aligned} \qquad (153)$$

В полученную систему уравнений входят три неизвестных: x_P, y_P и α_1.

Используя известную формулу преобразования для тангенса суммы углов, можно записать:

$$\begin{aligned} tg(\alpha_1+\beta_1)&=\frac{tg\alpha_1+tg\beta_1}{1-tg\alpha_1\cdot tg\beta_1};\\ tg(\alpha_1+\beta_2)&=\frac{tg\alpha_1+tg\beta_2}{1-tg\alpha_1\cdot tg\beta_2}. \end{aligned} \qquad (154)$$

Умножив числитель и знаменатель правых частей уравнений (154) соответственно на $ctg\,\beta_1$ и $ctg\,\beta_2$, получают:

$$tg(\alpha_1+\beta_1)=\frac{tg\alpha_1\cdot ctg\beta_1+1}{ctg\beta_1-tg\alpha_1};$$
$$tg(\alpha_1+\beta_2)=\frac{tg\alpha_1\cdot ctg\beta_2+1}{ctg\beta_2-tg\alpha_1}. \qquad (155)$$

Тогда с учетом выражений (155)

$$y_2-y_P=(x_2-x_P)\frac{tg\alpha_1\cdot ctg\beta_1+1}{ctg\beta_1-tg\alpha_1};$$
$$y_3-y_P=(x_3-x_P)\frac{tg\alpha_1\cdot ctg\beta_2+1}{ctg\beta_2-tg\alpha_1}.$$

Избавившись от знаменателя, получают:

$$y_2ctg\beta_1-y_Pctg\beta_1-y_2tg\alpha_1+y_Ptg\alpha_1=x_2tg\alpha_1ctg\beta_1-x_Ptg\alpha_1ctg\beta_1+x_2-x_P;$$
$$y_3ctg\beta_2-y_Pctg\beta_2-y_3tg\alpha_1+y_Ptg\alpha_1=x_3tg\alpha_1ctg\beta_2-x_Ptg\alpha_1ctg\beta_2+x_3-x_P.$$

Вычтя первое уравнение из второго, получают:

$$y_3ctg\beta_2-y_2ctg\beta_1-y_Pctg\beta_2+y_Pctg\beta_1-y_3tg\alpha_1+y_2tg\alpha_1=$$
$$=x_3tg\alpha_1ctg\beta_2-x_2tg\alpha_1ctg\beta_1-x_Ptg\alpha_1ctg\beta_2+x_Ptg\alpha_1ctg\beta_2+x_3-x_2. \qquad (156)$$

Из уравнения (153) находят

$$y_P=y_1-(x_1-x_P)tg\alpha_1$$

и подставляют его в выражение (156):

$$y_3ctg\beta_2-y_2ctg\beta_1-y_1ctg\beta_2+x_1tg\alpha_1ctg\beta_2-x_Ptg\alpha_1ctg\beta_2+$$
$$+y_1ctg\beta_1-x_1tg\alpha_1ctg\beta_1+x_Ptg\alpha_1ctg\beta_1-y_3tg\alpha_1+y_2tg\alpha_1=$$
$$=x_3tg\alpha_1ctg\beta_2-x_2tg\alpha_1ctg\beta_1-x_Ptg\alpha_1ctg\beta_2+x_Ptg\alpha_1ctg\beta_1+x_3-x_2.$$

Сгруппировав члены, содержащие неизвестное $tg\,\beta_1$, после приведения подобных членов получают:

$$tg\alpha_1(x_1ctg\beta_2-x_Pctg\beta_2-x_1ctg\beta_1+x_Pctg\beta_1-x_3ctg\beta_2+x_2ctg\beta_1+x_Pctg\beta_2-$$
$$-x_Pctg\beta_1)-y_3+y_2=-y_3ctg\beta_2+y_2ctg\beta_1+y_1ctg\beta_2-y_1ctg\beta_1+x_3-x_2.$$

Отсюда

$$tg\alpha_1=\frac{(y_2-y_1)ctg\beta_1+(y_1-y_3)ctg\beta_2-x_2+x_3}{(x_2-x_1)ctg\beta_1+(x_1-x_3)ctg\beta_2+y_2-y_3}=\frac{\Delta y}{\Delta x}. \qquad (157)$$

Полученное выражение называется ***формулой Деламбра***.

Дальнейшее решение задачи выполняют в следующей последовательности.

1. Из выражения (157) находят значение дирекционного угла направления с исходного пункта *1* на определяемую точку *P* $\alpha_{1\text{-}P}=\alpha_1$ как

$$\alpha_{1\text{-}P} = arctg\frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

2. Определяют дирекционные углы направлений с других исходных пунктов (*2, 3, 4*):

$$\alpha_{2\text{-}P} = \alpha_{1\text{-}P} + \beta_1; \quad \alpha_{3\text{-}P} = \alpha_{1\text{-}P} + \beta_2; \quad \alpha_{4\text{-}P} = \alpha_{1\text{-}P} + \beta_3.$$

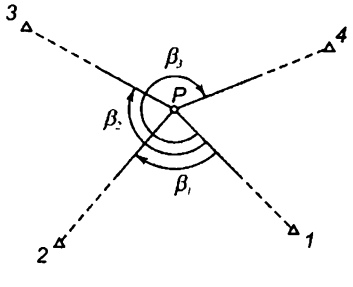
3. Используя формулы тангенсов или котангенсов дирекционных углов направлений с исходных пунктов на определяемую точку *P* (формулы Гаусса), вычисляют координаты точки *P* в нескольких комбинациях. Первое решение получают при использовании дирекционных углов $\alpha_{1\text{-}P}$ и $\alpha_{2\text{-}P}$ или $\alpha_{2\text{-}P}$ и $\alpha_{3\text{-}P}$; для второго решения используют дирекционные углы $\alpha_{3\text{-}P}$ и $\alpha_{4\text{-}P}$ или $\alpha_{1\text{-}P}$ и $\alpha_{4\text{-}P}$. Второе решение является контрольным и независимым от первого, так как угол β_3, участвующий в определении дирекционного угла $\alpha_{4\text{-}P}$ (формула 157), не использовался при вычислении угла $\alpha_{1\text{-}P}$ по формуле Деламбра.

Пример решения обратной засечки по вышеприведенной методике с помощью микрокалькулятора приведен в табл. 15.

Таблица 15

Решение обратной геодезической засечки (с использованием формулы Деламбра)

Схема



Рабочие формулы

$$tg\alpha_{1\text{-}P} = \frac{(y_2 - y_1)ctg\beta_1 + (y_1 - y_3)ctg\beta_2 - x_2 + x_3}{(x_2 - x_1)ctg\beta_1 + (x_1 - x_3)ctg\beta_2 + y_2 - y_3} = \frac{\Delta y}{\Delta x};$$

$$\alpha_{2\text{-}P} = \alpha_{1\text{-}P} + \beta_1; \quad \alpha_{3\text{-}P} = \alpha_{1\text{-}P} + \beta_2; \quad \alpha_{4\text{-}P} = \alpha_{1\text{-}P} + \beta_3;$$

$$x_P = \frac{x_1 tg\alpha_{1\text{-}P} - x_2 tg\alpha_{2\text{-}P} + y_2 - y_1}{tg\alpha_{1\text{-}P} - tg\alpha_{2\text{-}P}};$$

$$y_P = y_1 + (x_P - x_1)tg\alpha_{1\text{-}P} = y_2 + (x_P - x_2)tg\alpha_{2\text{-}P}.$$

Контроль:

$$x_P = \frac{x_3 tg\alpha_{3\text{-}P} - x_4 tg\alpha_{4\text{-}P} + y_4 - y_3}{tg\alpha_{3\text{-}P} - tg\alpha_{4\text{-}P}};$$

$$y_P = y_3 + (x_P - x_3)tg\alpha_{3\text{-}P} = y_4 + (x_P - x_4)tg\alpha_{4\text{-}P}.$$

Формулы		Значения	Формулы		Значения	Формулы	Значения
(1)	y_1	30272,23	(2)	x_1	33 183,24	*Контроль*	
(3)	y_2	29038,52	(4)	x_2	32 543,61	$\alpha_{1\text{-}P}$	304°59'59"
(5)	y_3	27666,31	(6)	x_3	33 449,18	β_2	121°39'20"
(7)	y_4	29827,31	(8)	x_4	35 322,52	$\alpha_{3\text{-}P}$	66°39'19"
(9)	$y_2 - y_1$	−1 233,71	(11)	$x_2 - x_1$	−639,63	β_3	266°30'14"
(10)	$y_1 - y_3$	+2 605,92	(12)	$x_1 - x_3$	−265,94	$\alpha_{4\text{-}P}$	211°30'13"
(13)	β_1	55°11'29"	(14)	β_2	121°39'20"	$tg\alpha_{3\text{-}P}$	2,316 990

Окончание табл. 15

Формулы	Значения	Формулы	Значения	Формулы	Значения
(15) $ctg\beta_1$	0,695 241	(16) $ctg\beta_2$	−0,616542	$tg\alpha_{4\text{-}P}$	0,612 887
(17) Δy (числ.)	−1 558,81	(18) Δx (знам.)	+1 091,48	$tg\alpha_{3\text{-}P} - tg\alpha_{4\text{-}P}$	1,704 103
(19) $tg\alpha_{1\text{-}P}$	−1,428 162	(20) $\alpha_{1\text{-}P}$	304°59′59″	x_P	34 043,54
(22) $tg\alpha_{2\text{-}P}$	0,003 336	(21) $\alpha_{2\text{-}P}$	0°11′28″	$x_{P2} - x_3$	+594,36
(23) $tg\alpha_{1\text{-}P} - tg\alpha_{2\text{-}P}$	−1,431 498	(24) x_P	34 043,57	y'_P	29 043,44
(25) $x_{P2} - x_1$	+860,33	(26) $x_{P2} - x_2$	+1 499,96	$x_{P2} - x_4$	−1 278,98
(27) y'_P	29 043,53	(28) y''_P	29 043,53	y''_P	29 043,44

Средние значения координат: $x_{ср} = 34\ 043{,}56$ м; $y_{ср} = 29\ 043{,}48$ м.

Способ Кнейссля. Порядок решения обратной засечки этим способом, так же как и способом Деламбра, заключается в нахождении дирекционного угла начального направления с определяемого пункта *P* на исходный пункт, а затем — в вычислении координат определяемого пункта *P* (см. рис. 46).

Решение задачи выполняется в следующей последовательности (без вывода формул).

1. Вычисляют вспомогательные коэффициенты:

$$\begin{aligned} k_1 &= (x_2 - x_1)ctg\beta_1 + (y_2 - y_1); \\ k_2 &= (y_2 - y_1)ctg\beta_1 - (x_2 - x_1); \\ k_3 &= (x_3 - x_1)ctg\beta_2 + (y_3 - y_1); \\ k_4 &= (y_3 - y_1)ctg\beta_2 - (x_3 - x_1). \end{aligned} \qquad (158)$$

2. Находят котангенс дирекционного угла начального направления на определяемую точку:

$$c = ctg\alpha_{1\text{-}P} = \frac{k_1 - k_3}{k_2 - k_4}. \qquad (159)$$

3. Определяют приращения координат искомой точки *P* относительно исходного пункта *1*:

$$\begin{aligned} \Delta y_{1\text{-}P} &= \frac{k_1 - ck_2}{1 + c^2} = \frac{k_3 - ck_4}{1 + c^2}; \\ \Delta x_{1\text{-}P} &= c \cdot \Delta y_{1\text{-}P}. \end{aligned} \qquad (160)$$

4. Вычисляют координаты точки *P*:

$$x_P = x_1 + \Delta x_{1\text{-}P}; \quad y_P = y_1 + \Delta y_{1\text{-}P}.$$

Для контроля определения положения точки *P* используют третий измеренный угол между направлениями на один из первых трех пунк-

тов и на четвертый исходный пункт, т. е. решают задачу в другой комбинации исходных пунктов. Этот контроль включает в себя и контроль полевых измерений. Ниже приведен пример решения обратной засечки способом Кнейссля в двух комбинациях: *I* — по исходным пунктам *1, 2, 3* и *II* — по пунктам *1, 2, 4* (табл. 16).

Средняя квадратическая погрешность определения положения точки *P* по трем исходным пунктам (см. рис. 45, *а*) находится по формуле

$$M_P = \frac{d_{BP} \cdot m_\beta''}{\rho'' \sin(\varphi_1 + \varphi_2)} \sqrt{\frac{d_1^2}{a^2} + \frac{d_2^2}{b^2}}, \qquad (161)$$

где $m_в$ — средняя квадратическая погрешность измерения угла; ρ — радиан ($\rho = 206\,265''$).

Погрешность определения положения точки *P* из двух решений

$$M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}. \qquad (162)$$

Допустимость расхождений в значениях координат точки, полученных из двух решений (x', y', x'', y''), устанавливают согласно условию

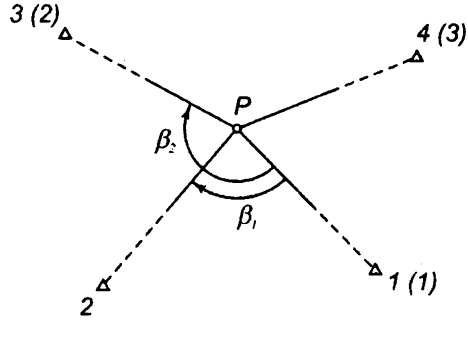
$$r = \sqrt{(x' - x'')^2 + (y' - y'')^2} \le 3M. \qquad (163)$$

При соблюдении условия за окончательные значения координат принимают средние арифметические их значения из двух решений.

Таблица 16

Решение обратной геодезической засечки способом Кнейссля

Схема



Рабочие формулы

$$k_1 = (x_2 - x_1)ctg\beta_1 + (y_2 - y_1);$$

$$k_2 = (y_2 - y_1)ctg\beta_1 - (x_2 - x_1);$$

$$k_3 = (x_3 - x_1)ctg\beta_2 + (y_3 - y_1);$$

$$k_4 = (y_3 - y_1)ctg\beta_2 - (x_3 - x_1);$$

$$c = ctg\alpha_{1\text{-}P} = \frac{k_1 - k_3}{k_2 - k_4};$$

$$\Delta y_{1\text{-}P} = \frac{k_1 - ck_2}{1 + c^2} = \frac{k_3 - ck_4}{1 + c^2};$$

$$\Delta x_{1\text{-}P} = c \cdot \Delta y_{1\text{-}P};$$

$$x_P = x_1 + \Delta x_{1\text{-}P};$$

$$y_P = y_1 + \Delta y_{1\text{-}P}.$$

Исходные данные

Пункты	Координаты		Измеренные направления	Пункты	Координаты		Измеренные направления
	x	y			x	y	
I комбинация (пункты *1, 2, 3*)				*II комбинация* (пункты *2, 3, 4*)			
1	33 183,24	30 272,23	0°00'00"	1 (1)	33 183,24	30 272,23	0°00'00"
2	32 543,61	29 038,52	55°11'29"	3 (2)	33 449,18	27 666,31	121°39'20"
3	33 449,18	27 666,31	121°39'20"	4 (3)	35 322,52	29 827,31	266°30'14"

Решение

Порядок действий	Формулы		Значения			
			I комбинация		II комбинация	
1, 2	$x_2 - x_1$	$y_2 - y_1$	– 639,63	– 1 233,71	+ 265,94	– 2 605,92
3, 4	$x_3 - x_1$	$y_3 - y_1$	+ 265,94	– 2 605,92	+ 2 139,28	– 444,92
5, 6	$ctg\beta_1$	$ctg\beta_2$	+ 0,695241	– 0,616 542	– 0,616 542	+ 0,061 095
7, 8	k_1	k_2	– 678,41	– 218,10	– 2 769,88	+ 1 340,72
9, 10	k_3	k_4	– 2 769,88	+ 1 340,72	– 314,22	– 2 166,46
11, 12	$k_1 - k_3$	$k_2 - k_4$	+ 1 091,47	– 1 558,82	– 2 455,66	+ 3 507,18
13, 14	c	$1 + c^2$	– 0,700196	+ 1,490 274	– 0,700 181	+ 1,490 253
15, 16	ck_2	ck_4	+ 152,71	– 938,77	– 938,75	+ 1 516,91
17, 18	$k_1 - ck_2$	$k_3 - ck_4$	– 1 831,12	– 1 831,12	– 1 831,13	– 1 831,13
19	$\Delta y_{1\text{-}P}$		– 1 228,71		– 1 228,74	
20	$\Delta x_{1\text{-}P}$		+ 860,34		+ 860,34	
21, 22	x_P	y_P	34 043,58	29 043,52	34 043,58	29 043,49

Средние значения координат: $x_{ср} = 34\ 043{,}58$ *м*; $y_{ср} = 29\ 043{,}50$ *м*.

§ 37. Комбинированная геодезическая засечка

Комбинированная засечка представляет собой сочетание элементов прямой и обратной геодезических засечек. Она применяется в случае, когда с определяемой точки *P* имеется видимость только на три исходных пункта *A*, *B*, *C* (рис. 47); при этом один или два исходных пункта (напр., *B* и *C*) могут быть недоступными для установки на них теодолита.

На определяемой точке *P* измеряют углы β_1, β_2 между направлениями на исходные пункты, что позволяет определить ее координаты решением обратной засечки. Для обеспечения контроля на одном из исходных пунктов (напр., *A*) измеряют угол β_3. В результате этого в треугольнике *ABP* известны координаты двух пунктов и два угла, что позволяет рассчитать координаты точки *P* по формулам прямой засечки.

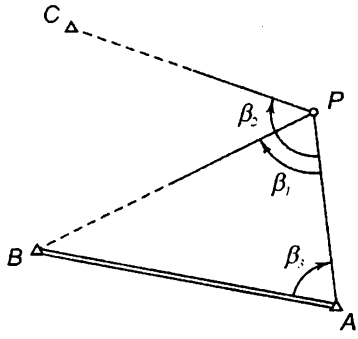


Рис. 47. *Комбинированная геодезическая засечка*

Задача решается в следующем порядке.

1. Используя значения измеренных углов β_1, β_2 при определяемой точке P и зная координаты исходных пунктов A, B, C, решением обратной засечки находят координаты точки P.

2. По известным координатам исходных пунктов A и B решением обратной геодезической задачи определяют дирекционный угол исходной стороны α_{AB}.

3. По дирекционному углу α_{AB} и измеренным углам β_1, β_2 и β_3 вычисляют дирекционные углы направлений с исходных пунктов на определяемую точку P:

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} + \beta_3;$$

$$\alpha_{BP} = \alpha_{AP} + \beta_1;$$

$$\alpha_{CP} = \alpha_{AP} + \beta_2.$$

4. По формулам тангенсов или котангенсов дирекционных углов (формулам Гаусса) вычисляют координаты точки P, используя три возможные комбинации исходных пунктов (A и B, B и C, C и A).

Сходимость результатов независимых определений координат точки P служит контролем качества измерений и вычислений. Анализ точности полученных результатов выполняют по аналогии с прямой и обратной засечками.

§ 38. Определение обратной засечкой двух точек по двум исходным пунктам (задача Ганзена)

На практике часто встречаются случаи, когда с определяемой точки имеется видимость только на два исходных пункта. Впервые решение такой задачи было предложено немецким геодезистом и астрономом Ганзеном. Оно позволяет определять положение двух дополнительных точек P и Q при наличии видимости с каждой из них на исходные пункты A и B и видимости между ними (рис. 48).

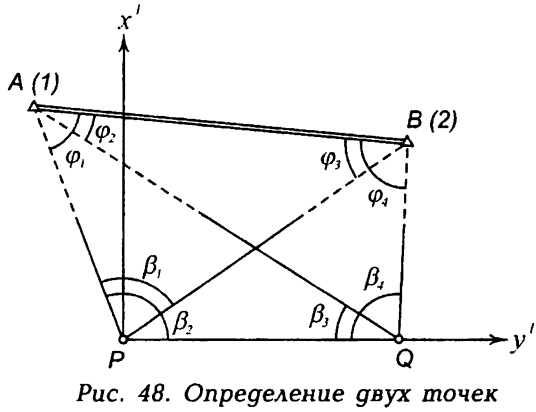


Рис. 48. Определение двух точек по двум исходным пунктам

На определяемых точках P и Q измеряют углы β_1, β_2, β_3, β_4, образованные направлениями на исходные пункты A и B и соответственно на точки Q и P.

Существует несколько способов решения задачи Ганзена. Рассмотрим порядок решения задачи способом условных коор-

динат, сущность которого сводится к вычислению координат точек в условной и истинной системах по формулам прямой геодезической засечки и определению дирекционных углов решением обратных геодезических задач.

1. Принимают точку P за начало условных координат x', y', а направление PQ — за положительное направление оси ординат (см. рис. 48). Длину стороны PQ условно принимают равной 1000,00 м. Тогда условные координаты точек P и Q будут:

$$x'_P = 0; \quad y'_P = 0; \quad x'_Q = 0; \quad y'_Q = 1000{,}00 \text{ м}.$$

2. Из треугольников PAQ и PBQ по формулам Юнга для решения прямой засечки находят условные координаты точек A (x'_1, y'_1) и B (x'_2, y'_2):

$$x'_1 = \frac{x'_P ctg\beta_3 + x'_Q ctg\beta_2 - y'_P + y'_Q}{ctg\beta_2 + ctg\beta_3}; \quad y'_1 = \frac{y'_P ctg\beta_3 + y'_Q ctg\beta_2 + x'_P - x'_Q}{ctg\beta_2 + ctg\beta_3};$$

$$x'_2 = \frac{x'_P ctg\beta_4 + x'_Q ctg(\beta_2 - \beta_1) - y'_P + y'_Q}{ctg(\beta_2 - \beta_1) + ctg\beta_4};$$

$$y'_2 = \frac{y'_P ctg\beta_4 + y'_Q ctg(\beta_2 - \beta_1) + x'_P - x'_Q}{ctg(\beta_2 - \beta_1) + ctg\beta_4}.$$

3. По условным координатам пунктов A и B решением обратной геодезической задачи определяют условный дирекционный угол стороны AB, исходя из выражения

$$tg\alpha'_{AB} = \frac{y'_B - y'_A}{x'_B - x'_A}.$$

4. Вычисляют углы φ_1, φ_2, φ_3 и φ_4, образованные направлениями с исходных пунктов A и B на определяемые точки P и Q:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \alpha'_{AP} - \alpha'_{AB}; & \varphi_2 &= \alpha'_{AQ} - \alpha'_{AB}; \\ \varphi_3 &= \alpha'_{BA} - \alpha'_{BP}; & \varphi_4 &= \alpha'_{BA} - \alpha'_{BQ}, \end{aligned} \qquad (164)$$

где $\alpha'_{AP} = \alpha'_{PQ} - \beta_2 + 180°; \quad \alpha'_{BP} = \alpha'_{PQ} - (\beta_2 - \beta_1) + 180°;$

$\alpha'_{AQ} = \alpha'_{PQ} + \beta_3 - 180°; \quad \alpha'_{BQ} = \alpha'_{PQ} + \beta_4 - 180°;$

здесь α'_{PQ} — условный дирекционный угол направления PQ (в рассматриваемом случае $\alpha'_{PQ} = 90°$).

Целью введения условной системы координат и являлось определение углов φ_1, φ_2, φ_3 и φ_4 при исходных пунктах.

5. Из треугольника ABP по формулам Юнга вычисляют координаты точки P:

$$x_P = \frac{x_1 ctg\varphi_3 + x_2 ctg\varphi_1 - y_2 + y_1}{ctg\varphi_1 + ctg\varphi_3};$$

$$y_P = \frac{y_1 ctg\varphi_3 + y_2 ctg\varphi_1 + x_2 - x_1}{ctg\varphi_1 + ctg\varphi_3}.$$

Аналогичным образом из треугольника ABQ определяют координаты точки Q.

Наибольшая точность определения координат искомых точек P и Q обеспечивается в случае, когда фигура, образованная двумя исходными и двумя искомыми точками, близка к квадрату.

При наличии только двух исходных пунктов A и B определение положения точек является бесконтрольным. Поэтому для контроля следует измерить длину стороны PQ и сравнить с расчетным ее значением.

§ 39. Линейная геодезическая засечка

Сущность линейной засечки состоит в определении положения точки P по координатам двух исходных пунктов A и B и двум расстояниям d_1, d_2 от искомой точки до исходных пунктов (рис. 49). Для повышения точности и контроля определения положения точки P должны быть известны координаты третьего исходного пункта C и измерено расстояние до него d_3.

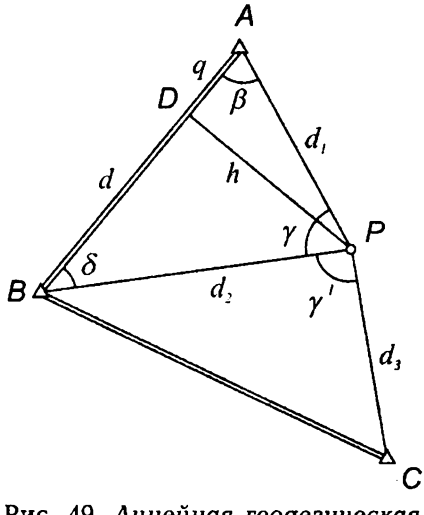


Рис. 49. *Линейная геодезическая засечка*

Если по координатам исходных пунктов (напр., A и B) вычислить длину стороны $AB = d$, то в треугольнике ABP будут известны все три стороны d, d_1 и d_2. Тогда по формулам тригонометрических функций косинусов (или тангенсов) половинных углов можно вычислить углы треугольника из выражений:

$$\cos\frac{\beta}{2}=\sqrt{\frac{p(p-d_2)}{dd_1}};\quad \cos\frac{\gamma}{2}=\sqrt{\frac{p(p-d)}{d_1d_2}};\quad \cos\frac{\delta}{2}=\sqrt{\frac{p(p-d_1)}{dd_2}}, \tag{165}$$

где $p=\dfrac{d+d_1+d_2}{2}$ — полупериметр треугольника.

По координатам исходных пунктов и вычисленным углам треугольников по формулам прямой и обратной геодезической засечек можно рассчитать координаты определяемой точки P.

Решение задачи может быть выполнено без вычисления углов [10], непосредственно по координатам исходных пунктов A, B, C и расстояниям d_1, d_2, d_3 (рис. 49).

Из треугольника ABC можно записать:

$$d_2^2 = d^2 + d_1^2 - 2dd_1\cos\beta = d^2 + d_1^2 - 2dq, \tag{166}$$

где $q = d_1 \cos\beta$ — проекция стороны AP на сторону AB.

Отсюда $$q = \frac{d^2 + d_1^2 - d_2^2}{2d}. \quad (167)$$

Из прямоугольного треугольника APD следует, что

$$h = \pm\sqrt{d_1^2 - q^2} = d_1 \sin\beta. \quad (168)$$

Знак «+» или «−» перед радикалом выбирается соответственно направлению следования вершин A, P, B (по ходу или против хода часовой стрелки).

Приращения координат точки P относительно исходного пункта A будут равны:

$$\Delta x = d_1 \cos\alpha_{AP};$$
$$\Delta y = d_1 \sin\alpha_{AP},$$

где $\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - \beta$.

Тогда

$$\Delta x = d_1 \cos(\alpha_{AB} - \beta) = d_1 \cos\alpha_{AB} \cdot \cos\beta + d_1 \sin\alpha_{AB} \cdot \sin\beta,$$

или

$$\Delta x = q\cos\alpha_{AB} + h\sin\alpha_{AB}. \quad (169)$$

Заменив значения функций дирекционного угла α_{AB} соотношениями

$$\cos\alpha_{AB} = \frac{x_B - x_A}{d}, \qquad \sin\alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{d},$$

запишем формулу (169) в виде

$$\Delta x = \frac{q(x_B - x_A) + h(y_B - y_A)}{d}. \quad (170)$$

При численном решении задачи удобнее пользоваться преобразованными формулами, получаемыми введением дополнительных обозначений:

$$q' = \frac{q}{d} = \frac{d^2 + d_1^2 - d_2^2}{2d^2} = 0{,}5\left(1 + \frac{d_1^2}{d^2} - \frac{d_2^2}{d^2}\right) = 0{,}5(1 + r^2 - t^2);$$
$$h' = \frac{h}{d} = \frac{\sqrt{d_1^2 - q^2}}{d} = \sqrt{\frac{d_1^2}{d^2} - \frac{q^2}{d^2}} = \sqrt{r^2 - q'^2}, \quad (171)$$

где $r = \frac{d_1}{d}$, $t = \frac{d_2}{d}$.

Тогда

$$\Delta x = q'(x_B - x_A) + h'(y_B - y_A). \quad (172)$$

Проведя аналогичные преобразования формулы Δy, получим

$$\Delta y = q'(y_B - y_A) - h'(x_B - x_A). \quad (173)$$

Координаты определяемой точки P будут:

$$x_P = x_A + \Delta x, \quad y_P = y_A + \Delta y.$$

Для контроля вычислений определяют длину стороны BP $d_{2выч}=\sqrt{(x_P-x_B)^2+(y_P-y_B)^2}$ и сравнивают с измеренным ее значением $d_{2\,изм}$. Расхождение $|d_{2выч}-d_{2\,изм}|$ не должно превышать трех единиц последнего знака измеренного значения длины.

Для контроля измерений и повышения точности определения положения точки P решают второй треугольник и сравнивают полученные координаты x''_P, y''_P с результатами первого решения (x'_P, y'_P). При этом должно выполняться условие

$$r_P=\sqrt{(x'_P-x''_P)^2+(y'_P-y''_P)^2}<3M, \tag{174}$$

где $M=\sqrt{M_1^2+M_2^2}$;

$M_1=\frac{\sqrt{m^2_{d_1}+m^2_{d_2}}}{\sin\gamma}$, $M_2=\frac{\sqrt{m^2_{d_2}+m^2_{d_3}}}{\sin\gamma'}$ — средние квадратические погрешности положения точки P, полученного соответственно по первому и второму решениям.

Если условие (174) выполняется, то за окончательные значения координат принимают средние арифметические из значений, полученных по двум вариантам решения.

§ 40. Лучевой метод

Лучевой метод определения дополнительных опорных пунктов, разработанный проф. Ю.Г. Батраковым [1], основан на использовании свето- и радиодальномеров для измерения расстояний до определяемых точек. Он применяется для обслуживания строительства мелиоративных и других объектов сельско-хозяйственного назначения и может использоваться для развития съемочного обоснования крупномасштабных топографических съемок. Лучевые системы опорных пунктов удобно создавать в открытой холмистой местности, когда с пунктов опорной геодезической сети, расположенных на вершинах холмов, имеется хорошая видимость по многим направлениям.

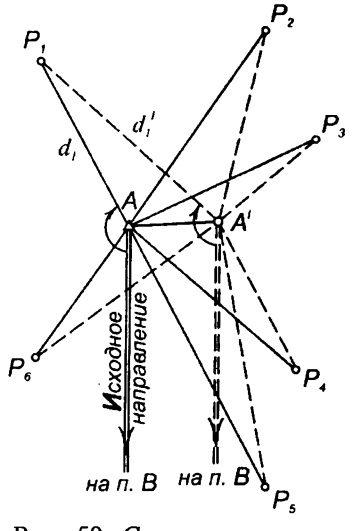


Рис. 50. *Схема определения дополнительных пунктов лучевым методом*

Сущность метода заключается в определении положения точек способом биполярных координат с двух пунктов: основного (исходного) пункта A и дополнительного A', выбираемого рядом с основным на отстоянии 5—20 м (рис. 50). Координаты дополнительного пункта A' получают путем передачи

их с основного пункта полярным способом, измерив угол между выбранным исходным направлением на пункт B и направлением на дополнительный пункт и расстояние до него.

Для определения планового положения точек на местности (напр., точки P_1) с основного и дополнительного пунктов A и A' наблюдают направления точным теодолитом типа Т2 и измеряют расстояния d_1 и d'_1 свето- или радиодальномерами. Таким образом, координаты каждой точки определяют дважды (относительно пунктов A и A'). Контролем измерений служит сходимость значений пар соответствующих координат.

Среднюю квадратическую погрешность положения искомого пункта P_i относительно исходного из одного определения рассчитывают по формуле

$$M_1 = \sqrt{m_d^2 + \left(\frac{m_\beta}{\rho} d\right)^2}, \qquad (175)$$

где d — расстояние до определяемой точки; m_β — средняя квадратическая погрешность измерения угла, а средняя квадратическая погрешность среднего из двух значений $M = M_1/\sqrt{2}$.

§ 41. Снесение координат с вершины знака на землю

Данная задача возникает в случаях, когда необходимо привязать полигонометрический (теодолитный) ход к пункту существующей опорной сети, на котором нельзя встать с теодолитом (шпиль здания, заводская труба, телевышка, колокольня и другие ориентиры).

Пусть требуется привязать пункт P к пункту A геодезической сети, расположенному на шпиле здания. Вблизи пункта A (на отстоянии 100—200 м) выбирают точку P с расчетом, чтобы с нее были видны пункт A, два удаленных исходных пункта B и C и точка полигонометрического или теодолитного хода (рис. 51). Из точки P разбивают два базиса для определения недоступного расстояния AP.

Для решения задачи измеряют базисы b и b' и шесть углов: β_1, β_2, β'_1, β'_2, δ и δ. Точность измерения углов и базисов должна соответствовать

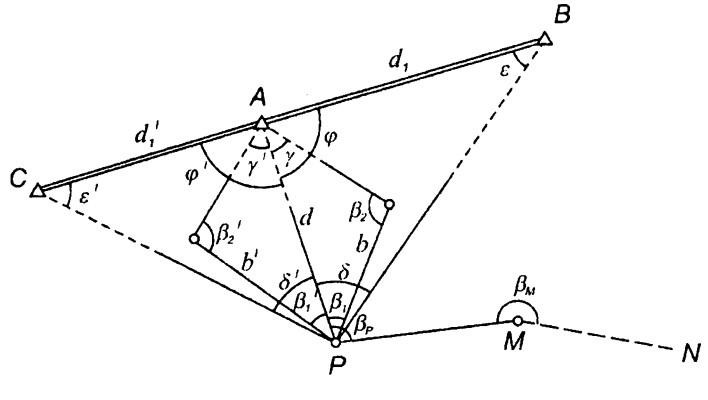


Рис. 51. *Схема снесения координат с вершины знака на точку хода*

точности теодолитного (полигонометрического) хода. Второй базис b' и углы при нем используют для контроля определения расстояния $AP = d$. Кроме того, в точке P измеряют примычный угол β_P для привязки теодолитного хода P-M-N-... .

Задача решается в следующей последовательности.

1. По известным координатам пунктов A и B решением обратной геодезической задачи определяют дирекционный угол стороны AB и ее длину d_1:

$$\alpha_{AB} = arctg\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A};\ d_1 = \frac{y_B - y_A}{\sin\alpha_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{\cos\alpha_{AB}} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}.$$

Аналогичным образом по координатам пунктов A и C вычисляют α_{AB} и d_1'.

2. Решением вспомогательных треугольников с базисами по теореме синусов дважды вычисляют недоступное расстояние $AP = d$:

$$d' = b\frac{\sin\beta_2}{\sin\gamma};\quad d'' = b'\frac{\sin\beta_2'}{\sin\gamma'},$$

где $\gamma = 180° - (\beta_1 + \beta_2)$; $\quad \gamma' = 180° - (\beta_1' + \beta_2')$.

Расхождение в значениях недоступного расстояния $(d' - d'')$ допускается в пределах точности измерения длин линий в теодолитном ходе. За окончательное значение расстояния AP принимают среднее арифметическое

$$d = \frac{d' + d''}{2}.$$

3. Вычисляют дирекционный угол стороны AP. Для этого из треугольника ABP на основе теоремы синусов находят углы ε и ε':

$$\varepsilon = arcsin\frac{d}{d_1}\sin\delta;\ \varepsilon' = arcsin\frac{d}{d_1'}\sin\delta'.$$

Вычисляют вспомогательные углы φ и φ':

$$\varphi = 180° - (\delta + \varepsilon);\ \varphi' = 180° - (\delta + \varepsilon').$$

По дирекционным углам исходных сторон AB и AC и вспомогательным углам φ и φ' дважды определяют дирекционный угол α_{AB}:

$$\alpha_{AP}' = \alpha_{AB} + \varphi;\ \alpha_{AP}'' = \alpha_{AC} - \varphi'.$$

Расхождение в значениях дирекционного угла $|\alpha_{AP}' - \alpha_{AP}''|$ не должно превышать $2m_\beta$, т. е. двойной точности измерения углов в ходе. За окончательное принимается среднее значение

$$\alpha_{AP} = \frac{\alpha_{AP}' + \alpha_{AP}''}{2}.$$

4. По длине стороны $AP = d$ и дирекционному углу α_{AP} вычисляют приращения координат и координаты точки P:

$$x_P = x_A + d\cos\alpha_{AP};$$
$$y_P = y_A + d\sin\alpha_{AP}.$$

Контроль измерений и вычислений может выполняться одним из следующих способов:

1) из треугольника *ABP* вычисляют дирекционный угол стороны *BP* α_{BP} и ее длину d_{BP} и повторно рассчитывают координаты точки *P* относительно пункта *B*;

2) по координатам точки *P* и пункта *B* (или *C*) решением обратной геодезической задачи определяют дирекционный угол α_{BP} (или α_{PC}) и вычисляют угол δ (δ') как разность дирекционных углов сторон *PB(PC)* и *PA*. Допустимое расхождение $\Delta\delta = |\delta_{выч} - \delta_{изм}| \le 2m_\beta$.

Средняя квадратическая погрешность определения положения точки *P* может быть определена по формуле

$$M_P = \sqrt{\left[\left(1 + \frac{d\cos\delta}{d_1\cos\varepsilon}\right)\frac{dm_\beta}{\rho}\right]^2 + \left(\frac{m_d}{\cos\varepsilon}\right)^2}, \qquad (176)$$

где m_β — средняя квадратическая погрешность измерения углов; m_d — абсолютная погрешность определения недоступного расстояния, вычисляемая из выражения

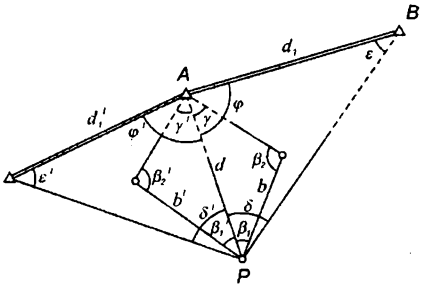
$$m_d = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{d}{b}m_b\right)^2 + \left[(ctg\beta_2 + ctg\gamma)^2 + ctg^2\gamma\right]\cdot\left(d\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2}. \qquad (177)$$

Пример решения задачи снесения координат с вершины знака на пункт полигонометрического хода 1-го разряда $\left(m_\beta = 5'',\ \frac{m_d}{d} = 1:10\,000\right)$, выполненного с помощью микрокалькулятора, приведен в табл. 17.

Таблица 17

Снесение координат с вершины на пункт полигонометрического хода 1-го разряда

Схема



Рабочие формулы

$$d = b\cdot\frac{\sin\beta_2}{\sin\gamma} = b'\cdot\frac{\sin\beta_2'}{\sin\gamma'};$$

$$tg\alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}; \qquad d_1 = \frac{y_B - y_A}{\sin\alpha_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{\cos\alpha_{AB}};$$

$$tg\alpha_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}; \qquad \varepsilon = arcsin\ \frac{d}{d_1}\sin\delta;$$

$$\varphi = 180^\circ - (\delta + \varepsilon);$$

$$\alpha'_{AP} = \alpha_{AB} + \varphi; \qquad \alpha''_{AP} = \alpha_{AC} - \varphi;$$

$$x_P = x_A + d\cos\alpha_{AP}; \qquad y_P = y_A + d\sin\alpha_{AP}.$$

Контроль: $tg\alpha_{PB} = \frac{y_B - y_P}{x_B - x_P}$; $\delta_{выч} = \alpha_{PB} - \alpha_{PA}$.

Исходные данные

b	192,221	b'	218,070
β_1	53°59′20″	β'_1	51°38′31″
β_2	50°21′26″	β'_2	44°11′20″
γ	75°39′14″	γ'	84°10′09″
δ	88°07′34″	δ'	56°30′14″
x_B	5 136,172	y_B	4 003,243
x_A	6 552,173	y_A	4 342,270
x_C	7 280,344	y_C	4 843,205

Решение

Формулы	Значения	Формулы	Значения	Формулы	Значения
(1) $\sin\beta_2$	0,770 037	(2) $\sin\beta'_2$	0,697 026	*Контроль*	
(3) $\sin\gamma$	0,968 817	(4) $\sin\gamma'$	0,994 826	(33) $y_B - y_P$	–188,257
(5) d'	152,781	(6) d''	152,791	(34) $x_B - x_P$	–1 440,540
(7) $d' - d''$	–0,010	(8) d	152,786	(35) r_{BP}	7°26′44″
(9) $y_B - y_A$	–339,027	(14) $y_C - y_A$	+500,935	(36) α_{BP}	187°26′44″
(10) $x_B - x_A$	–1 416,001	(15) $x_C - x_A$	+728,171	(37) α_{PA}	99°19′06″
(11) r_{AB}	13°27′54″	(16) r_{AC}	34°31′32″	(38) $\delta_{выч}$	88°07′38″
(12) α_{AB}	193°27′54″	(17) α_{AC}	34°31′32″	(39) $\delta_{изм}$	88°07′34″
(13) d_1	1 456,020	(18) d'_1	883,837	(40) $\Delta\delta$	+4″
(19) $\sin\delta$	0,999 465	(20) $\sin\delta'$	0,833 923	(41) m_β	5″
(21) ε	6°01′12″	(22) ε'	8°17′18″		
(23) φ	85°51′14″	(24) φ'	115°12′28″	*Условие*	
(25) α'_{AP}	279°19′08″	(26) α''_{AP}	279°19′04″	$\Delta\delta \le 2m_\beta$ (4″<10″)	
(27) $\alpha' - \alpha''$	+4″	(28) α_{AP}	279°19′06″	*выполняется*	
(29) Δx_{AP}	+24,739	(30) Δy_{AP}	–150,770	M_P=0,016 м	
(31) x_P	6 576,912	(32) y_P	4 191,500		

§ 42. Способ бездиагональных четырехугольников (способ проф. И.В. Зубрицкого)

В застроенных и лесных районах при развитии планового обоснования по проездам и просекам, а также при создании строительной сетки можно использовать способ бездиагональных четырехугольников (рис. 52).

При использовании этого способа в каждом четырехугольнике измеряют все четыре угла и длину одной из сторон, а в первом и последнем четырехугольниках — по две смежные стороны. Длины остальных сторон получают в результате вычислений, предварительно уравняв углы в четырехугольниках.

Пусть в четырехугольнике $ABCD$ измерены стороны a_1 и b_1, сходящиеся в одной вершине, и все углы. Для вычисления двух других сто-

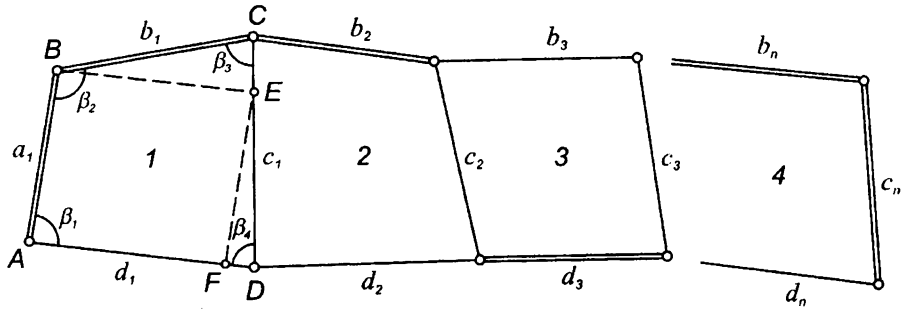


Рис. 52. *Схема сети бездиагональных четырехугольников*

рон c_1 и d_1 проводим из вершины B линию BE, параллельную стороне AD, а из точки E — линию EF, параллельную стороне AB. Тогда

$$c_1 = CE + ED; \qquad d_1 = AF + FD.$$

На основе теоремы синусов из треугольников BCE и FED можно записать:

$$CE = \frac{b_1 \sin(\beta_3 + \beta_4)}{\sin \beta_4}; \quad ED = \frac{a_1 \sin \beta_1}{\sin \beta_4}. \tag{178}$$

Тогда сторона CD будет равна

$$c_1 = \frac{a_1 \sin \beta_1 + b_1 \sin(\beta_3 + \beta_4)}{\sin \beta_4}. \tag{179}$$

По аналогии с предыдущим из тех же треугольников получают

$$d_1 = \frac{b_1 \sin \beta_3 + a_1 \sin(\beta_1 + \beta_4)}{\sin \beta_4}. \tag{180}$$

Теперь во втором четырехугольнике известны четыре измеренных угла и две стороны (вычисленная c_1 и измеренная b_2). Тогда по аналогии с первым четырехугольником по формулам (179) и (180) вычисляют стороны c_2 и d_2.

В дальнейшем последовательным решением получают длины неизвестных сторон остальных четырехугольников. Заключительным контролем служит равенство (в пределах установленного допуска) вычисленного значения стороны последнего четырехугольника с его измеренным значением.

Координаты вершин четырехугольников вычисляют как в полигонометрических ходах, используя способ ходовых линий.

Погрешность определения длин сторон зависит от формы четырехугольников; наивыгоднейшей формой фигуры является квадрат. При построении фигур четырехугольников на местности нельзя допускать углы менее 30° и более 150°.

Для измерения сторон четырехугольников удобно использовать светодальномеры и короткобазисный параллактический метод.

§ 43. Способ угловых засечек проф. А.И. Дурнева

Данный способ применяется для обоснования съемок открытых широких пойм рек (рис. 53).

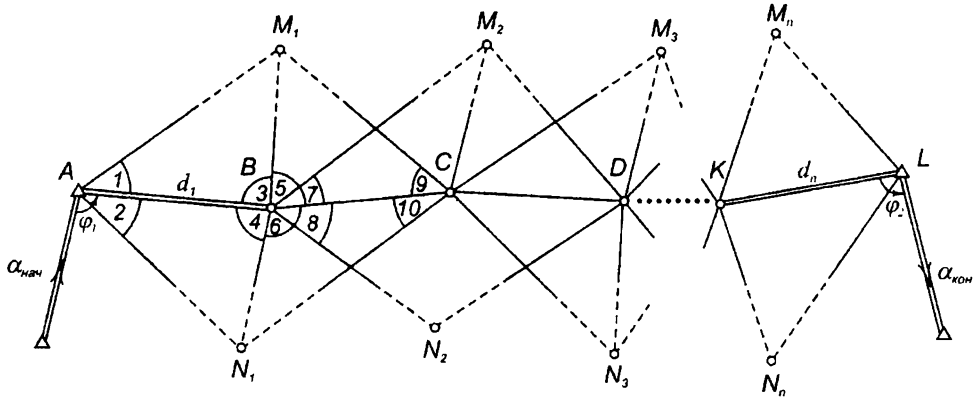


Рис. 53. *Схема сети угловых засечек А.И. Дурнева*

Теодолитный ход *A-B-C-...-L* проложен между исходными пунктами *A* и *L*; по обеим сторонам основного хода закрепляют дополнительные пункты M_1 и N_1, M_2 и N_2 и т. д. В ходе измеряют начальную сторону $AB = d_1$ и для контроля — конечную сторону $KL = d_n$. На всех пунктах хода измеряют углы между направлениями на основные и дополнительные пункты.

Решением треугольников AM_1B и AN_1B по теореме синусов получают длины сторон BM_1 и BN_1; затем из треугольников BM_1C и BN_1C дважды вычисляют длину линии $BC = d_2$. Аналогичным образом последовательно находят длины сторон хода d_3, d_4, ..., d_n.

По значениям измеренных углов и вычисленных длин сторон выполняют уравнивание основного хода как хода между двумя исходными пунктами *A* и *L* с известными координатами и двумя исходными сторонами с известными дирекционными углами $\alpha_{нач}$ и $\alpha_{кон}$. После увязки вычисляют координаты пунктов *A, B, C, ..., L* основного хода.

Координаты дополнительных пунктов находят решением прямой геодезической засечки по формулам котангенсов измеренных углов (формулам Юнга) либо по формулам тангенсов или котангенсов дирекционных углов (формулам Гаусса).

§ 44. Привязка пунктов к постоянным предметам местности и отыскание утерянных центров

Для облегчения отыскания пунктов геодезической сети при закладке каждого пункта выполняют глазомерную съемку окружающей территории и его привязку к постоянным местным предметам с помощью угловых и линейных измерений. Результаты привязки оформляют в специальных абрисах. Выбор того или иного способа привязки зависит

от местных условий и наличия вблизи пункта постоянных местных предметов. Однако в любом случае число элементов привязки должно быть достаточным для быстрого нахождения как минимум двух соседних пунктов. Различают случаи привязки к близким и удаленным местным предметам.

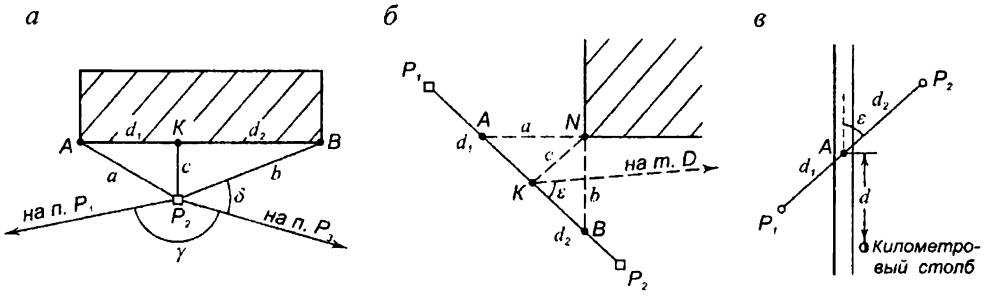


Рис. 54. *Схемы привязки близкого пункта:* а — *к фасаду здания;* б — *к углу здания;* в — *к оси дороги*

Если пункт P_2 расположен вблизи стены капитального здания (рис. 54, *а*), то его привязка может быть выполнена путем замеров расстояний от пункта P_2 до углов здания $AP_2 = a$, $BP_2 = b$ и длины перпендикуляра $KP_2 = c$; для определения положения точки K на стене здания следует измерить отрезки $AK = d_1$ и $KB = d_2$. Для восстановления направлений на смежные пункты P_1 и P_2 достаточно измерить на пункте P_2 углы γ и δ.

В случае, когда сторона полигонометрического хода проходит вблизи угла здания, привязку удобно выполнять способом промеров (рис. 54,*б*). По створам стен здания на стороне хода P_1P_2 отмечают точки A и B; опустив перпендикуляр из точки N угла здания на сторону хода, получают точку K. Положение этих точек относительно угла здания определяется длинами линий $AN = a$, $BN = b$ и $KN = c$. Для более точного восстановления направления стороны хода на одной из точек (например, точке K) следует измерить угол ε между стороной хода и направлением на удаленный четко видимый ориентир.

При пересечении стороной хода дороги, ЛЭП и других линейных объектов (рис. 54, *в*) отмечают точку A пересечения оси объекта с линией хода. Затем измеряют угол ε, длины $AP_1 = d_1$, $AP_2 = d_2$ и расстояние от точки A до ближайшего постоянного местного предмета (например, километрового столба, переезда и т. д.).

Если поблизости от пункта отсутствуют постоянные местные предметы, то привязку выполняют к удаленным ориентирам, которыми могут служить пункт триангуляции, одинокое дерево, острая вершина горы, шпиль здания и т. д.

В этом случае на пункте P_2 (рис. 55) измеряют углы между направлениями на выбранные ориентиры β_1, β_2 (аналогично обратной геодезической засечке), а также углы γ и δ между сторонами хода и направлениями на ориентиры. Обычно результаты привязки пунктов приведенными способами позволяют достаточно легко найти на местности пункты геодезической сети.

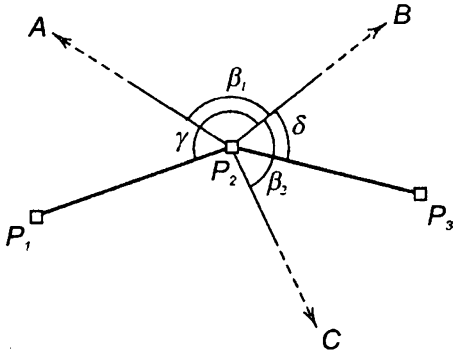


Рис. 55. *Схема привязки пункта к удаленным ориентирам*

В практике нередки случаи, когда для производства съемок необходимо использование геодезических пунктов или межевых знаков, заложенных много лет назад. При этом данные привязки пунктов к местным предметам утрачены, а наружные признаки пункта на местности отсутствуют. Приближенно положение утерянного пункта на местности можно установить по топографической карте крупного масштаба. При резко выраженных контурах местности и формах рельефа это удается сделать с погрешностью не более нескольких метров. Если же центр пункта обнаружить не удается, то для его отыскания следует выполнить специальные измерения.

Наиболее просто и надежно задача отыскания утерянного центра пункта *D* (рис. 56, *а*) решается в случае, если с места предполагаемого его расположения имеется видимость на три геодезических пункта *A*, *B*, *C* с известными координатами. Тогда на местности закрепляют вспомогательную точку *P* и измеряют углы β_1, β_2 между направлениями на исходные пункты. Решением обратной геодезической засечки любым из известных способов определяют координаты точки *P*.

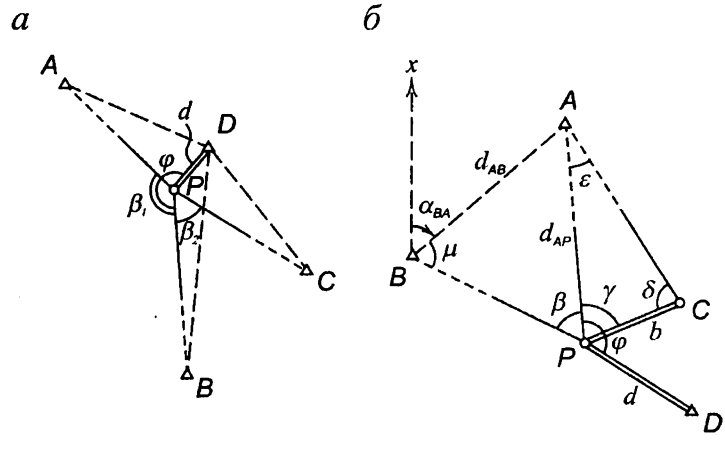


Рис. 56. *Схемы отыскания утерянного центра:*
а — *по трем исходным пунктам;* б — *по двум исходным пунктам (способ И.В. Матвеева)*

Далее по координатам точек *P*, *D* и *B* по формулам обратной геодезической задачи вычисляют расстояние *d*, дирекционные углы α_{PD} и α_{PB}, а затем — разбивочный угол φ:

$$d = \sqrt{(x_D - x_P)^2 + (y_D - y_P)^2};$$

$$tg\alpha_{PD} = \frac{y_D - y_P}{x_D - x_P}; \quad tg\alpha_{PB} = \frac{y_B - y_P}{x_B - x_P};$$

$$\varphi = \alpha_{PD} - \alpha_{PB}.$$

В точке P устанавливают теодолит и откладывают от линии PB угол φ и в полученном направлении по расстоянию d находят точку D; в этой точке роют котлован и отыскивают утерянный центр пункта.

При наличии видимости на два исходных пункта отыскание утерянного центра можно выполнить способом И.В. Матвеева (рис. 56, *б*). На участке возможного местоположения утерянного центра D измеряют базис $PC = b$ и углы β, γ и δ при точках P и C.

По известным координатам пунктов A и B решением обратной геодезической задачи вычисляют расстояние d_{AB} и дирекционный угол α_{AB}. Затем находят координаты точки P, выполнив вычисления в следующей последовательности (см. рис. 56, *б*).

$$\varepsilon = 180° - (\gamma + \delta);$$

$$d_{AP} = b\frac{\sin\delta}{\sin\varepsilon}; \quad \mu = arcsin\frac{d_{PA}}{d_{AB}} \cdot \sin\beta;$$

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - [180° - (\beta + \mu)];$$

$$x_P = x_A + d_{AP} \cdot \cos\alpha_{AP}; \quad y_P = y_A + d_{AP} \cdot \sin\alpha_{AP}.$$

Далее по координатам точек P и D, решая обратную геодезическую задачу, находят длину $PD = d$ и дирекционный угол α_{PD}. Рассчитав угол $\varphi = \alpha_{PD} - \alpha_{PA}$ и отложив его от линии PA, по направлению PD откладывают длину d и отыскивают утерянный центр.

При небольших расстояниях до исходных пунктов положение вспомогательной точки P можно определить решением прямой геодезической засечки с пунктов A и B, предварительно выполнив на них измерение углов β_1, β_2 (рис. 57).

Если с точки P отсутствует видимость на сохранившиеся исходные пункты, то отыскание утерянного центра может быть выполнено путем проложения висячего теодолитного хода от ближайшего исходного пункта до точки P (рис. 58, *а*).

Если вблизи искомого пункта расположены два пункта геодезической сети, между которыми нет прямой видимости, то положение вспомогательной точки P можно определить проложением между этими пунктами хода «без примычных углов» (рис. 58, *б*), т. е. хода с координатной привязкой.

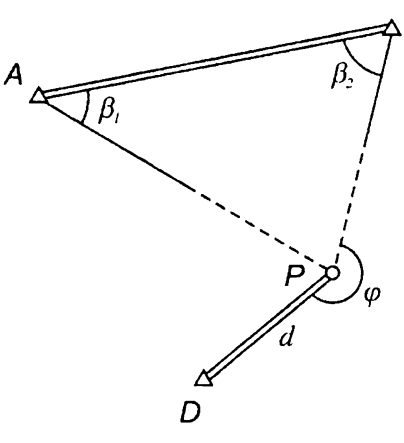


Рис. 57. *Схема отыскания утерянного центра прямой засечкой*

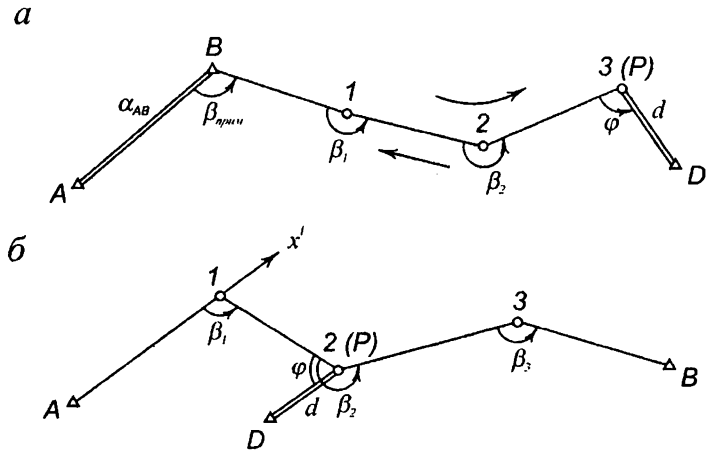


Рис. 58. *Схемы отыскания утерянного центра:*
а — *проложением висячего теодолитного хода;*
б — *проложением хода «без примычных углов»*

Расчет координат точек хода выполняют в следующем порядке (рис. 58, *б*).

1. Вычисляют дирекционный угол и расстояние между исходными пунктами *A* и *B*:

$$\alpha_{AB} = arctg\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A};\ d_{AB} = \frac{x_B - x_A}{cos\,\alpha_{AB}} = \frac{y_B - y_A}{sin\,\alpha_{AB}} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

2. Вводят условную систему координат с началом в точке *A*, направив ось абсцисс по стороне *A-1*. Тогда условные координаты пункта будут $x'_A = 0$, $y'_A = 0$, а дирекционный угол стороны *A-1* $\alpha_{A-1} = 0°$.

3. Вычисляют координаты всех точек хода, включая исходный пункт *B*, в условной системе.

4. По условным координатам пункта *B* (x'_B, y'_B) вычисляют условный дирекционный угол линии *AB* и для контроля — расстояние *AB*:

$$\alpha'_{AB} = arctg\frac{y'_B}{x'_B};\ d'_{AB} = \sqrt{x'^2_B + y'^2_B} = \frac{x'_B}{\cos\alpha'_{AB}} = \frac{y'_B}{\sin\alpha'_{AB}}.$$

5. Определяют дирекционный угол первой стороны в истинной системе координат как

$$\alpha_{A-1} = \alpha_{AB} - \alpha'_{AB}.$$

6. Вычисляют координаты точек хода в истинной системе координат.

Дальнейшие действия по отысканию утерянного центра проводят по аналогии с рассмотренными выше случаями.

При наличии измерительной аппаратуры спутникового позиционирования отыскание утерянного центра может быть легко выполнено на основе спутниковых наблюдений способом относительных измерений.

Раздел III

ПОСТРОЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ СГУЩЕНИЯ

Глава 9

УГЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ В ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЯХ СГУЩЕНИЯ

§ 45. Проектирование и рекогносцировка геодезических сетей сгущения

Государственная геодезическая опорная сеть должна иметь плотность не ниже 1 пункта на 50—60 км^2; дальнейшее сгущение сети до плотности, обеспечивающей развитие съемочного обоснования крупномасштабных съемок и возможность решения различных инженерно-геодезических задач, выполняют построением геодезических сетей сгущения 1-го и 2-го разрядов.

Проект сети сгущения составляют на картах масштабов 1:25 000 — 1:10 000. При выборе способа сгущения сети исходят из необходимой ее точности, плотности и экономической целесообразности. При проектировании следует обращать внимание на надежность привязки пунктов сгущения к опорной геодезической сети, долговременную сохранность пунктов, удобство угловых и линейных измерений на пунктах непосредственно с земли, наибольший охват местности с каждого пункта и их доступность при развитии съемочного обоснования. В процессе полевой рекогносцировки составленный проект сети уточняют и при необходимости корректируют. Намеченные проектом пункты сети закрепляют на местности подземными центрами и обозначают наружными знаками (пирамидами или вехами).

Плановые сети сгущения создаются методами триангуляции, полигонометрии, трилатерации и их сочетаниями либо с использованием спутниковых технологий.

Триангуляцию 1-го и 2-го разрядов развивают в открытой и гористой местности в виде цепочек треугольников, локальных сетей и вставок отдельных пунктов в существующую опорную сеть (рис. 59).

Сплошная сеть триангуляции должна опираться не менее чем на три исходных пункта и две выходные (базисные) стороны. Положение отдельных выдающихся местных предметов (вышек, шпилей зданий, труб и т. п.) определяют геодезическими засечками не менее чем с трех исходных пунктов. Способы определения положения отдельных пунктов рассмотрены выше в главе 8.

Исходными пунктами для триангуляции 1-го разряда служат пункты государственной геодезической опорной сети 1—4-го классов, а для

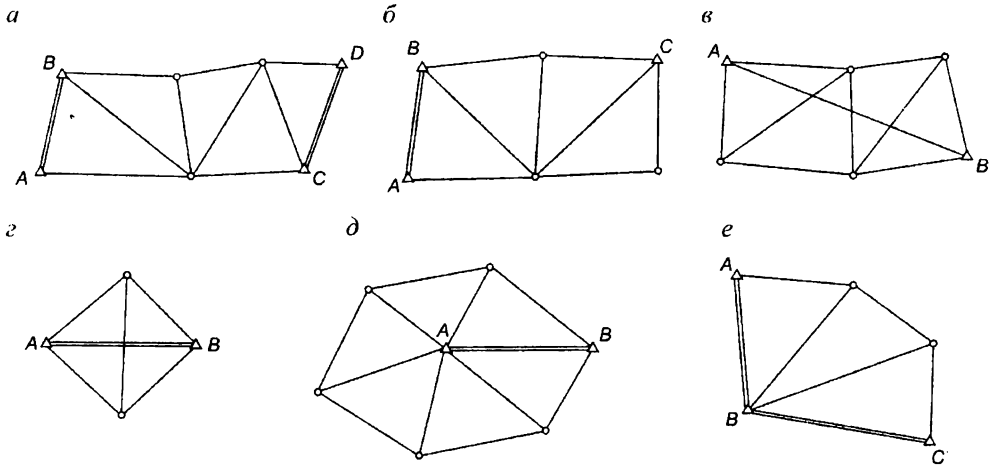


Рис. 59. *Типовые схемы построения триангуляции:* а, б, в — *цепочки треугольников:* а — *между двумя исходными сторонами;* б — *между исходными стороной и пунктом;* в — *между двумя исходными пунктами;* г — *геодезический четырехугольник;* д — *центральная система;* е — *вставка в угол*

триангуляции 2-го разряда, кроме того, и пункты триангуляции и полигонометрии 1-го разряда. Каждый пункт триангуляции 1-го и 2-го разрядов определяют из треугольников, в которых измерены все углы. Построения триангуляции 1-го и 2-го разрядов должны удовлетворять требованиям, приведенным в табл. 18.

Таблица 18

Основные характеристики триангуляции 1-го и 2-го разрядов

Показатели	1-й разряд	2-й разряд
Максимальная длина сторон, км	5	3
Минимальная допустимая величина угла, градус:		
в сплошной сети	20	20
связующего в цепочке треугольников	30	30
во вставке	30	20
Число треугольников между исходными пунктами или сторонами, не более	10	10
Минимальная длина исходной стороны, км	1	1
Предельное значение средней квадратической погрешности измерения угла, вычисленное по невязкам в треугольниках, с	5	10
Допустимая невязка в треугольнике, с	20	40
Относительная погрешность исходной (базисной) стороны, не более	1:50 000	1:20 000
Относительная погрешность определения длины стороны в слабом месте, не более	1:20 000	1:10 000

При сгущении опорной геодезической сети методом трилатерации схема и характеристики сети (длины сторон, величины наименьшего и наибольшего углов треугольников) должны быть такими же, как и в триангуляции соответствующего разряда.

Полигонометрические сети 1-го и 2-го разрядов создают в условиях закрытой местности и на застроенных территориях в виде отдельных ходов или систем ходов, опирающихся на исходные пункты (рис. 60).

Отдельный ход полигонометрии должен опираться на два исходных пункта с обязательным измерением примычных углов (рис. 60, *а*). Для контроля и более надежного примыкания к опорной сети рекомендуется на каждом исходном пункте примыкать ходом к двум исходным направлениям.

Допускается проложение замкнутого полигонометрического хода 1-го или 2-го разряда (полигона), опирающегося на один исходный пункт при условии передачи или измерения с точек хода двух дирекционных углов (рис. 60, *б*). Проложение висячих ходов не допускается. Во всех случаях следует стремиться прокладывать вытянутые полигонометрические ходы с примерно равными сторонами.

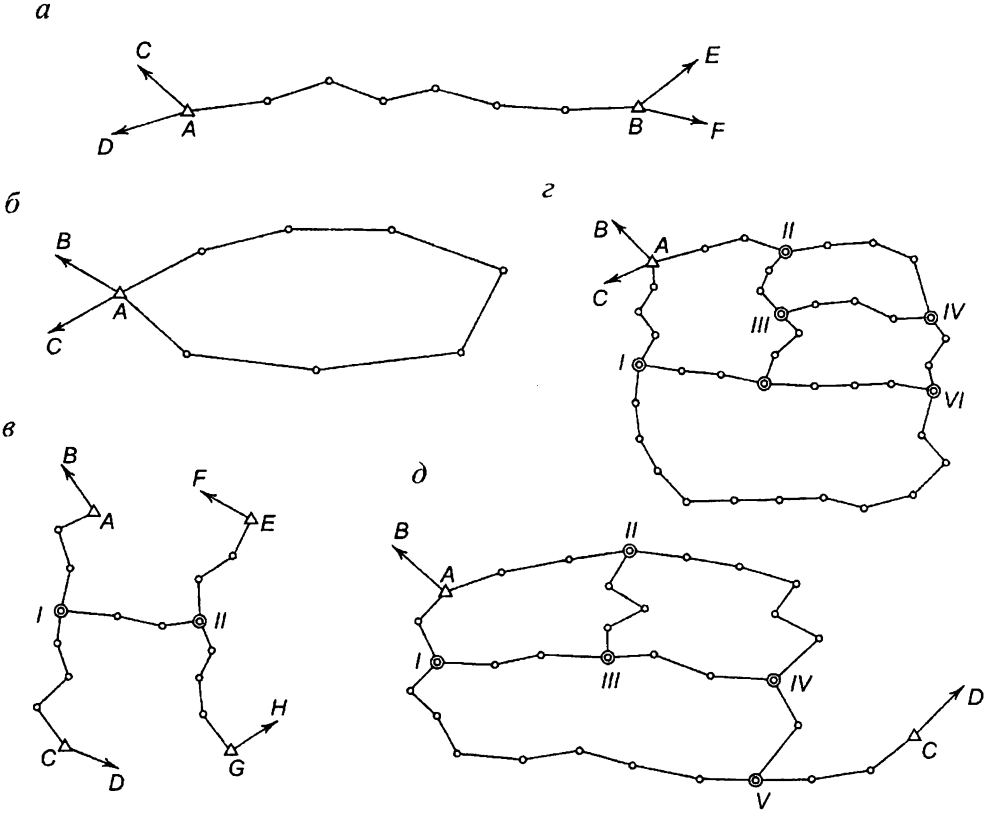


Рис. 60. *Схемы построения полигонометрии 1-го и 2-го разрядов:* а — *разомкнутый ход;* б — *замкнутый ход;* в — *система ходов с узловыми точками;* г — *свободная система полигонов;* д — *несвободная система полигонов*

Системы ходов условно подразделяют на системы с узловыми точками и системы полигонов. Система с одной или несколькими узловыми точками состоит из разомкнутых ходов, пересекающихся в общих (узловых) точках I и II (см. рис. 60, *в*). Ходы системы примыкают к исходным пунктам и исходным направлениям. Система полигонов состоит из смежных замкнутых ходов, также имеющих узловые точки. Такие системы разделяют на свободные и несвободные.

Свободная система полигонов (см. рис. 60, *г*) опирается только на один исходный пункт *A* и примыкает к одному или двум исходным направлениям *AB* и *AC*.

Несвободная система (см. рис. 60, *д*) опирается как минимум на два исходных пункта *A* и *B* и исходные направления с этих пунктов. С точки зрения точности и надежности несвободные системы предпочтительнее, чем свободные.

Основные требования к построению полигонометрии 1-го и 2-го разрядов приведены в табл. 19.

Таблица 19

Основные характеристики полигонометрии 1-го и 2-го разрядов

Показатели	1-й разряд	2-й разряд
Предельная длина хода, км:		
отдельного	5	3
между исходной и узловой точками	3	2
между узловыми точками	2	1,5
Предельный периметр полигона, км	15	9
Длина стороны хода, км:		
наибольшая	0,80	0,35
наименьшая	0,12	0,08
средняя	0,30	0,20
Число сторон в ходе, не более	15	15
Относительная погрешность хода, не более	1:10 000	1:5 000
Предельное значение средней квадратической погрешности измерения угла, вычисленное по невязкам в ходах и полигонах, с	5	10
Допустимая угловая невязка, с (n – число углов в ходе)	$10\sqrt{n}$	$20\sqrt{n}$

Пункты полигонометрии 1-го и 2-го разрядов, прокладываемой в населенных пунктах, обычно закладывают в фундаменты и стены бетонных или кирпичных зданий на 0,5 – 1,0 м от земной поверхности с учетом удобства линейных и угловых измерений. Грунтовые центры могут закладываться лишь на участках, где не имеется надежных зданий для закладки стенных знаков. При закладке грунтовых центров следует учитывать расположение подземных коммуникаций, по возможности избегать участков с интенсивным движением и предполагаемых мест будущей застройки.

§ 46. Приборы для угловых измерений в сетях сгущения

Угловые измерения в триангуляции и полигонометрии 1-го и 2-го разрядов выполняют точными теодолитами типов Т2 (2Т2, 2Т2П, 3Т2КП) и Т5 (2Т5, 2Т5К, 2Т5КП, 3Т5КП).

Базовой конструкцией для унифицированных моделей теодолитов серии 2Т является теодолит 2Т2. Поэтому указанные теодолиты имеют много общих узлов и деталей управления. Они снабжены высококачественными зрительными трубами с увеличением $27{,}5-30^{\times}$, в которых сетка нитей закреплена неподвижно. Для исключения коллимационной погрешности труба оборудована юстировочным устройством, позволяющим поворачивать всю зрительную трубу относительно горизонтальной оси.

Юстировочное устройство состоит из клинового кольца, которое поворачивают с помощью специального ключа. Для приведения горизонтальной оси теодолита в положение, перпендикулярное оси вращения теодолита, в колонках установлены эксцентриковые лагеры.

Наводящие и закрепительные устройства алидады и зрительной трубы соосны и снабжены механизмами закрепления куркового типа, расположенными с одной стороны теодолита.

Все теодолиты серий 2Т и 3Т имеют неповторительную систему осей. К горизонтальному кругу прикреплен круг-искатель направлений, служащий для перестановки лимба при измерении углов. Круг-искатель имеет шкалу с ценой деления 10°, отсчеты берут с точностью до 1 ° по индексу через одно из двух окон на колонке прибора. Установку нужного отсчета выполняют вращением рукоятки перестановки горизонтального круга после предварительного ее нажатия.

Для предварительного наведения на визирные цели зрительные трубы с двух сторон имеют коллиматорные визиры. Теодолиты снабжены оптическими центрирами, окуляры которых расположены в алидадной части. Для переноса теодолитов и придания им дополнительной жесткости сверху колонок закреплены ручки. Теодолиты имеют отделяющиеся подставки, позволяющие проводить измерения по трехштативной системе.

Ниже приводятся особенности устройства точных теодолитов.

Теодолит 2Т2 (рис. 61, *а*) предназначен для измерения горизонтальных углов и зенитных расстояний в триангуляции и полигонометрии 3-го и 4-го классов, в геодезических сетях сгущения 1-го разряда, при изыскательских работах и т. д.

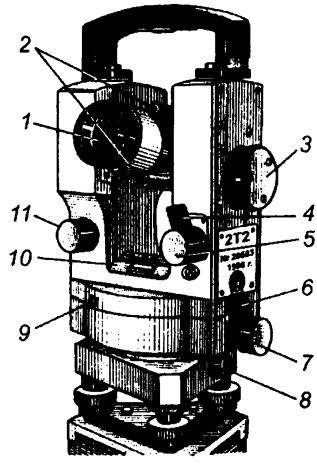
Отличительной особенностью теодолита является двухсторонняя отсчетная система; в ней использован принцип совмещенного отсчитывания по диаметрально противоположным частям лимба с помощью оптического микрометра, что исключает в отсчетах влияние эксцентриситета алидады.

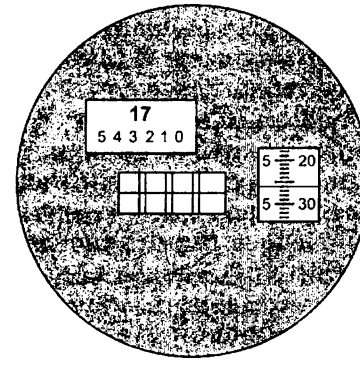
Горизонтальный и вертикальный круги разделены через 20′ и оцифрованы через 1 °. Горизонтальный круг имеет двойные (бифилярные) штрихи, а вертикальный — одинарные. Отсчеты по угломерным кругам передаются в поле зрения микроскопа с помощью двухканальной отсчетной системы. Переключение каналов производят поворотом спе-

циальной рукоятки, расположенной слева со стороны окуляра на колонке (при КЛ). При наблюдении горизонтального круга фон поля имеет зеленоватый оттенок, а вертикального — голубой.

В поле зрения отсчетного микроскопа имеются три окна (рис. 61, *б*). В центральном окне видны диаметрально противоположные штрихи угломерного круга. В нижней половине верхнего окна наблюдается шкала десятков минут, а в верхней половине — цифры, обозначающие число градусов. В боковом окошке видна шкала оптического микрометра; цифры слева обозначают минуты, а справа — секунды. После визирования на наблюдаемую цель вращением рукоятки оптического микрометра совмещают верхние и нижние штрихи круга и берут отсчет. В верхнем окне считывают число десятков минут. По шкале оптического микрометра в боковом окне по индексу в левом ряду цифр отсчитывают единицы минут, в правом ряду цифр — десятки секунд и по шкале — секунды и их доли.

а *б*





Отсчет по горизонтальному кругу – 17° 25′ 26,0″

Рис. 61. *Теодолит 2Т2:* а — *общий вид:* 1 — *объектив;* 2 — *коллиматорный визир;* 3 — *рукоятка микрометра;* 4 — *зажимное устройство вертикального лимба;* 5 — *наводящий винт вертикального лимба;* 6 — *зажимное устройство горизонтального круга;* 7 — *наводящий винт горизонтального круга;* 8 — *зажимной винт трегера (подставки);* 9 — *окно искателя горизонтального круга;* 10 — *уровень;* 11 — *установочный винт уровня при вертикальном круге;* б — *поле зрения отсчетного микроскопа*

Отсчет по вертикальному кругу берут аналогично. Следует помнить, что перед совмещением штрихов вертикального круга пузырек уровня необходимо вывести в нуль-пункт с помощью установочного винта. Зенитные расстояния и место зенита вычисляют по формулам:

$$z = \frac{КЛ - КП + 360°}{2} = КЛ - MZ = MZ - КП + 360°;$$
$$MZ = \frac{КЛ + КП - 360°}{2}. \quad (181)$$

Теодолит 2Т2П отличается от 2Т2 только зрительной трубой прямого изображения.

Рассмотренные теодолиты обеспечивают измерение углов одним полным приемом со средней квадратической погрешностью: горизонтальных — 2", зенитных расстояний — 2—3".

Теодолит 3Т2КП (рис. 62) является базовой конструкцией группы унифицированной серии 3Т и представляет собой дальнейшую модификацию теодолита 2Т2. В нем использован модульный принцип построения, при котором конструкция разделена на ряд отдельных модулей (зрительная труба, вертикальная ось с горизонтальным кругом, отсчетная система вертикального круга, колонка с горизонтальной осью, микрометр), которые можно собирать, юстировать и заменять отдельно.

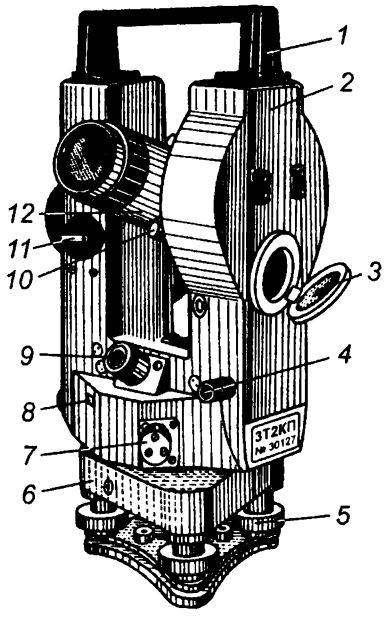


Рис. 62. *Теодолит 3Т2КП:*
1 — *ручка;* 2 — *боковая крышка;* 3 — *зеркало;* 4 — *установочный винт;* 5 — *подъемный винт;* 6 — *подставка (трегер);* 7 — *рукоятка перестановки горизонтального круга;* 8 — *окно круга искателя;* 9 — *окуляр оптического центрира;* 10 — *коллиматорный визир;* 11 — *рукоятка переключателя оптических каналов угломерных кругов;* 12 — *зрительная труба*

Теодолит 3Т2КП отличается от 2Т2 более совершенной конструкцией узла вертикальной оси с горизонтальным кругом и устройством точной установки заданного отсчета по кругу. Он оснащен зрительной трубой прямого изображения. Вместо уровня при вертикальном круге установлен оптический маятниковый компенсатор самоустанавливающегося индекса вертикального круга, работающий в пределах ±3,5′ со средней квадратической погрешностью компенсации 0,5". Вертикальный круг с бифилярными штрихами такой же, как и горизонтальный, и взаимозаменяем с ним. Это обеспечивает увеличение точности измерения зенитных расстояний до уровня горизонтальных углов (2"). Наличие компенсатора вертикального круга позволяет использовать теодолит для нивелирования горизонтальным лучом.

Методика снятия отсчетов по угломерным кругам та же, что и у теодолита 2Т2, с той лишь разницей, что в отсчетном микроскопе тео-

долита 3Т2КП в правом ряду цифр шкалы микрометра вместо оцифровки десятков секунд (10, 20, ..., 50) даны одинарные цифры (1, 2, ..., 5), которые надо умножать на 10.

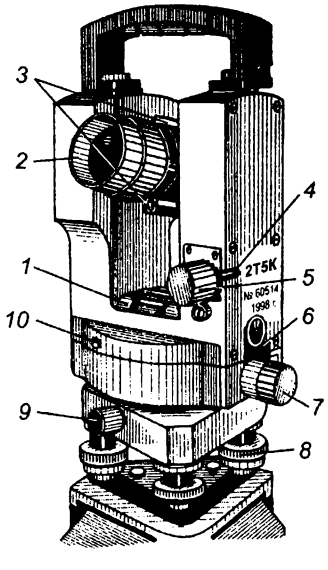
Теодолит 2Т5 и его модификации 2Т5К и 2Т5КП разработаны на основе базовой конструкции теодолита 2Т2. Применяются при развитии триангуляции и полигонометрии 1-го и 2-го разрядов, съемочных сетей, для производства топографических съемок всех масштабов, при изыскательских работах и т. д.

Теодолиты типа 2Т5 относятся к точным оптическим теодолитам с односторонним отсчетом по угломерным кругам и имеют много общих узлов и деталей с теодолитом 2Т2.

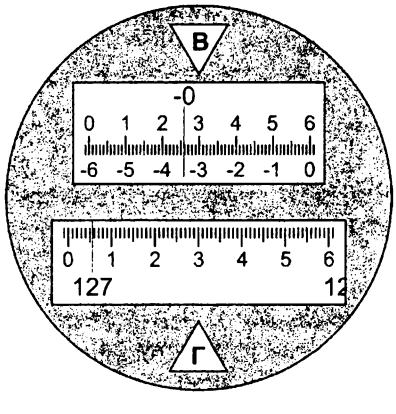
В отличие от теодолита 2Т5 с уровнем при вертикальном круге, снятого с производства в 1981 г., теодолиты 2Т5К и 2Т5КП имеют оптический компенсатор с самоустанавливающимся индексом вертикального круга, работающий в диапазоне ±3,5′ с погрешностью компенсации не более 2″. Теодолит 2Т5КП снабжен зрительной трубой прямого изображения.

Теодолит 2Т5К (рис. 63, *а*) предназначен для измерения горизонтальных углов со средней квадратической погрешностью 5″, а вертикальных — 8″. Имеет неповторительную систему вертикальных осей. Может применяться для нивелирования горизонтальным лучом.

а



б



Отсчеты по угломерным кругам:
горизонтальному – 127° 05,6′;
вертикальному – – 0° 34,2′

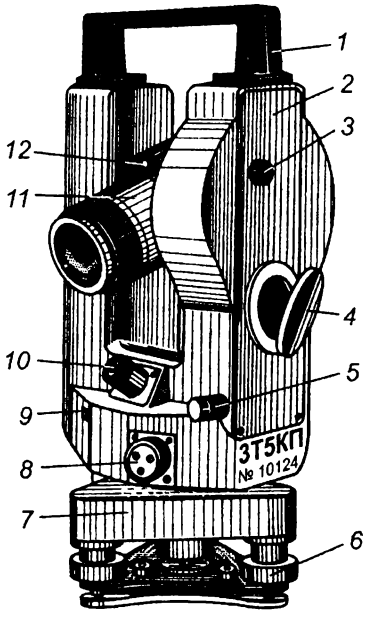
Рис. 63. *Теодолит 2Т5К:* а — *общий вид:* 1 — *уровень;* 2 — *объектив;* 3 — *коллиматорный визир;* 4 — *зажимное устройство вертикального круга;* 5 — *наводящий винт вертикального круга;* 6 — *зажимное устройство горизонтального круга;* 7 — *наводящий винт горизонтального круга;* 8 — *подъемный винт;* 9 — *зажимной винт трегера (подставки);* 10 — *окно искателя горизонтального круга;* б — *поле зрения отсчетного микроскопа*

В качестве отсчетного устройства в теодолитах 2Т5К и 2Т5КП использован шкаловый микроскоп (см. рис. 63, *б*). Вертикальный и горизонтальный круги разделены и оцифрованы через 1°, изображение штрихов и цифр проецируется на плоскость отсчетных шкал. Изображение вертикального круга оттенено голубым тоном, а горизонтального — зеленым. Каждая шкала имеет 60 делений с ценой деления 1′. Доли деления оценивают на глаз с округлением до 0,1 интервала. Отсчетным индексом служит градусный штрих лимба, расположенный в пределах шкалы.

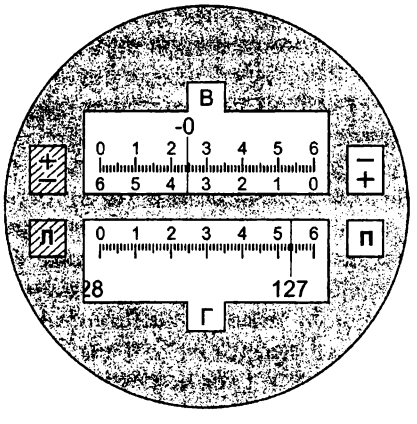
Вертикальный круг имеет секторную оцифровку от 0 до ± 75°. Его отсчетная шкала (см. рис. 63, *б*) имеет два ряда цифр. Нижний ряд, оцифрованный справа налево, используется при отсчитывании в случае, если в пределах шкалы находится штрих вертикального круга с тем же знаком (со знаком «минус»). При основном положении теодолита «круг слева» (КЛ) отсчитываемые по вертикальному кругу углы соответствуют по знаку истинным.

Теодолит 3Т5КП (рис. 64, *а*) является производной моделью базовой конструкции теодолита 3Т2КП и отличается от него отсчетной системой. В нем использован более совершенный, по сравнению с теодолитом 2Т5К, шкаловый микроскоп (см. рис. 64, *б*).

а



б



Отсчеты по угломерным кругам:
горизонтальному – 127° 53,7′;
вертикальному – – 0° 24,6′

Рис. 64. *Теодолит 3Т5КП:* а — *общий вид:* 1 — *ручка;* 2 — *боковая крышка;* 3 — *пробка;* 4 — *зеркало;* 5 — *установочный винт;* 6 — *подъемный винт;* 7 — *трегер (подставка);* 8 — *рукоятка перестановки горизонтального круга;* 9 — *окно искателя горизонтального круга;* 10 — *окуляр оптического центрира;* 11 — *зрительная труба;* 12 — *коллиматорный визир;* б — *поле зрения отсчетного микроскопа*

В поле зрения микроскопа видны два больших окна с буквами «В» и «Г», куда проецируются изображения штрихов вертикального и горизонтального кругов соответственно, и четыре малых окна, попарно перекрываемых специальной диафрагмой при вращении зрительной трубы. В верхних малых окнах видны символы «+» и «−», относящиеся к отсчетной шкале вертикального круга. Буквы «Л» и «П» в нижних малых окнах информируют о том, при каком положении теодолита снимается отсчет (КЛ и КП). Если измерение производят при «круге слева», то открытыми остаются левые окна с буквой «Л» и символами «±», которые относятся к верхнему или нижнему ряду цифр шкалы вертикального круга. Например (см. рис. 64, *б*), знак «−», а следовательно, и весь ряд сопряженных с ним цифр используют, когда в пределах шкалы располагается градусный штрих вертикального круга со знаком «−». Знак «+» и весь ряд сопряженных с ним цифр используют, если штрих вертикального круга не имеет знака. Такое расположение символов положительных и отрицательных углов позволяет снимать отсчеты по вертикальному кругу, знак перед которыми соответствует знаку измеряемого угла независимо от того, при каком положении теодолита (КЛ или КП) производилось измерение.

Для удобства снятия отсчетов поле вертикального круга оттенено голубым цветом, горизонтального — желтым. Средняя квадратическая погрешность измерения горизонтальных и вертикальных (после введения поправки за эксцентриситет вертикального круга) углов составляет 4,5". Дальнейшее повышение точности может быть обеспечено увеличением количества приемов измерений.

§ 47. Поверки и исследования точных теодолитов

Перед началом полевых работ производят тщательный осмотр, поверки и юстировки теодолита и принадлежностей, выполняют исследования и определяют метрологические характеристики теодолита.

Поверки и юстировки теодолита. Задачей поверок и юстировок теодолита является выявление отклонений от геометрических параметров и оптико-механических требований, положенных в основу конструкции теодолита, и по возможности полное их устранение.

Поверки теодолитов выполняют в определенной последовательности, устанавливаемой инструктивными документами. Для точных теодолитов в процессе поверок выявляется выполнение следующих основных условий.

1. Ось цилиндрического уровня при алидаде горизонтального круга должна быть перпендикулярна к вертикальной оси теодолита.

2. Ось круглого уровня должна быть параллельна вертикальной оси теодолита.

3. Визирная ось зрительной трубы должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси теодолита.

4. Горизонтальная ось должна быть перпендикулярна к вертикальной оси теодолита.

5. Вертикальная нить сетки должна быть перпендикулярна к горизонтальной оси теодолита.

6. Место нуля (место зенита) вертикального круга должно быть постоянным или приведено к нулю.

Методика выполнения указанных поверок рассмотрена ранее в первой части учебного пособия; устранение нарушенных условий осуществляется путем юстировки деталей и узлов теодолита с помощью соответствующих исправительных и регулировочных винтов, предусмотренных конструкцией поверяемого прибора.

7. Визирная ось оптического центрира должна совпадать с вертикальной осью теодолита.

Теодолит устанавливают на штативе и тщательно приводят его в рабочее положение. Под штативом располагают в горизонтальном положении экран (планшет, лист бумаги) и отмечают на нем следы пересечения визирной оси центрира при трех положениях алидады, различающихся примерно на 120°. При соблюдении условия три следа должны совпасть либо образовать треугольник со сторонами не более 0,5—1,0 мм. В противном случае производят юстировку центрира. Для этого юстировочными винтами, перемещающими объектив центрира, расположенный в нижней части хвостовика теодолита, добиваются совмещения визирной оси центрира с изображением центра тяжести треугольника погрешностей.

Основные исследования точных теодолитов. Исследования предусматривают определение неустранимых отклонений с целью введения соответствующих поправок в результаты измерений. Программу исследований принимают в зависимости от точности теодолита. По результатам исследований и пробных наблюдений устанавливают пригодность теодолита для производства измерений данного класса точности.

К основным исследованиям теодолитов типов Т2 и Т5 относятся: определение рена отсчетной системы, исследование эксцентриситета горизонтального и вертикального кругов и исследование компенсатора вертикального круга.

Определение рена отсчетной системы. ***Реном*** *r называется несоответствие изображения длины шкалы отсчетного устройства в фокальной плоскости микроскопа μ изображению одного деления лимба μ_0,* т. е.

$$r = \mu_0 - \mu.$$

Исследование рена оптического микрометра теодолитов типа Т2 с двухсторонней системой отсчета выполняют сопоставлением угловой меры его шкалы с величиной изображения наименьшего деления лимба на различных участках круга.

Рен отсчетной системы горизонтального круга определяют прямым и обратным ходами на установках алидады через 45° 20′ в прямом ходе; в обратном ходе установки смещают относительно прямого хода на 22° 20′. Рен отсчетной системы вертикального круга определяют в диапазоне ±10° на восьми симметричных установках через интервал $2°+\mu$ (2° 20′) в прямом и обратном ходах.

С помощью механизма оптического микрометра изображения штрихов лимба совмещают в трех комбинациях (рис. 65, *а*): A и $(A + 180°)$; $(A - \mu)$ и $(A + 180°)$; A и $(A + 180° - \mu)$, где μ — цена деления лимба. При совмещениях штрихов берут отсчеты соответственно *a*, *b*, *c* по шкале

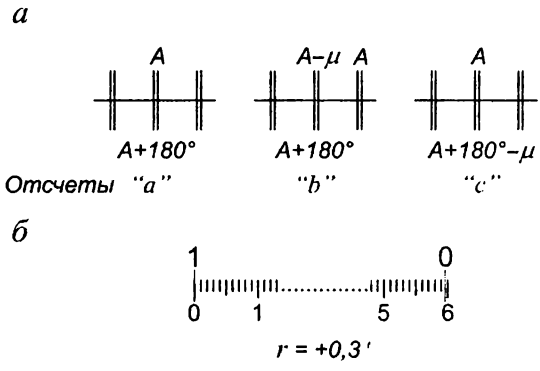


Рис. 65. *Определение рена отсчетной системы:* а — *оптического микрометра;* б — *шкалового микроскопа*

микрометра; для повышения надежности отсчеты повторяют дважды. Двойные измерения можно использовать для оценки погрешности отсчета по лимбу.

При обработке результатов наблюдений для каждой установки лимба вычисляют разности $(a_i - b_i)$ и $(a_i - c_i)$ в прямом и обратном ходе, средние разности по каждому ходу из всех наблюдений и затем средние значения $(a - b)_{ср}$ и $(a - c)_{ср}$ из прямого и обратного ходов.

По вычисленным средним значениям разностей отсчетов из всех наблюдений определяют рены верхнего $r_в$ и нижнего $r_н$ изображений, их разность Δr и средний рен r по формулам

$$r_в = (a-b)r_м + \frac{\mu}{2}; \quad r_н = (a-b)\mu_м + \frac{\mu}{2};$$
$$\Delta r = r_в - r_н; \quad r = \frac{1}{2}(r_в + r_н), \tag{182}$$

где $\mu_м$ — номинальная цена деления шкалы оптического микрометра в секундах.

Значения среднего рена и разности Δr не должны превышать 1" для горизонтального круга и 2" для вертикального круга теодолита типа Т2. Если рен превышает допустимую величину, в результаты измерений вводят поправки за рен δ_r, равные

$$\delta_r = \frac{2r}{\mu} \cdot N, \tag{183}$$

где N — отсчет по шкале оптического микрометра.

При значительной величине r или Δr (более 3,5") теодолит следует направить в мастерскую для юстировки оптической системы отсчетного микроскопа.

Средняя квадратическая погрешность определения рена находится по формуле

$$m_r = \sqrt{\frac{[v'v'] + [v''v'']}{n(n-1)}}, \tag{184}$$

 где $v' = (a - b) - r_в$; $v'' = (a - c) - r_н$; n — число установок лимба.

Значение m_r для теодолита типа Т2 не должно превышать 0,15".

По разностям однотипных отсчетов (a, b, c) при двукратных совмещениях штрихов на одних и тех же установках лимба вычисляют среднюю квадратическую погрешность отсчета

$$m_0 = \sqrt{\frac{[dd]}{6n}}. \qquad (185)$$

Рен шкаловых микроскопов теодолитов типа Т5 определяют как отклонение действительной длины отсчетной шкалы от ее расчетного значения. Измерения производят путем совмещения нулевого штриха шкалы со штрихом лимба и отсчитывания по правому концу шкалы, используя в качестве отсчетного индекса другой штрих лимба (см. рис. 65, *б*).

Для определения рена горизонтального круга измерения выполняют на различных частях лимба через 60°, а вертикального круга — в пределах ±10° на шести установках в прямом и обратном ходах; установки обратного хода на половину шага исследования отличаются от установок прямого хода.

Для каждой установки рен определяют по формуле

$$r_i = 60' - b_i,$$

где 60′ — номинальное значение длины шкалы; b_i — отсчет по правому концу шкалы.

Среднее значение рена из n установок

$$r = \frac{\sum r_i}{n}.$$

На разных участках круга значения рена не должны различаться более чем на 0,2′.

Для теодолита 2Т5К средняя величина рена не должна превышать 3″. При больших значениях рена в отсчеты по шкале (N, в минутах) вводят поправки

$$\delta_r = \frac{r}{60'} \cdot N. \qquad (186)$$

Устранение рена выполняют перемещением объектива отсчетной системы горизонтального или вертикального круга.

Исследование эксцентриситета алидады и лимба горизонтального круга. Ось вращения алидады (лимба), центр делений лимба и ось вращения горизонтального круга в теодолите должны совпадать. Несовпадение оси вращения алидады (лимба) с пересечением продолженных штрихов лимба называется *эксцентриситетом алидады* (*лимба*). В точных оптических теодолитах линейный элемент эксцентриситета обычно не превышает 5—10 мкм. При совмещении диаметрально противоположных штрихов (в теодолитах с двухсторонней системой отсчета) влияние эксцентриситета на отсчет по кругу исключается. Однако большая внецентренность может изменять величину рена оптического микрометра на разных частях круга.

В результате исследования эксцентриситета у теодолитов типа Т2 с двухсторонней системой отсчета устанавливают точности центрирования оси алидады и горизонтального круга. При исследовании эксцентриситета алидады переставляют алидаду при неподвижном круге, а исследование эксцентриситета круга выполняют его перестановкой при неподвижной алидаде.

При исследовании эксцентриситета алидады у теодолитов с односторонним отсчетом одновременно выявляют величину двойной коллимационной погрешности, которая необходима для установления допусков при измерении углов.

Исследование эксцентриситета алидады горизонтального круга теодолитов типа Т5 (2Т5, 2Т5К, 2Т5КП, 3Т5КП) с односторонним отсчетом по угломерным кругам выполняют в следующей последовательности.

На ровной местности в 50 – 60 м от теодолита по окружности через 45° или 60° устанавливают визирные марки примерно на одной высоте с прибором. Установив отсчет по горизонтальному кругу близким к нулю, вращением алидады по ходу часовой стрелки при КЛ последовательно визируют на каждую марку и берут отсчеты по кругу $КЛ_i$. Переводят трубу через зенит и повторяют измерения при КП, также вращая алидаду по часовой стрелке. Эти измерения составляют прямой ход. Затем выполняют второй прием измерений, вращая алидаду против хода часовой стрелки (обратный ход).

Для каждого положения алидады образуют разности

$$2\nu_i = КЛ_i - КП_i \pm 180°,$$

которые обусловлены совместным влиянием двойного эксцентриситета алидады 2ε и двойной коллимационной погрешности $2c$.

Среднее значение двойной коллимационной погрешности определяют по формуле

$$2c = \frac{\sum_1^n (КЛ_i - КП_i \pm 180°)}{n}, \qquad (187)$$

где n — число установок алидады.

Затем для каждого положения алидады вычисляют значение эксцентриситета

$$\varepsilon_i = \frac{2\nu_i - 2c}{2}. \qquad (188)$$

По полученным результатам строят график (рис. 66), на котором по оси ординат откладывают отсчеты по горизонтальному кругу, а по оси абсцисс — значения эксцентриситета алидады ε_i.

Амплитуда синусоиды характеризует влияние эксцентриситета алидады. Максимальное значение углового эксцентриситета определяют как полусумму абсолютных значений максимальной и минимальной величин ε_i:

$$|\varepsilon_{max}| = \frac{|\varepsilon^+_{max}| + |\varepsilon^-_{min}|}{2}.$$

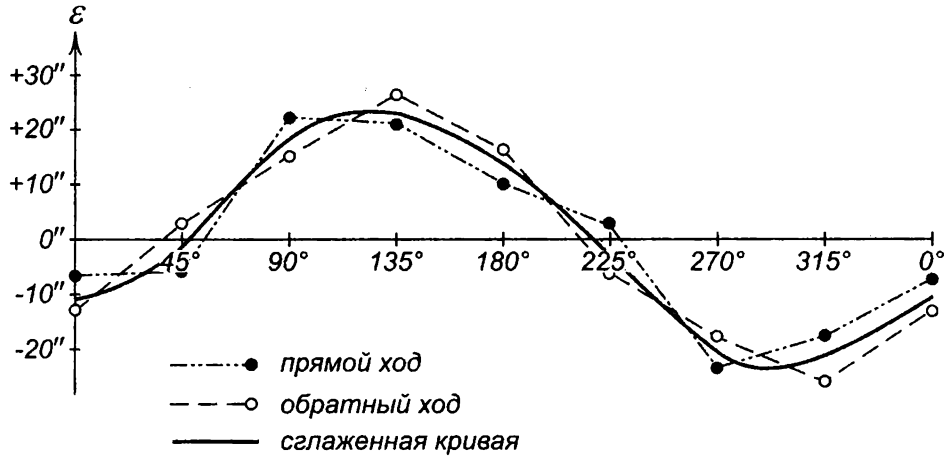


Рис. 66. *График эксцентриситета алидады горизонтального круга*

Для теодолитов типа Т5 величина $|\varepsilon_{max}|$ не должна превышать 30″.

Исследование компенсатора вертикального круга включает определение диапазона его действия, точности самоустановки отсчетного индекса и времени успокоения колебаний.

Для определения *диапазона действия компенсатора* теодолит устанавливают на штативе в рабочее положение так, чтобы один из подъемных винтов располагался под трубой. Отсчитывают по вертикальному кругу и, наблюдая в отсчетный микроскоп, медленно вращают подъемный винт до тех пор, пока не прекратится смещение изображения штриха вертикального круга относительно шкалы микроскопа. Производят второй отсчет. Разность отсчетов характеризует диапазон действия компенсатора при наклоне прибора в одну сторону. Такой же наклон прибора осуществляют в противоположную сторону, вновь определяя диапазон действия компенсатора. Диапазон действия компенсатора в обе стороны от среднего положения должен быть не менее 2′.

Точность самоустановки отсчетного индекса определяют путем измерения угла наклона линии при отвесном положении оси вращения теодолита и при ее отклонении на 3′ в разные стороны. Для этого на местности выбирают четко видимую визирную цель и устанавливают теодолит в рабочее положение так, чтобы один из подъемных винтов подставки располагался в направлении визирной цели. Визируют на цель и берут отсчет по вертикальному кругу N. Наводящим винтом зрительной трубы устанавливают на вертикальном круге отсчет $(N + 3')$; при этом перекрестье сетки нитей сойдет с изображения визирной цели. Вращением подъемного винта, расположенного по направлению линии визирования, совмещают перекрестье сетки нитей с визирной целью и отсчитывают по вертикальному кругу. Затем наводящим винтом зрительной трубы устанавливают на вертикальном круге отсчет $(N - 3')$ и повторяют аналогичные действия. Исследование повторяют

2-3 приемами. При нормальной работе компенсатора расхождения отсчетов по вертикальному кругу при наклоне оси вращения теодолита в пределах ±3′ не должны превышать 0,1′ и 1″ для теодолитов с компенсаторами типов Т5 и Т2 соответственно.

Время затухания колебаний чувствительного элемента компенсатора определяют по секундомеру; оно не должно превышать 2с.

§ 48. Измерение горизонтальных углов и направлений

В сетях сгущения угловые измерения обычно выполняют способами приемов (способ отдельного угла) и круговых приемов. Способ приемов применяют при проложении полигонометрии 1-го и 2-го разрядов по методике, рассмотренной в первой части учебного пособия. Способ круговых приемов используют в сетях триангуляции 2—4-го классов и 1-го и 2-го разрядов, а также при угловых измерениях в узловых точках систем полигонометрических ходов и при их привязке к пунктам опорной геодезической сети, если число направлений на пункте более двух.

Способ круговых приемов позволяет выразить результаты наблюдений в виде *измеренных направлений*, т. е. отсчетов, взятых по неподвижному лимбу при визировании на все наблюдаемые пункты. Эти данные позволяют рассчитать любой из углов между направлениями на наблюдаемые пункты как разность измеренных направлений.

Порядок работы на пункте при измерении углов способом круговых приемов следующий (рис. 67).

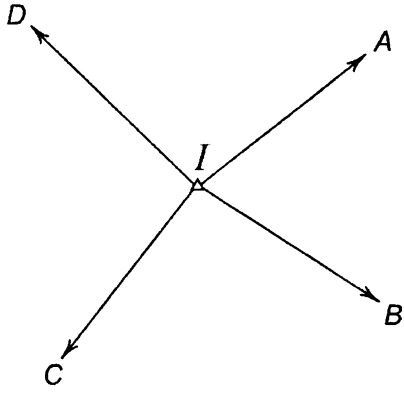


Рис. 67. *Схема направлений при измерении углов способом круговых приемов*

1. Теодолит устанавливают в рабочее положение на пункте I и закрепляют его горизонтальный круг так, чтобы отсчет по начальному направлению был близок к 0°. Затем вращением алидады по ходу часовой стрелки последовательно визируют при КЛ на пункты *A, B, C, D* и вновь на пункт *A*, каждый раз беря отсчеты по лимбу.

Повторное наблюдение начального направления (на пункт *A*) называется ***замыканием горизонта*** (*первый полевой контроль*) и служит для контроля неподвижности лимба в течение полуприема. Величина незамыкания горизонта не должна превышать двойной точности отсчетного устройства теодолита: 0,2′ для теодолитов типа Т5 и 8″ — для Т2 и аналогичных им по точности приборов. При больших расхождениях весь полуприем повторяют заново.

2. Переводят трубу через зенит и при прежнем положении лимба, вращая алидаду против хода часовой стрелки, визируют при КП на пункты *A, D, C, B, A* и берут отсчеты по лимбу, т. е. выполняют второй полуприем. Запись результатов измерений ведется в журнале в соответ-

ствии с наименованием геодезических пунктов (табл. 20): в первом полуприеме — сверху вниз, во втором — снизу вверх.

Таблица 20

Журнал измерения углов способом круговых приемов

Пункт I — Теодолит *3Т5КП* *№ 10124*
Погода *ясно, слабый ветер* — Дата *10 июля 2005 г.*
Видимость *хорошая* — Начало *10 ч. 15 мин.*
Конец *10 ч. 45 мин.*

1-й прием

Наблюдаемые направления	Круг	Отсчет		$2c = КЛ - КП \pm 180°$	Средние измеренные направления $\frac{КЛ + КП \pm 180°}{2}$	Направления, приведенные к нулю
		По штрихам лимба	По шкале			
A	КЛ	0°	03,2′	– 0,3′	03,3′ / 0° 03,35′	0° 00,0′
	КП	180°	03,5′			
B	КЛ	67°	17,3′	– 0,2′	67° 17,40′	67° 14,1′
	КП	247°	17,5′			
C	КЛ	111°	15,2′	– 0,2′	111° 15,30′	111° 12,0′
	КП	291°	15,4′			
D	КЛ	335°	29,2′	– 0,2′	335° 29,30′	335° 26,0′
	КП	115°	29,4′			
A	КЛ	0°	03,2′	– 0,1′	0° 03,25′	
	КП	180°	03,3′			

Контролем выполнения полного приема служит колебание двойной коллимационной погрешности (*второй полевой контроль*), которую рассчитывают для каждого направления как

$$2c = КЛ - КП \pm 180°.$$

Колебание величины $2c$ в приеме для теодолитов типов Т2 и Т5 не должно превышать, соответственно, 15" и 30". Если колебания $2c$ более допустимых, то прием следует повторить.

Если колебания $2c$ допустимы, то вычисляют средние значения измеренных направлений в приеме как среднее из отсчетов, полученных в первом и втором полуприемах. Из двух значений начального направления в начале и конце приема вычисляют среднее, которое подписывают сверху столбца и подчеркивают. Из всех направлений вычитают среднее начальное направление и получают направления, приведенные к нулю.

1. Для повышения точности и контроля измерений наблюдения выполняются несколькими приемами. Между каждым приемом лимб пе-

30*

реставляют на угол $^{180°}/_{m}+10'$, где m — число приемов. Число приемов измерения углов в сетях триангуляции 1-го и 2-го разрядов принимается соответственно: при использовании теодолитов типа Т2 — 3 и 2, типа Т5 — 4 и 3.

Вычисленные по каждому приему значения одноименных направлений, приведенных к нулю, не должны различаться более чем на 8″ для теодолитов типа Т2 и равноточных им и на 0,2′ — для теодолитов типа Т5 (*третий полевой контроль*). Если полученные значения в каком-либо приеме отличаются на величину более установленного допуска, то они подлежат перенаблюдению на тех же установках лимба. При отсутствии грубых погрешностей в обработку принимают основной и повторный приемы.

По окончании измерений на пункте составляют свод результатов измерений и выполняют оценку точности полученных результатов (табл. 21).

Таблица 21

Вывод средних направлений и оценка точности результатов наблюдений на пункте I триангуляции 2-го разряда

Дата *10 июля 2005 г.* Теодолит *3Т5КП № 10124*

№ приема	*A*	*u*	*B*	*u*	*C*	*u*	*D*	*u*
I	0° 00,0′	0,0	67° 14,1′	− 0,1	111° 12,0′	− 0,1	335° 26,0′	0,0
II	00,0′	0,0	14,2′	0,0	12,1′	0,0	26,0′	0,0
III	00,0′	0,0	14,3′	+ 0,1	12,2′	+ 0,1	26,0′	0,0
Среднее	0° 00,0′		67° 14,2′		111° 12,1′		335° 26,0′	
$[(+u)]$		–		+ 0,1		+ 0,1		0,0
$[(-u)]$		–		− 0,1		− 0,1		0,0

Средняя квадратическая погрешность направления:

из одного приема: $\mu = k\dfrac{\sum|u|}{n} = 0{,}51\cdot\dfrac{0{,}4'}{4} = 0{,}05';$

из трех приемов: $M = \dfrac{\mu}{\sqrt{m}} = \dfrac{0{,}05'}{\sqrt{3}} = 0{,}03' = 1{,}8''.$

В свод из журнала наблюдений выписывают по каждому приему значения направлений, приведенные к нулю. Из приведенных к нулю направлений выводят средние значения по каждому направлению, которые являются окончательным значением направления. Для каждого приема вычисляют уклонения u полученного значения направления от среднего. Сумма этих уклонений может отличаться от нуля в пределах погрешностей округления средних значений направлений. Это служит контролем правильности вычислений.

Оценка точности измеренных направлений выполняется по уклонениям u с использованием ***формулы Петерса***. Средняя квадратическая

погрешность измеренного направления из одного приема определяется по формуле

$$\mu = 1{,}25\frac{\sum[|u|]}{n\sqrt{m(m-1)}} = k\frac{\sum[|u|]}{n}, \qquad (189)$$

где $k = \frac{1{,}25}{\sqrt{m(m-1)}}$; n — число наблюдаемых направлений; m — число приемов.

При $m = 2$ величина $k = 0{,}88$, при $m = 3$ $k = 0{,}51$, при $m = 4$ $k = 0{,}36$.

Средняя квадратическая погрешность направления на станции из m приемов

$$M = \frac{\mu}{\sqrt{m}}. \qquad (190)$$

§ 49. Определение элементов приведения измеренных направлений к центрам пунктов

Вершинами горизонтальных углов при вычислении геодезической сети должны быть центры геодезических пунктов. Тогда вычисленные координаты могут быть отнесены к центрам пунктов. Для этого теодолит должен быть установлен точно над центром геодезического пункта, а оси визирных целей совпадать с отвесными линиями, проходящими через центры пунктов. На практике зачастую эти условия (одно из них либо оба одновременно) не могут быть выполнены.

Установка теодолита над центром пункта невозможна, например, если наблюдения проводят с инструментального столика сигнала либо видимость на один или несколько пунктов закрывает нога сигнала (пирамиды). Поэтому углы, измеренные при внецентренном положении теодолита, будут отличаться от углов, измеренных из центра пункта. Поправки направлений, обусловленные внецентренным положением прибора, называют ***поправками за центрировку c″.***

Кроме того, проекции визирных цилиндров и центров наблюдаемых пунктов обычно не совпадают. Поэтому измеряемые направления на данный пункт со смежных следует привести к центрам наблюдаемых пунктов.

Поправки в измеренные направления за приведение к центрам наблюдаемых пунктов относительно визирных цилиндров называют ***поправками за редукцию r″.***

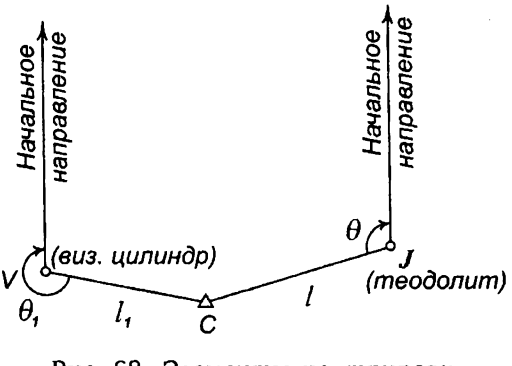


Рис. 68. *Элементы центрировки и редукции*

Для вычисления этих поправок на данном пункте необходи-

мо знать (рис. 68) линейные и угловые элементы центрировки и редукции (l, l_1 и θ, θ_1).

Угловые элементы центрировки θ и редукции θ_1 принято измерять от направления на центр пункта C до начального направления по ходу часовой стрелки. Элементы l, l_1 и θ, θ_1 называют ***элементами приведения***. Их определяют на каждом пункте.

Существует несколько способов определения элементов приведения: графический, аналитический и непосредственный.

Графический способ. Сущность способа состоит в том, что центр пункта C, точки стояния теодолита J и ось визирного цилиндра V проектируют на лист бумаги (рис. 69).

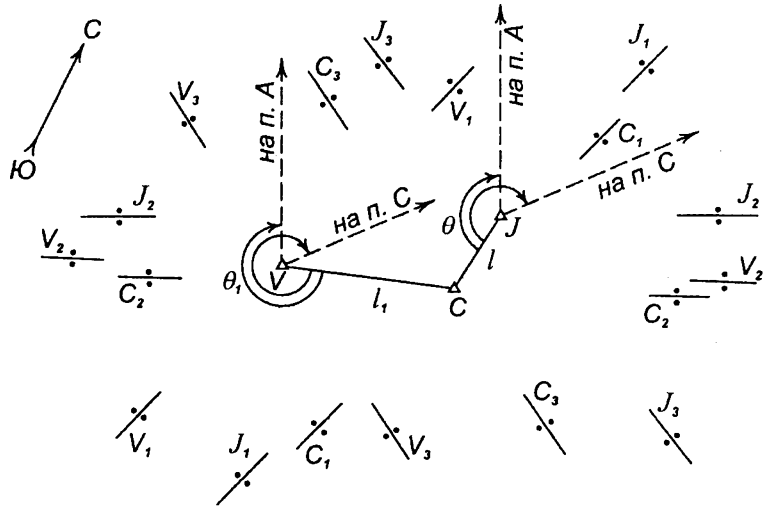


Рис. 69. *Центрировочный лист*

Для этого над центром пункта устанавливают центрировочный столик (мензулу с планшетом) и на нем закрепляют центрировочный лист. На расстоянии 1,5 — 2,0 высоты знака выбирают три точки так, чтобы направления на центр пункта с этих точек пересекались под углом 60° или 120°.

Проектирование точек C, J и V на планшет производят теодолитом с каждой из трех точек при двух положениях зрительной трубы (при КЛ и КП). При каждом проектировании в створе линии визирования карандашом отмечают 2 точки: на ближнем и дальнем конце планшета.

Соединив одноименные точки проектируемых направлений (с трех точек стояния), обычно получают треугольник погрешностей, стороны которого не должны превышать 5 — 10 мм.

Из полученных точек J и V прочерчивают направления на два наблюдаемых пункта сети (одно из них — начальное) и измеряют элементы приведения. Линейные элементы l, l_1 измеряют с точностью до 1 мм, а угловые θ, θ_1 — до 0,5° и записывают в полевой журнал.

Непосредственный способ применяют в случаях, когда линейные элементы приведения l и l_1 настолько велики, что проекции точек C, J

и V не могут разместиться на одном листе бумаги. При этом следы проектирующих плоскостей отмечаются колышками или шпильками, между которыми затем натягиваются нити, дающие в пересечениях искомые проекции центра пункта, оси прибора и оси визирной цели. Линейные элементы измеряют рулеткой, а угловые — техническим теодолитом.

Аналитический способ определения элементов приведения применяют в случаях использования местных предметов в качестве визирных целей. Если координаты пункта отнесены к шпилю здания, антенне, трубе и т. п., задача сводится к определению только элементов центрировки.

С этой целью на расстоянии от пункта, примерно равном полуторной высоте знака, разбивают базис (рис. 70). Длину базиса выбирают таким образом, чтобы углы при точках C и J были близкими к 90°, а наблюдения этих точек с концов базиса не встречало затруднений. Конечные точки базиса A и B закрепляют на местности колышками, а длину базиса b измеряют стальной рулеткой с точностью до 1 мм.

В точках A и B измеряют двумя приемами углы β_1, δ_1, β_2 и δ_2, а в точке стояния теодолита J — угол φ между направлением на пункт P и точку базиса B.

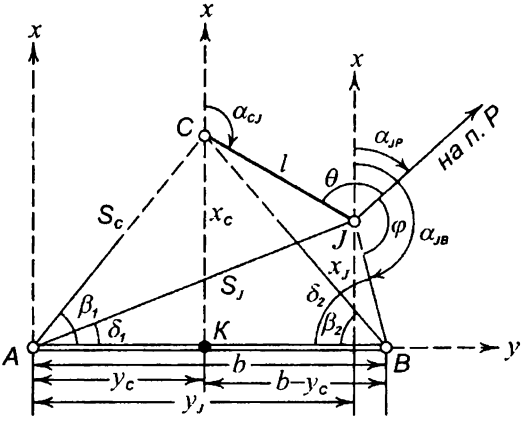


Рис. 70. *Схема аналитического определения элементов приведения*

Для определения элементов центрировки l и θ удобно использовать условную систему координат с началом в точке A, ось ординат которой направлена по линии AB. Если определить в этой системе координаты точек C и J, то элементы центрировки легко получить из решения обратных геодезических задач.

Как следует из рис. 70, перпендикуляр $CK = x_C$ делит базис на два отрезка (y_C и $b - y_C$). Из прямоугольных треугольников ACK и BCK следует:

$$x_C = y_C tg\beta_1;$$
$$x_C = (b - y_C)\cdot tg\beta_2. \qquad (191)$$

Решая эти уравнения относительно y_C, получим формулы определения условных координат точки C:

$$y_C = \frac{b tg\beta_2}{tg\beta_1 + tg\beta_2}; \quad x_C = y_C tg\beta_1. \qquad (192)$$

Аналогичным образом получим формулы определения координат точки J:

$$y_J = \frac{b tg\delta_2}{tg\delta_1 + tg\delta_2}; \quad x_J = y_J tg\delta_1. \qquad (193)$$

Дирекционные углы сторон находятся из выражений:

$$tg\alpha_{JC} = \frac{y_C - y_J}{x_C - x_J};$$
$$\alpha_{JB} = 90^\circ + \delta_2; \quad \alpha_{JP} = \alpha_{JB} - \varphi = 90^\circ + \delta_2 - \varphi. \tag{194}$$

Тогда значения элементов центрировки определятся по формулам:

$$\theta = \alpha_{JP} - \alpha_{JC};$$
$$l = \frac{y_C - y_J}{\sin\alpha_{JC}} = \frac{x_C - x_J}{\cos\alpha_{JC}} = \sqrt{(x_C - x_J)^2 + (y_C - y_J)^2}. \tag{195}$$

Если проекции центра пункта и визирной цели не совпадают между собой, то элементы редукции l_1 и θ_1 определяются аналогичным путем.

Для контроля и повышения точности определения элементов приведения следует определять их относительно двух измеренных базисов.

§ 50. Измерение вертикальных углов в сетях сгущения. Тригонометрическое нивелирование

Определение превышений между пунктами геодезических сетей сгущения в сильно пересеченной или гористой местности часто производят методом тригонометрического нивелирования. В этом случае с пункта стояния по направлениям на смежные пункты измеряют углы наклона ν или зенитные расстояния z, которые являются дополнением углов наклона до 90°, т. е. $z = 90^\circ - \nu$. В сетях триангуляции и полигонометрии 1-го и 2-го разрядов вертикальные углы измеряют при двух положениях трубы двумя полными приемами.

Теодолит устанавливают над центром пункта, тщательно приводят его вертикальную ось в отвесное положение и измеряют высоту прибора. При КЛ визируют средней горизонтальной нитью сетки на верхний срез визирной цели. Если теодолит не имеет компенсатора вертикального круга, то микрометренным винтом уровня приводят пузырек уровня при алидаде вертикального круга в нульпункт, дважды берут отсчеты по вертикальному кругу и записывают их в полевой журнал (табл. 22). В рассматриваемом примере двойные отсчеты образованы двукратным совмещением изображений штрихов оптического микрометра. Затем переводят трубу через зенит и при КП повторяют измерения; эти действия составляют полный прием. Если измерения выполняют на несколько пунктов, то сначала наблюдают все пункты при КЛ, затем — при КП.

По формулам, соответствующим применяемому теодолиту, вычисляют значения места зенита *MZ* (или места нуля *MO*) и зенитное расстояние z (или угол наклона ν). В приведенном примере (см. табл. 22) для теодолита 3Т2КП использованы формулы (181).

Таблица 22

Журнал измерения зенитных расстояний

Пункт I	Теодолит *3Т2КП* *№ 30127*
Погода *ясно, слабый ветер*	Дата *10 июля 2005 г.*
Видимость *хорошая*	Начало *12 ч 20 мин*
Изображения *колеблющиеся*	Конец *12 ч 50 мин*

1-й прием

Названия направлений, место наведения	Круг	Отсчеты по вертикальному кругу		Среднее	Место зенита *MZ*	Зенитное расстояние *z*
		I	II			
A *верх виз. цилиндра*	КЛ	85° 41′ 43,2″	43,6″	85° 41′ 43,4″	– 0,1″	85° 41′ 43,5″
	КП	274° 18′ 16,5″	16,3″	274° 18′ 16,4″		
B *верх виз. цилиндра*	КЛ	88° 38′ 22,5″	22,7″	88° 38′ 22,6″	+0,3″	88° 38′ 22,3″
	КП	271° 21′ 38,1″	37,9″	271° 21′ 38,0″		
C *верх виз. цилиндра*	КЛ	89° 13′ 47,2″	47,4″	89° 13′ 47,3″	+0,1″	89° 13′ 47,2″
	КП	270° 46′ 12,9″	12,9″	270° 46′ 12,9″		

Второй прием выполняют после завершения наблюдений и вычислений в первом приеме.

Контролем качества измерений вертикальных углов служит сходимость значений *MZ* (*MO*) и *z* (*ν*), выведенных из отдельных приемов; их колебания не должны превышать 15″. В случае недопустимых расхождений измерения повторяют.

После окончания программы наблюдений и проверки журнала составляют свод результатов измерений и вычисляют средние значения зенитных расстояний (углов наклона) по каждому направлению с точностью до секунды.

Измеренные зенитные расстояния используют при вычислении превышений между пунктами. При одностороннем тригонометрическом нивелировании

$$h = d \cdot ctg\, z + \frac{1-k}{2R} \cdot d^2 + i - V, \qquad (196)$$

где d — расстояние между пунктами; k — коэффициент земной рефракции, обычно принимаемый равным *0,14*; i — высота прибора над центром; V — высота визирования.

Поскольку значение коэффициента рефракции зависит от ряда изменяющихся факторов (температуры и давления воздуха, температуры почвы, высоты визирного луча над подстилающей поверхностью и т. п.), то по точности определения превышений тригонометрическое нивелирование значительно уступает геометрическому. Для повышения точности определения высот пунктов тригонометрическое нивелирование по каждой стороне выполняют в прямом и обратном направлениях. Кроме того, для конкретного района производства работ при необходимости можно уточнить величину коэффициента рефракции на основе данных специальных исследований.

С целью снижения влияния рефракции измерение вертикальных углов выполняют в периоды достаточно четких и спокойных изображений визирных целей, исключая периоды, близкие (не менее двух часов) к восходу и заходу солнца.

§ 51. Определение высоты геодезического знака

Для вычисления превышений между пунктами методом тригонометрического нивелирования необходимо знать высоты горизонтальной оси теодолита i и верхнего среза визирного цилиндра относительно центра знака (рис. 71, *а*). Эти элементы могут быть измерены непосредственно либо рассчитаны аналитически по результатам специальных измерений.

а *б*

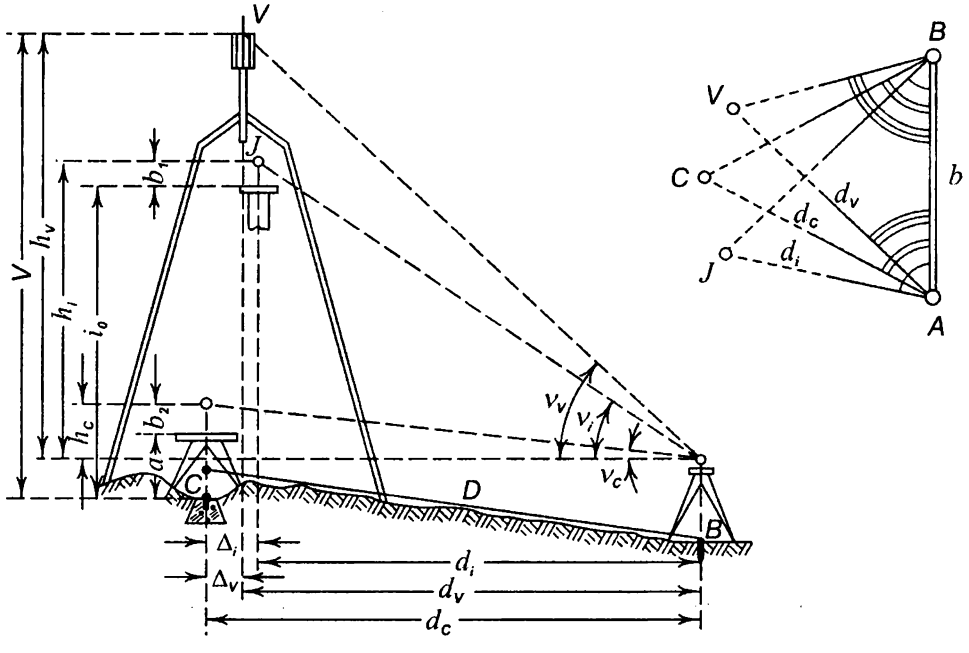


Рис. 71. *Схема определения высоты знака*

При высоте знаков до 20 м обычно производят непосредственное измерение высот i и V с помощью рулетки. Если при наблюдениях теодолит устанавливают на инструментальном столике, то высота прибора i будет складываться из высоты от центра знака до верхней плоскости столика i_0 и высоты самого прибора b.

Для измерения величины i_0 один конец рулетки опускают в отверстие между основанием столика и полом площадки для наблюдателя и замеряют расстояние от марки центра C до нижней плоскости столика. Прибавив к измеренному расстоянию толщину столика, получают высоту i_0. Измерив высоту прибора b от верхней плоскости столика до горизонтальной оси вращения трубы и прибавив ее к значению i_0, получают высоту прибора i, т. е. $i = i_0 + b$. Для получения высоты знака V измеряют расстояние от верхнего среза визирного цилиндра до верхней плоскости инструментального столика и прибавляют к ней величину i_0.

Измерения выполняют дважды; расхождения между двумя значениями i и V не должны превышать 10 см. За окончательное значение высот принимают среднее из двух определений.

При высоте инструментального столика более 20 м применяют аналитический способ определения высот знака. Измерения часто выполняют одновременно с определением элементов приведения. От центра знака C (см. рис. 76, *а*) откладывают мерной лентой базис CB длиной, равной примерно 2 — 2,5 высоты знака, и измеряют его длину с точностью до 1 см. При углах наклона более 2° в измеренную длину базиса D вводят поправку за наклон, над центром пункта устанавливают центрировочный столик (мензулу) и измеряют его высоту a.

В точке B устанавливают технический теодолит и двумя полными приемами измеряют углы наклона ν_V, ν_i, ν_C путем визирования горизонтальной нитью зрительной трубы последовательно на верхний срез визирного цилиндра, на верх инструментального столика и на центрировочный столик. Чтобы избежать искажений в определении углов наклона ν_i, ν_C, на инструментальном и центрировочном столиках выставляют центриры высотой соответственно b_1 и b_2.

Высота горизонтальной оси теодолита, установленного на инструментальном столике, относительно центра пункта определится как

$$i = h_i - h_C + a - b_1 + b_2 + b, \tag{197}$$

где $h_i = d_i tg\nu_i$; $h_C = d_C tg\nu_C$; $d_i = d_C \pm \Delta_i$; Δ_i — поправка в длину базиса, определяемая на центрировочном листе.

Высота верха визирного цилиндра над центром пункта будет равна

$$V = h_V - h_C + a + b_2, \tag{198}$$

где $h_V = d_V tg\nu_V$; $d_V = d_C \pm \Delta_V$; Δ_V — поправка в длину за редукцию визирного цилиндра, также определяемая на центрировочном листе.

Для контроля измерения повторяют со второй точки базиса в той же последовательности.

В практике нередки случаи, когда по условиям местности нельзя непосредственно измерить расстояние CB либо одновременно с изменением высоты знака не определяются элементы приведения. Тогда расстояния d_C, d_i, d_V находятся косвенным путем с помощью вспомогательного базиса $AB = b$, разбиваемого в стороне от знака на отстоянии не менее двойной его высоты (см. рис. 71, *б*). На концах базиса в точках A и B одним приемом измеряют горизонтальные углы между базисом и направлениями на центр знака, инструментальный столик и визирный цилиндр. По измеренным углам и горизонтальному проложению базиса b по теореме синусов вычисляют горизонтальные расстояния d_C, d_i, d_V, исходя из выражения

$$d = b\frac{\sin\beta_B}{\sin(\beta_A + \beta_B)}, \tag{199}$$

где β_A, β_B — горизонтальные углы, измеренные в точках базиса A и B.

На одном конце базиса (например, в точке A) измеряют углы наклона ν_V, ν_i, ν_C по аналогии с предыдущим. Тогда значения высот знака V и i_0 определятся из выражений вида:

$$V = d_V tg\nu_V + (a - d_C tg\nu_C);$$
$$i_0 = d_i tg\nu_i + (a - d_C tg\nu_C). \qquad (200)$$

Для контроля и повышения точности определение высот знака повторяют с другой точки базиса. Надежным независимым контролем измерений при аналитическом определении высот знака является непосредственное измерение рулеткой расстояния от верхнего среза визирного цилиндра до верхней плоскости инструментального столика.

Расхождения между двумя значениями высот знака, определенными непосредственными измерениями либо аналитическим способом, не должны превышать 10 см. За окончательное значение высот i и V принимают среднее из двух определений. Все результаты полевых измерений и вычислений по определению высот знака записывают в журнале измерений зенитных расстояний.

§ 52. Основные источники погрешностей при угловых измерениях

Измерения горизонтальных и вертикальных углов всегда выполняются с некоторыми погрешностями, обусловленными качеством и точностью угломерных приборов (приборные погрешности), квалификацией наблюдателя и влиянием внешней среды.

Приборные погрешности измерений возникают из-за неточности изготовления, сборки и регулировки отдельных узлов и деталей теодолита. К ним относятся погрешности диаметров лимбов, эксцентриситета лимба и алидады, коллимационная погрешность, погрешности вследствие наклона осей теодолита, отсчетных устройств, из-за температурных деформаций узлов теодолитов и др. Для снижения влияния этих погрешностей перед началом наблюдений на пункте выполняют необходимые поверки и юстировки теодолита. Систематические приборные погрешности устанавливают в процессе исследований приборов, чтобы можно было свести к минимуму их влияние на точность угловых измерений надлежащей организацией измерений, соблюдением установленных правил измерения углов или введением соответствующих поправок в результаты наблюдений. Методика измерения углов должна обеспечивать исключение или снижение влияния основных приборных погрешностей. Так, влияние эксцентриситета алидады исключается взятием отсчетов по двум противоположным участкам угломерного круга; погрешности, обусловленные коллимацией зрительной трубы, наклоном горизонтальной оси ее вращения и др., исключаются при усреднении результатов измерений, выполненных при двух положениях вертикального круга. Влияние случайных погрешностей существенно ослабляется путем увеличения числа приемов измерений.

В целом суммарное влияние приборных погрешностей значительно меньше влияния внешней среды на точность измерений.

Погрешности, зависящие от внешних условий, определяются качеством и колебанием изображений визирных целей, явлением рефракции, изменением температуры теодолита, явлением фаз и др.

Качество изображений зависит от условий видимости, определяемых прозрачностью атмосферы, освещенностью и контрастностью объектов наблюдений и фона, на который они проектируются. Особенно трудно наблюдать удаленные геодезические знаки, проектирующиеся на неконтрастный фон.

Колебания изображений наблюдаемых целей в поле зрения трубы вызываются конвенционными токами воздуха в приповерхностных слоях атмосферы. Чем выше температура и чем ближе к поверхности земли проходит визирный луч, тем заметнее колебание изображений. Поэтому угловые измерения разрешается выполнять только в условиях спокойных или слегка колеблющихся изображений.

Рефракция заключается в преломлении светового луча на отдельных участках его траектории из-за различной плотности приповерхностных слоев атмосферы. Визирный луч на пути от прибора до наблюдаемой цели представляет собой сложную кривую двоякой кривизны (в горизонтальной и вертикальной плоскостях). В соответствии с этим различают боковую (горизонтальную) и вертикальную рефракции. Вертикальная рефракция значительно больше боковой. При расстояниях до 10 км вертикальная рефракция нередко достигает $2-3'$, тогда как боковая обычно не превышает $10'$.

В течение суток происходит изменение температуры, давления и влажности слоев атмосферы, что приводит к изменению рефракции. Наиболее быстрое изменение величины рефракции происходит в полуденные часы, а также во время восхода и захода солнца. Максимальных величин рефракция достигает в безветренные ясные жаркие дни. Рефракция света значительно осложняет измерение зенитных расстояний, горизонтальных углов и направлений и по существу ограничивает возможность дальнейшего повышения их точности.

С целью ослабления влияния рефракции угловые измерения следует выполнять в периоды спокойных и отчетливых изображений. Для наблюдений горизонтальных направлений наиболее благоприятными считаются периоды: утренний — начинается через час после восхода солнца и продолжается не более 1,5 — 2 ч; вечерний — начинается с 15 — 16 ч и заканчивается за час до захода солнца. В городах наблюдения рекомендуется выполнять ранней весной и осенью, когда колебания температуры в течение дня достаточно малы, а следовательно, невелико и влияние рефракции.

Изменение температуры теодолита, особенно неравномерный нагрев его отдельных частей, приводит к изменениям в относительном расположении деталей прибора и может заметно сказаться на точности угловых измерений. Для ослабления влияния этого фактора теодолит при наблюдениях на пункте должен быть защищен от прямого воздействия солнечных лучей.

Явление фаз заключается в том, что в солнечные дни вследствие неравномерного освещения визирных цилиндров наблюдаемых знаков возникает погрешность за неточный выбор оси симметрии цилиндра,

которая носит систематический характер. Применяемые в настоящее время малофазные визирные цилиндры с радиально направленными пластинами в значительной степени снижают эту погрешность.

Личные погрешности измерений возникают из-за несовершенства измерительной системы «прибор — наблюдатель». К ним относятся погрешности визирования зрительной трубы на наблюдаемые цели и отсчитывания по угломерным кругам. Личность наблюдателя играет большую роль в производстве точных угловых измерений. Наблюдатель должен хорошо знать устройство приборов, уметь правильно выполнять их исследования, поверки и юстировки, в совершенстве владеть методикой производства точных угловых измерений и иметь достаточный опыт в их выполнении.

Немаловажное значение имеет аккуратность ведения полевой документации. Для записи цифр в журнале необходимо использовать четкий, легко читаемый вычислительный шрифт. Ошибочные записи полностью зачеркивают так, чтобы их можно было прочитать; правильные данные записывают непосредственно над зачеркнутыми. В графе «примечание» или на полях журнала указывают причину исправления. В полевом журнале запрещается стирать резинкой ошибочные записи, исправлять цифру по цифре или вести записи по написанному. Нельзя также исправлять записи отсчетов минут и секунд; допускается исправление только градусов и десятков минут.

Все вычисления в полевых журналах должны быть проверены на пункте сразу после окончания наблюдений.

Глава 10

ЛИНЕЙНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ В СЕТЯХ СГУЩЕНИЯ

Измерения длин в сетях сгущения 1-го и 2-го разрядов могут выполняться непосредственным либо косвенным способами. Непосредственный способ основан на измерении расстояний механическими линейными приборами, к которым относятся шкаловые мерные ленты, рулетки, проволоки и длиномеры типа АД-1.

При косвенном способе длины сторон определяют как функции измеренных величин; к ним относятся измерения, выполняемые дальномерами двойного изображения, параллактическим методом, а также свето- и радиодальномерами.

В настоящее время измерения длин линий в сетях сгущения 1-го и 2-го разрядов выполняют, как правило, с помощью топографических светодальномеров. Лишь в случае отсутствия светодальномеров соответствующей точности либо для измерения коротких линий (менее 150 м) используют другие мерные приборы (инварные проволоки, длиномер АД-1, оптические дальномеры) либо параллактический метод.

Общие сведения об измерении длин линий свето- и радиодальномерами изложены в первой части пособия. Ниже приводятся основные понятия теории электромагнитных колебаний, рассматриваются основные принципы, положенные в конструкцию электромагнитных дальномеров, и методика измерения расстояний топографическими светодальномерами.

§ 53. Принцип действия электромагнитных дальномеров

Геодезические приборы для определения расстояний, основанные на принципах электронного измерения времени распространения электромагнитных волн между конечными точками измеряемой линии, называют электронными дальномерами. В зависимости от вида электромагнитных колебаний такие приборы разделяют на светодальномеры, использующие поддиапазон видимых и инфракрасных длин волн, и радиодальномеры, использующие поддиапазон радиоволн.

Приоритет в создании первых в мире свето- и радиодальномеров принадлежит ученым нашей страны. Начиная с 1936 года электронная дальномерная техника интенсивно развивалась и к настоящему времени получила самое широкое распространение в топографо-геодезическом производстве. Электронные дальномеры по сравнению с другими приборами для линейных измерений обладают рядом преимуществ:

- возможностью измерения больших расстояний с высокой точностью;
- возможностью выполнения измерений при наличии различных препятствий в створе линии (оврагов, рек, болот и т. д.);
- высокой экономичностью работ.

Новый качественный скачок в развитии электронной дальнометрии связан с использованием лазерных источников излучения и решением проблемы автоматизации всего процесса измерений и вычислений.

Электромагнитный дальномер состоит из двух основных узлов: приемопередатчика и отражателя, устанавливаемых соответственно на начальной и конечной точках измеряемой линии. Приемопередатчик посылает в направлении отражателя электромагнитные колебания, принимает отраженный сигнал и производит измерения. Назначение отражателя состоит в возвращении падающего на него пучка электромагнитной энергии в обратном направлении параллельно первоначальному и с минимальными потерями.

Искомое расстояние D определится как

$$D = v \cdot \frac{t}{2}, \tag{201}$$

где t — время прохождения электромагнитной волной двойного расстояния между точками; v — скорость распространения электромагнитных колебаний в атмосфере в момент измерений, определяемая по формуле

$$v = \frac{c}{n}, \tag{202}$$

здесь c — скорость распространения электромагнитных волн в вакууме (скорость света); по рекомендации Генеральной международной конференции мер и весов (октябрь 1983 г., г. Париж) для геодезических измерений принято $c = 299\ 792\ 458$ м/с; n — показатель преломления воздуха, зависящий от атмосферного давления, температуры и влажности воздуха.

Согласно выражению (201) измерение длины линии сводится к определению времени t, поэтому помимо различия по диапазону используемых волн электромагнитные дальномеры различаются между собой и методом измерения временного интервала.

В дальномерных устройствах измеряется либо непосредственно сам временной интервал t, либо другой параметр электромагнитного излучения, являющийся функцией времени. Общим для всех конструктивных схем дальномеров является то, что один и тот же физический параметр электромагнитного излучения сравнивают до и после прохождения излучением двойного измеряемого расстояния.

Передатчиком электромагнитный сигнал разделяется и посылается на приемное устройство двумя различными путями: непосредственно (без выхода на дистанцию) и через измеряемое расстояние. Первый путь называют опорным каналом (трактом), а идущий по нему сигнал — опорным сигналом. Второй путь образует дистанционный (информационный) канал, и соответственно приходящий от отражателя сигнал называют дистанционным или информационным сигналом.

В приемнике осуществляется сравнение обоих сигналов по избранному параметру, или, другими словами, измеряется их различие по данному параметру, которое и содержит информацию о времени и, следовательно, об измеряемом расстоянии.

В соответствии с выбираемым параметром для сравнения опорного и информационного сигналов электронные дальномеры подразделяют на импульсные (временные), фазовые и импульсно-фазовые (комбинированные).

§ 54. Основные понятия теории электромагнитных колебаний

Электромагнитные волны представляют собой периодические колебания электромагнитного поля. В течение некоторого промежутка времени напряженность поля совершает полный цикл изменения от нуля к максимальному положительному значению, затем через нулевое к максимальному отрицательному значению и т. д., т. е. имеет гармонический характер. Рассмотрим связь между параметрами, характеризующими вращательное и колебательное движения (рис. 72).

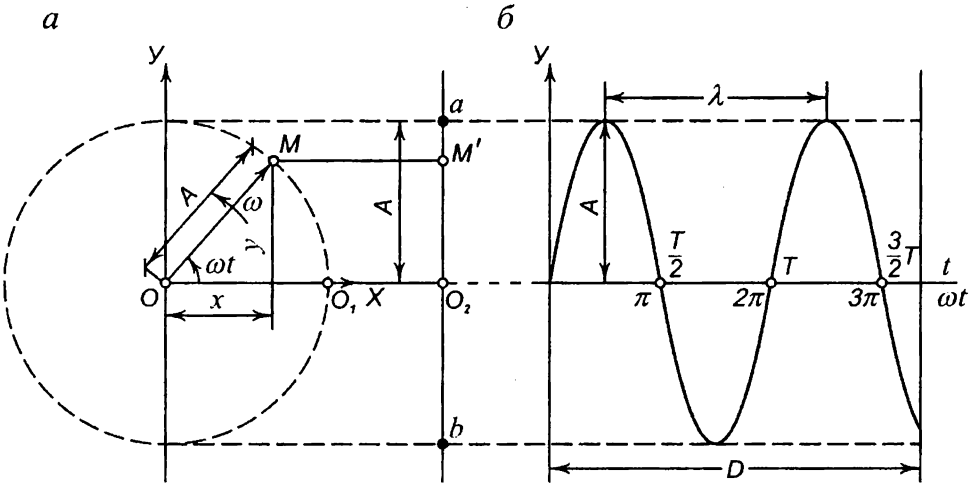


Рис. 72. *Взаимосвязь параметров вращательного и колебательного движений:* а — *график вращения вектора;* б — *график проекции вращающегося вектора на вертикальную ось*

Если материальное тело M вращается с постоянной угловой скоростью ω по окружности радиуса A с центром в точке O (см. рис. 72, а), то угол поворота вектора OM относительно начальной точки O_1 определится как

$$\theta(t) = \omega t. \qquad (203)$$

При этом удаление точки M' относительно точки O_2 будет

$$M'O_2 = OM\sin\omega t,$$

или

$$y = A\sin\omega t, \qquad (204)$$

где $A=aO_2=OM$ — амплитуда колебания; ω — угловая или круговая частота; $\omega t=\theta(t)$ — текущая фаза.

Уравнение (204) называют *уравнением гармонических колебаний.* Графическое изображение колебательного движения, описываемого этим уравнением, приведено на рис. 72, *б.*

В общем случае за начало отсчета может быть принято произвольное состояние вращательного и соответствующего ему колебательного движения. При этом текущая фаза определится выражением

$$\varphi(t)=\omega t+\varphi_0, \tag{205}$$

где φ_0 — начальная фаза в момент времени $t=0$.

Тогда для общего случая уравнение (204) примет вид

$$y=A\sin(\omega t+\varphi_0). \tag{206}$$

Колебания, описываемые уравнением

$$y=A\cos(\omega t+\varphi_0), \tag{207}$$

также являются гармоническими, так как выражения (206) и (207) различаются между собой только значением начальной фазы.

Для характеристики гармонических периодических колебаний часто используют понятия периода и частоты колебаний.

Промежуток времени T, в течение которого совершается одно полное колебание, называют *периодом колебаний.*

Величину, обратную периоду колебания, называют *частотой колебания* f. Частота равна числу полных колебаний, совершаемых в единицу времени, т. е.

$$f=\frac{1}{T}. \tag{208}$$

Единицей измерения частоты является герц (Гц); один герц соответствует одному колебанию в секунду. На практике часто используют производные единицы: килогерц, мегагерц и гигагерц: 1 кГц $=1\cdot10^3$ Гц; 1 МГц $=1\cdot10^6$ Гц; 1 ГГц $=1\cdot10^9$ Гц.

Частота f и угловая скорость ω связаны соотношением

$$\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}. \tag{209}$$

Колебания, распространяющиеся в пространстве с течением времени, называются *волнами.* Фронт волн распространяется от источника колебаний с некоторой скоростью υ.

Расстояние между двумя ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе, т. е. со сдвигом фаз $\Delta\varphi=2\pi$, называется *длиной волны.* Иными словами, длина волны есть расстояние, на которое распространяется фронт волны (см. рис. 72, б) за время T одного периода колебания, т. е.

$$\lambda=\upsilon T=\frac{\upsilon}{f}=\frac{2\pi\upsilon}{\omega}. \tag{210}$$

Если колебания распространяются вдоль некоторой прямой, то в любой точке прямой также возникнут колебания той же частоты, но с

некоторым запаздыванием τ', зависящим от скорости распространения волны υ и от удаления данной точки от источника колебаний. Время запаздывания определится как

$$\tau' = \frac{D}{\upsilon}. \tag{211}$$

Тогда согласно выражению (206) для любой точки на прямой можно написать

$$y = A\sin\left[\omega(t-\tau')+\varphi_0\right], \tag{212}$$

или с учетом формулы (211)

$$y = A\sin\left[\omega\left(t-\frac{D}{\upsilon}\right)+\varphi_0\right]. \tag{213}$$

Данное выражение называют *уравнением плоской волны гармонического колебания.*

Для измерения расстояния в современных электромагнитных дальномерах используют модулированный световой поток. Под модуляцией понимают изменение параметров колебательного движения. В соответствии с видом модулируемого параметра (A, ω, φ_0) колебаний различают амплитудную (*АМ*), частотную (*ЧМ*) и фазовую (*ФМ*) модуляции.

В светодальномерах обычно используют амплитудную модуляцию, сущность которой показана на рис. 73. Частоту исходной волны f называют *несущей частотой*, а частоту изменения параметра волны при модуляции — *частотой модуляции Ф.*

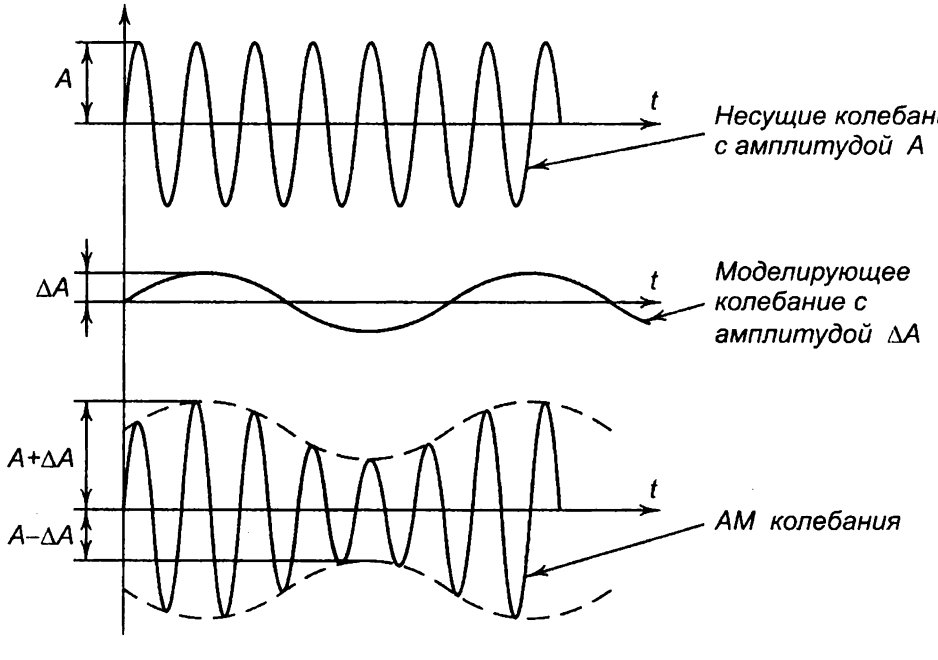


Рис. 73. *Модуляция колебаний по амплитуде гармоническим сигналом*

В современных светодальномерах для понижения частоты колебаний применяют принцип *гетеродирования*, основанного на взаимодействии (смешении) двух или более колебаний различных частот.

Если на смеситель поступает сигнал частоты f_1 и сигнал от гетеродина (вспомогательного источника колебаний — генератора) с частотой f_2, то на выходе смесителя образуется совокупность (спектр) колебаний различных частот, среди которых имеются колебания разностной частоты $f_3 = f_1 - f_2$. Эти колебания можно выделить с помощью специального фильтра, настроенного на разностную частоту f_3.

Таким образом происходит понижение частоты сигнала f_1 до значения f_3. Весьма важно при этом, что фаза колебания разностной частоты равна разности фаз смешиваемых колебаний. Поэтому если с колебаниями гетеродина частоты f_2 смешиваются два колебания одинаковой частоты f_1, но с различными начальными фазами φ_1 и φ'_1, то в результате фильтрации на выходе смесителя получают два колебания одинаковой частоты f_3 с разностью фаз исходных колебаний $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi'_1$. Иными словами, *при гетеродировании фазовые соотношения смешиваемых и разностных колебаний не меняются*. Это важное обстоятельство позволяет заменить измерение разности фаз двух колебаний одинаково высокой частоты измерением разности фаз двух низкочастотных колебаний, что технически проще и дает более точный результат.

§ 55. Импульсный метод измерения расстояний

Как отмечалось ранее, импульсный метод основан на непосредственном измерении времени распространения коротких, следующих с регулярной частотой импульсов электромагнитной энергии, которые излучаются приемопередатчиком и проходят путь до отражателя и обратно (рис. 74).

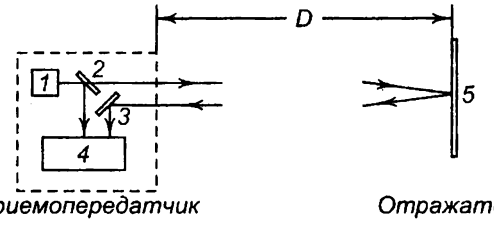


Рис. 74. *Принципиальная схема импульсного светодальномера*

Отдельные световые импульсы, излучаемые источником света *1*, направляются на полупрозрачную пластину *2*, с помощью которой часть энергии светового импульса отражается и поступает в приемное устройство *4*, где от данного опорного сигнала запускаются электронные часы. Другая, основная часть энергии (информационный сигнал) проходит на дистанцию и после отражения от отражателя *5* падает на зеркало *3* и, отражаясь от него, также попадает в приемное устройство. Информационный сигнал останавливает электронные часы. Расстояние вычисляется непосредственно по формуле

$$D = \frac{vt}{2} + \delta, \qquad (214)$$

где δ — постоянная приборная поправка.

К достоинствам импульсного метода можно отнести следующие:
- осуществляется прямое измерение полного расстояния; при этом отсутствует необходимость (как в других методах) знать его приближенное значение;
- использование импульсных лазерных источников излучения позволяет обеспечить более высокую мощность по сравнению с непрерывным излучением; это позволяет повысить дальность измерений, а небольшие расстояния до объектов измерять без применения специальных отражателей.

Основным недостатком импульсного метода является меньшая, по сравнению с другими методами, точность измерения расстояний, обусловленная, в основном, погрешностью определения времени прохождения электромагнитным импульсом двойного расстояния между конечными точками измеряемой линии.

С учетом выражения (201) средняя квадратическая погрешность измерения расстояний определяется как

$$m_D = \frac{v}{2} m_t. \qquad (215)$$

Принимая точность измерения времени в современных импульсных дальномерах $m_t = 10$ *нс* (1 *нс* $= 1 \cdot 10^{-9}$ *с*), а скорость распространения электромагнитной волны $v = 3 \cdot 10^8$ *м/с*, имеем $m_D = 1{,}5$ *м*. Поэтому импульсный метод получил применение при измерениях больших дальностей: в космической геодезии для определения расстояний до искусственных спутников Земли и Луны, в радиовысотомерах для определения высоты полета самолета при аэрофотосъемке и т. п.

В последнее время создано новое поколение лазеров, позволяющих генерировать сверхкороткие импульсы длительностью $10^{-10} \div 10^{-12}$ *с*, что создает предпосылки для создания импульсных дальномеров с точностью измерения расстояний порядка нескольких мм.

§ 56. Фазовый метод измерения расстояний

Основное уравнение фазовой дальнометрии. Принцип фазового метода измерения расстояний, который является основным в электронной дальнометрии, состоит в следующем (рис. 75).

Источник излучения *1* излучает гармонические колебания частоты f, поступающие в разделитель сигналов *2*, в котором поток излучения разделяется на информационный (идущий на отражатель *5*) и опорный сигналы.

Информационный сигнал проходит двойное расстояние D и поступает на приемник *3* с задержкой по времени τ относительно опорного сигнала (или с некоторым сдвигом фаз φ). Опорный и информационный сигналы из приемника *3* посту-

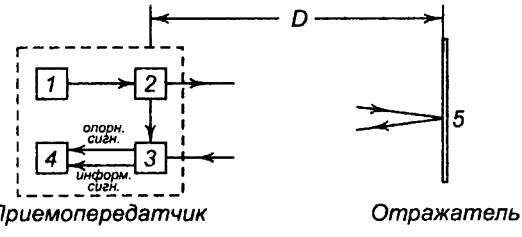


Рис. 75. *Принципиальная схема фазового светодальномера*

пают в специальное устройство — фазометр *4*, где измеряется величина сдвига фаз φ.

Число периодов колебаний, совершенных электромагнитной волной за время τ, очевидно, равно

$$N+\Delta N=\frac{\tau}{T}=\tau f, \tag{216}$$

где N — число полных периодов колебаний; ΔN — дробная часть периода $(0<\Delta N<1)$, называемая *домером фазового цикла*; τ — время прохождения излучением двойного расстояния; T — период колебаний; f — частота колебаний.

Учитывая, что за один период фаза колебания меняется на 2π, в угловой мере это даст сдвиг фаз

$$\varphi=2\pi(N+\Delta N)=2\pi N+\Delta\varphi, \tag{217}$$

где $\Delta\varphi=\frac{\Delta N}{2\pi}$ — величина меньшая 2π $(0<\Delta\varphi<2\pi)$.

Подставив значение f из формулы (216) в исходное выражение (201), получим ***основное уравнение фазовой дальнометрии***:

$$D=\frac{v}{2f}(N+\Delta N). \tag{218}$$

Через длину волны с учетом формулы (210) это уравнение запишется в виде

$$D=\frac{\lambda}{2}(N+\Delta N). \tag{219}$$

Следует отметить, что в любом реальном фазометре измеряется сдвиг фаз только в пределах от 0 до 2π, т. е. только величина $\Delta\varphi$ (зная $\Delta\varphi$, можно определить ΔN).

Величина $\frac{\lambda}{2}$, соответствующая половине длины волны колебаний, используемых в дальномере, представляет собой своеобразный «метр», которым измеряют расстояние (рис. 76). Поэтому соответствующую λ частоту колебаний f, к которой относится измеряемый фазовый сдвиг, называют ***масштабной (измерительной) частотой***.

Из анализа уравнения (219) следует, что за исключением величины N все величины в правой части выражения либо известны, либо определяются в процессе измерений. Так, длина волны λ согласно формуле (210) определяется скоростью распространения электромагнитных колебаний в воздухе и частотой колебаний. Величину домера фазового

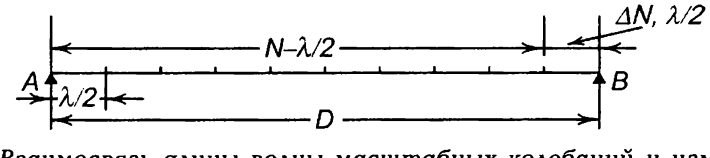


Рис. 76. *Взаимосвязь длины волны масштабных колебаний и измеряемого расстояния*

цикла находят по значению измеряемой фазометром величины $\Delta\varphi$. Что касается величины N, то при вычислении расстояний по формуле (219) решение остается неопределенным, так как N может принимать значение любого целого числа; вследствие этого возникает периодичность решения, равная $\frac{\lambda}{2}$. Для исключения периодичности, которую называют ***разрешением неоднозначности***, измерения выполняют на нескольких масштабных частотах.

Роль модуляции и функциональная схема фазового светодальномера. В принципиальной схеме фазового дальномера (см. рис. 75) масштабной (измерительной) частотой является частота колебаний, формируемая источником излучения, т.е. несущая частота. В современных светодальномерах используют модуляцию излучаемых колебаний, и масштабной частотой является частота модуляции.

Необходимость модуляции обусловлена следующим. При высоких частотах излучения весьма затруднены фазовые измерения и резко усложняется (из-за очень короткого «метра») разрешение неоднозначности в уравнении (219). С этой точки зрения наиболее приемлемыми являются частоты от 1,5 до 100 МГц (длина волны от 200 до 3 м). Измерения на таких частотах обеспечивают погрешности определения расстояний, не превышающие 0,5 — 3,0 см, что является достаточным для большинства случаев геодезической практики.

Однако для точных измерений волны указанного диапазона мало пригодны по следующим причинам: такие волны распространяются недостаточно прямолинейно из-за своей способности огибать препятствия; электрические свойства подстилающей поверхности земли заметно влияют на скорость распространения волн данного диапазона, что влечет за собой снижение точности измерений; антенны для излучения и приема таких радиоволн достаточно сложны и громоздки.

Отмеченных недостатков практически лишены радиоволны сверхвысоких частот (СВЧ) и волны оптического диапазона, которые являются оптимальными с точки зрения прямолинейности и стабильности скорости распространения. Для преодоления указанных выше противоречий прибегают к модуляции излучаемых колебаний (см. § 54).

Для переноса информации (т. е. масштабной частоты) передатчик излучает колебания СВЧ или оптического диапазона, которые служат несущими. Несущие колебания модулируются частотами 1,5 — 300 МГц, к которым и относят фазовые измерения.

Таким образом, передатчик излучает на дистанцию модулированные колебания. Поскольку несущая частота нужна лишь как переносчик масштабной частоты, то из принятого модулированного сигнала необходимо выделить только колебания масштабной частоты, или частоты модуляции. С этой целью применяют операцию детектирования (демодуляции), в результате которой из модулированного колебания выделяют (восстанавливают) модулирующее колебание (см. рис. 73).

В соответствии с вышеизложенным принципиальная схема фазового дальномера (см. рис. 75) должна быть заменена следующей функциональной схемой (рис. 77).

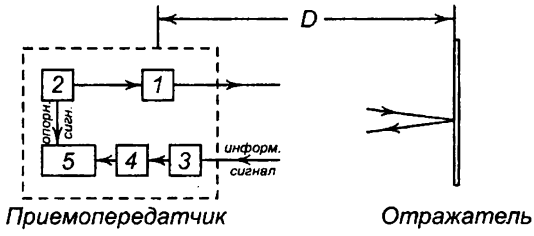


Рис. 77. *Упрощенная функциональная схема фазового дальномера:* 1 — *источник несущей частоты;* 2 — *генератор модулирующей (масштабной) частоты;* 3 — *приемник моделированной несущей частоты;* 4 — *детектор модулирующей частоты;* 5 — *фазоизмерительное устройство (фазометр)*

Как отмечалось ранее, в зависимости от диапазона несущих частот геодезические фазовые дальномеры подразделяются на два качественно различных класса: свето- и радиодальномеры.

Светодальномеры — электромагнитные дальномеры с несущими частотами оптического диапазона (преимущественно инфракрасное и реже ультрафиолетовое излучение).

Радиодальномеры — электромагнитные дальномеры с несущими частотами радиодиапазона СВЧ (сантиметровые и миллиметровые радиоволны).

Основное различие свето- и радиодальномеров в диапазоне несущих частот влечет за собой резкое несходство их в конструктивном отношении.

Поскольку в прикладной геодезии и топографии используются преимущественно светодальномеры, то в дальнейшем будет рассматриваться только данный класс электромагнитных дальномеров.

Понятие о разрешении неоднозначности в фазовых светодальномерах. Как указывалось выше, чтобы вычислить расстояние по уравнению (219), необходимо определить целое число периодов колебаний N и тем самым устранить неопределенность решения.

В большинстве современных светодальномеров неоднозначность разрешают так называемым ***способом фиксированных частот***, при котором в светодальномере предусматривают генерирование нескольких точно заданных переключаемых частот модуляции. Данный метод предполагает, что приближенное, грубое значение измеряемой линии известно. Для этого, например, можно предварительно оценить расстояние с точностью до км по карте или фотоплану.

В последних моделях топографических светодальномеров используют частный случай способа фиксированных частот — ***метод кратных частот***, позволяющий реализовать *поразрядный способ разрешения неоднозначности*. При этом способе фиксированные частоты подбирают таким образом, чтобы они были кратны друг другу, например, в 10 раз. При этом первая частота выбирается такой, чтобы соответствующая ей длина полуволны $\frac{\lambda_1}{2}$ была равной 10 или 1 м (для стандартных метеоусловий); на второй частоте $\frac{\lambda_2}{2} = 100$ или 10 м и т. д. В этом случае обработка измерений, выполненных на всех частотах, сводится к определению соответствующих каждой частоте десятичных разрядов в значении расстояния, без вычис-

ления чисел N как таковых. Наиболее точный разряд и его доли обычно определяют на первой, самой высокой частоте. Данный способ наиболее удобен для автоматизации процесса измерения расстояний.

Пусть в светодальномере имеется три масштабные частоты: основная f_1 и две вспомогательные f_2 и f_3, связанные соотношением

$$f_1 = 10f_2 = 100f_3. \tag{220}$$

Положим, в нашем случае $\frac{\lambda_1}{2} = 10\ м$, что отвечает частоте $f_1 \approx 15\ МГц$.

Тогда значения $\frac{\lambda_2}{2}$ и $\frac{\lambda_3}{2}$ будут соответственно равны 100 и 1000 м.

При определении расстояния последовательно на каждой из частот согласно формуле (219) можно записать систему уравнений:

$$\begin{aligned} D &= (N_1 + \Delta N_1)\cdot 10\ м; \\ D &= (N_2 + \Delta N_2)\cdot 100\ м; \\ D &= (N_3 + \Delta N_3)\cdot 1000\ м. \end{aligned} \tag{221}$$

Если шкала фазометра имеет 1000 делений, что соответствует длине волны, то цена деления шкалы для указанных длин волн λ_1, λ_2 и λ_3 окажется равной 1 см, 10 см и 1 м. Последний член третьего уравнения системы (221) $\Delta N_3 \cdot 1000$ дает число сотен метров в определяемом расстоянии, последний член второго уравнения $\Delta N_2 \cdot 100$ — число десятков метров, а последний член первого уравнения $\Delta N_1 \cdot 10$ — число целых метров, десятых и сотых долей метра.

Пусть, например, при измерении линии длиной 824,45 м на частотах f_3, f_2 и f_1 получены соответственно отсчеты

$$\begin{aligned} a_3 &= 824 \\ a_2 &= 244 \\ a_1 &= 445 \\ \text{Общая длина} \quad D &= 82\ 445\ см = 824{,}45\ м. \end{aligned}$$

Если во всем диапазоне измеряемых дальностей выполняется условие $D \le \frac{\lambda_3}{2}$, то $N_3 = 0$, т. е. неоднозначность разрешается полностью. В противном случае информацию о первых цифрах в значении D получают из других источников либо используют более низкие масштабные частоты.

§ 57. Импульсно-фазовый метод измерения расстояний

К настоящему времени разработан вариант фазового метода измерения расстояний, особенностью которого является импульсный режим источника излучения, что позволило резко повысить дальность измерений при сохранении точности фазового метода.

Принципиальное отличие данного метода, получившего название ***импульсно-фазового***, от чисто импульсного (временного) заключается в том, что непременным его условием является излучение периодической последовательности оптических импульсов, тогда как при импульсном методе измерение может быть выполнено на одиночном импульсе λ (моноимпульсе).

В принципе импульсно-фазовый светодальномер эквивалентен фазовому, только частотой модуляции здесь является частота следования импульсов излучения, которая жестко задается специальным генератором и является масштабной частотой. Дальномер строится по характерной для фазовых дальномеров схеме с преобразованием (понижением) масштабной частоты — гетеродированием до более низкой (на несколько порядков) измерительной частоты. Это позволяет измерять интервал времени между опорным и информационным импульсами с точностью фазового метода с помощью специального цифрового фазометра.

Периодичность импульсов излучения, так же как и при фазовом методе с непрерывным излучением, создает проблему разрешения неоднозначности, не возникающую при импульсном методе. Для разрешения неоднозначности применяется метод набора фиксированных частот следования импульсов в варианте кратных частот, описанный выше.

Импульсно-фазовый гетеродинный метод лежит в основе последних моделей топографических светодальномеров и дальномерных блоков электронных тахеометров. Упрощенная функциональная схема импульсно-фазового светодальномера приведена на рис. 78.

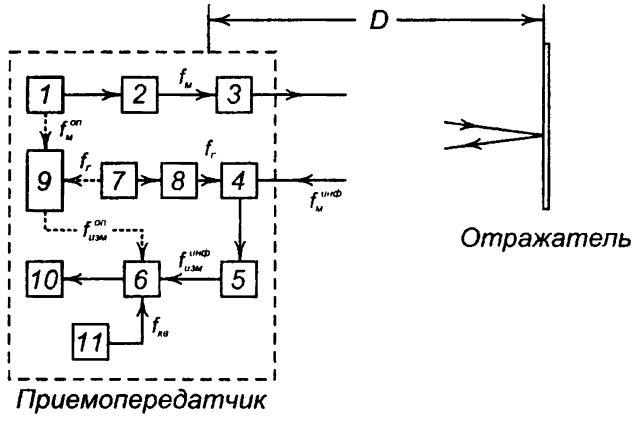


Рис. 78. *Упрощенная функциональная схема импульсно-фазового светодальномера:* 1 — *задающий генератор масштабной частоты;* 2 — *формирователь импульсов;* 3 — *лазерный излучатель;* 4 — *фотоприемное устройство (ФЭУ);* 5 — *фильтр низких (измерительных) частот;* 6 — *счетный узел;* 7 — *вспомогательный генератор гетеродинной частоты;* 8 — *формирователь импульсов;* 9 — *смеситель;* 10 — *цифровое табло;* 11 — *генератор счетных (квантующих) импульсов;* $f_м^{инф} = f_м^{оп}$, $f_{изм}^{инф} = f_{изм}^{оп}$ — *соответственно, масштабные и измерительные частоты информационного и опорного импульсов;* $f_г$ — *вспомогательная (гетеродинная) частота;* $f_{кв}$ — *частота квантующих (заполняющих) импульсов*

Задающий генератор масштабной частоты *1* формирует высокостабильные по частоте гармонические колебания, которые модулируются формирователем импульсов *2* в импульсы напряжения заданной (масштабной) частоты следования $f_м$. Последние вызывают оптическое импульсное излучение лазера *3* такой же частоты. Модулированный световой поток импульсов оптической системой светодальномера направляется на отражатель *11*, который параллельным пучком возвращает его в фотоприемное устройство *4* (ФЭУ).

ФЭУ служит для детектирования (преобразования) оптического излучения в электрические сигналы. Одновременно с этим в ФЭУ подаются импульсы напряжения от узлов *7* и *8* с частотой следования $f_г$ вспомогательного генератора гетеродинной частоты, которая отличается от частоты $f_м$ на небольшую величину (чаще всего на 0,01%). Эти колебания смешиваются с информационным сигналом и поступают в фильтр низкой частоты *5*. Из импульсных колебаний смешанной частоты данным фильтром выделяются низкочастотные импульсы разностной (измерительной) частоты $f_{изм}$, равной

$$f_{изм} = f_м - f_г = 0{,}01 f_м. \qquad (222)$$

Данные измерительные импульсные колебания усиливаются и поступают в счетный узел *6* цифрового фазометра, включающего в себя также цифровое табло *10*.

Одновременно с измерительными импульсами в счетный узел поступают и опорные импульсы с такой же частотой следования $f_{изм} = 0{,}01 f_м$, сформированные в смесителе *9* из частоты $f_м$ основного задающего генератора и гетеродинной частоты $f_г$ вспомогательного генератора, но опережающие по времени на величину τ импульсы, образованные информационным сигналом (рис. 79). Величина τ пропорциональна измеряемому расстоянию.

Период повторения излучаемых лазером импульсов $T_м$ связан с масштабной частотой соотношением

$$T_м = \frac{1}{f_м}. \qquad (223)$$

Тогда полное время τ запаздывания информационного импульса относительно опорного

$$\tau = N \cdot T_м + \Delta\tau_м, \qquad (224)$$

где N — число полных периодов повторения импульсов, которое содержится в величине τ и определяется при разрешении неоднозначности.

Величина $\Delta\tau_м$ измеряется цифровым фазометром светодальномера. Однако непосредственное измерение столь малого временного интервала не дает необходимой точности. Поэтому выполняется гетеродирование масштабной частоты, в результате чего интервал времени $\Delta\tau_м$ заменяется на несколько порядков большим промежутком $\Delta\tau_{изм}$ (см. рис. 79).

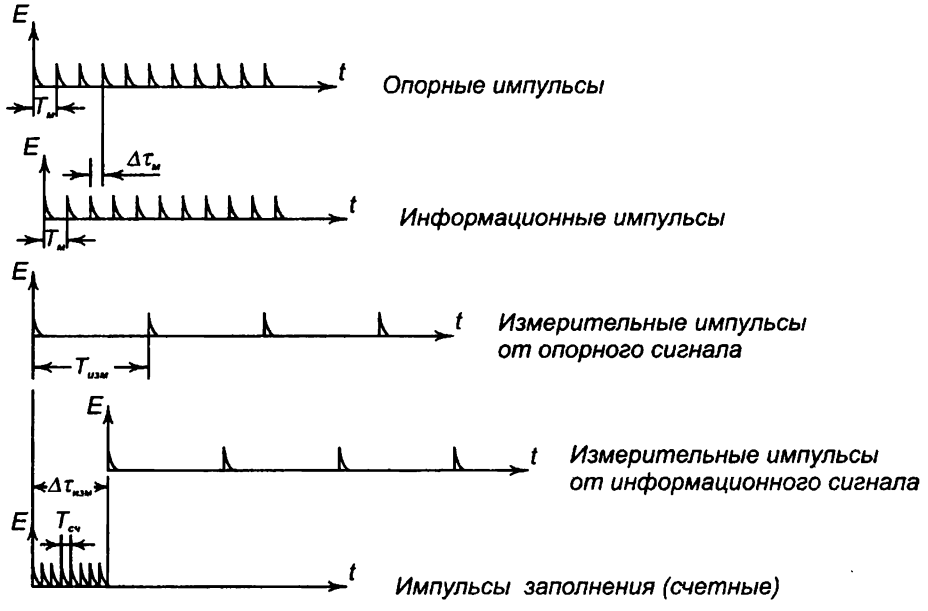


Рис. 79. *Схема измерения временного интервала импульсами заполнения в цифровом фазометре импульсно-фазового светодальномера*

Связь $\Delta\tau_{изм}$ с определяемым расстоянием D установлена следующим образом. Учитывая, что $f_{изм}=\frac{1}{T_{изм}}$, $f_м=\frac{1}{T_м}$, $f_г=\frac{1}{T_г}$, на основе выражения (222)

$$T_{изм}=\frac{T_м\cdot T_г}{T_г-T_м}, \tag{225}$$

где $T_{изм}$ — период повторения измерительных импульсов; $T_м$ и $T_г$ — соответственно, периоды повторения масштабных и вспомогательных (гетеродинных) импульсов.

Применительно к импульсному излучению разности фаз можно выразить как

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_м &= 2\pi\cdot f_м\cdot\Delta\tau_м,\\ \Delta\varphi_{изм} &= 2\pi\cdot f_{изм}\cdot\Delta\tau_{изм}.\end{aligned} \tag{226}$$

Согласно принципу гетеродирования (см. § 54) указанные разности фаз должны быть равны, т. е. $\Delta\varphi_м = \Delta\varphi_{изм}$. Отсюда

$$\Delta\tau_{изм}=\frac{f_м}{f_{изм}}\cdot\Delta\tau_м. \tag{227}$$

Тогда с учетом формул (201) и (224) измеряемое расстояние D определится как

$$D=D_0+\Delta D=\frac{v}{2}\left(N\cdot T_м+\frac{f_{изм}}{f_м}\cdot\Delta\tau_{изм}\right). \tag{228}$$

Уравнение (228) является основным ***уравнением импульсно-фазового метода*** измерения расстояний.

Как следует из анализа формулы (228), погрешность измеряемого расстояния D, обусловленная погрешностью определения величины $\Delta\tau_{изм}$ по цифровому фазометру, пропорциональна отношению $\frac{f_{изч}}{f_м}$.

В схемах современных светодальномеров это отношение составляет величину порядка $10^{-3}\sum 10^{-4}$; таким образом, требования к точности определения величины $\Delta\tau_{изм}$ по сравнению с $\Delta\tau_м$ снижается в такое же число раз. В этом и заключается смысл понижения (гетеродирования) масштабной частоты следования масштабных импульсов.

Измерение временного промежутка $\Delta\tau_{изм}$ происходит в счетном узле фазометра *6* (см. рис. 78). Принцип действия цифрового фазометра импульсно-фазового светодальномера состоит в следующем (рис. 80).

Передним фронтом опорного измерительного сигнала, поступающего от смесителя *9* (см. рис. 78), открывается электронный ключ *2*, создающий измерительный интервал $\Delta\tau_{изм}$ (интервал счета), а передним фронтом информационного измерительного сигнала, пришедшего от ФЭУ, этот ключ закрывается. Таким образом, ключ оказывается открытым на время $\Delta\tau_{изм}$, определяемое уравнением (227).

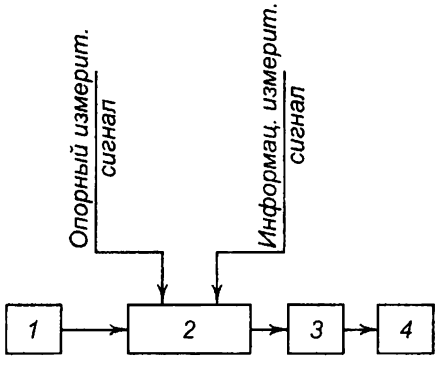


Рис. 80. *Блок-схема цифрового фазометра*

За время, пока ключ открыт, он пропускает на электронный счетчик *3* счетные импульсы определенной частоты с периодом $T_{сч}$, называемые *импульсами заполнения* или квантующими импульсами. При этом $T_{сч}$ на несколько порядков меньше $T_{изм}$. Данные импульсы генерируются отдельным генератором счетных импульсов *1* или же формируются непосредственно из импульсов генератора масштабной частоты с помощью специальных устройств — делителей частоты.

Интервал времени $\Delta\tau_{изм}$ определяется по числу n подсчитанных счетчиком импульсов заполнения как

$$\Delta\tau_{изм} = n \cdot T_{сч} = \frac{n}{f_{сч}}. \qquad (229)$$

Часть искомого расстояния ΔD в пределах длины полуволны модуляции согласно формулам (228) и (229) будет

$$\Delta D = \frac{v}{2} \cdot \frac{f_{изм}}{f_м} \cdot \frac{n}{f_{сч}}. \qquad (230)$$

В импульсно-фазовых дальномерах счетчик цифрового фазометра градуируется непосредственно в единицах расстояния. Для этого час-

тоты $f_м$, $f_{изм}$ и $f_{сч}$ подбирают таким образом, чтобы величина $\frac{f_м}{f_{изм}} \cdot f_{сч}$ в формуле (230) численно равнялась $\frac{v}{2}$. В этом случае

$$\Delta D = n, \tag{231}$$

где n — отсчет по табло фазометра.

Разрешающая способность цифровых фазометров составляет 0,001÷0,0001 от масштабной длины полуволны (длины волны модуляции) и определяется выражением

$$t = \frac{T_{сч}}{T_{изм}} \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{f_{изм}}{f_{сч}} \cdot \frac{\lambda}{2}. \tag{232}$$

Пусть, например, масштабная частота подобрана так, что $\frac{\lambda}{2} = 10\,м$ (для стандартных метеоусловий), т. е. $f_м \approx 15МГц$, $f_{изм} \approx 1{,}5кГц$, $f_{сч} \approx 1{,}5МГц$. Тогда при заданных соотношениях разрешающая способность фазометра составит

$$t = \frac{1{,}5 \cdot 10^3}{1{,}5 \cdot 10^6} \cdot 10 \cdot 10^3\,см = 1\,см.$$

Цифровые фазометры обладают рядом преимуществ: высокой точностью измерений и стабильностью при изменении внешних условий; удобством считывания и регистрации показаний; возможностью автоматизации процесса измерений.

§ 58. Основные узлы и блоки импульсно-фазового светодальномера

Светодальномер, как уже отмечалось ранее, состоит из приемопередатчика и пассивного отражателя, устанавливаемых на конечных точках измеряемой линии.

Приемопередатчик фазового (импульсно-фазового) светодальномера включает в себя следующие обязательные узлы: источник излучения, модулятор излучения, генератор масштабной (модулирующей) частоты, передающую и приемную оптические системы, приемно-фазометрическую часть, состоящую из приемника излучения и фазометра (обычно цифрового типа).

Источники оптического излучения в современных светодальномерах преимущественно лазерного типа. Слово «лазер» образовано начальными буквами английской фразы, в переводе означающей: «усиление света посредством стимулированного излучения». Основным достоинством лазерных излучателей является их способность создавать мощное когерентное оптическое излучение узкого спектра с малой расходимостью выходящего пучка.

В настоящее время наибольшее распространение получают полупроводниковые лазеры на основе арсенида галлия. Лазер такого типа создает

инфракрасное оптическое излучение с длиной волны $\lambda = 0{,}8 \div 0{,}9$ *мкм*. Основу его составляет кристалл арсенида галлия, который с помощью впаянных в него проводников соединяется с источником электрической энергии.

Полупроводниковый лазер обладает двумя важными особенностями.

1. Излучение происходит в импульсном режиме. Полупроводниковые лазеры излучают световую энергию, сосредоточенную в очень коротком импульсе, в результате чего дальность измерений возрастает в 3—5 раз и более.

2. Возможность внутренней модуляции. Источник излучения создает колебания несущей частоты, которые модулируются колебаниями масштабной частоты, определяющей длину волны («метра»), используемой при измерении расстояния. Поэтому одним из важнейших узлов светодальномера является ***генератор масштабной частоты.***

Основным назначением генератора является создание модулирующих гармонических электрических колебаний строго заданной частоты. К стабильности частоты масштабных колебаний предъявляют жесткие требования. Так, для обеспечения относительной погрешности измерений не ниже $(3 \div 5)\cdot 10^{-6}$ относительная нестабильность (уход) масштабной частоты должна быть не более $1\cdot 10^{-6}$ в течение 5—6 месяцев. Такая стабильность частоты модуляции обеспечивается (калибруется) специальным кварцевым *резонатором.*

Модулятор излучения представляет собой устройство, позволяющее точно передавать один из параметров электрических колебаний генератора масштабной частоты несущим колебаниям оптического диапазона, излучаемым лазером, т. е. модулировать несущие колебания. Полупроводниковые лазерные источники излучения обладают замечательным свойством внутренней модуляции, что позволяет создавать легкие, портативные светодальномеры.

При применении полупроводниковых лазеров в качестве модулятора используют непосредственно источник излучения. Изменяя с помощью колебаний масштабной частоты, создаваемых задающим генератором, величину тока, проходящего через лазерный кристалл, удается получить модулированное по амплитуде оптическое излучение лазера. Мгновенное излучение лучистой энергии полупроводникового лазера пропорционально питающему току. В результате лазер излучает очень короткие, мощные оптические импульсы с частотой следования, точно соответствующей частоте электрических колебаний масштабного генератора. Такой способ управления оптическим излучением получил название *внутренней модуляции.*

Модулированный световой поток импульсов направляется ***передающей оптической системой*** светодальномера на ***отражатель.***

В современных светодальномерах применяют призменные отражатели, состоящие из различного числа уголковых призм (трипельпризм), смонтированных в корпусе (рис. 81). Назначение отражателя — возвращать падающие на него лучи в обратном направлении строго параллельно первоначальному с минимальными потерями световой энергии.

Трипельпризма — элемент призменного отражателя, имеет три взаимно перпендикулярные грани, а также входную грань в виде пра-

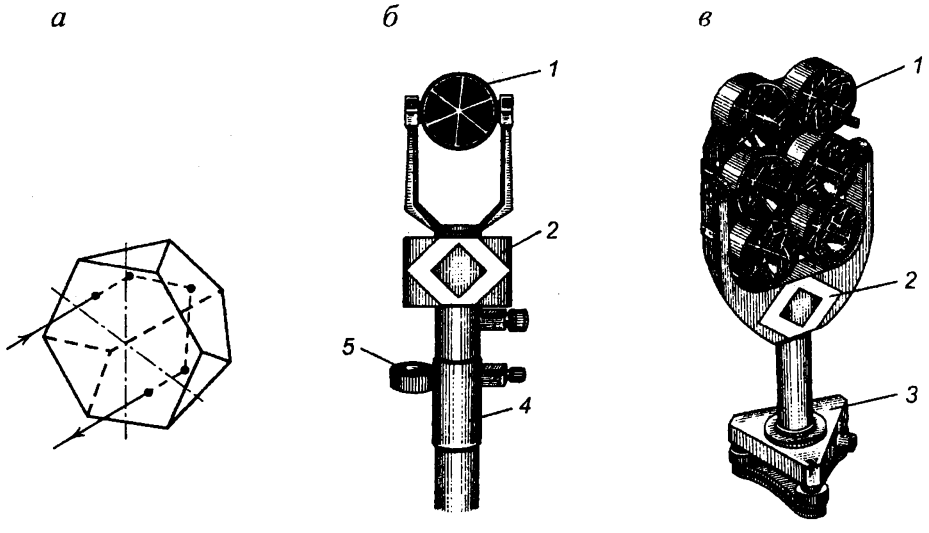


Рис. 81. *Отражатели светодальномера:* а — *ход лучей в трипельпризме;* б — *малый однопризменный отражатель;* в — *большой шестипризменный отражатель;* 1 — *трипельпризма;* 2 — *марка;* 3 — *подставка;* 4 — *телескопическая веха;* 5 — *круглый уровень*

вильного шестиугольника. Световые лучи, падающие на входную грань, поочередно отражаясь от каждой из трех граней, выходят из призмы в обратном направлении, параллельном первоначальному (см. рис. 81, *а*). Расходимость пучка лучей, отраженных трипельпризмой, — минимальна (около 10—15″). Отражатели с трипельпризмами имеют (по сравнению с другими типами) очень важное достоинство — они мало чувствительны к перекосам относительно створа измеряемой линии (допускается погрешность до 1°).

Отраженный поток световых импульсов ***приемной оптической системой*** направляется в ***приемно-фазометрическую*** часть светодальномера, состоящую из приемника излучения и фазометра. Приемником излучения у современного светодальномера обычно служит *фотоэлектронный умножитель (ФЭУ)*, предназначенный для преобразования поступающего от отражателя (или внутренней оптической линии светодальномера) светового потока в электрические сигналы, которые необходимы для выполнения фазовых измерений.

Одним из центральных узлов светодальномера является фазоизмерительное устройство — *фазометр*, служащий для измерения разности фаз или временного интервала между поступающими из ФЭУ информационным и опорным сигналами, по значениям которых вычисляется величина измеряемого расстояния. В светодальномерах последних лет получили применение электронные цифровые фазометры, принцип действия которых описан выше. Фазометры данного типа автоматизированы вплоть до выдачи результатов на электронное цифровое табло.

В новейших приборах задачи управления процессом измерений, вычисления и контроля решаются с помощью микропроцессоров и встроенных в светодальномер микроЭВМ.

Развитие светодальномерной техники в ближайшее время будет идти путем увеличения точности, надежности, быстродействия и дальности измерений; повышения уровня автоматизации процесса измерений; миниатюризации оптических систем и приборов в целом, уменьшения потребления энергии; обеспечения возможности работы в режиме диффузного отражения (без отражателя). Последний принцип реализован в дальномерных блоках зарубежных тахеометров SET 130 R (Sokkia), NPL — 352/332 (Nikon), Trimble 3600 DR и др.

§ 59. Классификация светодальномеров. Точность измерений

В зависимости от точности и назначения в нашей стране выпускают светодальномеры трех типов. В первую и вторую группу входят светодальномеры, обозначенные буквами «*Г*» и «*П*», применяемые соответственно при линейных измерениях в государственных геодезических сетях и в прикладной геодезии. В третью группу с обозначением «*Т*» входят светодальномеры, применяемые при создании сетей сгущения, для выполнения топографических съемок, а также в землеустроительных работах.

Условное обозначение модификаций светодальномеров составляется из порядкового номера модернизации, начальной буквы наименования прибора (*С*), группы (*П, Т*) и значения верхнего предела измерений (в км). В условное обозначение светодальномеров маркшейдерского исполнения включают букву «*М*», а изготавливаемых в виде насадок на теодолиты — букву «*Н*».

Примеры условных обозначений светодальномеров в соответствии с ГОСТ:

СГ 20 — светодальномер группы *Г* с верхним пределом измерений 20 км;

СП 3М — светодальномер группы *П* с верхним пределом измерения 3 км маркшейдерского исполнения;

СТ 5 — светодальномер группы *Т* с верхним пределом измерений 5 км;

2СТ 10 — модернизированный светодальномер группы *Т* с верхним пределом измерения 10 км.

Значение средней квадратической погрешности измерения расстояний светодальномерами определяется выражением

$$m_D = a + b\,D_{км},\ мм, \qquad (233)$$

где a и b — коэффициенты; D — измеряемое расстояние, км.

Значения коэффициентов a и b, а также пределы измерений для светодальномеров определенной группы должны соответствовать величинам, приведенным в табл. 23.

Таблица 23

Точность светодальномеров и пределы измерений

Группа светодальномеров	Значения коэффициентов		Пределы измерений, км	
	a	*b*	нижний	верхний
Г	5; 10	1; 2	0,5	15 – 20
П	0,3; 0,5; 1; 2	0,5; 1; 2; 3	0,002	0,1 – 3
Т	5; 10	2; 3; 5	0,002	1 – 15

Погрешности измерения расстояний светодальномерами зависят как от конструктивных особенностей приборов, так и влияния внешних условий. Для топографических светодальномеров из многообразного спектра источников погрешностей наиболее значимыми являются: погрешность определения разности фаз (3—5 мм); погрешность из-за нестабильности (ухода от номинала) масштабной частоты, величина которой зависит от расстояния. Погрешность вычисления показателя преломления воздуха, определяющего значение скорости света в реальной атмосфере, в большей степени сказывается при измерении больших, порядка нескольких километров дальностей. При измерении расстояний до 1 км значение атмосферной погрешности не превышает 1—2 мм, при условии введения поправок в соответствии с инструкцией по эксплуатации.

На практике точность измерений расстояний светодальномерами определяет также совокупность сложных физических явлений: отражение электромагнитных волн от подстилающей поверхности, дифракция света, фазовые задержки в блоках светодальномера и т. п.

§ 60. Топографические светодальномеры СТ5, 2СТ10 и 4СТ3

Светодальномер СТ5 «Блеск» предназначен для линейных измерений в триангуляции и полигонометрии IV класса, 1-го и 2-го разрядов для производства топографических съемок, а также для решения инженерно-геодезических задач на местности. Устройство СТ5 показано на рис. 82.

В комплект прибора кроме самого светодальномера, двух шестипризменных и однопризменного отражателей (см. рис. 81) входят подставки, источники питания, разрядно-зарядное устройство, оптические центриры, штативы, барометр, термометр и другие принадлежности.

В светодальномере использован импульсно-фазовый гетеродинный метод измерения расстояний с преобразованием временного интервала. Результаты измерений индицируются на шестиразрядном электронно-цифровом табло. Моменты приема отраженного сигнала и окончания счета измерений сопровождаются звуковым сигналом микротелефона. Блок контрольного отсчета позволяет следить за работой прибора в полевых условиях. Прибор снабжен системой блокировки, автоматически отключающей приемопередатчик от батареи питания при напряжении, большем допустимого, а также после ее разрядки. Для экономии энергии аккумулятора счетный узел и цифровое табло включается только на время счета и индикации результата. Источником излучения является полупроводниковый лазерный диод с длиной волны 0,86 мкм (инфракрасное излучение).

Средняя потребляемая мощность составляет 5 Вт. Время однократного измерения: в режиме «*ТОЧНО*» — 8 с, в режиме «*ГРУБО*» — 15 с. Масса приемопередатчика — 4 кг.

Измерение производится на двух масштабных частотах следования излучаемых импульсов: $f_{м_1} = 14{,}9855$ МГц ($\frac{\lambda}{2} = 10\ м$ для стандартных метео-

 условий) и $f_{м_2} = 149{,}855$ кГц $\left(\frac{\lambda}{2} = 1000\ м\right)$. На первой частоте выполняется

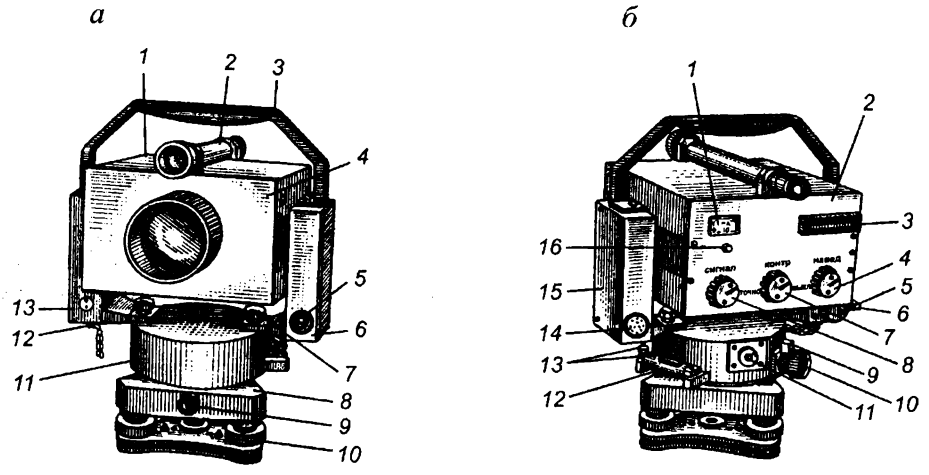


Рис. 82. *Светодальномер СТ5:* а — *вид со стороны объектива:* 1 — *крышка;* 2 — *зрительная труба;* 3 — *ручка;* 4 — *головка;* 5 — *разъем;* 6, 13 — *стойки;* 7 — *винт;* 8 — *подставка;* 9 — *закрепительный винт;* 10 — *подъемный винт;* 11 — *основание;* 12 — *разъем для подключения регистрирующего устройства;* б — *вид со стороны лицевой панели:* 1 — *стрелочный прибор;* 2 — *лицевая панель;* 3 — *цифровое табло;* 4 — *переключатель II (ВЫКЛ–НАВЕД–СЧЕТ);* 5, 10 — *головки винтов наводящих устройств;* 6, 9 — *рукоятки закрепительных устройств;* 7 — *переключатель I (ТОЧНО–КОНТР–ГРУБО);* 8 — *ручка СИГНАЛ;* 11 — *окуляр оптического центрира;* 12 — *цилиндрический уровень;* 13 — *юстировочные гайки уровня;* 14 — *микротелефон;* 15 — *крышка;* 16 — *ручка установки контрольного отсчета*

измерение в режиме «*ТОЧНО*», на второй — в режиме «*ГРУБО*» для разрешения неоднозначности в пределах 1 км. В результате гетеродинного преобразования низкочастотные импульсы в опорном и сигнальном каналах в режиме «*ТОЧНО*» имеют частоту $f_{изм} = 1{,}49855$ кГц. Частота следования импульсов заполнения в данном режиме для измерения временного интервала $f_{зап} = 7{,}49275$ МГц, что согласно выражению (232) соответствует цене деления цифрового фазометра

$$t = \frac{1498{,}55\ Гц \cdot 10\ м}{7492750\ Гц} \cdot 1000 = 2\ мм.$$

Для исключения влияния временных задержек сигналов, обусловленных прохождением информационного и опорного сигналов по электрическим цепям прибора, в светодальномере предусмотрена так называемая *линия оптического короткого замыкания* (ОКЗ), которая включается попеременно с оптической ветвью передатчика, направляющей излучение на отражатель. Переключение прибора в режимы «*ОКЗ*» — «*ДИСТАНЦИЯ*» производится автоматически по команде, поступающей из программного счетного блока в тот момент, когда завершается счет при посылке сигнала на отражатель. В режиме «*ОКЗ*» излучение не идет на дистанцию, а проходит по линии ОКЗ внутри прибора. На цифровом табло счетный узел выдает разность отсчетов $D_{ист} - D_{окз}$, содержащих одни и

те же величины временных задержек, в результате чего указанная разность отсчетов оказывается свободной от их влияния.

В режиме «*ГРУБО*» цена одного деления цифрового фазометра равна 10 см.

Средняя квадратическая погрешность измерения расстояния одним приемом в режиме «*ТОЧНО*» $m_D = (10 + 5D_{км})$, *мм*; в режиме «*ГРУБО*» — 20 см.

При измерении малых расстояний для ослабления сигнала на объектив светодальномера надевают аттенюатор, представляющий собой насадку в виде сетки, надеваемой на объектив светодальномера. В зависимости от числа призм отражателя при благоприятных погодных условиях (облачной погоде и слабой турбулентности атмосферы) светодальномером можно измерять расстояния до 5 км.

Светодальномер может быть установлен на теодолиты серий 2Т и 3Т для одновременного измерения углов и расстояний. При установке на теодолит от светодальномера отделяют основание, с теодолита снимают ручку для переноски и на ее место закрепляют светодальномер.

Светодальномер 2СТ10 «Блеск-2» (рис. 83, *а*) является дальнейшей модификацией светодальномера СТ5. В нем, так же как и в СТ5, использован импульсно-фазовый метод измерения расстояний с гетеродинным преобразованием временного интервала. Измерение производится на трех частотах следования импульсов: $f_{м_1} = 14\,985{,}5$ *кГц*; $f_{м_2} = 149{,}855$ *кГц*; $f_{м_3} = 1{,}49855$ *кГц*. При этом первая из них используется для измерения в пределах цикла 10 м (точное измерение), вторая и третья — для разрешения неоднозначности в пределах 1 и 10 км соответственно.

Дальность действия 2СТ10 достигает 10 км при использовании отражателя из 18 призм; точность измерений увеличена почти вдвое и определяется уравнением

а *б*

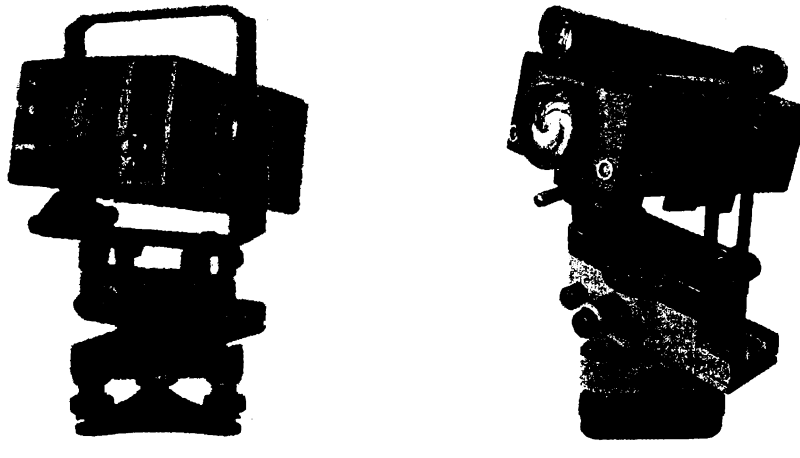


Рис. 83. *Светодальномеры:* а — *2СТ10 «Блеск-2»*; б — *4СТ3*

$$m_D = (5 + 3D_{км}),\ мм.$$

В остальном конструкции светодальномеров 2СТ10 и СТ5 имеют много общего.

2СТ10 также оборудован микроЭВМ, которая управляет работой схемы светодальномера, производит контроль функционирования, учитывает поправки за температуру и давление, обрабатывает получаемую информацию и выдает результат на цифровое табло.

Светодальномер 4СТ3 (рис. 83, *б*) с дальностью измерения расстояний от 2 м до 3 км (на трехпризменный отражатель) как самостоятельный прибор используется для измерения длин линий в полигонометрии, при создании геодезических сетей сгущения, опорных межевых сетей и т. п. Прибор может устанавливаться на теодолиты серии 3Т для одновременного измерения углов и расстояний при производстве топографических съемок, межевании земельных участков и решения инженерно-геодезических задач на местности.

В отличие от 2СТ10 светодальномер 4СТ3 имеет значительно меньшую (2 кг) массу и габариты, возможность ввода информации во встроенную память емкостью 512 Кбайт, позволяющую записывать результаты измерений не менее 5000 пикетов и вывода ее на компьютер. Прибор позволяет выполнять измерения в трех режимах: основном (точном), ускоренном (грубом) и режиме слежения (измерения до движущегося объекта).

Средняя квадратическая погрешность измерения расстояния в основном режиме

$$m_D = (3 + 3D_{км}),\ мм.$$

§ 61. Методика измерений расстояний топографическими светодальномерами

Общие указания по эксплуатации. Светодальномер является сложным электронно-оптическим прибором, требующим бережного обращения, защиты от атмосферных осадков и перегрева на солнце. Следует оберегать оптические поверхности от конденсации на них влаги, пыли и загрязнения. При транспортировке светодальномеры и их принадлежности должны быть надежно закреплены в футлярах.

Точность измерения расстояний светодальномерами, а также дальность их действия существенно зависят от степени подготовленности прибора к работе, от соблюдения предписанного порядка выполнения операций при измерениях и от выбора оптимальных внешних условий для выполнения измерений.

Как и любые средства измерений, светодальномеры, включая входящие в комплект метеорологические приборы, периодически поверяют для оценки соответствия их реальных метрологических характеристик заданным. Для этого (обычно перед началом и по окончании полевого сезона) проводят регламентные работы, в процессе которых на линиях известной длины переопределяют значение приборной поправки светодальномера, а путем контрольных измерений базисов проверяют реаль-

ную точность испытуемого прибора. Наряду с этим периодической поверке (раз в полгода) подвергается значение основной масштабной частоты. При ее уходе за пределы регламентируемого допуска устанавливают номинальное значение регулировкой соответствующих подстроечных элементов.

Перед непосредственным использованием прибора производят комплекс текущих поверок и юстировок (цилиндрического уровня, сетки нитей зрительной трубы и оптического центрира) и выполняют *проверку функционирования* электронных узлов светодальномера.

Для проверки схемы контроля *напряжения источника питания* светодальномера СТ5 (см. рис. 82) устанавливают переключатель *I* в положение *«КОНТР»*, переключатель *II* в положение *«ВЫКЛ»* и оценивают показания стрелочного прибора; при заряженном источнике питания показания прибора должны находиться в пределах 60 — 90 мкА.

Для проверки *индикаторов цифрового табло* включают светодальномер в режим *«СЧЕТ, ТОЧНО»* и наблюдают за показаниями табло; после установки переключателя *II* в положение *«СЧЕТ»* на всех индикаторах в течение 1 — 4 с должна высвечиваться цифра *8*.

Для проверки схемы измерения *температуры кварцевого генератора* включают светодальномер в режим *«СЧЕТ, КОНТРОЛЬ»* и берут несколько отсчетов по табло; каждый последующий отсчет не должен отличаться от предыдущего более чем на пять единиц.

Для проверки схемы установки *контрольного отсчета* на объектив светодальномера надевают блок контрольного отсчета (предварительно сняв аттенюатор), включают светодальномер в режим *«СЧЕТ, ТОЧНО»*. Установив уровень сигнала в середине рабочей зоны стрелочного прибора, снимают значение контрольного отсчета. Эта величина однозначно связана с величиной так называемой *приборной поправки светодальномера*, обусловленной комплексом геометрических и физических факторов. Наблюдаемое значение контрольного отсчета должно с точностью до ±5 мм соответствовать его паспортному значению. В необходимых случаях вращением ручки установки контрольного отсчета устанавливают на табло его паспортное значение. Такой технический прием позволяет на каждом пункте контролировать и корректировать величину приборной поправки, которая автоматически вводится в результат измерения.

Порядок измерения длин линий. Все современные светодальномеры позволяют применять трехштативный способ измерения расстояний, при котором после измерения очередной линии светодальномер извлекают из подставки, закрепленной на штативе, и устанавливают на месте отражателя, в то время как отражатель переносят на очередной штатив для измерения следующей линии и т. д.

Измерения выполняют в следующей последовательности (при использовании светодальномера СТ5).

1. На конечных точках измеряемой линии устанавливают штативы с подставками и центрируют их с помощью переносного оптического центрира. В первой подставке закрепляют светодальномер (либо теодолит с установленным на нем светодальномером), во второй — отража-

тель. Отражатель с помощью визира ориентируют на светодальномер с погрешностью не более 1 °.

Как отмечалось ранее, в комплект светодальномера входят несколько отражателей с различным числом призм. С учетом длины измеряемой линии и атмосферных условий стремятся использовать отражатели с наименьшим числом призм, что повышает точность измерений.

2. Измеряют высоту светодальномера и отражателя с точностью до см.

3. Вращением окулярного кольца зрительной трубы добиваются четкого изображения сетки нитей и визируют на отражатель. Наведение светодальномера на отражатель обычно выполняют в два приема: сначала с помощью зрительной трубы, используя рукоятки и винты закрепительных и наводящих устройств, затем окончательно — по максимуму отраженного сигнала.

Включают светодальномер в режим *«НАВЕДЕНИЕ»* (переключатель *I* в положение *«ТОЧНО»*, переключатель *II* в положение *«НАВЕД»*). Поворачивают ручку *СИГНАЛ* по часовой стрелке до ограничения, а при большом уровне фоновых шумов в солнечную погоду и при высокой температуре — до показаний стрелочного прибора не более 20 мкА.

Вращением винтов наводящих устройств наводят светодальномер на отражатель до получения звукового сигнала и отклонения стрелки прибора вправо по шкале. При измерениях расстояний до 400 м на объектив надевают аттенюатор. Наводят светодальномер по максимуму сигнала, одновременно устанавливая ручкой *СИГНАЛ* уровень сигнала в середине рабочей зоны.

4. Установив переключатель *II* в положение *«СЧЕТ»*, оценивают свечение индикаторов табло; при необходимости ручкой *СИГНАЛ* подстраивают уровень сигнала и в режиме *«ТОЧНО»* после звукового сигнала берут три отсчета расстояния (I прием). Светодальномером СТ5 длину линии обычно измеряют тремя приемами; при этом прием включает в себя одно наведение на отражатель и взятие 2 — 3 отсчетов по цифровому табло.

Еще дважды наводят светодальномер на отражатель и после каждого наведения берут по три отсчета в режиме *«ТОЧНО»*. Результаты заносят в журнал измерений (табл. 24).

Переводят переключатель *I* в положение *«КОНТР»* и берут отсчет для определения коэффициента k_f.

5. Измеряют температуру и давление атмосферы как у светодальномера, так и у отражателя и вычисляют их средние значения. При коротких (до 1 км) расстояниях и малых перепадах высот метеоданные определяют на одном из пунктов.

6. При грубых измерениях переключатель *I* устанавливают в положение *«ГРУБО»*, переключатель *II* — в положение *«СЧЕТ»*, добиваются уровня сигнала в пределах рабочей зоны (ручкой *СИГНАЛ* и ориентированием светодальномера на отражатель), берут один-два отсчета по табло.

По окончании измерений выключают светодальномер, установив переключатель *II* в положение *«ВЫКЛ»*.

Таблица 24

Журнал измерения линии светодальномером СТ5

Светодальномер *СТ5 «БЛЕСК» № 10493*	
Наблюдатель *Есенников О.В.*	Дата *7.07.2005 г.*
Линия *пп. 61 – пп. 62*	Начало *14ч 00м*
Число целых км – *1*	Конец *14ч 20м*
Тип отражателя *3-призменный*	Погода *ясно, слабый ветер*
Отметки точек установки:	Метеоданные:
светодальномера $H_{св}$ =*142,22 м*	температура $t = 28{,}5^\circ C$
отражателя $H_{отр}$ =*140,13 м*	давление $p = 755$ *мм рт.ст.*
Высоты:	
светодальномера i=*1,72 м*	
отражателя V=*1,55 м*	

Приемы	Отсчеты по цифровому табло, Режим: КОНТР/СЧЕТ	Отсчеты по цифровому табло, Режим: ТОЧНО/СЧЕТ	Средние отсчеты
I	110	624,660 624,660 624,659	624,660
II	110	624,658 624,658 624,661	624,659
III	111	624,660 624,656 624,655	624,657
Среднее из трех приемов			624,659
Целые км		1	
D_T, *м*		1 624,659	
D, *м*		1 624,672	
d, *м*		1 624,669	

Вычисление горизонтального проложения

Рабочие формулы:

$$D = D_T + 10^{-5} D_T (k_n + k_f) + \Delta D_ц;$$

$h=(H_{св} + i) - (H_{отр} + V)$;

$$\Delta D_н = \frac{h^2}{2D}; \quad d = D - \Delta D_н.$$

Вычисления:

$k_n = +1{,}2$; $k_f = -0{,}4$; $\Delta D_ц = 0$.

$D_T = 1624659 + 16{,}25\,(1{,}2 - 0{,}4) = 1624672$ *мм*;

$h = (142{,}22 + 1{,}72) - (140{,}13 + 1{,}55) = +2{,}26$ *м*;

$$\Delta D_н = \frac{(2{,}26\ м)^2}{2 \cdot 1625\ м} = 3\ мм;$$

$d = 1624672 - 3 = 1624669$ *мм*.

Обработка результатов измерений. В среднее измеренное значение длины линии (см. табл. 24) вводят поправки за метеоусловия и приборные поправки. Наклонную длину линии рассчитывают по формуле

$$D = D_T + \Delta D_{t,p,f} + \Delta D_ц, \qquad (234)$$

где D_T — результат измерения в режиме «*ТОЧНО*» с учетом целых километров; $\Delta D_{t,p,f} = 10^{-5} D_T (k_П + k_f)$ — поправка за температуру, давле-

ние воздуха и температурное изменение частоты кварцевого генератора.

Коэффициент $k_П$ определяют по номограмме (рис. 84, *а*) с учетом температуры воздуха и атмосферного давления. Для рассматриваемого случая (см. табл. 24) при $t=28{,}5$ °С и $r=755$ мм рт. ст. коэффициент $k_П = 1{,}2$.

Коэффициент k_f находят по графику (рис. 84, *б*), прилагаемому к паспорту светодальномера; в приведенном примере средний отсчет из трех приемов в режиме *«КОНТР/СЧЕТ»* равен 110, тогда $k_f = -0{,}4$.

Значение поправки за циклическую погрешность $\Delta D_ц$, *мм* определяют по графику рис. 84, *в*, составленному на основе специальных исследований по результатам измерений расстояний в пределах 10 м. Согласно этому графику для измеренного расстояния (в целых метрах и десятых долях метра, т. е. 4,7 м), величина поправки $\Delta D_ц = 0$.

После получения наклонной дальности вычисляют горизонтальное проложение измеренной линии. При этом возможны два случая.

1. Если известны отметки конечных точек измеряемой линии, то вычисляют превышение между горизонтами светодальномера и отражателя как

$$h = (H_{св} + i) - (H_{отр} + V).$$

Поправка за наклон линии $\Delta D_н = h^2/2D$.

Тогда горизонтальное проложение линии $d = D - \Delta D_н$.

2. Если после определения наклонной дальности измеряют угол наклона ν линии визирования, то горизонтальное проложение может быть найдено по одной из формул:

$$d = D \cdot \cos \nu \text{ или } d = D - \Delta D_н,$$

где $\Delta D_н = 2D \cdot \sin^2 \nu/2$.

Кроме указанных выше поправок в длину линии вводят поправки за приведение к уровню моря $\Delta d_н$ и за редуцирование линии на плоскость проекции Гаусса — Крюгера $\Delta d_Г$, т. е.

$$d_0 = d + \Delta d_н + \Delta d_Г, \qquad (235)$$

где $\Delta d_н = -\frac{H_{ср}}{R} \cdot d$; $\Delta d_Г = \frac{y_{ср}^2}{2R^2} \cdot d$;

здесь $H_{ср}$ — средняя высота линии над уровнем моря, R — средний радиус кривизны поверхности эллипсоида (R = 6371 км), $y_{ср}$ — среднее отстояние линии от осевого меридиана зоны.

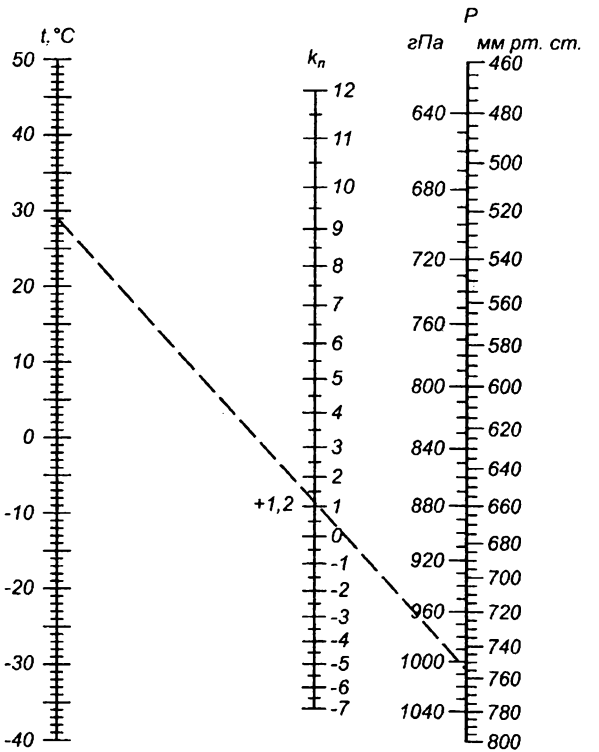
Для рассмотренного выше примера (см. табл. 24) при $H_{ср}$ = 245 м и $y_{ср}$ = 120 км имеем:

$$\Delta d_н = -\frac{0{,}245\ км}{6371\ км} \cdot 1\,624\,669\ мм = -62\ мм; \quad \Delta d_Г = \frac{(120\ км)^2}{2 \cdot (6371\ км)^2} \cdot 1\,624\,669\ мм = +288\ мм.$$

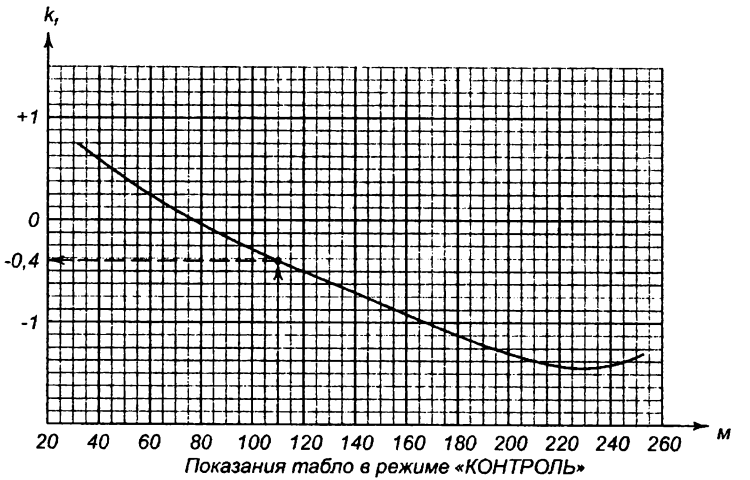
Тогда окончательное значение горизонтальной проекции линии

$$d_0 = 1\,624\,669 - 62 + 288 = 1\,624\,895\ мм = 1\,624{,}895\ м.$$

а



б



в

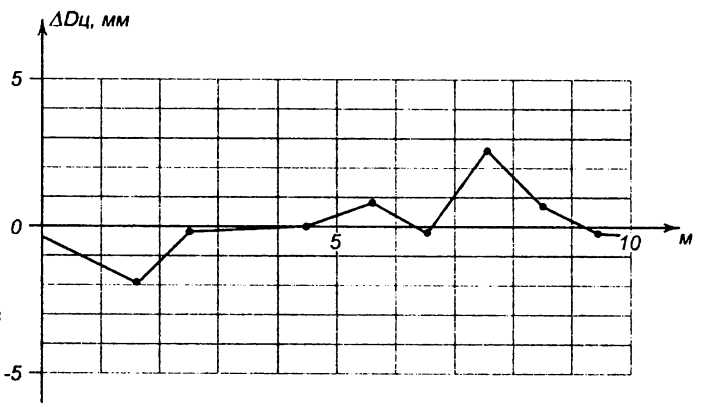


Рис. 84. *Номограмма и графики определения коэффициентов k_n, k_t и поправки за циклическую погрешность*

Глава 11

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В СЕТЯХ СГУЩЕНИЯ

§ 62. Содержание и порядок вычислений триангуляции

Целью предварительных вычислений является установление качества полевых измерений, соответствия их требованиям инструкций и необходимой точности, подготовка результатов измерений для уравнительных вычислений и оценка точности угловых измерений.

Предварительные вычисления начинаются в поле, во время производства наблюдений на пункте. Далее они продолжаются в камеральных условиях и включают в себя:

- проверку полевых материалов;
- составление сводов результатов измерений горизонтальных направлений на пунктах;
- составление схемы сети с измеренными направлениями и углами;
- предварительное решение треугольников;
- вычисление поправок за центрировку и редукцию;
- приведение измеренных направлений к центрам пунктов;
- составление схемы сети с приведенными углами;
- вычисление угловых невязок в треугольниках и установление их допустимости;
- оценка точности угловых измерений.

Рассмотрим порядок предварительных вычислений триангуляции 2-го разряда на примере вычислительной обработки центральной системы (рис. 85).

§ 63. Проверка результатов полевых измерений и вычислений

В полевых журналах проверяют все вычисления, включая нахождение среднего арифметического из отсчетов, средних измеренных направлений и приведенных к нулю направлений; одновременно проверяют соблюдение установленных допусков в измерениях (незамыкание горизонта, колебание двойной коллимационной погрешности) по отдельным приемам и по всем приемам. В центрировочных листах проверяют значения элементов приведения и контрольного угла, а также правильность оформления листов. О результатах проверки делают отметки в полевых журналах и центрировочных листах.

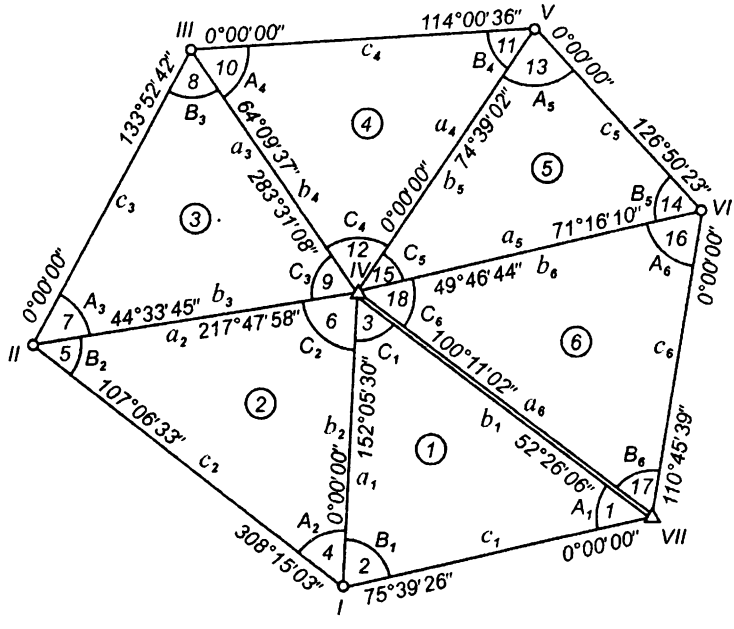


Рис. 85. *Схема сети с измеренными направлениями и углами*

В сводную ведомость наблюдений выписывают результаты измерения направлений всеми выполненными на пункте приемами; для суждения о качестве измерений для каждого приема указывают наибольшие значения разности повторных наблюдений на начальный пункт и колебания двойной коллимационной погрешности зрительной трубы. Затем находят средние значения направлений, приведенные к нулю, в образовании которых участвуют только приемы, удовлетворяющие требованиям инструкции.

По отклонениям отдельных значений направлений от среднего их значения выполняют оценку точности измеренных направлений по формулам Петерса.

В сводную ведомость средних значений направлений (табл. 25) включают значения угловых и линейных элементов приведения направлений к центрам пунктов (центрировок и редукций).

Составляют схему с измеренными направлениями и углами (см. рис. 85). Углы между сторонами сети определяют как разности соответствующих направлений.

§ 64. Предварительное решение треугольников

Предварительное решение треугольников выполняют для нахождения длин сторон сети, которые необходимы для вычисления поправок за центрировку и редукцию.

Общие стороны смежных треугольников (IV-I, IV-II, IV-III и т. д.), называются *связующими*, остальные стороны (I-II, II-III, III-V и т. д.) — *промежуточными*. По аналогии углы $1(A_1)$, $2(B_1)$, $4(A_2)$, $5(B_2)$ и т. д., противолежащие связующим сторонам, называются *свя-*

Таблица 25

Элементы приведения и средние значения направлений

Пункт	Элементы приведения	Наименование направления	Средние значения направлений
п. IV	l = 0,138 м l_1 = 0,095 м θ = 80°30′ на п.V θ_1 =116°30′ на п.V	IV – V IV – VI IV – VII IV – I IV – II IV – III	0°00′00″ 49°46′44″ 100°11′02″ 152°05′30″ 217°47′58″ 283°31′08″
п. V	l = 0,119 м l_1 = 0,042 м θ = 10°00′ на п.VI θ_1 =350°15′ на п. VI	V – VI V – IV V – III	0°00′00″ 74°39′02″ 114°00′36″

зующими, а остальные углы $3(C_1)$, $6(C_2)$, $9(C_3)$ и т. д. — *промежуточными*.

Длины сторон треугольников определяют по теореме синусов:

$$\frac{a_1}{\sin A_1} = \frac{b}{\sin B_1} = \frac{c_1}{\sin C_1},$$

отсюда

$$a_1 = \frac{b_1}{\sin B_1} \cdot \sin A_1;\ c_1 = \frac{b_1}{\sin B_1} \cdot \sin C_1 \quad \text{и т. д.} \qquad (236)$$

Расчет длин сторон треугольников ведется в таблице, в которую выписывают значения углов с округлением до минут так, чтобы их сумма в треугольнике была равна 180° (табл. 26). Длину исходной стороны и длины вычисленных сторон можно округлять до 1 м.

Для рассматриваемого примера (см. табл. 26) в первом треугольнике по стороне b_1 и углу $2(B_1)$ находят длины сторон a_1 и c_1 по формулам (236). Последнее значение длины линии a_1 в первом треугольнике служит исходным для решения второго треугольника, т. е. $b_2 = a_1$. Длины сторон последующих треугольников определяют аналогичным образом.

Таблица 26

Предварительное решение треугольников

Номер треугольника	Номер угла	Название пункта	Угол	Синус угла	Обозначение стороны	Длина стороны, м
1	2	3	4	5	6	7
1	$2(B_1)$ $3(C_1)$ $1(A_1)$	I IV VII	75°40′ 51°54′ 52°26′ 180°00′	0,9689 0,7869 0,7926	b_1 c_1 a_1	1828 1485 1496

Окончание табл. 26

1	2	3	4	5	6	7
2	$5(B_2)$	II	62°33′	0,8874	b_2	1496
	$6(C_2)$	IV	65°42′	0,9114	c_2	1536
	$4(A_2)$	I	51°45′	0,7853	a_2	1324
			180°00′			
3	$8(B_3)$	III	69°43′	0,9380	b_3	1324
	$9(C_3)$	IV	65°43′	0,9115	c_3	1287
	$7(A_3)$	II	44°34′	0,7017	a_3	991
			180°00′			
4	$11(B_4)$	V	39°21′	0,6341	b_4	991
	$12(C_4)$	IV	76°29′	0,9723	c_4	1519
	$10(A_4)$	III	64°10′	0,9000	a_4	1407
			180°00′			
5	$14(B_5)$	VI	55°34′	0,8248	b_5	1407
	$15(C_5)$	IV	49°47′	0,7636	c_5	1303
	$13(A_5)$	V	74°39′	0,9643	a_5	1645
			180°00′			
6	$17(B_6)$	VII	58°20′	0,8511	b_6	1645
	$18(C_6)$	IV	50°24′	0,7705	c_6	1489
	$16(A_6)$	VI	71°16′	0,9470	a_6	1830
			180°00′			

Окончательным контролем правильности решения треугольников служит сходимость вычисленной в последнем треугольнике длины исходной стороны a_n с ее начальным значением b_1 (в нашем примере $a_6 = b_1$). Для сети триангуляции 2-го разряда расхождение начального и конечного значений исходной стороны не должно превышать 10 м.

§ 65. Вычисление поправок за центрировку и редукцию

Для проведения направлений к центрам пунктов необходимо вычислить поправки в направления за центрировку и редукцию, используя значения угловых и линейных элементов приведения (см. § 49). Выражения для определения этих поправок получают из следующих соображений.

Поправка за центрировку.

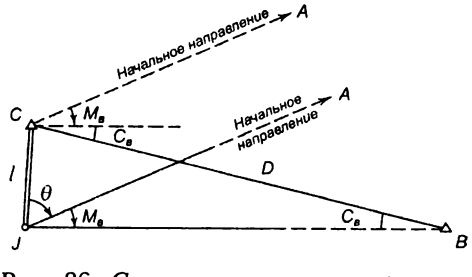


Рис. 86. *Схема определения поправки за центрировку*

Пусть на схеме (рис. 86)
C — центр пункта,
J — проекция вертикальной оси теодолита,
l — линейный элемент центрировки,
θ — угловой элемент центрировки

Если направление *JA* считать начальным, то измеренное направление на пункт *B* выразится измеренным на пункте углом M_B между начальным направлением на пункт *A* и направлением *JA*.

Приведенное направление *CB*, выражаемое углом между начальным направлением *CA* и *CB*, будет равно $M_B + c_B$. Величина c_B является поправкой в измеренное направление *JB* за центрировку.

Из треугольника *JCB* по теореме синусов запишем:

$$\frac{l}{\sin c_B} = \frac{D}{\sin(\theta + M_B)};$$

отсюда

$$\sin c_B = \frac{l \sin(\theta + M_B)}{D}. \qquad (237)$$

Ввиду малости угла c_B можно принять $\sin c_B \approx c_B'' / \rho''$.

Тогда для любого направления

$$c'' = \frac{l \sin(\theta + M)}{D} \rho''. \qquad (238)$$

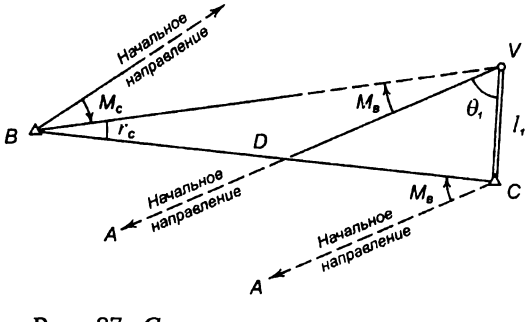
Знак поправки c'' определяется знаком $\sin(\theta + M)$; при $(\theta + M) < 180°$ c'' будет положительной (+), при $(\theta + M) > 180°$ — отрицательной (−).

Поправки, вычисленные по элементам центрировки данного пункта, вводят в направления, измеренные с этого пункта на все наблюдаемые пункты, включая и начальное направление.

Поскольку для начального направления $M = 0$, то для него

$$c'' = \frac{l \sin\theta}{D} \rho''. \qquad (239)$$

Поправка за редукцию.



На схеме (рис. 87) показаны:
V — проекция визирного цилиндра,
C — центр пункта,
l_1 — линейный элемент редукции,
θ_1 — угловой элемент редукции

Рис. 87. *Схема определения поправки за редукцию*

При наблюдениях с пункта *B* на пункт *C* визирование производят на визирный цилиндр *V*, проекция которого не совпадает с центром пункта *C*.

Пусть на пункт *C* измерено направление M_B на пункт *B*. Из-за малости l_1 и большого расстояния *D* можно принять $\angle BVA = M_B$. Тогда из треугольника *BVC* имеем:

$$\frac{l}{\sin r_C} = \frac{D}{\sin(\theta_1 + M_B)}; \sin r_C = \frac{l_1 \sin(\theta_1 + M_B)}{D}$$

или для любого направления

$$r'' = \frac{l_1 \sin(\theta_1 + M)}{D}\rho''. \qquad (240)$$

Следует учесть, что в отличие от поправок за центрировку *поправки за редукцию, вычисленные по элементам* l_1, Q_1, M_i *пункта, вводятся в направления, измеренные с окружающих пунктов на данный пункт.*

Результаты вычисления поправок за центрировку и редукцию для рассматриваемого примера приведены в табл. 27.

Таблица 27

Вычисление поправок за центрировку и редукцию

Название пункта	Измеренные направления *M*	$M+\theta$ $M+\theta_1$	$\sin(M+\theta)$ $\sin(M+\theta_1)$	Длина стороны *D*, м	c''	r''
Пункт IV $L = 0{,}138$ м, $\theta = 80°30'$ на пункт *V*						
V	0°00′	80°30′	+ 0,98629	1407	+ 20,0	
VI	49°47′	130°17′	+ 0,76286	1645	+ 13,2	
VII	100°11′	180°41′	– 0,01193	1828	– 0,2	
I	152°05′	232°35′	– 0,79424	1496	– 15,1	
II	217°48′	298°18′	– 0,88048	1324	– 18,9	
III	283°31′	4°01′	+ 0,07005	991	+ 2,0	
$l_1 = 0{,}095$ м, $\theta_1 = 116°30'$ на пункт *V*						
V	0°00′	116°30′	+ 0,89493	1407		+ 12,5
VI	49°47′	166°17′	+ 0,23712	1645		+ 2,8
VII	100°11′	216°41′	– 0,59740	1828		– 6,4
I	152°05′	268°36′	– 0,99970	1496		– 13,1
II	217°48′	334°18?	– 0,43366	1324		– 6,4
III	283°31?	40°01′	+ 0,64301	991		+ 12,7
Пункт V $l = 0{,}019$ м, $\theta = 10°00'$ на пункт *VI*						
VI	0°00′	10°00′	+ 0,17365	1303	+ 3,3	
IV	74°39′	84°39′	+ 0,99564	1407	+ 17,4	
III	114°01′	124°01′	+ 0,82888	1519	13,4	
$l_1 = 0{,}042$ м, $\theta_1 = 350°15'$ на пункт *V*						
VI	0°00′	350°15′	– 0,16935	1303		– 1,1
IV	74°39′	64°54′	+ 0,90557	1407		+ 5,6
III	114°01′	104°16′	+ 0,96916	1519		+ 5,5

§ 66. Приведение измеренных направлений к центрам пунктов и оценка качества угловых измерений

В каждое измеренное направление вводят суммарную поправку за центрировку и редукцию. Как видно из рис. 88, приведенное к центрам пунктов A и B направление $C_A C_B$ равно углу M_B между начальным направлением и направлением $C_A C_B$:

$$M_B = M'_B + c_B + r_B.$$

Для каждого направления берут свои значения c и r.

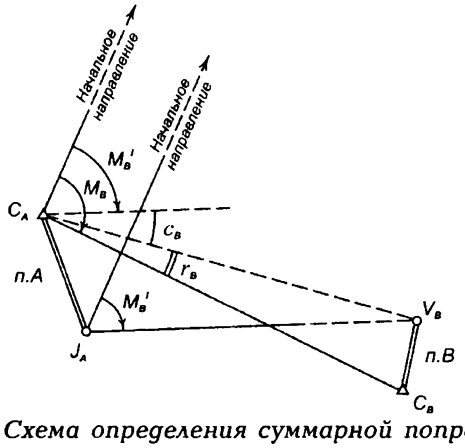


Рис. 88. *Схема определения суммарной поправки в измеренное направление за центрировку и редукцию*

Для того чтобы начальное направление оставалось нулевым, т. е. 0°00′00″, все поправки за центрировку и редукцию до их введения в направления преобразуют по формуле

$$(c+r)_{i_{пр}} = (c+r)_i - (c+r)_0,$$

где i = 1, 2, ..., n — номер направления.

После введения преобразованных поправок получают направления, приведенные к центрам пунктов (табл. 28).

При вычислении суммарных поправок $(c+r)_i$ следует помнить, что поправки за центрировку c_i берут из вычислений на исходном пункте (на котором произведены наблюдения), а поправки за редукцию r_i — из вычислений на том пункте, на который выполнялись наблюдения.

Приведенные направления выписывают на схему сети и вычисляют углы в треугольниках как разности соответствующих приведенных направлений. Полученные данные используют в дальнейшем при уравнивании сети.

В каждом треугольнике подсчитывают сумму углов $\sum\beta$ и угловую невязку

$$f_\beta = \sum\beta - 180°.$$

Согласно инструкции для триангуляции 2-го разряда допустимая угловая невязка в треугольнике $f_{\beta доп} = 40''$.

Таблица 28

Горизонтальные направления, приведенные к центрам пунктов

Пункт	Наблюдаемые пункты	Измеренные направления	Поправки за приведение				Приведенные к центрам направления
			c_i	r_i	$(c+r)$	$(c+r)''-(c+r)''_0$	
I	IV	0°00′00″	0,0	– 13,1	– 13,1	0,0	0°00′00″
	VII	75°39′26″	0,0	0,0	0,0	+ 13,1	75°39′39″
	II	308°15′03″	0,0	0,0	0,0	+ 13,1	308°15′16″
II	III	0°00′00″	0,0	0,0	0,0	0,0	0°00′00″
	IV	44°33′45″	0,0	– 6,4	– 6,4	– 6,4	44°33′39″
	I	107°06′33″	0,0	0,0	0,0	0,0	107°06′33″
III	V	0°00′00″	0,0	+ 5,5	+ 5,5	0,0	0°00′00″
	IV	64°09′37″	0,0	+ 12,7	+ 12,7	+ 7,2	64°09′44″
	II	133°52′42″	0,0	0,0	0,0	– 5,5	133°52′36″
IV	V	0°00′00″	+20,0	+ 5,6	+ 25,6	0,0	0°00′00″
	VI	49°46′44″	+13,2	0,0	+ 13,2	– 12,4	49°46′32″
	VII	100°11′02″	–0,2	0,0	– 0,2	– 25,4	100°10′37″
	I	152°05′30″	–15,1	0,0	– 15,1	– 40,7	152°04′49″
	II	217°47′58″	–18,9	0,0	– 18,9	– 44,5	217°47′14″
	III	283°31′08″	+2,0	0,0	+ 2,0	– 23,6	283°30′44″
V	VI	0°00′00″	+3,3	0,0	+ 3,3	0,0	0°00′00″
	IV	74°39′02″	+17,4	+ 12,5	+ 29,9	+ 26,6	74°39′29″
	III	114°00′36″	+13,4	0,0	+ 13,4	+ 10,1	114°00′46″
VI	VII	0°00′00″	0,0	0,0	0,0	0,0	0°00′00″
	IV	71°16′10″	0,0	+ 2,8	+ 2,8	+ 2,8	71°16′13″
	V	126°50′23″	0,0	– 1,1	– 1,1	– 1,1	126°50′22″
VII	I	0°00′00″	0,0	0,0	0,0	0,0	0°00′00″
	IV	52°26′06″	0,0	– 6,4	– 6,4	– 6,4	52°26′00″
	VI	110°45′39″	0,0	0,0	0,0	0,0	110°45′39″

По невязкам в треугольниках вычисляют среднюю квадратическую погрешность измерения угла по формуле

$$m_\beta = \sqrt{\frac{[f_\beta^2]}{3N}},$$

где N – число треугольников в сети.

В рассмотренном выше примере невязки в треугольниках сети составили $f_{\beta_1} = -3''$; $f_{\beta_2} = +3''$; $f_{\beta_3} = +1''$; $f_{\beta_4} = +17''$; $f_{\beta_5} = +10''$; $f_{\beta_6} = -9''$.

Тогда

$$m_\beta = \sqrt{\frac{489}{3 \cdot 6}} = 5,2''.$$

Полученное значение $m_\beta < 10''$ $(5,2'' < 10'')$, следовательно, качество угловых измерений отвечает требованиям, предъявляемым к сетям триангуляции 2-го разряда.

Раздел IV

УРАВНИВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ СГУЩЕНИЯ И СЪЕМОЧНЫХ СЕТЕЙ

Глава 12

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ УРАВНИВАНИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

§ 67. Сущность уравнительных вычислений. Метод наименьших квадратов

В геодезических сетях для контроля и оценки качества измерений, а также для повышения их точности наряду с необходимыми всегда выполняют избыточные измерения. Избыточные измерения необходимы для контроля, повышения точности результатов измерений и оценки их качества.

Необходимые и избыточные измерения в сети находятся в определенных математических соотношениях, которые в результате обработки результатов измерений должны быть удовлетворены. Кроме того, при развитии геодезических сетей используют также избыточные исходные данные (координаты исходных пунктов, длины базисов, дирекционные углы линий), что приводит к появлению дополнительных геометрических условий.

Ввиду присутствия в результатах измерений (как необходимых, так и избыточных) неизбежных случайных погрешностей возникающие в сети геометрические условия не соблюдаются точно, что приводит к появлению невязок, которые должны быть устранены путем введения поправок в измеренные величины.

Избыточные измерения позволяют получить определяемые величины несколькими путями, при этом значения одной и той же величины различны между собой, т. е. возникает неоднозначность решения задачи. В результате уравнивания каждая определяемая величина должна иметь одно и то же значение независимо от пути ее вычисления. Таким образом, уравнивание сети есть вычислительный процесс по распределению невязок, т. е. нахождение системы поправок, которая доставляет наилучшие значения измеренных и искомых величин, а также оценка их точности. Наилучшими значениями будем считать величины, наиболее близкие к действительным (истинным) их значениям.

Так как истинные погрешности в измерениях неизвестны и эти погрешности являются случайными, то логично поставить при уравнивании такое условие, чтобы найденные поправки в измерения (опреде-

ления) как можно меньше искажали бы результаты измерений, т. е. воспользоваться принципом наименьших квадратов

$$[pv^2] = min, \tag{241}$$

где $[pv^2] = p_1v_1^2 + p_2v_2^2 + \ldots + p_nv_n^2$; p_i — вес i-го измерения; v_i — вероятнейшая поправка i-го измерения; $i=1, 2, \ldots, n$.

Данный принцип был предложен в 1806 г. французским математиком А. Лежандром для обработки результатов наблюдений и получил развитие в работах К. Гаусса, русского математика А.А. Маркова и др.

Уравнительные вычисления с применением принципа наименьших квадратов называют *уравниванием по методу наименьших квадратов*. Теоретически доказано, что соблюдение условия (241) при уравнивании приводит к наилучшим оценкам определяемых величин. В этом случае уравнительные вычисления называют *строгими*.

Строгие способы уравнивания обеспечивают соблюдение трех требований:

а) выполнение всех геометрических условий в сети;

б) нахождение наиболее надежных значений измеренных величин под условием $[pv^2] = min$;

в) оценку точности результатов измерений и их функций, т. е. уравненных элементов сети.

Строгие методы уравнивания позволяют получать наилучшие (с минимальными средними квадратическими погрешностями) результаты, эффективно совмещают в одной программе процессы уравнивания, оценки точности и реализации заключительных контролей качества уравненных результатов, более удобны для программирования задач при уравнивании с использованием ЭВМ.

Для уравнивания геодезических построений используют *параметрический* и *коррелатный* способы. При коррелатном способе поправки отыскивают непосредственно к измеренным величинам, а при параметрическом — к их функциям. Оба этих способа уравнивания являются строгими и приводят к равноценным результатам. Выбор того или иного способа уравнивания определяется в основном числом исходных данных и избыточных измерений, а также с учетом использования оптимального алгоритма решения задачи. В настоящее время уравнивание геодезических сетей выполняют на ЭВМ по параметрическим алгоритмам и программам, основанным на итерационных методах, позволяющих решать системы уравнений с некоторой заранее заданной точностью с помощью сходящихся бесконечных процессов, т. е. последовательными приближениями.

Наряду со строгими методами существуют *приближенные* (*упрощенные*) способы уравнивания, в которых соблюдаются геометрические условия в сети, а другие требования выполняются частично.

В практической деятельности инженеров землеустройства и земельного кадастра довольно часто возникает необходимость уравнивания ограниченных по площади геодезических систем с небольшим числом неизвестных. Использование при этом современной измерительной

техники (светодальномеров, электронных теодолитов и тахеометров, цифровых нивелиров и т. п.) позволяет существенно повысить точность измерений и уменьшить величины невязок. В таких случаях уравнительные вычисления могут выполняться с использованием функциональных микрокалькуляторов упрощенными способами, дающими результаты, весьма близкие к результатам строгого уравнивания. Существенным недостатком упрощенных способов уравнивания является невозможность полной и надежной оценки точности получаемых результатов.

§ 68. Понятие о параметрическом способе уравнивания

Постановку вопроса рассмотрим на примере многократной линейной засечки (рис. 89). Пусть 1, 2 ,3 и 4 — исходные пункты, т. е. известны их координаты. Измерены длины линий d_1, d_2, d_3, d_4. Известны также средние квадратические погрешности измерения расстояний m_i $(i = 1, 2, 3, 4)$. Требуется определить координаты пункта R (x_R, y_R).

При параметрическом способе уравнивания в качестве параметров обычно принимают координаты определяемых пунктов (в рассматриваемом случае x_R, y_R).

Для определения двух параметров (координат пункта R) достаточно двух расстояний, следовательно, в нашем примере имеются два избыточных измерения. Связь измеренных расстояний с координатами пунктов можно записать в виде

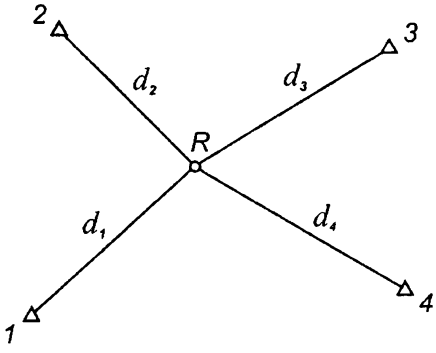


Рис. 89. *Схема к уравниванию линейной засечки параметрическим способом*

$$d_i = \left[(x_i - x_R)^2 + (y_i - y_R)^2\right]^{1/2}. \tag{242}$$

В общем виде выражение (242) запишется как

$$\left.\begin{aligned} \bar{M}_1 &= F_1(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \ldots, \bar{T}_t), \\ \bar{M}_2 &= F_2(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \ldots, \bar{T}_t), \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \bar{M}_n &= F_n(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \ldots, \bar{T}_t), \end{aligned}\right\} \tag{243}$$

где $\bar{T}$ — уравненные значения искомых параметров; $\bar{M}$ — уравненные значения измеренных величин.

Уравнения системы (243) называют *параметрическими уравнениями связи.*

Заменив уравненные значения $\bar{M}_i$ на измеренные M_i с поправками v_i, имеем

$$\bar{M}_i = M_i + v_i. \tag{244}$$

Тогда из системы (243) найдем

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= F_1(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \ldots, \bar{T}_t) - M_1, \\ v_2 &= F_2(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \ldots, \bar{T}_t) - M_2, \\ &\cdots\cdots\cdots \\ v_n &= F_n(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \ldots, \bar{T}_t) - M_n \end{aligned}\right\}. \tag{245}$$

Уравнения (245) называют *уравнениями поправок в общем виде.*

Задача уравнивания состоит в нахождении поправок v_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) и параметров $\bar{T}_j$ ($j = 1, 2, \ldots, t$).

Для решения системы (245) приведем функцию F_i к линейному виду путем разложения ее в ряд Тейлора, ограничиваясь при этом первыми членами, что возможно, если предварительно известны приближенные значения параметров T_j^0. В нашем примере в качестве приближенных значений параметров X_R^0, Y_R^0 можно принять значения координат, вычисленных по одной паре измеренных расстояний. Тогда

$$F_i(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \ldots, \bar{T}_t) = F_i(T_1^0, T_2^0, \ldots, T_t^0) + \frac{\partial F_i}{\partial T_1}\delta T_1 + \frac{\partial F_i}{\partial T_2}\delta T_2 + \ldots + \frac{\partial F_i}{\partial T_t}\delta T_t.$$

Обозначив частные производные

$$\frac{\partial F_i}{\partial T_1} = a_i; \qquad \frac{\partial F_i}{\partial T_2} = b_i; \ \ldots; \qquad \frac{\partial F_i}{\partial T_t} = t_i,$$

получим систему (245) в линейном виде

$$v_i = a_i\delta T_1 + b_i\delta T_2 + \ldots + t_i\delta T_t + F_i(T_1^0, T_2^0, \ldots, T_t^0) - M_i. \tag{246}$$

Так как известны значения измеренных величин M_i и приближенные значения параметров T_j^0, т. е. известны функции $F_i(T_1^0, T_2^0, \ldots, T_t^0)$, то последние два члена можно принять в качестве свободного члена уравнения

$$l_i = F_i(T_1^0, T_2^0, \ldots, T_t^0) - M_i. \tag{247}$$

Подставив выражения (246) и (247) в (245), получим *параметрические уравнения поправок в линейном виде*

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= a_1\delta T_1 + b_1\delta T_2 + \ldots + t_1\delta T_t + l_1 \quad \textit{с весом } p_1, \\ v_2 &= a_2\delta T_1 + b_2\delta T_2 + \ldots + t_2\delta T_t + l_2 \quad \textit{с весом } p_2, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots, \\ v_n &= a_n\delta T_1 + b_n\delta T_2 + \ldots + t_n\delta T_t + l_n \quad \textit{с весом } p_n \end{aligned}\right\}. \tag{248}$$

Поскольку истинная погрешность измерения Δ_i характеризуется тем же весом, что и результат измерения (см. § 11), с учетом $v_i \approx -\Delta_i$ можно принять, что каждая поправка v_i в системе (248) имеет вес, равный весу соответствующего измерения M_i и получаемый по формуле

$$p_i = \mu^2 / m_i^2, \tag{249}$$

где μ — средняя квадратическая погрешность единицы веса (выбирается произвольно); m_i — средняя квадратическая погрешность измерения.

Однако система (248) дает бесчисленное множество решений, так как имеет n уравнений и $(n + t)$ неизвестных. Поэтому применим принцип наименьших квадратов (241), обозначив

$$\Phi = [pv^2] = \sum_{i=1}^{n} p_i (a_i \delta T_1 + b_i \delta T_2 + \ldots + t_i \delta T_t + l_i)^2.$$

Для нахождения минимума функции Φ необходимо найти производные функции Φ по всем аргументам v_i, т. е. по δT_j, и приравнять их к нулю. Частная производная функции Φ по первому параметру δT_1 будет иметь вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial(\delta T_1)} = \sum_{i=1}^{n} 2 p_i (a_i \delta T_1 + b_i \delta T_2 + \ldots + t_i \delta T_t + l_i) a_i =$$

$$= 2 \sum_{i=1}^{n} (p_i a_i a_i \delta T_1 + + p_i a_i b_i \delta T_2 + \ldots + p_i a_i t_i \delta T_t + p_i a_i l_i) = 0.$$

Откуда имеем

$$(\sum_{i=1}^{n} p_i a_i a_i) \delta T_1 + (\sum_{i=1}^{n} p_i a_i b_i) \delta T_2 + \ldots + (\sum_{i=1}^{n} p_i a_i t_i) \delta T_t + \sum_{i=1}^{n} p_i a_i l_i = 0.$$

Найдем частную производную функции Φ по второму параметру δT_2.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial(\delta T_2)} = (\sum_{i=1}^{n} p_i a_i b_i) \delta T_1 + (\sum_{i=1}^{n} p_i b_i b_i) \delta T_2 + \ldots + (\sum_{i=1}^{n} p_i b_i t_i) \delta T_t + \sum_{i=1}^{n} p_i b_i l_i = 0.$$

Аналогично найдем частные производные по всем другим параметрам δT_j и, введя обозначения Гаусса, запишем

$$\left.\begin{aligned}
&[paa]\delta T_1 + [pab]\delta T_2 + \ldots + [pat]\delta T_t + [pal] = 0, \\
&[pab]\delta T_1 + [pbb]\delta T_2 + \ldots + [pbt]\delta T_t + [pbl] = 0, \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&[pat]\delta T_1 + [pbt]\delta T_2 + \ldots + [ptt]\delta T_t + [ptl] = 0
\end{aligned}\right\}. \tag{250}$$

Система (250) является системой нормальных уравнений размера $t \times t$ и *симметричной* относительно главной диагонали. По главной диагонали DD' расположены квадратичные коэффициенты (всегда положительные). Неквадратичные коэффициенты располагаются симметрич-

но относительно главной диагонали. Решив систему (250), найдем поправки δT_j к предварительным (приближенным) значениям искомых параметров и получим уравненные значения параметров

$$\overline{T_j} = T_j^0 + \delta T_j \qquad (j = 1, 2, \ldots, t).$$

Подставив найденные поправки δT_j в систему параметрических уравнений поправок (248), найдем поправки v_i в измеренные величины и вычислим уравненные значения измеренных величин $\overline{M_i}$ по формуле (244).

§ 69. Уравнивание сетей триангуляции коррелатным способом

Сеть триангуляции строится из геометрических фигур — треугольников, в каждом из которых измеряют все три угла (β_1, β_2, β_3). Наличие избыточного измерения (третий угол может быть вычислен) влечет проверку (контроль) на соблюдение геометрического условия фигуры (треугольника), так как известно истинное (теоретическое) значение суммы углов в треугольнике. Разность между практической (полученной по измеренным углам) и теоретической суммами углов треугольника представляет собой *невязку*

$$W = \sum_{i=1}^{i=3} \beta_i - 180^\circ. \tag{251}$$

Задача состоит в нахождении поправок в измеренные углы v_i, чтобы сумма исправленных поправками (уравненных) углов $\overline{\beta_i}$ была бы равна теоретической сумме, т. е.

$$\overline{\beta_i} = \beta_i + v_i; \tag{252}$$

$$\sum_{i=1}^{n=3} \overline{\beta_i} - 180^\circ = 0. \tag{253}$$

Подставив выражение (252) в (253) и учитывая (251), запишем

$$v_1 + v_2 + v_3 + W = 0. \tag{254}$$

Уравнение (254) называется *условным уравнением поправок*, а W — *свободным членом* (невязкой) этого уравнения.

Дальнейшее изложение коррелатного способа уравнивания приведем для случая равноточных измерений.

Запишем в общем виде для какой-либо геодезической сети все *независимые* условные уравнения. Заметим, что число условных уравнений r равно числу избыточных измерений.

$$\left.\begin{aligned} &a_1v_1 + a_2v_2 + \ldots + a_nv_n + W_1 = 0, \\ &b_1v_1 + b_2v_2 + \ldots + b_nv_n + W_2 = 0, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &r_1v_1 + r_2v_2 + \ldots + r_nv_n + W_r = 0 \end{aligned}\right\}, \tag{255}$$

где a_i, b_i, ..., r_i — коэффициенты ($i = 1, 2, ..., n$); v_i — поправки; W_i — невязки (свободные члены).

Система (255) называется *системой условных уравнений поправок*, в которой имеется n неизвестных поправок и r уравнений. Заметим, что число r уравнений всегда меньше числа n неизвестных, т. е. $r < n$. В этом случае система (255) имеет бесчисленное множество решений. Необходимо отметить, что в уравнения (255) должны быть включены поправки ко всем измеренным величинам.

Перепишем систему (255) в обозначениях Гаусса как

$$\left.\begin{aligned} [av]+W_1=0,\\ [bv]+W_2=0,\\ \cdots\cdots,\\ [rv]+W_r=0 \end{aligned}\right\}. \qquad (256)$$

Применим принцип наименьших квадратов, т. е. из всех возможных решений системы (256) выберем такое решение, которое приводит к результату $[v^2]=min$.

Решение системы (256) под условием минимума квадратов аргументов (т. е. поправок) есть задача математического анализа на условный экстремум. Для решения этой задачи составим функцию Лагранжа в виде

$$F=[v^2]-2k_1([av]+W_1)-2k_2([bv]+W_2)-\ldots-2k_r([rv]+W_r), \qquad (257)$$

где k_j — неопределенные множители Лагранжа (коррелаты), $j = 1, 2, ..., r$.

Сравнивая выражения (256) и (257), видим, что в правой части уравнения (257) после члена $[v^2]$ находятся члены, равные нулю, поэтому коэффициенты k_j названы *неопределенными множителями (коррелатами)*.

Для нахождения минимума функции (257) необходимо найти частные производные функции по всем аргументам и приравнять их к нулю, т. е.

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial v_1}=2v_1-2a_1k_1-2b_1k_2-\ldots-2r_1k_r=0,\\ \frac{\partial F}{\partial v_2}=2v_2-2a_2k_1-2b_2k_2-\ldots-2r_2k_r=0,\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,\\ \frac{\partial F}{\partial v_n}=2v_n-2a_nk_1-2b_nk_2-\ldots-2r_nk_r=0 \end{aligned}\right\}.$$

Отсюда найдем поправки v_i

$$\left.\begin{aligned} v_1=a_1k_1+b_1k_2+\ldots+r_1k_r,\\ v_2=a_2k_1+b_2k_2+\ldots+r_2k_r,\\ \cdots\cdots\cdots\cdots,\\ v_n=a_nk_1+b_nk_2+\ldots+r_nk_r \end{aligned}\right\}. \qquad (258)$$

Система (258) называется *системой коррелатных уравнений поправок*. Подставив v_i из системы (258) в систему (255) условных уравнений поправок, получим для первого уравнения

$$a_1(a_1k_1+b_1k_2+\ldots+r_1k_r)+a_2(a_2k_1+b_2k_2+\ldots+r_2k_r)+\ldots+a_n(a_nk_1+b_nk_2+\ldots+r_nk_r)+W_1=0,$$

$$a_1a_1k_1+a_1b_1k_2+\ldots+a_1r_1k_r+a_2a_2k_1+a_2b_2k_2+\ldots+a_2r_2k_r+\ldots+a_na_nk_1+a_nb_nk_2+\ldots+a_nr_nk_r+W_1=0.$$

Аналогично получим для всех других уравнений системы (255) и запишем в сокращенных обозначениях:

$$\left.\begin{aligned}
&[aa]k_1+[ab]k_2+\ldots+[ar]k_r+W_1=0,\\
&[ab]k_1+[bb]k_2+\ldots+[br]k_r+W_2=0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&[ar]k_1+[br]k_2+\ldots+[rr]k_r+W_r=0
\end{aligned}\right\}. \qquad (259)$$

Система (259) называется *системой нормальных уравнений коррелат*, так как число неизвестных k_j равно числу уравнений, т. е. система имеет размерность $r \times r$ и имеет единственное решение. Эта система симметрична относительно главной диагонали, по которой находятся квадратичные коэффициенты $[aa]$, $[bb]$, ..., $[rr]$.

Решив систему (259) нормальных уравнений коррелат, найдем коррелаты k_j ($j = 1, 2, \ldots, r$) и, подставив их в систему (258), вычислим поправки v_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) и далее по формуле (252) — уравненные значения измеренных элементов (в приведенном примере — углов).

§ 70. Понятие о решении нормальных уравнений по способу Гаусса

Известно много способов решения нормальных систем линейных уравнений. Наибольшую известность приобрел способ последовательного исключения неизвестных (способ Гаусса).

Рассмотрим этот способ на системе из трех нормальных уравнений, обозначив искомые величины x_1, x_2, x_3:

$$\left.\begin{aligned}
&[paa]x_1+[pab]x_2+[pac]x_3+[pal]=0,\\
&[pab]x_1+[pbb]x_2+[pbc]x_3+[pbl]=0,\\
&[pac]x_1+[pbc]x_2+[pcc]x_3+[pcl]=0
\end{aligned}\right\}. \qquad (260)$$

Из первого уравнения найдем x_1:

$$x_1=-\frac{[pab]}{[paa]}x_2-\frac{[pac]}{[paa]}x_3-\frac{[pal]}{[paa]}.$$

Подставив найденное значение x_1 в оставшиеся два уравнения, имеем

$$\left.\begin{aligned}\left([pbb]-\frac{[pab]\cdot[pab]}{[paa]}\right)x_2+\left([pbc]-\frac{[pab]\cdot[pac]}{[paa]}\right)x_3+\left([pbl]-\frac{[pab]\cdot[pal]}{[paa]}\right)=0,\\ \left([pbc]-\frac{[pab]\cdot[pac]}{[paa]}\right)x_2+\left([pcc]-\frac{[pac]\cdot[pac]}{[paa]}\right)x_3+\left([pcl]-\frac{[pac]\cdot[pal]}{[paa]}\right)=0\end{aligned}\right\}.$$

Обозначим

$$\left.\begin{aligned}[pbb]-\frac{[pab]\cdot[pab]}{[paa]}=[pbb\cdot 1],\\ [pbc]-\frac{[pab]\cdot[pac]}{[paa]}=[pbc\cdot 1],\\ [pbl]-\frac{[pab]\cdot[pal]}{[paa]}=[pbl\cdot 1],\\ [pcc]-\frac{[pac]\cdot[pac]}{[paa]}=[pcc\cdot 1],\\ [pcl]-\frac{[pac]\cdot[pal]}{[paa]}=[pcl\cdot 1]\end{aligned}\right\}.$$

С учетом этих выражений перепишем предыдущую систему

$$\left.\begin{aligned}[pbb\cdot 1]x_2+[pbc\cdot 1]x_3+[pbl\cdot 1]=0,\\ [pbc\cdot 1]x_2+[pcc\cdot 1]x_3+[pcl\cdot 1]=0\end{aligned}\right\}. \qquad (261)$$

Из первого уравнения этой системы найдем x_2 и подставим во второе уравнение:

$$x_2=-\frac{[pbc\cdot 1]}{[pbb\cdot 1]}x_3-\frac{[pbl\cdot 1]}{[pbb\cdot 1]};$$

$$\left([pcc\cdot 1]-\frac{[pbc\cdot 1]\cdot[pbc\cdot 1]}{[pbb\cdot 1]}\right)x_3+[pcl\cdot 1]-\frac{[pbc\cdot 1]\cdot[pbl\cdot 1]}{[pbb\cdot 1]}=0.$$

Обозначив

$$\left.\begin{aligned}[pcc\cdot 1]-\frac{[pbc\cdot 1]\cdot[pbc\cdot 1]}{[pbb\cdot 1]}=[pcc\cdot 2],\\ [pcl\cdot 1]-\frac{[pbc\cdot 1]\cdot[pbl\cdot 1]}{[pbb\cdot 1]}=[pcl\cdot 2]\end{aligned}\right\},$$

получим

$$[pcc\cdot 2]x_3+[pcl\cdot 2]=0. \qquad (262)$$

Выписав первые уравнения из (260), (261) и уравнение (262), получим систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} [paa]x_1+[pab]x_2+[pac]x_3+[pal]&=0,\\ [pbb\cdot 1]x_2+[pbc\cdot 1]x_3+[pbl\cdot 1]&=0,\\ [pcc\cdot 2]x_3+[pcl\cdot 2]&=0 \end{aligned}\right\}, \tag{263}$$

которая является эквивалентной системе (260) в смысле равенства корней x_1, x_2, x_3. Из последнего уравнения системы (263) найдем x_3; подставив его во второе уравнение, найдем x_2 и затем из первого уравнения — значение x_1.

§ 71. Об оценке точности результатов уравнивания

В данном случае под оценкой точности понимают определение средних квадратических погрешностей измерений и функций измеренных величин после уравнивания.

Как отмечалось ранее (см. § 10), в общем случае средняя квадратическая погрешность любой величины m_i может быть найдена из выражения (53) как

$$m_i=\mu\sqrt{\frac{1}{p_i}},$$

где μ — средняя квадратическая погрешность единицы веса; p_i — вес оцениваемой величины.

Таким образом, задача оценки точности слагается из двух частных задач: определения погрешности единицы веса и определения веса оцениваемой величины.

Величину μ вычисляют по *обобщенной формуле Бесселя:*

$$\mu=\sqrt{\frac{[pv^2]}{n-k}}, \tag{264}$$

где $n-k$ — число избыточно измеренных величин.

Для нахождения весов оцениваемых величин каждую из них представляют в виде функции результатов измерений как $T=f(M_1,M_2,...,M_n)$. Тогда вес функции может быть найден по известной формуле (65)

$$\frac{1}{P_T}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial M_i}\right)^2\cdot\frac{1}{P_{M_i}}.$$

Обратный вес функции может быть вычислен попутно с решением системы нормальных уравнений.

Подробно вопросы оценки точности результатов уравнения рассматриваются в специальной литературе по вопросам математической обработки геодезических измерений.

§ 72. Виды условных уравнений

В конкретных геодезических сетях возникают различные геометрические условия, которым соответствуют определенные виды условных уравнений поправок. Основные геометрические условия в сетях можно разделить на две группы:

1) *угловые*, которым отвечают условные уравнения линейного типа, возникающие между углами и направлениями (уравнения фигур, горизонта и исходных дирекционных углов);

2) *синусные*, которым отвечают условные уравнения нелинейного типа с участием синусов связующих углов (полюсные, базисные и координатные уравнения).

Рассмотрим порядок составления условных уравнений поправок на примерах типовых фигур триангуляции (рис. 90).

Условное уравнение фигуры. В геодезическом четырехугольнике (см. рис. 90, *а*) измерены 8 углов. Аналогично уравнению (254), которое является условным уравнением фигуры (треугольника), для четырехугольника условное уравнение фигуры запишется как

$$v_1 + v_2 + \ldots + v_8 + W = 0, \qquad (265)$$

где невязка

$$W = \sum_{i=1}^{8} \beta_i - 360°.$$

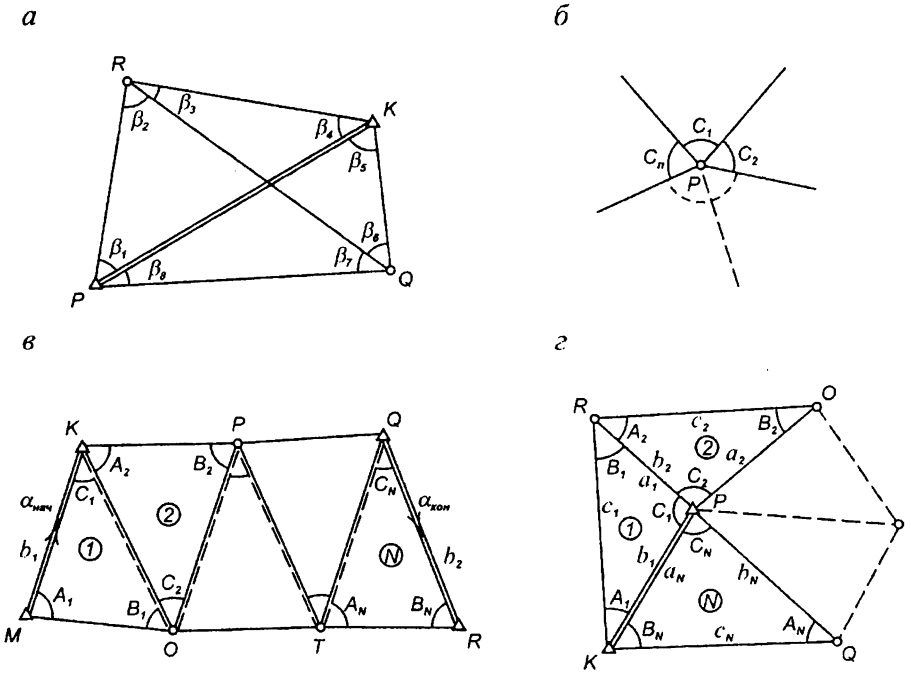


Рис. 90. *Схемы к составлению условных уравнений:* а — *фигуры;* б — *горизонта;* в — *дирекционных углов;* г — *полюса и базиса*

Условное уравнение горизонта. На пункте *P* (см. рис. 90, *б*) независимо измерены все углы C_i ($i = 1, 2, ..., n$) между смежными направлениями. В этом случае условное уравнение горизонта следует записать как

$$\sum_{i=1}^{n} v_i + W_r = 0, \tag{266}$$

где невязка

$$W_r = \sum_{i=1}^{n} C_i - 360°.$$

Следует учесть, что при уравнивании направлений (при измерении углов способом круговых приемов) условий горизонта не возникает.

Условное уравнение дирекционных углов. На рис. 90, *в* представлена сеть треугольников между двумя базисными сторонами. Такая сеть является несвободной, так как имеются *избыточные* исходные данные. Известны дирекционные углы исходных сторон $\alpha_{нач}$ и $\alpha_{кон}$. Наметим ходовую линию *MKOP...QR* и вычислим дирекционный угол $\alpha'_{кон}$ по начальному дирекционному углу $\alpha_{нач}$ и уравненным горизонтальным углам

$$\alpha'_{кон} = \alpha_{нач} - \bar{C}_1 + 180° + \bar{C}_2 - 180° - ... - \bar{C}_N + 180°,$$

или

$$\alpha'_{кон} = \alpha_{нач} \pm \bar{C}_1 \pm \bar{C}_2 \pm ... \pm \bar{C}_N,$$

где знак «+» при углах C_j ($j = 1, 2, ..., N$) соответствует левым по ходу линий углам, а знак «−» — правым; *180°* прибавляют при нечетном числе *N* треугольников, а при четном — *0°*. Подставив в это уравнение вместо уравненных углов $\bar{C}_j$ измеренные значения углов C_j с поправками $v_j^{(C)}$, т. е. $\bar{C}_j = C_j + v_j^{(C)}$, получим условное уравнение дирекционных углов

$$\pm v_1^{(C)} \pm v_2^{(C)} \pm ... \pm v_N^{(C)} + W_\alpha = 0, \tag{267}$$

где невязка

$$W_\alpha = \alpha'_{кон} - \alpha_{кон} = \alpha_{нач} + \sum_{j=1}^{N} (\pm C_j) + [0°; 180°] - \alpha_{кон}.$$

Полюсное условное уравнение. Для приведенной на рис. 90, *г* центральной системы, имеющей общий для всех треугольников пункт *P*, можно записать математическую зависимость, выражающую длины сторон через измеренные углы. Обозначим (см. рис. 90, *г*) длины сторон в соответствии с противолежащими углами в треугольнике.

По теореме синусов из первого треугольника имеем

$$\frac{a_1}{\sin \bar{A}_1} = \frac{b_1}{\sin \bar{B}_1}; \qquad a_1 = b_1 \frac{\sin \bar{A}_1}{\sin \bar{B}_1}.$$

Из второго треугольника:

$$a_2 = b_2 \frac{\sin \overline{A}_2}{\sin \overline{B}_2}.$$

Так как $b_2 = a_1$, то

$$a_2 = b_1 \frac{\sin \overline{A}_1 \cdot \sin \overline{A}_2}{\sin \overline{B}_1 \cdot \sin \overline{B}_2}$$ и т. д.

Углы $\overline{A}_i$, $\overline{B}_i$ и стороны a_i, b_i ($i = 1, 2, \ldots, N$), участвующие в передаче длин сторон к следующему треугольнику, называют связующими, а $\overline{C}_i$ и c_i — промежуточными.

Из последнего треугольника найдем

$$a_N = b_1 \frac{\sin \overline{A}_1 \cdot \sin \overline{A}_2 \cdot \ldots \cdot \sin \overline{A}_N}{\sin \overline{B}_1 \cdot \sin \overline{B}_2 \cdot \ldots \cdot \sin \overline{B}_N} = b_1.$$

Сократив на $b_1 = a_N$ левую и правую части полученного выражения, получим

$$\frac{\sin \overline{A}_1 \cdot \sin \overline{A}_2 \cdot \ldots \cdot \sin \overline{A}_N}{\sin \overline{B}_1 \cdot \sin \overline{B}_2 \cdot \ldots \cdot \sin \overline{B}_N} = 1. \qquad (268)$$

Выражение (268) приведем к линейному виду двумя способами.

1. Прологарифмировав (268), получим

$$\sum_{i=1}^{N} lg \sin \overline{A}_i - \sum_{i=1}^{N} lg \sin \overline{B}_i = 0.$$

Заменив в этом выражении уравненные углы на измеренные с поправками, получим

$$\sum_{i=1}^{N} lg \sin\left(A_i + v_i^{(A)}\right) - \sum_{i=1}^{N} lg \sin\left(B_i + v_i^{(B)}\right) = 0. \qquad (269)$$

Приращение функции $\Delta\, lg \sin A_i$ можно записать в виде

$$\Delta lg \sin A_i = lg \sin\left(A_i + v_i^{(A)}\right) - lg \sin A_i.$$

Отсюда найдем

$$lg \sin\left(A_i + v_i^{(A)}\right) = lg \sin A_i + \Delta lg \sin A_i.$$

Умножив и разделив последний член на поправку $v_i^{(A)}$, запишем

$$lg \sin\left(A_i + v_i^{(A)}\right) = lg \sin A_i + \frac{\Delta lg \sin A_i}{v_i^{(A)}} v_i^{(A)}.$$

Обозначив

$$\delta_{A_i} = \frac{\Delta lg \sin A_i}{v_i^{(A)}},$$

получим

$$lg\ sin\left(A_i + v_i^{(A)}\right) = lg\ sin A_i + \delta_{A_i} v_i^{(A)}. \qquad (270)$$

Аналогичный вид имеет выражение для углов B_i.

В этих выражениях δ_{A_i} и δ_{B_i} есть приращение (изменение) логарифма синуса угла при увеличении самого угла $A_i(B_i)$ на $1''$ (если A_i и B_i берут до секунд).

Перепишем выражение (269) с учетом (270)

$$\sum_{i=1}^{N}\left(lg\ sin A_i + \delta_{A_i} v_i^{(A)}\right) - \sum_{i=1}^{N}\left(lg\ sin B_i + \delta_{B_i} v_i^{(B)}\right) = 0.$$

Откуда получим полюсное условное уравнение в виде

$$\sum_{i=1}^{N}\delta_{A_i} v_i^{(A)} - \sum_{i=1}^{N}\delta_{B_i} v_i^{(B)} + W_{\Pi}^{lg} = 0, \qquad (271)$$

где $W_{\Pi}^{lg} = \sum_{i=1}^{N} lg\ sin A_i - \sum_{i=1}^{N} lg\ sin B_i$ — невязка (свободный член) полюсного условного уравнения.

2. Полюсное условное уравнение в линейном виде удобно записать [10] как

$$\sum_{i=1}^{N}\left(q_{A_i}\cdot v_i^{(A)} - q_{B_i}\cdot v_i^{(B)}\right) + W_{\Pi} = 0, \qquad (272)$$

где $q_{A_i} = ctgA_i \dfrac{b_1}{\rho''}$; $q_{B_i} = ctgB_i \dfrac{b_1}{\rho''}$; $W_{\Pi} = \left(\dfrac{\Pi_1}{\Pi_2} - 1\right)\cdot b_1$ (см);

$\Pi_1 = sin A_1 \cdot sin A_2 \cdot \ldots \cdot sin A_N$; $\Pi_2 = sin B_1 \cdot sin B_2 \cdot \ldots \cdot sin B_N$;

$\rho'' = 3438'' \approx 3400''$.

Базисное условное уравнение.

1. Значение исходного базиса b_2 (см. рис. 90, *в*) можно вычислить по теореме синусов на основе базиса b_1 и уравненных углов треугольников:

$$b_2 = b_1 \frac{sin\overline{A}_1 \cdot sin\overline{A}_2 \cdot \ldots \cdot sin\overline{A}_N}{sin\overline{B}_1 \cdot sin\overline{B}_2 \cdot \ldots \cdot sin\overline{B}_N},$$

или

$$\frac{b_1}{b_2}\cdot\frac{sin\overline{A}_1 \cdot sin\overline{A}_2 \cdot \ldots \cdot sin\overline{A}_N}{sin\overline{B}_1 \cdot sin\overline{B}_2 \cdot \ldots \cdot sin\overline{B}_N} = 1. \qquad (273)$$

Сравнивая выражения (273) и (268), можно видеть, что в выражении (273) присутствует дополнительный коэффициент b_1/b_2. Поэтому условное уравнение базисов запишем по аналогии с выражением (268) как

$$\sum_{i=1}^{N}\delta_{A_i}v_i^{(A)}-\sum_{i=1}^{N}\delta_{B_i}v_i^{(B)}+W_{Б}^{lg}=0, \qquad (274)$$

где

$$W_{Б}^{lg}=\left(lg\,b_1+\sum_{i=1}^{N}lg\,\sin A_i\right)-\left(lg\,b_2+\sum_{i=1}^{N}lg\,\sin B_i\right),$$

$W_{Б}^{lg}$ — невязка (свободный член) условного уравнения базисов в логарифмическом виде.

2. Базисное условное уравнение в линейном виде (по аналогии с выражением (272)

$$\sum_{i=1}^{N}q_{A_i}v_i^{(A)}-\sum_{i=1}^{N}q_{B_i}v_i^{(B)}+W_{Б}=0,$$

$$W_{Б}=\frac{\Pi_1}{\Pi_2}b_1-b_2.$$

Координатные условные уравнения. Условия координат (условия абсцисс и ординат) обычно возникают в несвободных геодезических сетях с исходными пунктами, непосредственно не связанными между собой. Вопрос составления координатных условных уравнений при уравнивании полигонометрических ходов рассмотрен ниже.

Определение допустимых величин свободных членов уравнений. Под допустимыми величинами свободных членов условных уравнений понимают предельные погрешности тех функций, по которым вычисляются значения свободных членов.

После составления условных уравнений определяют допустимость свободных членов по формулам:

— для условных уравнений фигур и горизонта

$$W_{доп}=2{,}5m_\beta\sqrt{n};$$

— для полюсного условного уравнения

$$W_{доп}^{lg}=2{,}5m_\beta\sqrt{[\delta^2]};\ W_{Пдоп}=2{,}5m_\beta\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(q_{A_i}^2+q_{B_i}^2\right)};$$

— для базисного условного уравнения

$$W_{доп}^{lg}=2{,}5\sqrt{2m_{lg\,b}^2+m_\beta^2[\delta^2]};\ W_{Бдоп}=\sqrt{m_\beta^2\sum_{i=1}^{N}\left(q_{A_i}^2+q_{B_i}^2\right)+\left(\frac{m_{b_1}}{b_1}\right)\rho^2+\left(\frac{m_{b_2}}{b_2}\right)\rho^2};$$

— для условного уравнения дирекционных углов

$$W_{доп}=2{,}5\sqrt{2m_\alpha^2+n\cdot m_\beta^2}.$$

В приведенных формулах приняты обозначения:

m_β — средняя квадратическая погрешность измерения угла; n — число углов в соответствующем уравнении; δ — приращение логарифма

синуса угла при измерении угла на 1″; m_{lgb} — средняя квадратическая погрешность логарифма базисной стороны; m_α — средняя квадратическая погрешность исходного дирекционного угла.

§ 73. Уравнивание полигонометрического хода коррелатным способом

В полигонометрическом ходе *A-B-1-2- ... -C-D* (рис. 91), проложенном между двумя исходными пунктами *B* и *C* с известными координатами x_B, y_B и x_C, y_C и двумя исходными сторонами с известными дирекционными углами $\alpha_н$ и $\alpha_к$, возникают геометрические условия дирекционных углов и координат. Этим условиям отвечают три условные уравнения поправок: уравнение дирекционных углов и два уравнения координат (абсцисс и ординат), т. е.

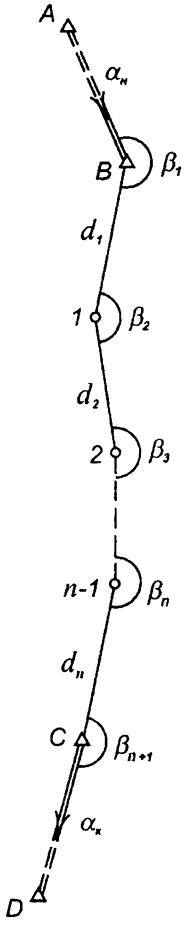


Рис. 91. *Схема к уравниванию полигонометрического хода*

$$\left.\begin{aligned} f_1(\beta) &= \alpha_н + \sum_{i=1}^{n+1}\beta_i - 180°(n+1) - \alpha_к; \\ f_2(d,\alpha) &= x_B + \sum_{i=1}^{n} d_i \cos\alpha_i - x_C; \\ f_3(d,\alpha) &= y_B + \sum_{i=1}^{n} d_i \sin\alpha_i - y_C \end{aligned}\right\}. \qquad (275)$$

Коэффициенты условных уравнений поправок, соответствующих выражениям (255), найдем как частные производные функций по аргументам β, ∂, α.

Для первого уравнения (275) имеем

$$\alpha_i = \frac{\partial f_1(\beta)}{\partial \beta_i} = 1, \qquad (276)$$

т. е. $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_{n+1} = 1$.

Для второго уравнения (275) имеем

$$b_{d_i} = \frac{\partial f_2(d,\alpha)}{\partial d_i} = \cos\alpha_i. \qquad (277)$$

Для вычисления коэффициентов $b_{\alpha_i} = \dfrac{\partial f_2(d,\alpha)}{\partial \alpha_i}$ запишем

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_н + \beta_1 - 180°, \\ \alpha_2 &= \alpha_н + \beta_1 + \beta_2 - 2\cdot 180°, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots, \\ \alpha_n &= \alpha_н + \beta_1 + \beta_2 + ... + \beta_n - n\cdot 180° \end{aligned}\right\}. \qquad (278)$$

Из (278) найдем $\dfrac{\partial \alpha_i}{\partial \beta_i} = 1$, т. е. $\partial\alpha_i = \partial\beta_i$, поэтому можно записать

$$b_{\alpha_i} = \frac{\partial f_2(d,\alpha)}{\partial \beta_i} = b_{\beta_i}. \tag{279}$$

На основании выражения (275), учитывая (278) и (279), найдем

$$\left.\begin{aligned} b_{\beta_1} &= \frac{\partial f_2(d,\alpha)}{\partial \beta_1} = -d_1 \sin\alpha_1 - d_2 \sin\alpha_2 - \ldots - d_n \sin\alpha_n, \\ b_{\beta_2} &= \frac{\partial f_2(d,\alpha)}{\partial \beta_2} = -d_2 \sin\alpha_2 - \ldots - d_n \sin\alpha_n, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ b_{\beta_n} &= \frac{\partial f_2(d,\alpha)}{\partial \beta_{n+1}} = -d_n \sin\alpha_n \end{aligned}\right\}. \tag{280}$$

Так как $d_i \cdot \sin\alpha_i = \Delta y_i$, то из (280) получим

$$\left.\begin{aligned} b_{\beta_1} &= -(\Delta y_1 + \Delta y_2 + \ldots + \Delta y_n) = y_B - y_C, \\ b_{\beta_2} &= -(\Delta y_2 + \ldots + \Delta y_n) = y_1 - y_C, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ b_{\beta_n} &= -\Delta y_n = y_{n-1} - y_C, \\ b_{\beta_{n+1}} &= 0 \end{aligned}\right\}. \tag{281}$$

Аналогично найдем коэффициенты c_{α_i} и c_{β_i} условного уравнения ординат:

$$\left.\begin{aligned} c_{d_1} &= \sin\alpha_i, \\ c_{\beta_1} &= x_C - x_B, \\ c_{\beta_2} &= x_C - x_1, \\ &\ldots\ldots, \\ c_{\beta_n} &= x_C - x_{n-1}, \\ c_{\beta_{n+1}} &= 0 \end{aligned}\right\}. \tag{282}$$

С учетом выражений (276), (277), (281) и (282) запишем условные уравнения поправок для полигонометрического хода (см. рис. 91):

$$\left.\begin{aligned} &\sum_1^{n+1} v_{\beta_i} + W_\alpha = 0, \\ &\sum_1^{n} \cos\alpha_i v_{d_i} + (y_B - y_C) v_{\beta_1} + (y_1 - y_C) v_{\beta_2} + \ldots + (y_{n-1} - y_C) v_{\beta_n} + W_x = 0, \\ &\sum_1^{n} \sin\alpha_i v_{d_i} + (x_C - x_B) v_{\beta_1} + (x_C - x_1) v_{\beta_2} + \ldots + (x_C - x_{n-1}) v_{\beta_n} + W_y = 0 \end{aligned}\right\}, \tag{283}$$

где невязки (свободные члены) определяются из выражений

$$W_\alpha = \sum_1^{n+1} \beta_i' - \left[\alpha_н - 180^\circ(n+1) - \alpha_к\right],$$

$$W_x = \sum_1^{n} \Delta x_i - (x_C - x_B),$$

$$W_y = \sum_1^{n} \Delta y_i - (y_C - y_B).$$

Так как измеренные величины β_i, d_i неравноточные, то при уравнивании необходимо учитывать их веса p_{β_i}, p_{d_i} или обратные веса $q_{\beta_i} = 1/p_{\beta_i}$, $q_{d_i} = 1/p_{d_i}$, что более удобно в процессе решения нормальных уравнений.

Обратные веса q_i находят из выражения

$$q_i = \frac{m_i^2}{\mu_0^2},$$

где m_i — средняя квадратическая погрешность измерения; μ_0 — средняя квадратическая погрешность единицы веса.

Выбор численного значения μ_0 зависит от точности создания сети. Учитывая, что горизонтальные углы β_i в полигонометрическом ходе обычно измеряют с одинаковой точностью, запишем выражение для определения обратного веса углов в виде

$$q_\beta = \frac{m_\beta^2}{\mu_0^2 \rho^2}.$$

Так как длины линий хода имеют разную величину, то в этом случае мы имеем неравноточные измерения, и обратные веса измерений длин линий вычисляются по формуле

$$q_{d_i} = \frac{m_{d_i}^2}{\mu_0^2} = \omega^2 \frac{d_i}{\mu_0^2},$$

где ω — коэффициент случайного влияния линейных измерений.

Если стороны измеряются электронными дальномерами, то обратные веса находят из выражения

$$q_{d_i} = \frac{(a + b \cdot D_{км})^2}{\mu_0^2},$$

где a и b — коэффициенты в уравнении для средней квадратической погрешности измерения длин линий дальномером; их значения выбирают в паспорте дальномера или в справочниках.

Условным уравнениям (283) соответствуют нормальные уравнения коррелат:

$$\left.\begin{aligned}
&[qaa]k_\alpha + [qab]k_x + [qac]k_y + W_\alpha = 0;\\
&[qab]k_\alpha + [qbb]k_x + [qbc]k_y + W_x = 0;\\
&[qac]k_\alpha + [qbc]k_x + [qcc]k_y + W_y = 0
\end{aligned}\right\}. \qquad (284)$$

Решив систему (284), найдем коррелаты и затем вычислим поправки в измеренные углы v_{β_i} и длины линий v_{d_i}:

$$\left.\begin{aligned}
&v_{\beta_1} = q_\beta\left\{k_\alpha + k_x(y_B - y_C) + k_y(x_C - x_B)\right\};\\
&v_{\beta_2} = q_\beta\left\{k_\alpha + k_x(y_1 - y_C) + k_y(x_C - x_1)\right\};\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots;\\
&v_{\beta_n} = q_\beta\left\{k_\alpha + k_x(y_{n-1} - y_C) + k_y(x_C - x_{n-1})\right\};\\
&v_{d_i} = q_{d_i}\left(k_x \cos\alpha_i + k_y \sin\alpha_i\right) \quad [i = 1, 2, \ldots, n]
\end{aligned}\right\}. \qquad (285)$$

Приведенные выражения справедливы и для замкнутого полигонометрического хода, но в этом случае необходимо принять $\alpha_н = \alpha_к$ и $x_C = x_B$, $y_C = y_B$.

Глава 13

УПРОЩЕННОЕ УРАВНИВАНИЕ ТИПОВЫХ ФИГУР ТРИАНГУЛЯЦИИ

§ 74. Принцип упрощенного уравнивания

Уравнивание геодезических измерений коррелатным способом подразумевает составление и решение нормальных уравнений коррелат (259), что вызывает трудности вычислительного порядка при $k_i > 3$. При уравнивании геодезических сетей невысокой точности, к которым можно отнести сети сгущения и съемочные сети, применяют способ упрощенного уравнивания, который позволяет существенно уменьшить объем вычислений и производить уравнивание в поле с использованием простейших вычислительных средств (микрокалькуляторов).

Идея упрощенного уравнивания состоит в разделении исходной системы условных уравнений поправок (255) на две или три группы, т. е. в каждой группе будет иметь место меньшее число условных уравнений и соответственно уменьшается число нормальных уравнений коррелат, составляемых для каждой группы.

В первую группу относят условные уравнения из системы (255) с коэффициентами при поправках, равными ± 1, во вторую — полюсное и базисное условные уравнения с коэффициентами $\pm\delta_i$, в третью — два условных уравнения координат (абсцисс и ординат).

Как отмечалось в § 71, условные уравнения координат (третья группа) могут быть составлены только для несвободных сетей.

Решив систему уравнений первой группы, находят *первичные поправки* v_i' под условием $\left[(v')^2\right] = min$, которые вводят в измеренные углы, т. е. получают первично исправленные углы. Используя эти углы, находят новые невязки полюсных (или базисных) условных уравнений, которые отнесены ко второй группе. Решив систему уравнений второй группы, находят *вторичные поправки* v_i'' под условием $\left[(v'')^2\right] = min$, которые также вводят в углы, т. е. получают уравненные значения углов. Таким образом, общая поправка в измеренное значение угла равна сумме первичной и вторичной поправок, т. е.

$$v_i = v_i' + v_i''.$$

Решая условные уравнения координат (абсцисс и ординат), находят поправки в приращения координат. В углы эти поправки не вводят.

Строго говоря, разделение условных уравнений на группы искажает значения суммарных находимых поправок, т. е. эти поправки лишь приближенно удовлетворяют условию

$$\left[(v'+v'')^2\right] \approx min. \tag{286}$$

Однако эти искажения являются незначительными в сравнении с погрешностями самих измерений в сетях невысокой точности, что позволяет применять упрощенный способ уравнивания в сетях сгущения 1-го и 2-го разрядов и съемочных сетях.

Рассмотрим упрощенное уравнивание типовых фигур триангуляции.

§ 75. Уравнивание центральной системы

В центральной системе (см. рис. 90, *г*) возникают следующие условные уравнения: N условных уравнений фигур (254), одно уравнение горизонта (266) и одно полюсное уравнение (271), т. е. всего $(N+2)$ уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&a. \quad v_1^{(A)} + v_1^{(B)} + v_1^{(C)} + W_1 = 0;\\
&b. \quad v_2^{(A)} + v_2^{(B)} + v_2^{(C)} + W_2 = 0;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots;\\
&q. \quad v_N^{(A)} + v_N^{(B)} + v_N^{(C)} + W_N = 0;\\
&r. \quad v_1^{(C)} + v_2^{(C)} + \ldots + v_N^{(C)} + W_r = 0;\\
&t. \quad \sum_{i=1}^{N} \delta_{A_i} v_1^{(A)} - \sum_{i=1}^{N} \delta_{B_i} v_1^{(B)} + W_{II} = 0
\end{aligned}\right\} \tag{287}$$

где свободные члены (невязки) вычисляются по формулам

$$\left.\begin{aligned}
W_i &= A_i + B_i + C_i - 180°,\\
W_r &= \sum_{i=1}^{N} C_i - 360°,\\
W_{II} &= \sum_{i=1}^{N} lg\,sin\,A_i - \sum_{i=1}^{N} lg\,sin\,B_i
\end{aligned}\right\}. \tag{288}$$

В соответствии с принципом упрощенного уравнивания выделим из системы (287) условные уравнения первой группы с коэффициентами при поправках ± 1, т. е. N условных уравнений фигур (a, b, ..., q) и условное уравнение горизонта r, а во вторую группу — полюсное условное уравнение с коэффициентами $\pm\delta_{A_i}$, $\pm\delta_{B_i}$. Коэффициенты нормальных уравнений, соответствующих первой группе (a, b, ..., r), найдем с помощью табл. 29.

Таблица 29

Коэффициенты нормальных уравнений первой группы условных уравнений

Обозначения углов	Коэффициенты / коррелаты				
	a/k_1	b/k_2	.../...	q/k_N	r/k_r
A_1	+1				
B_1	+1				
C_1	+1				+1
A_2		+1			
B_2		+1			
C_2		+1			+1
...			...		
...			...		
...			...		...
A_N				+1	
B_N				+1	
C_N				+1	+1
Невязки	W_1	W_2	...	W_N	W_r

$$[aa]=3, \quad [ab]=0, \quad \ldots, \quad [aq]=0, \quad [ar]=1,$$
$$[bb]=3, \quad \ldots, \quad [bq]=0, \quad [br]=1,$$
$$\ldots, \quad \ldots,$$
$$[qq]=3, \quad [qr]=1,$$
$$[rr]=N.$$

Нормальные уравнения коррелат для первой группы условных уравнений имеют вид

$$\left.\begin{aligned} &3k_1+k_r+W_1=0,\\ &3k_2+k_r+W_2=0,\\ &\ldots\ldots\ldots,\\ &3k_N+k_r+W_N=0,\\ &k_1+k_2+\ldots+k_N+Nk_r+W_r=0 \end{aligned}\right\}, \tag{289}$$

где k_i — коррелаты условных уравнений фигур ($i = 1, 2, \ldots, N$); k_r — коррелата условного уравнения горизонта.

Умножив последнее уравнение в системе (289) на 3 и вычтя из него все предыдущие уравнения, получим

$$3\sum_{i=1}^{N}k_i+3Nk_r+3W_r-3\sum_{i=1}^{N}k_i-Nk_r-\sum_{i=1}^{N}W_i=0.$$

Произведя сокращения, имеем

$$2Nk_r+3W_r-\sum_{i=1}^{N}W_i=0.$$

Перепишем это выражение в виде

$$2Nk_\Gamma + 3W'_\Gamma = 0, \tag{290}$$

где

$$W'_\Gamma = W_\Gamma - \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{N} W_i, \tag{291}$$

здесь W'_Γ — свободный член условного уравнения горизонта, вычисленный по углам C'_i исправленным поправками, равными $-\frac{1}{3}W_i$, т. е. по углам, предварительно исправленным за условные уравнения фигур.

Из (290) найдем

$$k_\Gamma = -\frac{3W'_\Gamma}{2N}. \tag{292}$$

Подставив k_Γ из выражения (292) в первые N уравнений системы (289), получим

$$3k_i - \frac{3W'_\Gamma}{2N} + W_i = 0,$$

$$k_i = -\frac{W_i}{3} + \frac{W'_\Gamma}{2N}. \tag{293}$$

Найденные по формулам (292) и (293) значения коррелат подставим в коррелатные уравнения поправок (258) и получим первичные поправки в измеренные углы:

$$\left.\begin{aligned} \left(\upsilon_i^A\right)' = \left(\upsilon_i^B\right)' = k_i = -\frac{W_i}{3} + \frac{W'_\Gamma}{2N}; \\ \left(\upsilon_i^C\right) = k_i + k_\Gamma = -\frac{W_i}{3} - \frac{W'_\Gamma}{N} \end{aligned}\right\}. \tag{294}$$

Так как в уравнениях (294) имеется общий член $-\frac{W_i}{3}$, то разобьем первичные поправки на две части:

$$\left(\upsilon_i^A\right)'_I = \left(\upsilon_i^B\right)'_I = \left(\upsilon_i^C\right)'_I = -\frac{W_i}{3}; \tag{295}$$

$$\left(\upsilon_i^C\right)'_{II} = -\frac{W'_\Gamma}{N}, \qquad \left(\upsilon_i^A\right)'_{II} = \left(\upsilon_i^B\right)'_{II} = -\frac{1}{2}\left(\upsilon_i^C\right)'_{II}. \tag{296}$$

В соответствии с (295) сначала во все углы каждого треугольника введем поправки, равные $\frac{1}{3}$ невязки соответствующего треугольника с обратным знаком $-\frac{W_i}{3}$. Затем вычислим новую невязку W'_Γ условного

уравнения горизонта по центральным углам C_i', исправленным ранее поправками $(v_i^C)_I'$. Эту невязку распределим поровну на центральные углы с противоположным знаком, т. е. найдем вторую часть первичной поправки $(v_i^C)_{II}'$. После этого в оставшиеся связующие углы A_i и B_i каждого треугольника введем по $\frac{1}{2}$ поправки центрального угла с противоположным знаком, т. е.

$$(v_i^A)_{II}' = (v_i^B)_{II}' = -\frac{1}{2}(v_i^C)_{II}'.$$

Перед уравниванием второй группы условных уравнений, имеющей одно полюсное условие, вычислим новую невязку по углам, исправленным первичными поправками, т. е.

$$A_i' = A_i + (v_i^A)', \qquad B_i' = B_i + (v_i^B)';$$

$$\left.\begin{aligned} \Sigma_1 &= \sum_{i=1}^{N} lg\sin A_i', \\ \Sigma_2 &= \sum_{i=1}^{N} lg\sin B_i', \\ W_П' &= \Sigma_1 - \Sigma_2 \end{aligned}\right\}. \tag{297}$$

Для нахождения вторичных поправок из второй группы запишем полюсное уравнение с новым свободным членом $W_П'$

$$\sum_{i=1}^{N} \delta_{A_i} (v_i^A)'' - \sum_{i=1}^{N} \delta_{B_i} (v_i^B)'' + W_П' = 0. \tag{298}$$

Чтобы не нарушить условия фигур, которые уже выполняются после введения первичных поправок, потребуем для вторичных поправок

$$(v_i^A)'' = -(v_i^B)''. \tag{299}$$

Тогда из выражения (298) получим

$$\sum_{i=1}^{N} (\delta_{A_i} + \delta_{B_i})(v_i^A)'' + W_П' = 0. \tag{300}$$

Этому условному уравнению соответствует уравнение коррелат вида

$$[aa]k_П + W_П' = 0.$$

Так как для нашего случая имеем $a_i = \delta_{A_i} + \delta_{B_i}$, то нормальное уравнение коррелат примет вид

$$\sum_{1}^{N} (\delta_{A_i} + \delta_{B_i})^2 k_П + W_П' = 0. \tag{301}$$

Найдем коррелату $k_П$ из уравнения (301)

$$k_П = -\frac{W'_П}{\sum_{i=1}^{N}\left(\delta_{A_i} + \delta_{B_i}\right)^2} \tag{302}$$

и далее вторичные поправки в связующие углы с учетом выражения (299) как

$$\left(v_i^A\right)'' = -\left(v_i^B\right)'' = -k_П\left(\delta_{A_i} + \delta_{B_i}\right). \tag{303}$$

Найденные по формуле (303) вторичные поправки вводят в углы, исправленные первичными поправками, и в результате получают уравненные значения углов, т. е.

$$\bar{A}_i = A_i + \left(v_i^A\right)' + \left(v_i^A\right)'', \qquad \bar{B}_i = B_i + \left(v_i^B\right)' + \left(v_i^B\right)'', \qquad \bar{C}_i = C_i + \left(v_i^C\right)' + \left(v_i^C\right)''.$$

По исходному базису b_1 (см. рис. 90, *г*) и уравненным углам $\bar{A}_i$, $\bar{B}_i$ производят окончательное решение треугольников, т. е. вычисляют длины сторон всех треугольников. Наметив ходовую линию через все определяемые пункты (*KPRO...QK*), вычисляют координаты этих пунктов, используя уравненные углы и вычисленные длины сторон.

§ 76. Уравнивание геодезического четырехугольника

В геодезическом четырехугольнике (см. рис. 90, *а*) измерено 8 углов и возникают 4 условных уравнения: уравнение фигуры, два уравнения сумм углов противолежащих треугольников и полюсное уравнение (за полюс примем пересечение диагоналей):

$$\left.\begin{aligned}
&a) \quad v_1 + v_2 + \ldots + v_8 + W_1 = 0;\\
&b) \quad (v_1 + v_2) - (v_5 + v_6) + W_2 = 0;\\
&c) \quad (v_3 + v_4) - (v_7 + v_8) + W_3 = 0;\\
&d) \quad \sum_{i=1}^{4}\delta_{A_i}v_i^A - \sum_{i=1}^{4}\delta_{B_i}v_i^B + W_П = 0
\end{aligned}\right\}, \tag{304}$$

где свободные члены (невязки) вычисляют по формулам

$$\left.\begin{aligned}
W_1 &= \sum_{i=1}^{8}\beta_i - 360°,\\
W_2 &= (\beta_1 + \beta_2) - (\beta_5 + \beta_6),\\
W_3 &= (\beta_3 + \beta_4) - (\beta_7 + \beta_8),\\
W_П &= \sum_{i=1}^{4} lg\,sin\,A_i - \sum_{i=1}^{4} lg\,sin\,B_i
\end{aligned}\right\}. \tag{305}$$

Применяя принцип упрощенного уравнивания, в первую группу отнесем первые три (*a*, *b*, *c*) уравнения системы (304), так как коэффициенты при поправках v_i в этих уравнениях равны ± 1 (табл. 30).

Таблица 30

Коэффициенты нормальных уравнений первой группы условных уравнений

Обозначения углов	Коэффициенты		
	a/k_1	b/k_2	c/k_3
β_1	+1	+1	
β_2	+1	+1	
β_3	+1		+1
β_4	+1		+1
β_5	+1	–1	
β_6	+1	–1	
β_7	+1		–1
β_8	+1		–1
Невязки	W_1	W_2	W_3
	$[aa]=8,$	$[ab]=0,$ $[bb]=4,$	$[ac]=0,$ $[bc]=0,$ $[cc]=4.$

Нормальные уравнения коррелат имеют вид

$$\left.\begin{aligned} 8k_1+W_1=0,\\ 4k_2+W_2=0,\\ 4k_3+W_3=0 \end{aligned}\right\}. \qquad (306)$$

Далее находим коррелаты

$$\left.\begin{aligned} k_1=-\frac{W_1}{8},\\ k_2=-\frac{W_2}{4},\\ k_3=-\frac{W_3}{4} \end{aligned}\right\}. \qquad (307)$$

Подставив полученные коррелаты в коррелатные уравнения поправок (258), найдем первичные поправки

$$v_1'=k_1+k_2; \quad v_2'=k_1+k_2; \quad v_3'=k_1+k_3; \quad v_4'=k_1+k_3;$$
$$v_5'=k_1-k_2; \quad v_6'=k_1-k_2; \quad v_7'=k_1-k_3; \quad v_8'=k_1-k_3.$$

Так как в этих формулах присутствует общий член k_1, то разобьем первичные поправки на две части:

$$\left.\begin{aligned} (v_1)'_I=k_1=-\frac{W_1}{8};\\ (v_1)'_{II}=(v_2)'_{II}=-(v_5)'_{II}=-(v_6)'_{II}=k_2=-\frac{W_2}{4};\\ (v_3)'_{II}=(v_4)'_{II}=-(v_7)'_{II}=-(v_8)'_{II}=k_3=-\frac{W_3}{4} \end{aligned}\right\}. \qquad (308)$$

Введя первичные поправки в измеренные углы, получим первично исправленные углы, т. е. $\beta_i' = \beta_i + v_i'$ ($i = 1, 2, ..., 8$), по которым вычислим новую невязку полюсного условного уравнения

$$\left.\begin{aligned} W_П' &= \Sigma_1 - \Sigma_2; \\ \Sigma_1 &= \sum_{i=1}^{4} lg\ sin A_i'; \\ \Sigma_2 &= \sum_{i=1}^{4} lg\ sin B_i' \end{aligned}\right\}.$$

Наложив дополнительное условие для вторичных поправок

$$\left(v_i^A\right)'' = -\left(v_i^B\right)'',$$

из уравнения d системы (304) получим

$$\sum_{i=1}^{4}\left(\delta_{A_i} + \delta_{B_i}\right)\left(v_i^A\right)'' + W_П = 0. \tag{309}$$

Далее находим (аналогично центральной системе) выражение для вторичных поправок и коррелаты полюсного уравнения геодезического четырехугольника

$$\left(v_i^A\right)'' = -\left(v_i^B\right)'' = k_П\left(\delta_{A_i} + \delta_{B_i}\right),$$

где

$$k_П = \frac{-W_П'}{\sum_{i=1}^{4}\left(\delta_{A_i} + \delta_{B_i}\right)^2}. \tag{310}$$

Введя вторичные поправки в первично исправленные углы, получаем уравненные значения углов, т. е.

$$\overline{\beta}_i = \beta_i' + v_i''.$$

Зная координаты исходных пунктов P и K (см. рис. 90, *а*), по вычисленным длинам сторон и уравненным значениям углов вычисляем координаты искомых пунктов R и Q.

§ 77. Уравнивание цепи треугольников между двумя исходными сторонами (базисами)

В этом случае (см. рис. 90, *в*) возникают N условных уравнений фигур, условное уравнение дирекционных углов, базисное условное уравнение и два условных уравнения координат, т. е. всего $(N+3)$ условных уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&a) \quad v_1^A + v_1^B + v_1^C + W_1 = 0;\\
&b) \quad v_2^A + v_2^B + v_2^C + W_2 = 0;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots;\\
&q) \quad v_N^A + v_N^B + v_N^C + W_N = 0;\\
&r) \quad \pm v_1^C \pm v_2^C \pm \ldots \pm v_N^C + W_\alpha = 0;\\
&s) \quad \sum_{i=1}^{N} \delta_{A_i} v_i^A - \sum_{i=1}^{N} \delta_{B_i} v_i^B + W_Б = 0;\\
&t) \quad \sum_{i=1}^{N} v_{\Delta x_i} + W_x = 0;\\
&u) \quad \sum_{i=1}^{N} v_{\Delta y_i} + W_y = 0
\end{aligned}\right\} \qquad (311)$$

где невязки вычисляются по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
&W_i = A_i + B_i + C_i - 180°;\\
&W_\alpha = \alpha_{нач} + \sum_{i=1}^{N} (\pm C_i) + [0°,\ 180°] - \alpha_{кон};\\
&W_Б = \left(lg\, b_1 + \sum_{i=1}^{N} lg \sin A_i\right) - \left(lg\, b_2 + \sum_{i=1}^{N} lg \sin B_i\right);\\
&W_x = X_K + \sum_{i=1}^{N} \Delta x_i - X_Q;\\
&W_y = Y_K + \sum_{i=1}^{N} \Delta y_i - Y_Q
\end{aligned}\right\}.$$

В соответствии с принципом упрощенного уравнивания в первую группу отнесем N уравнений фигур $a \div q$ и условное уравнение r дирекционных углов, во вторую группу — базисное условное уравнение s, в третью группу — два условных уравнения координат t и u.

Первой группе соответствует система нормальных уравнений коррелат вида

$$\left.\begin{aligned}
&3k_1 \pm k_\alpha + W_1 = 0,\\
&3k_2 \pm k_\alpha + W_2 = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots,\\
&3k_N \pm k_\alpha + W_N = 0,\\
&\pm k_1 \pm k_2 \pm \ldots \pm k_N + W_\alpha = 0
\end{aligned}\right\} \qquad (312)$$

Умножив последнее уравнение системы (312) на 3 и вычтя из него все предыдущие уравнения, получим

$$2Nk_\alpha + 3W_\alpha + \sum_{i=1}^{N} (\pm W_i) = 0,$$

где знак «+» перед W_i берется для i-го треугольника, если он лежит вправо от ходовой линии, и знак «−» — если влево.

Обозначив

$$W'_\alpha = W_\alpha + \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{N}(\pm W_i), \tag{313}$$

получим

$$2Nk_\alpha + 3W'_\alpha = 0. \tag{314}$$

Откуда найдем коррелату условного уравнения дирекционных углов

$$k_\alpha = -\frac{3W'_\alpha}{2N}. \tag{315}$$

Подставив k_α в первые N уравнений системы (312), найдем коррелаты условных уравнений фигур

$$k_i = \frac{-W_i}{3} \pm \frac{W'_\alpha}{2N}. \tag{316}$$

Используя полученные значения коррелат k_α и k_i в (315) и (316), на основании коррелатных уравнений поправок (258) имеем первичные поправки:

$$\left.\begin{aligned} \left(v_i^A\right)' = \left(v_i^B\right)' &= -\frac{W_i}{3} \pm \frac{W'_\alpha}{2N}; \\ \left(v_i^C\right)' &= -\frac{W_i}{3} \pm \frac{W_\alpha}{N} \end{aligned}\right\}. \tag{317}$$

Введя первичные поправки из (317) в измеренные углы, найдем первично исправленные углы, по которым вычислим новую невязку базисного условного уравнения

$$\left.\begin{aligned} W'_Б &= \Sigma_1 - \Sigma_2, \\ \Sigma_1 &= lg\, b_1 + \sum_{i=1}^{N} lg \sin A'_i, \\ \Sigma_2 &= lg\, b_2 + \sum_{i=1}^{N} lg \sin B'_i \end{aligned}\right\}. \tag{318}$$

С учетом дополнительного условия для вторичных поправок

$$\left(v_i^A\right)'' = -\left(v_i^B\right)'',$$

т. е. чтобы вторичные поправки не нарушали условия фигур, запишем условное уравнение базисов

$$\sum_{i=1}^{N}\left(\delta_{A_i} + \delta_{B_i}\right)\left(v_i^A\right)'' + W'_Б = 0.$$

Далее, как и в случае центральной системы, найдем коррелату

$$k_Б = -\frac{W'_Б}{\sum_{i=1}^{N}\left(\delta_{A_i} + \delta_{B_i}\right)^2}$$

и вторичные поправки в связующие углы

$$\left(v_i^A\right)'' = -\left(v_i^B\right)'' = k_Б\left(\delta_{A_i} + \delta_{B_i}\right). \qquad (319)$$

Введя вторичные поправки (319) в первично исправленные углы, получаем уравненные значения углов. Затем вычисляем приращения координат по ходовой линии и невязки W_x и W_y, которые распределяют с противоположным знаком на соответствующие приращения пропорционально длинам линий d_i, т. е.

$$\left.\begin{aligned} v_{\Delta x_i} &= -\frac{W_x}{\sum_{i=1}^{N} d_i}\cdot d_i, \\ v_{\Delta y_i} &= -\frac{W_y}{\sum_{i=1}^{N} d_i}\cdot d_i \end{aligned}\right\}.$$

По исправленным приращениям координат вычисляют координаты определяемых пунктов.

§ 78. Вставка пунктов в угол

Методика выполнения уравнительных вычислений этой системы (рис. 92) сходна с уравниванием цепи треугольников между двумя базисами. В то же время данную систему можно представить как неполную центральную систему с добавлением второго базиса.

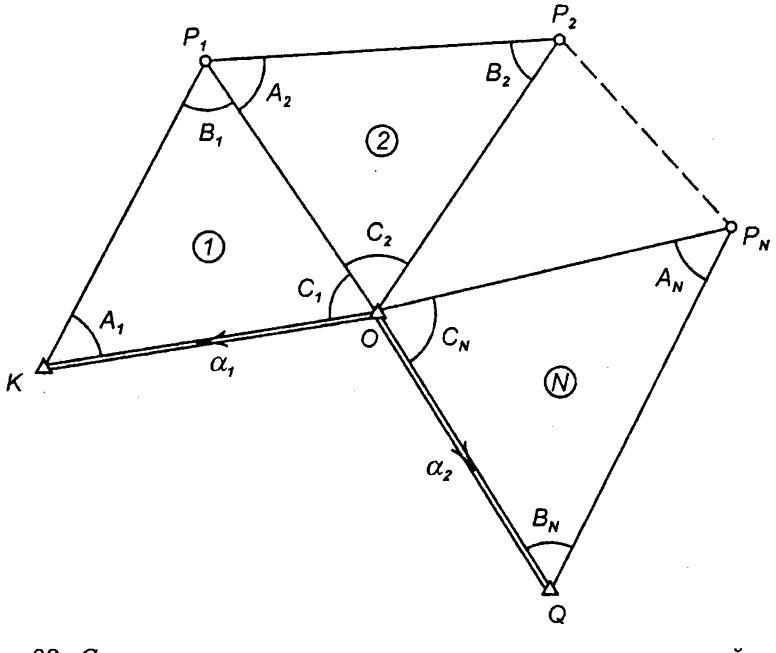


Рис. 92. *Схема к уравниванию вставки пунктов в исходный угол*

В рассматриваемой системе вместо условия горизонта (как в центральной системе) возникает условие суммы исходного (твердого) угла, а вместо полюсного условия — условие базиса, подобное этому условию в цепи треугольников между двумя базисами.

Условное уравнение исходного угла запишется как

$$\sum_{i=1}^{N} \overline{C}_i = 360° - (\alpha_1 - \alpha_2),$$

отсюда уравнение поправок примет вид

$$\sum_{i=1}^{N} v_i^C + W_\angle = 0, \qquad (320)$$

где

$$W_\angle = \sum_{i=1}^{N} C_i - \left[360° - (\alpha_1 - \alpha_2)\right].$$

При упрощенном уравнивании в первую группу относят уравнения геометрического вида — условные уравнения фигур (треугольников) и условное уравнение исходного угла, во вторую группу — условное уравнение базиса.

Решением уравнений первой группы определяют первичные поправки углов треугольников. Далее по исправленным первичными поправками углам составляют базисное уравнение, которое решают в той же последовательности, что и при уравнивании сети треугольников между двумя базисами (см. § 77).

§ 79. Окончательные вычисления в геодезических сетях сгущения

Произведя уравнивание типовой фигуры сети сгущения и найдя уравненные значения углов, производят окончательное решение треугольников, т. е. определяют длины их сторон, вычисляют координаты всех пунктов сети, составляют список координат этих пунктов и отчетную схему сети.

Окончательное решение треугольников производят по уравненным значениям углов на основе теоремы синусов, как и при проведении предварительных вычислений (см. § 64). Длины сторон треугольников вычисляют до 0,01 м, погрешность порядка 0,02—0,03 м при контроле вычислений обусловливается только погрешностями округления.

Для определения координат пунктов сети намечают на схеме (см. рис. 90, *в*) ходовую линию между исходными пунктами (*MKOP...QR*), включающую все определяемые пункты. В свободной сети (см. рис. 90, *г*) ходовая линия представляет собой полигон (*KPRO...QP*). Выписав в ведомость координат уравненные углы и вычисленные длины по ходовой линии (из ведомости окончательного решения треугольников), вычисляют дирекционные углы сторон ходовой линии, приращения координат и координаты всех определяемых пунктов сети. Контролем выписки углов и вычисления дирекционных углов является отсутствие угловой невязки. При вычислении приращений координат допускаются невязки порядка 0,02—0,03 м, которые могут появиться из-за погрешностей округления.

В списке координат пунктов созданной геодезической сети сгущения кроме координат пунктов приводят характеристики построенных наружных знаков и центров, выписывают дирекционные углы на все смежные пункты и горизонтальные проложения.

Пункты геодезической сети наносят по координатам на отчетную схему, которую обычно составляют в масштабах 1:10 000 или 1:25 000, в зависимости от протяженности сети.

Глава 14

УПРОЩЕННОЕ УРАВНИВАНИЕ СЪЕМОЧНЫХ СЕТЕЙ

Съемочное плановое обоснование строится в виде одиночных теодолитных ходов, проложенных между исходными пунктами, в виде полигонов, сетей микротриангуляции, систем ходов с узловыми точками, систем полигонов и т. п. Высотное съемочное обоснование обычно совмещают с точками планового обоснования и строят как одиночными ходами между исходными пунктами, так и в виде систем ходов с узловыми точками, систем полигонов и их комбинаций.

Рассмотрим случаи упрощенного уравнивания ходов и систем ходов высотных и плановых съемочных сетей.

§ 80. Уравнивание одиночного нивелирного хода

Одиночный нивелирный ход между двумя исходными пунктами содержит единственное избыточное измерение. В этом случае имеем одно условное уравнение поправок

$$\sum_{i=1}^{n} v_{h_i} + W_h = 0, \tag{321}$$

где v_{h_i} — поправка в i-е превышение хода ($i = 1, 2, \ldots, n$);

$$W_h = \sum_{i=1}^{n} h_i - (H_{кон} - H_{нач}),$$

здесь $H_{кон}$ и $H_{нач}$ — высоты (отметки) исходных (конечного и начального) пунктов.

Искомые поправки отыскивают путем распределения полученной невязки с обратным знаком пропорционально обратным весам измеренных превышений.

Обозначив обратные веса измеренных превышений как

$$q_{h_i} = \frac{1}{p_{h_i}}, \tag{322}$$

получим выражение для коррелатного уравнения поправок в виде

$$v_{h_i} = q_{h_i} k_h. \tag{323}$$

Тогда нормальное уравнение коррелат примет вид

$$k_h [q] + W_h = 0, \tag{324}$$

откуда

$$k_h = -\frac{W_h}{[q]}. \tag{325}$$

С учетом выражения (323) получим

$$v_{h_i} = -\frac{W_h}{[q]} \cdot q_{h_i}. \tag{326}$$

Примем веса измеренных превышений обратно пропорциональными расстоянию L_i между рейками на станции, т. е. $p_{h_i} = 1/L_i$. С учетом выражения (322) имеем

$$q_{h_i} = \frac{1}{p_{h_i}} = L_i. \tag{327}$$

Принимая во внимание (326), получим выражение для вычисления поправок в измеренные превышения

$$v_{h_i} = -\frac{W_h}{\sum_{i=1}^{n} L_i} \cdot L_i. \tag{328}$$

В равнинной местности, где расстояние между рейками для разных станций колеблются незначительно, можно принять

$$\left.\begin{aligned} p_{h_i} &= 1, \\ q_{h_i} &= 1 \end{aligned}\right\}, \tag{329}$$

т. е. в этих условиях измеренные превышения можно считать равноточными. Тогда с учетом выражения (326) получим

$$v_{h_i} = -\frac{W_h}{n}, \tag{330}$$

где n — число превышений в ходе.

Следовательно, при уравнивании нивелирного хода, проложенного в равнинной местности между исходными пунктами, поправки в измеренные превышения будут одинаковыми и равными $-\frac{W_h}{n}$.

Упрощенное уравнивание теодолитных ходов, при котором раздельно находят поправки в измеренные горизонтальные углы, а затем в приращения координат, не является строгим в математическом смысле. Однако найденные в этом случае поправки отличаются от вероятнейших на величины, которыми можно пренебречь при сравнении их с погрешностями самих измерений в сетях съемочного планового обоснования.

§ 81. Уравнивание систем съемочных ходов с одной узловой точкой способом среднего весового

Способ среднего весового применяют для уравнивания небольших несвободных систем нивелирных, теодолитных или тахеометрических ходов.

Система нивелирных ходов с одной узловой точкой. От исходных реперов A, B, C с отметками H_A, H_B, H_C проложены нивелирные ходы, сходящиеся в узловой точке U (рис. 93). Измерены длины ходов L_i, число станций в ходе n_i и превышения по каждому ходу h_i (*1, 2, 3*).

Находят отметку узловой точки U по каждому ходу:

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= H_A + h_1; \\ H_2 &= H_B + h_2; \\ H_3 &= H_C + h_3 \end{aligned}\right\}. \qquad (331)$$

Приняв веса суммы превышений по каждому ходу $P_i = \dfrac{1}{L_i}$, вычисляют значение отметки H_U узловой точки по формуле среднего весового

$$H_U = \frac{p_1H_1 + p_2H_2 + p_3H_3}{p_1 + p_2 + p_3} = \frac{[pH]}{[p]}, \qquad (332)$$

или

$$H_U = H_0 + \frac{[p\varepsilon]}{[p]}, \qquad (333)$$

где H_0 — приближенное значение высоты узловой точки; $\varepsilon_i = H_i - H_0$ — остатки.

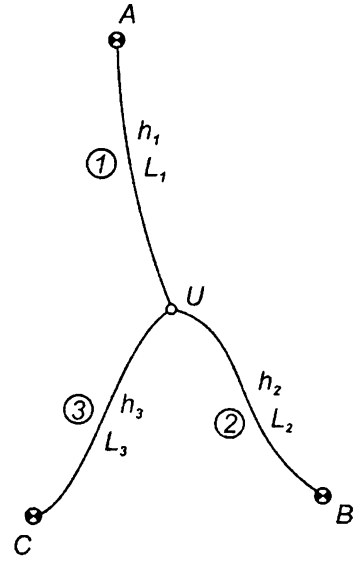


Рис. 93. *Система нивелирных ходов с одной узловой точкой*

В результате систему ходов с одной узловой точкой (см. рис. 93) можно рассматривать как систему одиночных нивелирных ходов с высотой конечной точки равной H_U. Невязки в сумме превышений по каждому ходу находят из выражений

$$\left.\begin{aligned} W_1 &= H_U - H_1, \\ W_2 &= H_U - H_2, \\ W_3 &= H_U - H_3 \end{aligned}\right\}. \qquad (334)$$

Далее вычисляют поправки в каждое превышение i-го хода ($i = 1, 2, 3$) по формуле (328) для всхолмленных или по формуле (330) — для равнинных районов.

Характеристикой точности измерений является, как известно, средняя квадратическая погрешность единицы веса μ.

Учитывая, что при определении веса суммы превышений по каждому ходу величина L_i выражается в километрах, можно записать

$$\mu = m_{км} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{N-1}}, \qquad (335)$$

где $m_{км}$ — средняя квадратическая погрешность в превышении нивелирного хода длиной 1 км («километрическая погрешность»); $v_i = -W_i$; N — число ходов (в рассматриваемом случае $N = 3$).

Средняя квадратическая погрешность высоты узловой точки H_U определится по формуле

$$M_U = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}}. \qquad (336)$$

Если вес суммы превышений хода вычисляется с учетом числа станций как $p_i = \frac{1}{n_i}$, то из выражения (335) находят среднюю квадратическую погрешность превышения, измеренного на станции, т. е.

$$\mu = m_{cm}. \qquad (337)$$

Пример уравнивания системы нивелирных ходов, показанной на рис. 93, приведен в табл. 31.

Таблица 31

Уравнивание системы нивелирных ходов с одной узловой точкой

H_A = 120,157 м, H_B = 130,412 м, H_C = 111,310 м

№ хода	h_i, м	H_i, м	L_i, м	p_i	ε, мм	$p\varepsilon$, мм	v_i, мм	pv, мм	pv^2	$pv\varepsilon$
1	+1,085	121,242	8,2	0,12	39	4,7	–17	–2,0	34	–78
2	–9,209	,203	7,1	0,14	0	0,0	+22	+3,1	68	0
3	+9,920	,230	6,0	0,17	27	4,6	–5	–0,8	4	–22

H_0 = 121,203 м $[p]$ = 0,43 $[p\varepsilon]$ = 9,3 $[pv]$ = + 0,3 $[pv\varepsilon]$=–103

$\frac{[p\varepsilon]}{[p]}$ = 21,60 мм $[pv^2]$= 106

$$H_U = H_0 + \frac{[p\varepsilon]}{[p]} = 121{,}203 + 0{,}022 = 121{,}225 \text{ м};$$

$$\mu = m_{км} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{N-1}} = \sqrt{\frac{106}{3-1}} = 7{,}3 \text{ мм}; \quad M_U = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}} = \frac{7{,}3}{\sqrt{0{,}43}} = 11{,}1 \text{ мм}.$$

Система теодолитных ходов с одной узловой точкой. Известны плановые координаты исходных пунктов *B*, *K*, *F* (рис. 94) и дирекционные углы исходных линий α_{AB}, α_{CK}, α_{EF}. Измерены горизонтальные углы β_i и длины линий d_i.

При упрощенном уравнивании системы теодолитных ходов с одной узловой точкой по общепринятой схеме сначала уравнивают углы по способу среднего взвешенного. Вычислив по уравненным углам дирекционные углы и приращения координат, производят раздельное уравнивание приращений координат Δx и Δy по каждому ходу.

Для уравнивания углов выбирают узловую линию, в качестве которой может быть принята любая линия, опирающуюся на узловую точку (в нашем примере линия *UQ*).

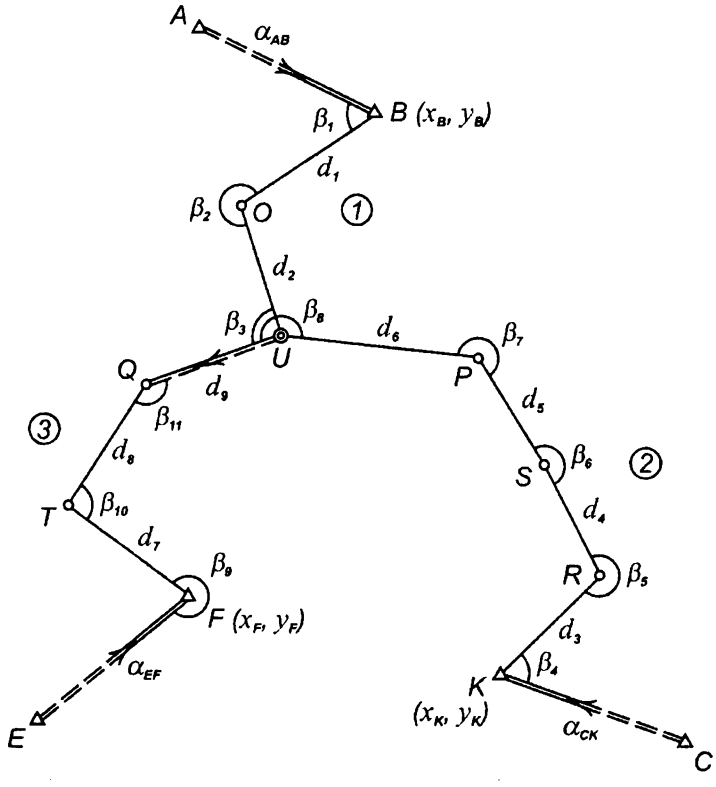


Рис. 94. *Система теодолитных ходов с одной узловой точкой*

Вычисляют значения дирекционного угла узловой линии по каждому ходу:

$$\left.\begin{aligned} \alpha'_{UQ} &= \alpha_{AB} + 180^\circ \cdot n_1 - [\beta]_1; \\ \alpha''_{UQ} &= \alpha_{CK} + 180^\circ \cdot n_2 - [\beta]_2; \\ \alpha'''_{UQ} &= \alpha_{EF} + 180^\circ \cdot n_3 - [\beta]_3 \end{aligned}\right\}, \qquad (338)$$

где n_i — число углов до узловой линии в i-м ходе (i = 1, 2, 3); $[\beta]_i$ — сумма углов в i-м ходе.

Приняв вес суммы углов i-го хода равным $p_i = \frac{1}{n_i}$, окончательное значение дирекционного угла узловой линии вычисляют по формуле среднего взвешенного

$$\alpha_{UQ} = \frac{p_1\alpha'_{UQ} + p_2\alpha''_{UQ} + p_3\alpha'''_{UQ}}{p_1 + p_2 + p_3}. \qquad (339)$$

Как и при уравнивании системы нивелирных ходов, находят угловые невязки W_β по каждому ходу:

$$\left.\begin{aligned} W'_\beta &= \alpha_{UQ} - \alpha'_{UQ}, \\ W''_\beta &= \alpha_{UQ} - \alpha''_{UQ}, \\ W'''_\beta &= \alpha_{UQ} - \alpha'''_{UQ} \end{aligned}\right\}. \qquad (340)$$

Распределив угловые невязки поровну на углы соответствующего хода с противоположным знаком, находят уравненные значения углов. По уравненным углам вычисляют приращения координат по всем линиям ходов и находят суммы приращений координат по каждому ходу $[\Delta x]_i$ и $[\Delta y]_i$. Уравнивание приращений координат производят раздельно для Δx и Δy аналогично уравниванию превышений системы нивелирных ходов с одной узловой точкой по формулам:

$$\left.\begin{aligned} x'_U &= x_B + [\Delta x]_1; \\ x''_U &= x_K + [\Delta x]_2; \\ x'''_U &= x_F + [\Delta x]_3 \end{aligned}\right\}. \qquad (341)$$

$$x_U = \frac{\tilde{p}_1 x'_U + \tilde{p}_2 x''_U + \tilde{p}_3 x'''_U}{\tilde{p}_1 + \tilde{p}_2 + \tilde{p}_3}. \qquad (342)$$

$$\tilde{p}_i = \frac{1}{[L]_i},$$

где $\tilde{p}_i$ — вес абсциссы (ординаты) узловой точки; $[L]_i$ — длина i-го хода.

Вычисляют невязки в приращениях координат по каждому ходу

$$\left.\begin{aligned} W'_i &= x_U - x'_U, \\ W''_i &= x_U - x''_U, \\ W'''_i &= x_U - x'''_U \end{aligned}\right\}. \qquad (343)$$

Поправки в приращения координат находят по формуле, аналогичной (328), т. е.

$$v_{\Delta x_{ij}} = -\frac{W_x}{[d]_i} \cdot d_{ij}, \qquad (344)$$

где d_{ij} — j-я длина стороны i-го хода.

Для уравнивания приращений ординат используют выражения (341) — (344), заменив x на y (см. табл. 32).

По исправленным приращениям координат вычисляют координаты всех пунктов сети.

Оценку точности измерения углов производят по известной из теории погрешностей формуле, которая в данном случае дает приближенное значение средней квадратической погрешности измерения угла

$$\mu = m_\beta = \sqrt{\frac{[pW^2]}{N-1}},$$

где N — число ходов.

Таблица 32

Уравнивание системы теодолитных ходов с одной узловой точкой

Пункты	Измеренные углы, β_i	Дирекционные углы, α_i	Длины сторон, L_i, м	Приращения координат, м		Координаты, м	
				Δx	Δy	x	y
1-й ход							
A							
		54°10,3′					
B	*–3* 185°48,0′			*–19* +202,28	*+19* +227,65	5548,34	2380,98
		48°22,6′	304,53				
O	*–3* 179°49,0′			*–19* +201,98	*+18* +228,48	5750,43	2608,82
		48°33,9′	304,76				
U	*–2* 128°00,9′					5951,92	2837,48
		100°33,2′					
Q							
$[\beta]=$ $[\beta]_T=$ $W_\beta=$	493°37,9′ 493°37,1′ +0,8′	$L_1=$	609,29	+403,96 +403,58 $W_x=+0,38$	+456,13 +456,50 $W_y=-0,37$	$W_L=\sqrt{W_x^2+W_y^2}=0,44$ м $W_{отн}=\frac{W_L}{L}=\frac{1}{1150}$	
2-й ход							
C							
		137°07,3′					
K	198°35,2′			*+6* –152,06	*–1* +279,65	6958,85	2136,41
		118°32,1′	318,32				
R	142°00,6′			*+5* –245,27	+106,52	6806,85	2416,05
		156°31,5′	267,40				
S	*+1* 184°49,3′			+7 –311,02	*–1* +167,46	6561,63	2522,57
		151°42,1′	353,24				
P	*+1* 177°58,0′			*+6* –298,82	*–1* +147,47	6250,68	2690,02
		153°44,0′	333,23				
U	*+1* 233°10,7′					5951,92	2837,48
		100°33,2′					
Q							
$[\beta]=$ $[\beta]_T=$ $W_\beta=$	36°33,8′ 936°34,1′ –0,3′	$L_2=$	1272,19	–1007,17 –1006,93 $W_x=-0,24$	+701,10 +701,07 $W_y=+0,03$	$W_L=\sqrt{W_x^2+W_y^2}=0,24$ м $W_{отн}=\frac{W_L}{L}=\frac{1}{5300}$	
3-й ход							
E							
		328°25,3′					
F	*+2* 201°51,6′			*+9* +116,95	*–12* –157,71	5512,83	3408,06
		306°33,5′	196,34				
T	*+2* 167°36,5′			*+17*	*–23*	5629,87	3250,23

Окончание табл. 32

Пункты	Измеренные углы, β_i	Дирекционные углы, α_i	Длины сторон, L_i, м	Приращения координат, м		Координаты, м	
				Δx	Δy	x	y
	+2						
Q	218°24,4′			*+7*	*–9*	5922,46	2995,32
		280°33,2′	160,46	+29,39	–157,75		
U						5951,92	2837,48
$[\beta]=$ $[\beta]_T=$ $W_\beta=$	587°51,5′ 587°52,1′ –0,6′	$L_3=$	744,58	+438,76 +439,09 $W_x=-0,33$	–570,14 –570,58 $W_y=+0,44$	$W_L=\sqrt{W_x^2+W_y^2}=0,55$ м $W_{отн}=\frac{W_L}{L}=\frac{1}{1350}$	

В табл. 32 — 34 приведен пример уравнивания системы теодолитных ходов с одной узловой точкой.

Таблица 33

Вычисления окончательного значения дирекционного угла узловой линии *QU*

№ хода	Дирекцион. углы, d	Число углов в ходе, n_i	Вес, $p_i=\frac{1}{n_i}$	ε_i	$p_i\varepsilon_i$	W_β	Вычисления
1	100°32,4′	3	0,33	0,0′	0,00′	+0,8′	$W_{\beta доп}=1'\sqrt{n}=1'\sqrt{3}=1,7'$
2	33,5′	5	0,20	1,1′	0,22′	–0,3′	$\alpha_{QU}=\alpha_0+\frac{[p\varepsilon]}{[p]}=100°32,4'+$
3	33,8′	3	0,33	1,4′	0,46′	–0,6′	$+0,8'=100°33,2'$
$\alpha_0=100°32,4'$		$[p]=0,86$		$[p\varepsilon]=0,68$			

$$\mu=m_\beta=\sqrt{\frac{0,33\cdot0,8^2+0,20\cdot0,3^2+0,33\cdot0,6^2}{3-1}}=0,42'.$$

Таблица 34

Вычисление координат узловой точки *U*

№ хода	Длина хода $[L]$, км	Вес, $p_i=\frac{1}{[L]_i}$	x', м	ε_x, м	$p\varepsilon_x$, м	y', м	ε_y, м	$p\varepsilon_y$, м
1	0,61	1,64	5952,30	0,71	1,16	2837,11	0,00	0,00
2	1,27	0,79	5951,68	0,09	0,07	2837,51	0,40	0,32
3	0,74	1,35	5951,59	0,00	0,00	2837,92	0,81	1,09
$[p]=3,78$				$[p\varepsilon_x]=1,23$				$[p\varepsilon_y]=1,41$
$x_0=5951,59$						$y_0=2837,11$		

$$x_U = x_0 + \frac{[p\varepsilon_x]}{[p]} = 5951{,}59 + 0{,}33 = 5951{,}92 \text{ м}, \quad y_U = 2837{,}11 + 0{,}37 = 2837{,}48 \text{ м}.$$

§ 82. Уравнивание систем съемочных ходов с двумя узловыми точками

В геодезической практике для уравнивания сетей ходов с двумя узловыми точками наряду со способом среднего весового широкое применение получил способ эквивалентной замены. Указанные способы рассмотрим на примере уравнивания системы нивелирных ходов (рис. 95) с узловыми точками *R* и *T*. Известны высоты исходных пунктов H_A, H_B, H_C, H_D, превышения по ходам h_i ($i = 1, 2, ..., 5$) и их длины L_i.

Способ эквивалентной замены. Суть способа состоит в приведении системы с двумя узловыми точками к системе с одной узловой точкой. Для этого два хода (например, *1* и *2*) необходимо объединить в один «воображаемый» *KR* (рис. 95), называемый *эквивалентным*. В результате получим систему ходов с одной узловой точкой *T*: ход *KR*+*5*, ход *3* и ход *4*.

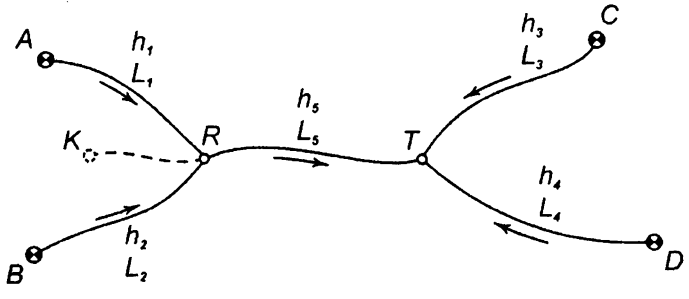


Рис. 95. *Система нивелирных ходов с двумя узловыми точками*

По формулам среднего весового вычисляют высоту $H_{1,2}$ узловой точки *R* и параметры эквивалентного хода: его вес $p_{1,2}$ и длину $L_{1,2}$.

$$H_{1,2} = \frac{p_1 H_1 + p_2 H_2}{p_1 + p_2}, \tag{345}$$

где $H_1 = H_A + h_1$, $H_2 = H_B + h_2$.

Веса p_1 и p_2 в формуле (345) вычисляют обратно пропорционально длине соответствующего хода

$$p_i = \frac{1}{L_i} \quad (i = 1, 2, ..., 5). \tag{346}$$

Вес найденного значения $H_{1,2}$ равен

$$p_{1,2} = p_1 + p_2. \tag{347}$$

В соответствии с выражением (346) можно записать

$$p_{1,2} = \frac{1}{L_{1,2}}. \tag{348}$$

Отсюда

$$L_{1,2} = \frac{1}{p_1 + p_2}.$$

В результате имеем систему с одной узловой точкой T. Высоту узловой точки T найдем по каждому ходу как

$$\left.\begin{aligned} H_3 &= H_C + h_3, \\ H_4 &= H_D + h_4, \\ H_{1,2+5} &= H_{1,2} + h_5 \end{aligned}\right\}. \tag{349}$$

Веса вычисленных из выражения (349) значений H_i будут равны:

$$p_3 = \frac{1}{L_3}, \qquad p_4 = \frac{1}{L_4}, \qquad p_{1,2+5} = \frac{1}{(L_{1,2} + L_5)}.$$

Окончательное значение высоты узловой точки T, найденное как среднее весовое, определится как

$$H_T = \frac{p_3 H_3 + p_4 H_4 + p_{1,2+5} H_{1,2+5}}{p_3 + p_4 + p_{1,2+5}}. \tag{350}$$

Поправки в превышения ходов находят из выражений:

$$\left.\begin{aligned} v_3 &= H_T - H_3; \\ v_4 &= H_4 - H_T; \\ v_{1,2+5} &= H_T - H_{1,2+5} \end{aligned}\right\}. \tag{351}$$

Поправки v_3 и v_4 распределяют на превышения каждого хода пропорционально длинам L_{ij} нивелирных линий, т. е.

$$v_{ij} = \frac{v_i}{L_i} \cdot L_{ij}, \tag{352}$$

где L_{ij} — длина j-й линии i-го хода.

Аналогично распределяют поправку $v_{1,2+5}$ на превышения эквивалентного хода и хода 5

$$\left.\begin{aligned} v_{1,2} &= \frac{v_{1,2+5}}{L_{1,2+5}} \cdot L_{1,2}, \\ v_5 &= \frac{v_{1,2+5}}{L_{1,2+5}} \cdot L_5 \end{aligned}\right\}.$$

Находят окончательное значение высоты узловой точки R

$$H_R = H_{1,2} + v_{1,2} \tag{353}$$

и поправки на 1-й и 2-й ходы

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= (H_A - H_R) - h_1, \\ v_2 &= (H_B - H_R) - h_2 \end{aligned}\right\}. \tag{354}$$

Далее по формуле (352) находят поправки и на каждое превышение *1*-го и *2*-го ходов.

Приближенную оценку точности выполняют по поправкам v_i, вычислив среднюю квадратическую погрешность μ единицы веса

$$\mu = m_{км} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{N-r}}, \qquad (355)$$

где N — число ходов; r — число узловых точек.

Пример уравнивания нивелирной сети, показанной на рис. 95, приведен в табл. 35.

Таблица 35

Уравнивание нивелирной сети с двумя узловыми точками способом эквивалентной замены

H_A = 15,000 м; H_B = 13,000 м; H_C = 11,870 м; H_D = 16.480 м

№ хода	Превышения h_i, м	Высота узловой точки H_i, м	Длина хода L_i, км	Вес $p_i = \frac{1}{L_i}$	Поправки v_i, м
1	+4,980	10,020	2,0	0,50	+42
2	+3,030	9,970	3,0	0,33	–8
3	+0,100	11,970	4,0	0,25	+71
4	+4,442	12,038	5,0	0,20	–3
5	+2,100		2,0	0,50	–37

$$H_{1,2} = \frac{p_1H_1 + p_2H_2}{p_1 + p_2} = 10{,}000 \text{ м}, \; p_{1,2} = p_1 + p_2 = 0{,}83, \quad L_{1,2} = \frac{1}{p_{1,2}} = 1{,}20 \text{ км},$$

$$H_{1,2+5} = H_{1,2} + h_5 = 12{,}100 \text{ м}, \quad p_{1,2+5} = \frac{1}{L_{1,2} + L_5} = 3{,}20,$$

$$H_T = \frac{p_3H_3 + p_4H_4 + p_{1,2+5}H_{1,2+5}}{p_3 + p_4 + p_{1,2+5}} = 12{,}041 \text{ м},$$

$$v_{1,2+5} = H_T - H_{1,2+5} = -59 \text{ мм}, \; v_{1,2} = \frac{v_{1,2+5}}{L_{1,2+5}} \cdot L_{1,2} = -22 \text{ мм},$$

$$H_R = H_{1,2} + v_{1,2} = 9{,}978 \text{ м}, \quad v_1 = (H_A - H_R) - h_1 = +42 \text{ мм},$$

$$v_2 = (H_B - H_R) - h_2 = -8 \text{ мм}, \quad v_3 = H_T - H_3 = +71 \text{ мм},$$

$$v_4 = H_4 - H_3 = -3 \text{ мм}, \quad v_5 = \frac{v_{1,2+5}}{L_{1,2+5}} \cdot L_5 = -37 \text{ мм},$$

$$\mu = m_{км} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{N-r}} = 31 \text{ мм}.$$

Способ среднего весового. Этот способ приводит к тому же результату, что и способ эквивалентной замены.

В первом приближении высоты H'_R и H'_T узловых точек R и T находят по формуле среднего весового как

$$\left.\begin{aligned} H'_R &= \frac{p_1 H_1 + p_2 H_2}{p_1 + p_2}, \\ H'_T &= \frac{p_3 H_3 + p_4 H_4}{p_3 + p_4} \end{aligned}\right\},$$

где $H_i = H_{исх} + h_i \quad (i = 1, 2, 3, 4)$; $p_i = \dfrac{1}{L_i}$.

Веса высот узловых точек H'_R и H'_T равны

$$p_R = p_1 + p_2, \qquad p_R = p_3 + p_4,$$

а обратные веса

$$q_R = \frac{1}{p_R} = \frac{1}{p_1 + p_2}, \qquad q_T = \frac{1}{p_T} = \frac{1}{p_3 + p_4}.$$

Вычисляют невязку по ходу RT как разность

$$W = h_5 - (H'_T - H'_R).$$

Полученную невязку W распределяют пропорционально обратным весам, т. е. вычисляют поправки в превышение h_5 и высоты H'_R, H'_T:

$$\left.\begin{aligned} v_5 &= -\frac{W}{[q]} \cdot q_5; \\ v_R &= -\frac{W}{[q]} \cdot q_R; \\ v_T &= -\frac{W}{[q]} \cdot q_T \end{aligned}\right\}, \qquad (356)$$

где $q_5 = {}^{1}\!/_{p_5}$; $[q] = q_5 + q_R + q_T$.

В результате определяют окончательные значения высот узловых точек

$$\left.\begin{aligned} H_R &= H'_R + v_R, \\ H_T &= H'_T + v_T \end{aligned}\right\}.$$

Учитывая, что в выражении (356) поправка v_5 в превышение h_5 хода RT уже известна, то поправки v_i в превышения 1 — 4 ходов определятся как

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= H_1 - H_R, \\ v_2 &= H_2 - H_R, \\ v_3 &= H_T - H_3, \\ v_4 &= H_4 - H_T \end{aligned}\right\}. \qquad (357)$$

Поправки v_i распределяют на измеренные на станциях превышения i-го хода по формуле (328) или (330).

Уравнивание системы (см. рис. 95) по способу среднего весового произведено в табл. 36.

Уравнивание систем теодолитных ходов с двумя узловыми точками, как и систем с одной узловой точкой (см. § 81), производят раздельно для горизонтальных углов и приращений координат по формулам (345) ÷ (357), заменив высоты узловых точек на обозначение дирекционных углов α_{ij} узловых линий и далее на обозначение координат узловых точек, а веса $p_{\alpha_{ij}}$ вычисляют обратно пропорциональными числу углов хода.

Необходимо отметить, что уравнивание более сложных систем (с числом узловых точек более двух и включающих полигоны) способами эквивалентной замены и среднего весового вызывает определенные трудности. Для таких систем разработаны другие способы уравнивания: способ последовательных приближений (итераций), способ полигонов и др.

Таблица 36

Уравнивание нивелирной сети с двумя узловыми точками способом среднего весового

$H_A = 15{,}000$ м; $H_B = 13{,}000$ м; $H_C = 11{,}870$ м; $H_D = 16{,}480$ м

№ хода	Превышения h_i, м	Высоты H_i, м	Длины ходов L_i, км	Веса $p_i = \frac{1}{L_i}$	Высоты H'_R, H'_T, м	Веса p_R, p_T	Обратные веса q_R, q_T, q_5	Поправки v_R, v_T, мм	Поправки v_i, мм
1	+4,980	10,020	2,0	0,50	10,000	0,83	1,20	− 22	+ 42
2	+3,030	9,970	3,0	0,33					− 8
3	+0,100	11,970	4,0	0,25	12,000	0,45	2,25	+ 41	+ 71
4	+4,442	12,038	5,0	0,20					− 3
5	+2,100		2,0	0,50			2,00		− 37

$$W = h_5 - \left(H'_T - H'_R\right) = +100 \text{ мм},$$

$$H_R = H'_R + v_R = 9{,}978 \text{ м};$$

$$H_T = H'_T + v_T = 12{,}041 \text{ м};$$

$$\mu = m_{км} = 31 \text{ мм}.$$

§ 83. Способ последовательных приближений

Данный способ выгодно применять в случаях, когда в системе ходов имеется несколько исходных пунктов и несколько узловых точек.

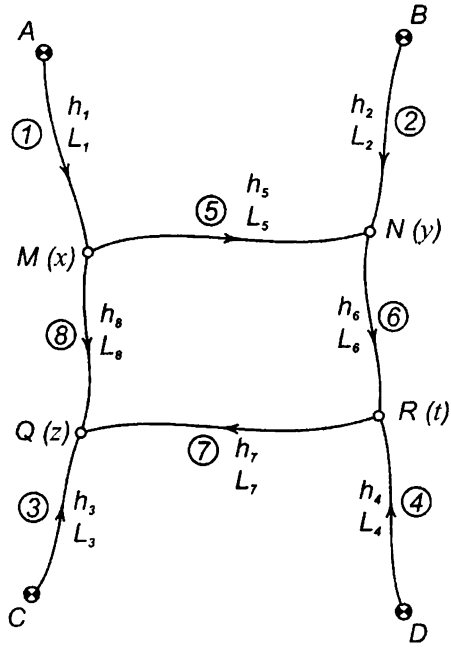


Рис. 96. *Схема к уравниванию нивелирных ходов способом последовательных приближений*

Приведенная на рис. 96 система состоит из 8 нивелирных ходов с 4 узловыми точками; стрелками показаны направления положительных превышений. Известны отметки исходных реперов A, B, C и D (H_A, H_B, H_C и H_D); в результате нивелирования получены суммы превышений h_i по каждому ходу и длины ходов L_i.

Для представленной на рис. 96 сети нивелирных ходов можно составить следующие параметрические уравнения поправок:

$$\left.\begin{aligned} x-(H_A+h_1)&=v_1;\\ y-(H_B+h_2)&=v_2;\\ z-(H_C+h_3)&=v_3;\\ t-(H_D+h_4)&=v_4;\\ y-(x+h_5)&=v_5;\\ t-(y+h_6)&=v_6;\\ z-(t+h_7)&=v_7;\\ z-(x+h_8)&=v_8 \end{aligned}\right\}, \qquad (358)$$

где x, y, z, t — высоты узловых точек M, N, Q, R; h_i — превышение по i-му ходу ($i = 1, 2, \ldots, 8$); H_A, H_B, H_C, H_D — высоты исходных пунктов.

Выражения для вычисления высот узловых точек запишутся в виде:

$$\left.\begin{aligned} x&=\frac{p_1(H_A+h_1)+p_5(y-h_5)+p_8(z-h_8)}{p_1+p_5+p_8};\\ y&=\frac{p_2(H_B+h_2)+p_5(x+h_5)+p_6(t-h_6)}{p_2+p_5+p_6};\\ z&=\frac{p_3(H_C+h_3)+p_8(x+h_8)+p_7(t-h_7)}{p_3+p_8+p_7};\\ t&=\frac{p_4(H_D+h_4)+p_6(y+h_6)+p_7(z-h_7)}{p_4+p_6+p_7} \end{aligned}\right\}, \qquad (359)$$

 где p_i — веса превышений h_i, определяемые как $p_i=\frac{1}{L_i}$.

Обозначив

$$\left.\begin{aligned} p_1 + p_5 + p_8 &= p_M, \\ p_2 + p_5 + p_6 &= p_N, \\ p_3 + p_8 + p_7 &= p_Q, \\ p_4 + p_6 + p_7 &= p_R \end{aligned}\right\},$$

вычисляют приведенные веса

$$\left.\begin{aligned} p_{1M} &= \frac{p_1}{p_M}, & p_{5M} &= \frac{p_5}{p_M}, & p_{8M} &= \frac{p_8}{p_M}, \\ p_{2N} &= \frac{p_2}{p_N}, & p_{5N} &= \frac{p_5}{p_N}, & p_{6N} &= \frac{p_6}{p_N}, \\ p_{3Q} &= \frac{p_3}{p_Q}, & p_{8Q} &= \frac{p_8}{p_Q}, & p_{7Q} &= \frac{p_7}{p_Q}, \\ p_{4R} &= \frac{p_4}{p_R}, & p_{6R} &= \frac{p_6}{p_R}, & p_{7R} &= \frac{p_7}{p_R} \end{aligned}\right\}. \qquad (360)$$

Для того чтобы процесс приближений был более коротким, в качестве начальных принимают высоты узловых точек, получаемые путем передачи от ближайших исходных реперов:

$$\left.\begin{aligned} x^0 &= H_A + h_1; \\ y^0 &= H_B + h_2; \\ z^0 &= H_C + h_3; \\ t^0 &= H_D + h_4 \end{aligned}\right\}. \qquad (361)$$

На основе выражений (359) и с учетом обозначений (360) и (361) вычисляют высоты точек в первом приближении:

$$\left.\begin{aligned} x^{(1)} &= p_{1M}x^0 + p_{5M}\left(y^0 - h_5\right) + p_{8M}\left(z^0 - h_8\right), \\ y^{(1)} &= p_{2M}y^0 + p_{5N}\left(x^{(1)} + h_5\right) + p_{6N}\left(t^0 - h_6\right), \\ z^{(1)} &= p_{3Q}z^0 + p_{8Q}\left(x^{(1)} + h_8\right) + p_{7Q}\left(t^0 + h_7\right), \\ t^{(1)} &= p_{4R}t^0 + p_{6R}\left(y^{(1)} + h_6\right) + p_{7R}\left(z^{(1)} - h_7\right) \end{aligned}\right\}. \qquad (362)$$

Используя полученные в первом приближении значения высот, вычисляют высоты узловых точек во втором приближении:

$$\left.\begin{aligned} x^{(2)} &= p_{1M}x^0 + p_{5M}\left(y^{(1)} - h_5\right) + p_{8M}\left(z^{(1)} - h_8\right), \\ y^{(2)} &= p_{2M}y^0 + p_{5N}\left(x^{(2)} + h_5\right) + p_{6N}\left(t^{(1)} - h_6\right), \\ z^{(2)} &= p_{3Q}z^0 + p_{8Q}\left(x^{(2)} + h_8\right) + p_{7Q}\left(t^{(1)} + h_7\right), \\ t^{(2)} &= p_{4R}t^0 + p_{6R}\left(y^{(2)} + h_6\right) + p_{7R}\left(z^{(2)} - h_7\right) \end{aligned}\right\}. \qquad (363)$$

Вычисления заканчивают, если в последних двух приближениях получены одинаковые значения высот узловых точек, т. е.

$$\left.\begin{aligned} x^{(k)} &= x^{(k-1)}, \\ y^{(k)} &= y^{(k-1)}, \\ z^{(k)} &= z^{(k-1)}, \\ t^{(k)} &= t^{(k-1)} \end{aligned}\right\}. \qquad (364)$$

Эти приближения являются окончательными (уравненными) значениями высот узловых точек, которые принимают за исходные. В результате сеть распадается на 8 отдельных ходов, каждый из которых уравнивают по правилам, принятым для одиночного хода.

Оценка точности сети производится по формуле (355).

Пример уравнивания нивелирной сети вышеизложенным способом (см. рис. 96) приведен в табл. 37.

Сеть теодолитных ходов уравнивается по аналогичной методике; при этом уравнивание углов и приращений координат выполняют раздельно.

§ 84. Уравнивание систем ходов способом полигонов проф. В.В. Попова

Данный способ применяют для уравнивания как свободных, так и несвободных сетей нивелирных и теодолитных (полигонометрических) ходов.

Как уже отмечалось ранее, ***свободными*** называются такие геодезические сети, в которых имеются только необходимые исходные элементы: координаты одного исходного пункта и дирекционный угол исходного направления, высота одного исходного репера и т. п. Наличие в сети избыточных исходных данных вызывает дополнительные условия, которым должны удовлетворять уравненные величины; такие сети являются ***несвободными***.

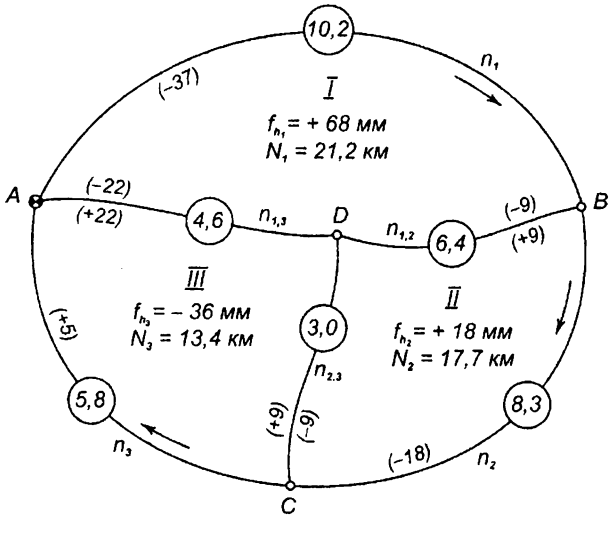


Рис. 97. *Схема к уравниванию свободной нивелирной сети способом полигонов*

Сущность способа В.В. Попова рассмотрим на примере уравнивания свободной сети нивелирных ходов.

Уравнивание сети методом непосредственного решения системы уравнений поправок. Пусть нивелирная сеть состоит из трех примыкающих друг к другу полигонов, невязки в которых соответственно равны f_{h_1}, f_{h_2} и f_{h_3} (рис. 97). Направления ходов в полигонах показаны стрелками.

Таблица 37

Уравнивание системы нивелирных ходов способом приближений

Обозн. узл. точки	№ хода к узл. точке	Исход. пункт	$H_{исх}$, м	h_i, м	L_i, км	$p_i = \frac{1}{L_i}$	p_i'	Приближения (0) / (1)		(2)		(3)		(4)		v, мм	v^2	pv^2
								$H_{ух}$, м	$\varepsilon_i p_i'$, мм	$H_{ух}$, м	$\varepsilon_i p_i$, мм	$H_{ух}$, м	$\varepsilon_i p_i$, мм	$H_{ух}$, м	$\varepsilon_i p_i$, мм			
M	1	*A*	46,428	+5,497	6,1	0,16	0,31	51,925	0,0	51,925	0,0	51,925	0,0	51,925	0,0	+18	324	51,8
	5	*N*		+8,819	4,4	0,23	0,45	950	11,2	950	11,2	947	19,9	945	9,0	–2	4	0,9
	8	*Q*		+3,933	8,3	0,12	0,24	957	7,7	968	10,3	963	9,1	962	8,9	–19	361	43,3
	сумма / средн.					***0,51***	***1,00***	*51,944*	***18,9***	*51,946*	***21,5***	*51,944*	***29,0***	*51,943*	***17,9***			
N	2	*B*	50,279	–7,148	3,7	0,27	0,40	43,131	2,4	43,131	3,2	43,131	4,8	43,131	5,2	–5	25	6,8
	6	*R*		+11,538	6,0	0,17	0,26	137	3,1	123	0,0	119	0,0	118	0,0	+8	64	10,9
	5	*M*		–8,819	4,4	0,23	0,34	125	0,0	127	1,4	125	2,0	125	2,4	+1	1	0,2
	сумма / средн.					***0,67***	***1,00***	*43,131*	***5,5***	*43,128*	***4,6***	*43,126*	***6,8***	*43,126*	***7,6***			
Q	3	*C*	50,498	–2,474	2,6	0,38	0,49	48,024	6,4	48,024	5,4	48,024	6,4	48,024	6,9	+4	16	6,1
	8	*M*		–3,933	8,3	0,12	0,16	011	0,0	013	0,0	011	0,0	010	0,0	+18	324	2,2
	7	*R*		+16,462	3,7	0,27	0,35	061	17,5	047	11,9	043	11,2	042	11,2	–14	196	52,9
	сумма / средн.					***0,77***	***1,00***	*48,035*	***23,9***	*48,030*	***17,3***	*48,029*	***17,6***	*48,028*	***18,1***			
R	4	*D*	53,287	–21,688	8,0	0,12	0,22	31,599	5,7	31,599	6,8	31,599	7,0	31,599	7,3	–19	361	43,3
	7	*Q*		–16,462	3,7	0,27	0,48	573	0,0	568	0,0	567	0,0	566	0,0	+14	196	52,9
	6	*N*		–11,538	6,0	0,17	0,30	593	6,0	590	6,6	588	6,3	588	6,6	–8	64	10,9
	сумма / средн.					***0,56***	***1,00***	*31,585*	***11,7***	*31,581*	***13,4***	*31,580*	***13,3***	*31,580*	***13,9***			***280,2***

$$\mu = m_{кч} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{N-r}} = \sqrt{\frac{280,2}{12-4}} = 5,9 \text{ мм}.$$

Обозначим длину каждого звена (или число станций) между двумя узловыми точками через n с указанием номеров полигонов, к которым данное звено принадлежит. Тогда длины внешних звеньев полигонов AB, BC и AC будут соответственно n_1, n_2 и n_3, а общие для двух смежных полигонов звенья AD, BD и CD — $n_{1,3}$, $n_{1,2}$ и $n_{2,3}$.

Если каждый из имеющихся полигонов рассматривать как независимый, то для устранения невязок в каждом из них длины звеньев нужно умножить на поправки k_1, k_2 и k_3, приходящиеся на один километр длины каждого полигона. Тогда условия устранения невязок в полигонах можно записать в виде системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned}(n_1+n_{1,2}+n_{1,3})\cdot k_1+W_1=0;\\(n_2+n_{2,3}+n_{1,2})\cdot k_2+W_2=0;\\(n_3+n_{1,3}+n_{2,3})\cdot k_3+W_3=0\end{aligned}\right\}, \tag{365}$$

где W_1, W_2, W_3 — свободные члены уравнений, равные невязкам в соответствующих полигонах f_{h_1}, f_{h_2} и f_{h_3}.

Поскольку в системе уравнений (365) суммы величин в скобках представляют собой периметры полигонов N_1, N_2 и N_3, то систему уравнений можно записать в виде

$$\left.\begin{aligned}N_1k_1+W_1=0,\\N_2k_2+W_2=0,\\N_3k_3+W_3=0\end{aligned}\right\}. \tag{366}$$

Следует учесть, что выше приведенные уравнения составлены для независимых полигонов и не учитывают условия *смежества* (по терминологии В.В. Попова*) полигонов. Поэтому для учета этого условия в первом полигоне общую поправку N_1k_1 следует уменьшить на величины поправок, приходящиеся на смежные звенья BD и CD; при этом нужно иметь в виду, что для двух смежных полигонов поправки на одно и то же звено будут иметь противоположные знаки. Например, если поправка по звену BD для первого полигона равна $+n_{1,2}k_1$, то для второго полигона поправка по этому же звену будет $-n_{1,2}k_1$.

Аналогичные соображения в отношении поправок действуют и по другим смежным звеньям. Тогда уравнения (365) следует записать в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}(n_1+n_{1,2}+n_{1,3})\cdot k_1-n_{1,2}k_2-n_{1,3}k_3+W_1=0;\\(n_2+n_{2,3}+n_{1,2})\cdot k_2-n_{2,3}k_3-n_{1,2}k_1+W_2=0;\\(n_3+n_{1,3}+n_{2,3})\cdot k_3-n_{1,3}k_1-n_{2,3}k_2+W_3=0\end{aligned}\right\}. \tag{367}$$

В результате решения системы уравнений находят поправки k_1, k_2 и k_3 на один километр хода внешних звеньев AB, BC и AC. Поправки на

* См.: *Попов, В.В.* Уравновешивание полигонов/В.В. Попов. — Изд. 8-е. — М.: Геодезиздат, 1954.

смежные звенья *AD*, *BD* и *CD* можно получить на основе некоторого преобразования системы уравнений (367).

Раскрыв скобки в уравнениях (367), запишем:

$$\left.\begin{aligned} &n_1k_1+n_{1,2}k_1+n_{1,3}k_1-n_{1,2}k_2-n_{1,3}k_3+W_1=0;\\ &n_2k_2+n_{2,3}k_2+n_{1,2}k_2-n_{2,3}k_3-n_{1,2}k_1+W_2=0;\\ &n_3k_3+n_{1,3}k_3+n_{2,3}k_3-n_{1,3}k_1-n_{2,3}k_2+W_3=0 \end{aligned}\right\}. \qquad (368)$$

Проведя перегруппировку членов уравнений, получим:

$$\left.\begin{aligned} &n_1k_1+n_{1,2}(k_1-k_2)+n_{1,3}(k_1-k_3)+W_1=0;\\ &n_2k_2+n_{2,3}(k_2-k_3)+n_{1,2}(k_2-k_1)+W_2=0;\\ &n_3k_3+n_{1,3}(k_3-k_1)+n_{2,3}(k_3-k_2)+W_3=0 \end{aligned}\right\}. \qquad (369)$$

Нетрудно убедиться, что разности коэффициентов в скобках представляют собой поправки на один километр длины смежных звеньев в прямом (по ходу часовой стрелки) и обратном направлениях, а их произведения на длину звеньев — суммарную поправку в превышения по тем же звеньям.

С учетом принятых обозначений окончательно система уравнений (367) примет вид:

$$\left.\begin{aligned} &N_1k_1-n_{1,2}k_2-n_{1,3}k_3+W_1=0;\\ &N_2k_2-n_{2,3}k_3-n_{1,2}k_1+W_2=0;\\ &N_3k_3-n_{1,3}k_1-n_{2,3}k_2+W_3=0 \end{aligned}\right\}. \qquad (370)$$

Уравнения системы (370) можно легко составить по схеме сети (см. рис. 97), руководствуясь следующими правилами:

— первый член каждого уравнения представляет собой произведение поправочного коэффициента k_i на периметр полигона N_i, где i — номер полигона;

— второй и третий члены уравнений есть произведения поправочных коэффициентов смежных полигонов на длины соответствующих звеньев;

— четвертый (свободный) член каждого уравнения равен невязке соответствующего полигона, т. е. $W_i = f_{h_i}$.

После решения системы уравниваний суммарные поправки в превышения по звеньям υ вычисляют как:

$$\upsilon_1 = n_1k_1;\ \upsilon_{1,2} = n_{1,2}(k_1-k_2);\ \upsilon_{1,3} = n_{1,3}(k_1-k_3);$$

$$\upsilon_2 = n_2k_2;\ \upsilon_{2,1} = n_{2,1}(k_2-k_1);\ \upsilon_{2,3} = n_{2,3}(k_2-k_3);$$

$$\upsilon_3 = n_3k_3;\ \upsilon_{3,2} = n_{2,3}(k_3-k_2);\ \upsilon_{3,1} = n_{1,3}(k_3-k_1).$$

Следует отметить, что для нивелирных сетей данный способ уравнивания является строгим и дает результаты, идентичные уравниванию по способу наименьших квадратов.

Ниже приводится пример уравнивания свободной сети нивелирных ходов по способу полигонов В.В. Попова с непосредственным решением системы нормальных уравнений поправок.

Пример. Требуется уравнять нивелирную сеть IV класса, схема которой приведена на рис. 97. В кружках указаны длины звеньев в километрах, внутри полигонов написаны их номера и невязки в миллиметрах.

Решение выполняется в следующей последовательности.

1. Руководствуясь вышеприведенными правилами, по схеме сети составляем систему уравнений поправочных коэффициентов:

$$21{,}2k_1 - 6{,}4k_2 - 4{,}6k_3 + 68 = 0;$$
$$17{,}7k_2 - 6{,}4k_1 - 3{,}0k_3 + 18 = 0;$$
$$13{,}4k_3 - 3{,}0k_2 - 4{,}6k_1 - 36 = 0.$$

2. Решив систему уравнений, получаем значения поправочных коэффициентов:

$$k_1 = -3{,}66; \quad k_2 = -2{,}18; \quad k_3 = +0{,}94.$$

3. Вычисляем поправки в превышения для каждого звена:

для звена AB $v_1 = n_1 k_1 = 10{,}2 \times (-3{,}66) = -37$ *мм*;

— // — BC $v_2 = n_2 k_2 = 8{,}3 \times (-2{,}18) = -18$ *мм*;

— // — CA $v_3 = n_3 k_3 = 5{,}8 \times (+0{,}94) = +5$ *мм*;

— // — BD $v_{1,2} = n_{1,2}(k_1 - k_2) = 6{,}4 \times [(-3{,}66) - (-2{,}18)] = -9$ *мм*;

— // — DB $v_{2,1} = n_{1,2}(k_2 - k_1) = 6{,}4 \times [(-2{,}18) - (-3{,}66)] = +9$ *мм*;

— // — CD $v_{2,3} = n_{2,3}(k_2 - k_3) = 3{,}0 \times [(-2{,}18) - (+0{,}94)] = -9$ *мм*;

— // — DC $v_{3,2} = n_{2,3}(k_3 - k_2) = 3{,}0 \times [(+0{,}94) - (-2{,}18)] = +9$ *мм*;

— // — DA $v_{1,3} = n_{1,3}(k_1 - k_3) = 4{,}6 \times [(-3{,}66) - (+0{,}94)] = -22$ *мм*;

— // — AD $v_{3,1} = n_{1,3}(k_3 - k_1) = 4{,}6 \times [(-3{,}66) - (+0{,}94)] = +22$ *мм*.

Вычисленные поправки записываем в скобках около соответствующих звеньев каждого полигона.

4. Выполняем контроль уравнивания сети: сумма поправок по звеньям в каждом полигоне должна равняться невязке с обратным знаком, т. е. $\sum v_i = -f_{h_i}$.

Полигон *I* — $(-37) + (-9) + (-22) = -68$ *мм*, $(f_{h_1} = +68$ *мм*);

— // — *II* — $(-18) + (-9) + (+9) = -18$ *мм*, $(f_{h_2} = +18$ *мм*);

— // — *III* — $(+5) + (+22) + (+9) = +36$ *мм*, $(f_{h_3} = -36$ *мм*).

Следовательно, уравнивание сети выполнено правильно.

Способ красных чисел. Проф. В.В. Поповым предложен простой, но достаточно точный способ уравнивания систем полигонов непосредственно по схеме, без составления уравнений поправок и ведомостей вычислений; он получил название способа «*красных чисел*». Сущность

способа заключается в последовательном распределении невязок в каждом полигоне пропорционально длинам сторон или числу станций.

Рассмотрим порядок уравнивания этим способом свободной сети нивелирных ходов, используя исходные данные предыдущего примера (см. рис. 97).

Рассмотрим порядок уравнивания этим способом свободной сети нивелирных ходов, используя исходные данные предыдущего примера (см. рис. 97).

1. На основе схемы сети составляют схематический чертеж сети в крупном масштабе, на котором производится вычисление поправок на звенья (рис. 98).

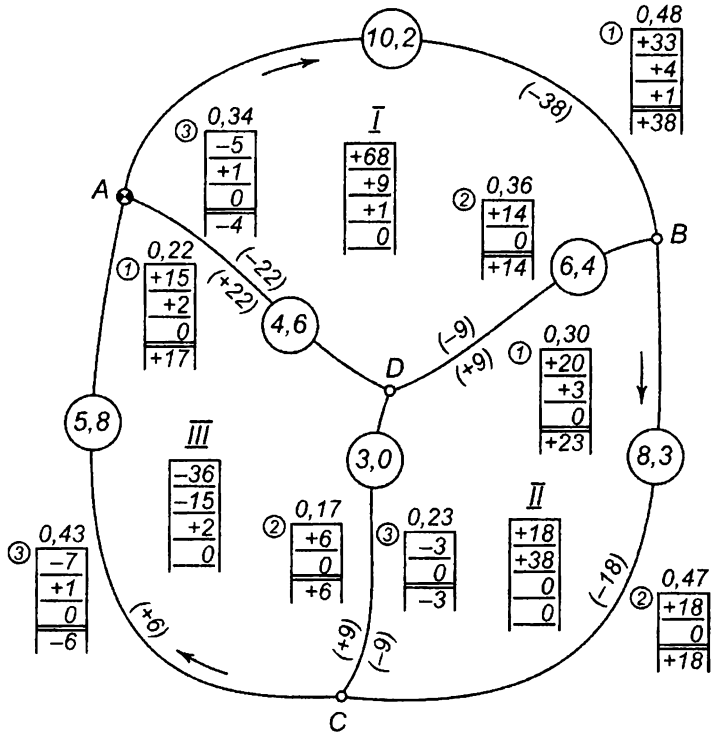


Рис. 98. *Схема уравнивания свободной нивелирной сети способом «красных чисел»*

В центре каждого полигона строят рамочки (I, II, III), внутри которых записывают невязки. Вне полигона у каждого его звена строят рамочки для записи поправок (①,②,③); у внешних звеньев сети будет по одной рамочке, а у внутренних — по две.

2. Для всех звеньев полигона вычисляют красные числа K_i, K_{ij} как отношение длины звена n_i (n_{ij}) к периметру полигона N_i, т. е.

$$K_i = \frac{n_i}{N_i}, \qquad K_{ij} = \frac{n_{ij}}{N_i},$$

где i — номер данного полигона, j — номер смежного полигона. Например, для первого полигона значения красных чисел равны:

$$K_1 = \frac{10,2}{21,2} = 0,48; \qquad K_{1,2} = \frac{6,4}{21,2} = 0,30; \qquad K_{1,3} = \frac{4,6}{21,2} = 0,22.$$

Полученные значения красных чисел записывают красным цветом над соответствующими рамочками, расположенными вне полигона около его звеньев.

Для каждого полигона сумма красных чисел должна быть равна единице. Например, для первого полигона

$$K_1 + K_{1,2} + K_{1,3} = 0,48 + 0,30 + 0,22 = 1.$$

3. Приступают к распределению невязок в полигонах пропорционально красным числам звеньев, начиная, как правило, с полигона, в котором большая по абсолютной величине невязка. В нашем случае это первый полигон. Поправка, приходящаяся на звено, определяется как произведение невязки полигона на красное число звена:

$$v'_{h_1} = f_{h_1} \cdot K_1 = +68 \cdot 0,48 = +33 \text{ мм};$$
$$v'_{h_{1,2}} = f_{h_1} \cdot K_{1,2} = +68 \cdot 0,30 = +20 \text{ мм};$$
$$v'_{h_{1,3}} = f_{h_1} \cdot K_{1,3} = +68 \cdot 0,22 = +15 \text{ мм}.$$

Контроль: $\sum v'_{h_{ij}} = f_{h_1}$, $\quad (+33)+(+20)+(+15) = +68$ мм.

Полученные поправки по звеньям записывают в соответствующих рамочках. Распределенную невязку полигона подчеркивают и в дальнейшем не учитывают.

4. Во втором полигоне значение исходной невязки $f_{h_2} = +18$ мм изменяют на величину поправки, перешедшей из первого полигона, т. е.

$$f'_{h_2} = f_{h_2} + v'_{h_{1,2}} = (+18)+(+20) = +38 \text{ мм}.$$

Новую невязку распределяют по звеньям пропорционально красным числам 0,47, 0,17 и 0,36; полученные произведения (+18, +6, +14) подписывают во внешних к полигону рамочках под соответствующими красными числами. Распределенную невязку подчеркивают.

5. В третьем полигоне новая невязка будет равна сумме начальной невязки и поправок, перешедших из первого и второго полигонов:

$$f'_{h_3} = f_{h_3} + v'_{h_{2,3}} + v'_{h_{1,3}} = (-36)+(+6)+(+15) = -15 \text{ мм}.$$

Учтенные поправки подчеркивают. Полученную невязку распределяют по аналогии с предыдущими.

6. Закончив первый цикл распределения невязок в полигонах, выполняют второй цикл в той же последовательности. В первом полигоне образуется новая невязка, равная сумме поправок, перешедших из смежных полигонов:

$$f''_{h_1} = v'_{h_{3,1}} + v'_{h_{2,1}} = (-5)+(+14) = +9 \text{ мм}.$$

Ее распределяют так же, как и в первом цикле.

Циклы распределения продолжают до тех пор, пока невязки всех полигонов не станут равными нулю.

7. Подсчитывают суммы чисел во всех табличках у внешних (S_i) и внутренних (S_{ij}) звеньев. Затем вычисляют поправки на звенья каждого полигона, считая направления звеньев совпадающими с направлением обхода полигона. При этом следует руководствоваться следующими правилами:

— для внешнего звена i-го полигона поправка на звено v_i равно сумме S_i внешней таблички этого звена с обратным знаком, т. е. $v_i = S_i$. В рассматриваемом примере $v_1 = -38$ *мм*, $v_2 = -18$ *мм*, $v_3 = +6$ *мм*;

— для звеньев смежных полигонов поправка v_{ij} равна разности сумм чисел внутренней и внешней табличек этого звена, т. е. $v_{ij} = (S_{ij} - S_{ji})$.

Для первого полигона: $v_{1,2} = (+14) - (+23) = -9$ *мм*;

$v_{1,3} = (-4) - (+17) = -21$ *мм*;

для второго полигона: $v_{2,1} = (+23) - (+14) = +9$ *мм*;

$v_{2,3} = (-3) - (+6) = -9$ *мм*;

для третьего полигона: $v_{3,2} = (+6) - (-3) = +9$ *мм*;

$v_{3,1} = (+17) - (-4) = +21$ *мм*.

Сравнение результатов уравнивания нивелирной сети способом «красных чисел» и методом непосредственного решения системы уравнений поправок (см. рис. 97 и 98) показывает, что оба варианта по точности практически равноценны; расхождения в величинах поправок в превышения по звеньям не превышают ± 1 мм и обусловлены округлением поправок при распределении невязок по звеньям.

После введения вычисленных поправок в превышения по звеньям получают исправленные (уравненные) их значения, по которым вычисляют отметки узловых точек.

Точность определения отметок сети, уравненной по способу В.В. Попова, характеризуется средней квадратической погрешностью нивелирования на 1 км хода

$$m_{км} = \sqrt{\frac{[pvv]}{r}},$$

где v_i — поправки по звеньям; $p_i = \frac{1}{n_i}$ — вес превышения по звену; n_i — длина звена, км; r — число полигонов.

Несвободная сеть. Уравнивание несвободной сети (рис. 99) сводится к уравниванию свободной сети путем введения фиктивных звеньев, соединяющих исходные пункты. Число фиктивных полигонов должно быть на единицу меньше числа исходных пунктов..

Длина фиктивных звеньев считается равной 0, т.е. для фиктивного звена красное число $K_4 = 0$. Следовательно, в фиктивных звеньях поправки не находятся.

Для сети теодолитных ходов способ В.В. Попова не является строгим, так как уравнивание измеренных углов и приращений координат

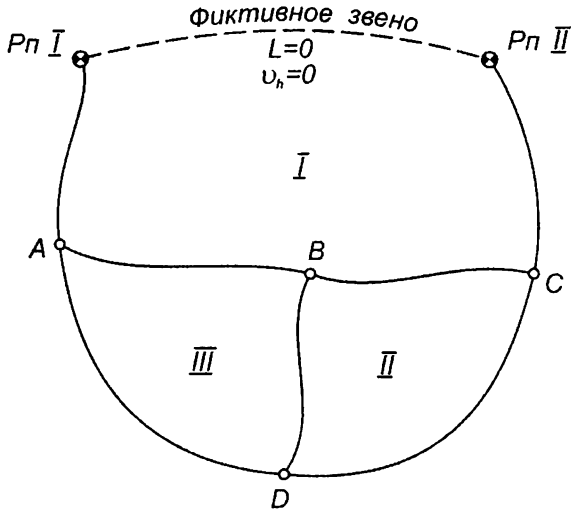


Рис. 99. *Схема к уравниванию несвободной нивелирной сети*

в полигонах производится раздельно, в результате чего получают приближенные величины поправок. Кроме того, уравнивание систем теодолитных ходов связано с весьма громоздкими вычислениями. Поэтому для уравнивания теодолитных (полигонометрических) ходов данный способ практически не используется.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Батраков, Ю.Г.* Геодезические сети специального назначения / Ю.Г. Батраков. — М. : Картгеоцентр ; Геодезиздат, 1999. — 407 с.
2. *Булгаков, Н.П.* Прикладная геодезия : учеб. для вузов / Н.П. Булгаков, Е.М. Рывина, Г.А. Федотов. — М. : Недра, 1990.
3. *Генике, А.А.* Глобальная спутниковая система определения местоположения GPS и ее применение в геодезии /А.А. Генике, Г.Г. Побединский. — М. : Картгеоцентр; Геодезиздат, 1993.
4. *Генике, А.А.* Глобальные спутниковые системы определения местоположения и их применение в геодезии / А.А. Генике, Г.Г. Побединский. — М. : Картгеоцентр, 2004. — 355 с.
5. *Геодезия.* Геодезические и фотограмметрические приборы : справочное пособие / Н.Н. Воронков, В.С. Плотников, Е.И. Калантаров [и др.]. — М. : Недра, 1991.
6. *Геодезия.* Топографические съемки : справочное пособие / Ю.К. Неумывакин, Е.И. Халугин, П.Н. Кузнецов [и др.]. — М. : Недра, 1991.
7. *Геодезия* : [учеб. пособие для учащихся топографических техникумов и колледжей] / С.П. Глинский, Г.И. Гречанинова, В. Данилевич [и др.]. — М. : Картгеоцентр; Геодезиздат, 1995. — 483 с.
8. *Государственная* картографо-геодезическая служба / под общ. ред. А.В. Бородко. — М. : ФГУП «Картгеоцентр», 2004. — 184 с.
9. *Гудков, В.М.* Математическая обработка маркшейдерско-геодезических измерений : учебник для вузов / В.М. Гудков, А.В. Хлебников. — М. : Недра, 1990. — 335 с.
10. *Инженерная* геодезия : учебник для вузов / Е.Б. Клюшин, М.И. Киселев, Д.Ш. Михелев [и др.]; под ред. Д.Ш. Михелева. — М. : Высш. шк., 2000. — 464 с.
11. *Инструкция* по развитию съемочного обоснования и съемке ситуации и рельефа с применением глобальных навигационных спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS. ГКИНП (ОНТА) — 02 — 262 — 02. — М. : ЦНИИГАиК, 2002. — 1124 с.
12. *Концепция* перехода топографо-геодезического производства на автономные методы спутниковых координатных определений. — М. : Федеральная служба геодезии и картографии России, 1995.
13. *Куштин, И.Ф.* Инженерная геодезия : учебник для вузов / И.Ф. Куштин, В.И. Куштин. — Ростов н/Д : Феникс, 2002. — 416 с.
14. *Маслов, А.В.* Геодезия : учебник для вузов / А.В. Маслов, А.В. Гордеев, Ю.Г. Батраков. — Изд. 2-е, перераб. и доп. — М. : Недра, 1993. — 480 с.

15. *Метрология*, стандартизация, сертификация и электроизмерительная техника : учеб. пособие/ К.К. Ким, Г.Н. Анисимов, В.Ю. Барбарович, Б.Я. Литвинов. — СПб. : Питер, 2006. — 368 с.
16. *Неумывакин, Ю.К.* Геодезическое обеспечение землеустроительных и кадастровых работ: справочное пособие/ Ю.К. Неумывакин, М.И. Перский. — М. : Картгеоцентр; Геодезиздат, 1996. — 344 с.
17. *Неумывакин, Ю.К.* Автоматизированные методы геодезических измерений в землеустройстве / Ю.К. Неумывакин, М.И. Перский. — М. : Недра, 1990.
18. *Неумывакин, Ю.К.* Практикум по геодезии : учеб. пособие для вузов / Ю.К. Неумывакин, А.С. Смирнов. — М. : Картгеоцентр; Геодезиздат, 1995.
19. *Основные* положения об опорной межевой сети. — М. : Росземкадастр, 2002. — 16 с.
20. *Основные* положения о государственной геодезической сети. — М. : ЦНИИГАиК, 2002.
21. *Поклад, Г.Г.* Геодезия: учебник для вузов / Г.Г. Поклад. — М. : Недра, 1988.
22. *Поклад, Г.Г.* Геодезия, ч. I : учеб. пособие для студентов вузов по землеустроительным и кадастровым специальностям / Г.Г. Поклад. — Воронеж : Истоки, 2004. — 226 с.
23. *Правила* закладки центров и реперов на пунктах геодезической и нивелирной сетей СССР. — М. : Картгеоцентр; Геодезиздат, 1993. — 104 с.
24. *Правила* закрепления центров пунктов спутниковой геодезической сети. — М. : ЦНИИГАиК, 2001. — 52 с.
25. *Правила* по технике безопасности на топографо-геодезических работах (ПТБ-88). — М. : Недра, 1991.
26. *Руководство* по созданию и реконструкции городских геодезических сетей с использованием спутниковых систем ГЛОНАСС/GPS. ГКИНП (ОНТА) — 01 — 271 — 03. — М. : ЦНИИГАиК, 2003. — 182 с.
27. *Стороженко, А.Ф.* Инженерная геодезия / А.Ф. Стороженко, О.К. Некрасов. — М. : Недра, 1993.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Аберрация сферическая 87
— хроматическая 87
Абрис 69, 168
Азимут истинный (географический) 26
— магнитный 26
Алидада 82, 83
Арифметическая середина
— общая 345
— простая 333
Аэрофототопографическая съемка 152

Базис 154
Базисная сеть 154
Баланс земляных работ 300
Балтийская система высот 17
Барометрическое нивелирование 152
Башмак нивелирный 208
Бергштрих (скат-штрих) 47
Бесселя эллипсоид 15
Биссектор 88
Болотова способ 59, 252
Буссоль 26

Величина
— весовая средняя 345
— физическая 319
Верньер 81, 192
Вертикальная планировка 297
Вес измерения 343
Вешение линий 140
Веха 104
Визир коллиматорный 455
Винт закрепительный (зажимный) 82
— наводящий 82
— подъемный 82
— становой 83
— элевационный 206
— юстировочный 98
Высота абсолютная 16
— относительная (условная) 16
— прибора 202
— сечения рельефа 46
— точки 17

Гаусса — Крюгера проекция 24
Генерализация карт 45
Генератор кварцевый 495
Геодезическая задача прямая 32
— обратная 32
Гетеродирование 484
Геодезическая сеть 153
Геоид 14
Гиротеодолит 82, 111
Горизонталь (изогипса) 46
Горизонт прибора 202
— условный 64, 232
Градусная рамка 54
График заложений 62
Графическая точность 36

Дальномеры оптические 116, 124
Дирекционный угол 28
Длина волны 482
Длиномер 479
Долгота точки 21
Домер 224

Единица веса 343
Единицы измерения 70, 71

Задача
— Ганзена 434
— Потенота 425
Заложение 47, 50
Замыкание горизонта 466
Засечка геодезическая 250
— комбинированная 251, 433
— линейная 170, 436
— обратная 59, 252, 425
— прямая 251, 418
— угловая 170
Зенитное расстояние 81
Знак геодезический 155
Зрительная труба 83, 86

Излучатель лазерный 494

Измерения 319
— зависимые 321
— избыточные 320
— косвенные 319
— независимые 320
— необходимые 320
— непосредственные 319
— неравноточные 320
— равноточные 320
Измерения геодезические 69
— высотные 151
— линейные 151, 165
— угловые 151, 165
Импульс световой 484
Интерполирование 51
Источники погрешностей 72, 215
Исследования теодолита 461
Исходные геодезические даты 364

Кадастр земельный 9
Калька высот 250
— контуров 250
Канал (тракт)
— дистанционный 480
— опорный 480
Карта 39
Картограмма земляных работ 300
Картографическая (градусная) сетка 39, 54
Километровая сетка 54
Кипрегель 243
Компаратор 120
Компас 26
Компенсатор 94, 457
Координатограф 184
Координаты биполярные 170
— геодезические 20
— плоские прямоугольные 22
— полярные 21, 25
— пространственные 20, 21
Коррелата 522, 523 538
Костыль нивелирный 208
Красовского эллипсоид 16
Кремальера 88
Кривизна Земли 18
Круг вертикальный 83, 93
— горизонтальный 80, 83
— угломерный 84
Круг-искатель 455
Круговая кривая 224
Крутизна ската 50, 62
Курвиметр 191

Ленты мерные 116
— штриховые 116
— шкаловые 117
Лимб 80, 83
Линейка визирная 59
— Дробышева 182
Лист центрировочный 470

Магнитная аномалия 27
Масштаб карты главный 39
— частный 39
Масштаб линейный 35
— поперечный (трансверсальный) 35
— именованный (пояснительный) 34
— численный 34
Математическое ожидание 325
Мензула 242
Мера образцовая 120
Меридиан 15
— Гринвичский (начальный) 21
— истинный (географический) 26
— магнитный 26
— осевой 24
Место нуля (МО) 94
Метод
— лучевой 409
— наименьших квадратов 518
— параллактический 443
— сетевой 409
— совмещенный 409
Микрометр оптический 455
Микроскоп отсчетный 456
— шкаловый 84
— штриховой (оценщик) 84
Модулятор излучения 495

Направление исходное 26
Невязка хода
— абсолютная линейная 178
— высотная 219, 255
— относительная 178
— угловая 174

Нивелир 201, 205
Нивелирование 152, 201
— автоматическое 152
— барометрическое 152
— геометрическое 152, 201
— гидростатическое 152
— тригонометрическое 152
Номенклатура карт и планов 39
Номограмма 243
Нормали к поверхности эллипсоида 20
Нуль-пункт уровня 91

Объектив 86
Окуляр 86
Ориентирование карты 58
Отвес 83
Отвесная линия 14
Отметка проектная 232
— рабочая 232
— точки нулевых работ 233
— профильная 232
Ось зрительной трубы визирная 88
— геометрическая 88
— оптическая 88
Отражатель 122, 480, 481, 484, 485, 490, 491
Оценка точности 325, 340, 342

Палетка 190
Параллель 15
Период колебания 481
Пикет 222
Пирамида 155
План контурный (ситуационный) 38
— топографический 38
Планиметр полярный 191
— электронный 198
Планшет 242, 248
Плоскость вертикальная (отвесная) 21
— горизонтальная 17
— коллимационная 80, 83
Поверки прибора 98, 212, 245
Поверки теодолита 461
Погрешность абсолютная 73, 327
— относительная 73, 327, 328
— предельная 73, 327
— средняя квадратическая 73, 325, 441
Погрешности грубые 72, 322
— систематические 72, 322
— случайные 72, 322
Погрешность
— внешняя 321
— вероятная 325
— вероятнейшая 334
— истинная 321
— коллимационная 455
— личная (наблюдателя) 321, 324
— метода измерений 322
— приборная 321
— средняя 325
— циклическая 505
Позиционирование спутниковое 277, 283
Поле зрения трубы 89
Полигон 162
Полигонометрия 154, 387—390
Поправка 175, 178
Постраничный контроль 228
Превышение 17
Привязка хода 166
Приемник спутниковый 405
Приемопередатчик 480, 484
Принцип
— наименьших квадратов 496, 517, 518
— равных влияний 359
Приращения координат 22
Проволока инварная 479
Проекция картографическая 23, 369
— ортогональная (прямоугольная) 16
— поперечно-цилиндрическая 371
— произвольная 369
— равноугольная (конформная) 23, 369, 371
— эквивалентная (равновеликая) 369
Профиль местности 39
— поперечный 233

— продольный 231
Пункт геодезический опорный 153

Радиодальномеры 123
Разбивка осей 296
— детальная 297, 310
— кривой 224
Разграфка карт 41
Разрешение неоднозначности 487
Редуцирование
— линии 375
— горизонтального направления 380
Рейка дальномерная 124, 130, 134
— нивелирная 207
Рекогносцировка 164
Рельеф местности 38, 46
Рен отсчетной системы 461
Репер 155
Референц-эллипсоид 15
Рефракция 108, 477
Рулетка 118
Румб 31

Сближение меридианов 27
Светодальномер 121, 479—481
— импульсно-фазовый 490—493
— импульсный 484, 485, 490, 491
— фазовый 485, 487—489, 490, 491
Сетка нитей (штрихов) 87
Сеть геодезическая 385
— высотная (нивелирная) 386
— государственная 386
— городская спутниковая 403, 404
— каркасная 403
— межевая 394, 395
— плановая 386
— сгущение 386, 391
— спутниковая 393
— съемочная 392
Сигнал 155
Система координат 363
— астрономическая 364
— Всемирная геодезическая 368, 369
— географическая 364
— геодезическая 364
— геоцентрическая 366, 368
— горизонтальная 367
— земная 368
— звездная 368
— земельного кадастра 381
— зональная 379, 380
— местная 381
— модифицированная 381
— Параметры Земли ПЗ-90 368, 369
— полярная 363
— приведенная 367
— пространственная 364, 365
— прямоугольная 363, 365, 372—375
— референцная 366, 381, 383
— СК-42 383
— СК-95 383
— экваториальная 367
— эллипсоидальная 363, 364
Система отсчетная 461
Система полигонов
— несвободная 454
— свободная 454
Ситуация местности 38
Склонение магнитной стрелки 26
Способ
— Гаусса 524—526
— Деламбра 428
— Дурнева 444
— Зубрицкого 442
— Кнейссля 431
— круговых приемов 466
Способ круговых приемов 106
— приемов 104
— повторений 106
Способ биполярных координат 170
— обхода 171
— перпендикуляров (ординат) 168
— полярных координат 170
— створов (промеров) 171
Способ уравнивания 516
— групповой 536
— коррелатный 518, 522, 524, 532

— красных чисел 568—569
— параметрический 518, 519
— полигонов 564
— последовательных приближений 562—564
— строгий 518
— среднего весового 560
— с узловыми точками 549—559
— упрощенный 518, 536, 537, 541
— эквивалентной замены 557
Съемка буссольная 152
— глазомерная 153
— мензульная 151, 240
— наземная стереофотосъемка 152
— тахеометрическая 151, 261
— теодолитная 151, 162

Табличный угол 31
Табло цифровое 491
Тахеометр 82, 261
Теодолит 81
Точка иксовая 226
— переходная 256
— плюсовая 223
— промежуточная 203
— связующая 203
— узловая 162
Точность визирования 107
— измерения 117
— масштаба 36
— отсчитывания 107
Транспортир геодезический 60
Триангуляция 154, 387, 388
Трилатерация 154, 387, 388
Трипельпризма 495, 496

Увеличение трубы 88
Угол вертикальный 81
— горизонтальный 17
— наклона 18
— примычный 166
Уклон ската 62
Уклонения 334
Уклонение отвесной линии 20, 385
Уравнения
— нормальные 524—526, 534, 535, 538, 542
— поправок 520, 522
— условные 523, 527—532, 537, 538, 542
Условие геометрическое
— базиса 530, 531, 543, 547
— горизонта 528, 538—540
— дирекционного угла 528
— координат 531, 543
— полюса 528, 529, 540
— фигуры 538
Уравнивание (увязка) 173
Уровенная поверхность 14
Уровень 90
Условный знак 44

Фаза колебания
— начальная 484
— текущая 484
Фазометр цифровой 493, 496
Фактор геометрический 406
Фокусирование 86
Формула
— Бесселя 336—338, 341, 347, 526
— Гаусса 324, 325, 328, 330, 340, 345, 422, 423
— Деламбра 429
— Петерса 336, 337, 339, 468
— Ферреро 354
— Юнга 420—422
Формы рельефа 47
Футшток Кронштадтский 17

Характерные линии рельефа 49
— точки рельефа 49
Ход висячий 162
— диагональный 162
— замкнутый 162
— нивелирный 203
— мензульный 255
— разомкнутый 162
— тахеометрический 266
— теодолитный 162

Цена деления лимба 83
— планиметра 195
— уровня 91

Центрирование мензулы 248
— теодолита 103
Центрир оптический 103, 455
Центры геодезических пунктов 155

Частота колебания 486
— несущая 487
— масштабная (измерительная) 487
— модуляции 487
Чертеж 38

Широта точки 21
Шпилька 117
Штатив 83

Экватор 15
Экер 169
Эксцентриситет алидады 86, 455, 461, 463
Эксцентриситет лимба 455, 463
Элементы кривой 224
системы координат 20
Элементы приведения
— линейные 470
— редукции 470
— угловые 470
— центрировки 470
Эллипсоид земной 15, 363
Эллипсоид Красовского 363

Юстировка 98, 460, 461

Яркость изображения 90

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

РАЗДЕЛ I. ОСНОВЫ ГЕОДЕЗИИ 5

ГЛАВА 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ПО ГЕОДЕЗИИ 7

§ 1. Предмет и задачи геодезии 7

§ 2. Роль геодезии в развитии хозяйства страны 8

§ 3. Краткие сведения из истории развития геодезии 9

§ 4. Организация геодезической службы в землеустройстве 12

ГЛАВА 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТОЧЕК НА ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ 14

§ 5. Форма и размеры Земли 14

§ 6. Метод проекций в геодезии 16

§ 7. Влияние кривизны Земли на горизонтальные расстояния и высоты точек при переходе со сферы на плоскость 18

ГЛАВА 3. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В ГЕОДЕЗИИ 20

§ 8. Пространственные системы координат 20

§ 9. Системы координат на плоскости 22

ГЛАВА 4. ОРИЕНТИРОВАНИЕ ЛИНИЙ 26

§ 10. Ориентирование линий по истинному и магнитному меридианам 26

§ 11. Ориентирование линий относительно оси *Ox* зональной системы плоских прямоугольных координат 28

§ 12. Румбы и табличные углы 31

§ 13. Прямая и обратная геодезические задачи 31

ГЛАВА 5. МАСШТАБЫ. ПЛАН И КАРТА 34

§ 14. Масштабы и их точность 34

§ 15. Понятие о плане, карте и профиле 38

§ 16. Номенклатура карт и планов 39

§ 17. Условные знаки планов и карт 44

ГЛАВА 6. РЕЛЬЕФ МЕСТНОСТИ И ЕГО ИЗОБРАЖЕНИЕ НА ТОПОГРАФИЧЕСКИХ КАРТАХ И ПЛАНАХ 46

§ 18. Сущность изображения рельефа земной поверхности горизонталями 46

§ 19. Основные формы рельефа 47

§ 20. Свойства горизонталей 49

§ 21. Проведение горизонталей по отметкам точек 51

ГЛАВА 7. ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ ПО ТОПОГРАФИЧЕСКИМ КАРТАМ И ПЛАНАМ 54

§ 22. Градусная и километровая сетки карты. Зарамочное оформление 54

§ 23. Определение координат точек на карте 56

§ 24. Ориентирование карты по компасу 57

§ 25. Ориентирование карты или плана по местным предметам 58

§ 26. Определение истинного и магнитного азимутов и дирекционного угла направления по карте 60

§ 27. Решение задач по плану или карте с горизонталями 61

РАЗДЕЛ II. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ 67

ГЛАВА 8. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ИХ ТОЧНОСТЬ 69

§ 28. Процессы производства геодезических работ. 69

§ 29. Единицы измерений, применяемые в геодезии 70

§ 30. Понятие о погрешностях измеренных величин и характеристиках точности измерений 71

§ 31. Требования к оформлению результатов полевых измерений и их обработке 74

ГЛАВА 9. УГЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ 80

§ 32. Принципы измерения горизонтальных и вертикальных углов 80

§ 33. Классификация теодолитов ... 81
§ 34. Принципиальная схема устройства теодолита ... 82
§ 35. Горизонтальный круг. Отсчетные устройства ... 83
§ 36. Зрительные трубы ... 86
§ 37. Уровни ... 90
§ 38. Вертикальный круг теодолита ... 93
§ 39. Устройство технических теодолитов ... 96
§ 40. Поверки и юстировки теодолита ... 98
§ 41. Установка теодолита в рабочее положение ... 103
§ 42. Измерение горизонтальных углов ... 103
§ 43. Погрешности измерения горизонтальных углов ... 107
§ 44. Измерение вертикальных углов ... 108
§ 45. Измерение теодолитом магнитного и истинного азимутов направлений ... 109
§ 46. Понятие об электронных и лазерных теодолитах ... 112

ГЛАВА 10. ЛИНЕЙНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ... 116

§ 47. Способы измерения длин линий ... 116
§ 48. Механические приборы для непосредственного измерения длин линий ... 116
§ 49. Компарирование мерных приборов ... 119
§ 50. Понятие о свето- и радиодальномерах ... 121
§ 51. Оптические дальномеры. Нитяной дальномер ... 123
§ 52. Дальномеры двойного изображения ... 128
§ 53. Понятие о параллактическом методе измерения расстояний ... 138
§ 54. Определение неприступных расстояний ... 139
§ 55. Измерение длин линий мерными лентами ... 140
§ 56. Правила обращения с геодезическими приборами ... 146

РАЗДЕЛ III. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЪЕМКИ ... 149

ГЛАВА 11. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЪЕМКАХ ... 151

§ 57. Виды съемок и их классификация ... 151
§ 58. Понятие о плановых и высотных геодезических сетях ... 153

§ 59. Выбор масштаба топографической съемки и высоты сечения рельефа ... 156

§ 60. Понятие о цифровых и математических моделях местности ... 158

ГЛАВА 12. ТЕОДОЛИТНАЯ СЪЕМКА. ПОЛЕВЫЕ РАБОТЫ ... 162

§ 61. Сущность теодолитной съемки, состав и порядок работ ... 162

§ 62. Подготовительные работы ... 163

§ 63. Рекогносцировка местности и закрепление точек теодолитных ходов ... 164

§ 64. Прокладка теодолитных ходов на местности ... 165

§ 65. Привязка теодолитных ходов к пунктам геодезической опорной сети ... 166

§ 66. Съемка ситуации местности ... 168

ГЛАВА 13. КАМЕРАЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПРИ ТЕОДОЛИТНОЙ СЪЕМКЕ ... 173

§ 67. Общие положения ... 173

§ 68. Обработка результатов измерений в замкнутом теодолитном ходе ... 174

§ 69. Особенности обработки результатов измерений диагонального (разомкнутого) теодолитного хода ... 179

§ 70. Построение плана теодолитной съемки ... 181

ГЛАВА 14. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ ЗЕМЕЛЬНЫХ УГОДИЙ ... 187

§ 71. Аналитический способ определения площадей ... 187

§ 72. Графический способ определения площадей ... 189

§ 73. Механический способ определения площадей ... 191

§ 74. Измерение площади планиметром ... 194

§ 75. Порядок определения площадей земельных угодий, их увязка и составление экспликации ... 198

ГЛАВА 15. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ ... 201

§ 76. Сущность и способы геометрического нивелирования ... 201

§ 77. Влияние кривизны Земли и рефракции на результаты геометрического нивелирования ... 204

§ 78. Нивелиры и их классификация 205

§ 79. Нивелирные рейки. Установка реек в отвесное положение 206

§ 80. Устройство нивелиров 209

§ 81. Поверки и юстировки нивелиров 212

§ 82. Основные источники погрешностей геометрического нивелирования 215

§ 83. Нивелирование III и IV классов 217

§ 84. Техническое нивелирование 220

§ 85. Продольное инженерно-техническое нивелирование 221

§ 86. Обработка журналов нивелирования 228

§ 87. Составление профиля трассы 231

§ 88. Нивелирование поверхности 233

§ 89. Понятие о лазерных и цифровых нивелирах 237

ГЛАВА 16. МЕНЗУЛЬНАЯ СЪЕМКА 240

§ 90. Сущность мензульной съемки 240

§ 91. Приборы, применяемые при мензульной съемке 242

§ 92. Поверки мензулы и кипрегеля 245

§ 93. Установка мензулы в рабочее положение 248

§ 94. Подготовительные работы при мензульной съемке 249

§ 95. Создание сети съемочного обоснования 250

§ 96. Съемка ситуации и рельефа 257

ГЛАВА 17. ТАХЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СЪЕМКА 261

§ 97. Сущность тахеометрической съемки 261

§ 98. Приборы, применяемые при тахеометрической съемке 262

§ 99. Создание сети съемочного обоснования 266

§ 100. Съемка ситуации и рельефа 267

§ 101. Камеральные работы при тахеометрической съемке 272

ГЛАВА 18. АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ СЪЕМОК 275

§ 102. Понятие об автоматизированных методах топографических съемок 275

§ 103. Электронная тахеометрическая съемка 279

§ 104. Определение положения точек земной поверхности с помощью геодезических спутниковых систем ... 283

§ 105. Понятие об автоматизированных способах построения плана по цифровой модели местности ... 290

РАЗДЕЛ IV. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ... 293

ГЛАВА 19. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ НА СТРОИТЕЛЬНОЙ ПЛОЩАДКЕ ПРЕДПРИЯТИЙ ... 295

§ 106. Этапы геодезических работ при строительстве сооружений ... 295

§ 107. Составление проекта вертикальной планировки строительной площадки ... 297

§ 108. Геодезическая подготовка данных для перенесения проекта в натуру ... 300

§ 109. Строительная координатная сетка ... 302

ГЛАВА 20. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАЗБИВОЧНЫЕ РАБОТЫ ... 304

§ 110. Элементы геодезических разбивочных работ ... 304

§ 111. Перенесение проектных отметок на рабочие горизонты ... 307

§ 112. Способы перенесения в натуру точек и осей сооружений ... 309

§ 113. Способы детальной разбивки закруглений ... 310

ГЛАВА 21. ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ И ОХРАНА ПРИРОДЫ ПРИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТАХ ... 314

§ 114. Техника безопасности и охрана труда ... 314

§ 115. Охрана природы и окружающей среды ... 316

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

РАЗДЕЛ I. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ ... 317

ГЛАВА 1. ИЗМЕРЕНИЯ И ИХ ПОГРЕШНОСТИ ... 319

§ 1. Общие сведения об измерениях ... 319

§ 2. Погрешности измерений и их классификация ... 321

ГЛАВА 2. РАВНОТОЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ 324

§ 3. Свойства случайных погрешностей равноточных измерений ... 324

§ 4. Критерии точности результатов равноточных измерений 325

§ 5. Средние квадратические погрешности функций измеренных величин 328

§ 6. Среднее арифметическое. Средняя квадратическая погрешность среднего арифметического 332

§ 7. Средняя квадратическая погрешность отдельного измерения, вычисленная по уклонениям от среднего арифметического 334

§ 8. Обработка результатов равноточных измерений одной и той же величины 338

§ 9. Оценка точности по разностям двойных равноточных измерений 340

ГЛАВА 3. НЕРАВНОТОЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ 343

§ 10. Веса независимых измерений и их свойства. Весовое среднее, или общая арифметическая середина 343

§ 11. Оценка точности результатов неравноточных измерений .. 345

§ 12. Веса функций независимых измеренных величин 349

§ 13. Обработка результатов неравноточных измерений одной величины 350

§ 14. Оценка точности по разностям двойных неравноточных измерений 351

ГЛАВА 4. НЕКОТОРЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ 353

§ 15. Оценка точности измерения углов и превышений по невязкам в полигонах и ходах 353

§ 16. Оценка точности вычислений с приближенными числами 355

§ 17. Понятие о прямой и обратной задачах теории погрешностей измерений. Принцип равных влияний 359

РАЗДЕЛ II. ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ НА БОЛЬШИХ ТЕРРИТОРИЯХ 361

ГЛАВА 5. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ 363

§ 18. Основные системы координат в геодезии 363

§ 19. Плоские прямоугольные координаты Гаусса — Крюгера 369

§ 20. Системы координат Государственного земельного кадастра .. 381

§ 21. Преобразование координатных систем 382

ГЛАВА 6. ОПОРНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ СЕТИ 385

§ 22. Классификация геодезических опорных сетей 385

§ 23. Традиционные методы построения государственных геодезических сетей 386

§ 24. Геодезические сети сгущения и съемочные сети 391

§ 25. Совершенствование системы геодезического обеспечения в условиях перехода на спутниковые методы координатных определений 392

§ 26. Геодезическая основа межевания земель 394

§ 27. Закрепление и обозначение на местности пунктов геодезических сетей 395

ГЛАВА 7. СОЗДАНИЕ И РЕКОНСТРУКЦИЯ СПУТНИКОВЫХ ГОРОДСКИХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ 403

§ 28. Городские сети и их классификация 403

§ 29. Требования к закреплению пунктов спутниковых городских геодезических сетей 405

§ 30. Основные принципы построения спутниковых городских геодезических сетей 406

§ 31. Наблюдения на пунктах спутниковой сети 408

§ 32. Предварительная обработка спутниковых наблюдений 411

§ 33. Городская полигонометрия 412

§ 34. Обработка и уравнивание городских геодезических сетей. Составление каталогов координат 413

ГЛАВА 8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОПОРНЫХ ПУНКТОВ 418

§ 35. Прямые геодезические угловые засечки 418

§ 36. Обратная геодезическая засечка (задача Потенота) 425

§ 37. Комбинированная геодезическая засечка 433

§ 38. Определение обратной засечкой двух точек по двум исходным пунктам (задача Ганзена) 434

§ 39. Линейная геодезическая засечка 436

§ 40. Лучевой метод 438

§ 41. Снесение координат с вершины знака на землю 439

§ 42. Способ бездиагональных четырехугольников (способ проф. И.В. Зубрицкого) 442

§ 43. Способ угловых засечек проф. А.И. Дурнева 444

§ 44. Привязка пунктов к постоянным предметам местности и отыскание утерянных центров 444

РАЗДЕЛ III. ПОСТРОЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ СГУЩЕНИЯ 449

ГЛАВА 9. УГЛОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ В ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЯХ СГУЩЕНИЯ 451

§ 45. Проектирование и рекогносцировка геодезических сетей сгущения 451

§ 46. Приборы для угловых измерений в сетях сгущения 455

§ 47. Поверки и исследования точных теодолитов 460

§ 48. Измерение горизонтальных углов и направлений 466

§ 49. Определение элементов приведения измеренных направлений к центрам пунктов 469

§ 50. Измерение вертикальных углов в сетях сгущения. Тригонометрическое нивелирование 472

§ 51. Определение высоты геодезического знака 474

§ 52. Основные источники погрешностей при угловых измерениях . 476

ГЛАВА 10. ЛИНЕЙНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ В СЕТЯХ СГУЩЕНИЯ 479

§ 53. Принцип действия электромагнитных дальномеров 479

§ 54. Основные понятия теории электромагнитных колебаний .. 481

§ 55. Импульсный метод измерения расстояний 484

§ 56. Фазовый метод измерения расстояний 485

§ 57. Импульсно-фазовый метод измерения расстояний 489

§ 58. Основные узлы и блоки импульсно-фазового светодальномера 494

§ 59. Классификация светодальномеров. Точность измерений ... 497

§ 60. Топографические светодальномеры СТ5, 2СТ10 и 4СТ3 498

§ 61. Методика измерений расстояний топографическими светодальномерами 501

ГЛАВА 11. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В СЕТЯХ СГУЩЕНИЯ 507

§ 62. Содержание и порядок вычислений триангуляции 507

§ 63. Проверка результатов полевых измерений и вычислений . 507

§ 64. Предварительное решение треугольников 508

§ 65. Вычисление поправок за центрировку и редукцию 510

§ 66. Приведение измеренных направлений к центрам пунктов и оценка качества угловых измерений 513

РАЗДЕЛ IV. УРАВНИВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ СГУЩЕНИЯ И СЪЕМОЧНЫХ СЕТЕЙ .. 515

ГЛАВА 12. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ УРАВНИВАНИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ 517

§ 67. Сущность уравнительных вычислений. Метод наименьших квадратов 517

§ 68. Понятие о параметрическом способе уравнивания 519

§ 69. Уравнивание сетей триангуляции коррелатным способом 522

§ 70. Понятие о решении нормальных уравнений по способу Гаусса 524

§ 71. Об оценке точности результатов уравнивания 526

§ 72. Виды условных уравнений 527

§ 73. Уравнивание полигонометрического хода коррелатным способом 532

ГЛАВА 13. УПРОЩЕННОЕ УРАВНИВАНИЕ ТИПОВЫХ ФИГУР ТРИАНГУЛЯЦИИ 536

ГЛАВА 14. УПРОЩЕННОЕ УРАВНИВАНИЕ СЪЕМОЧНЫХ СЕТЕЙ 549

§ 80. Уравнивание одиночного нивелирного хода 549

§ 81. Уравнивание систем съемочных ходов с одной узловой точкой способом среднего весового 550

§ 82. Уравнивание систем съемочных ходов с двумя узловыми точками 557

§ 83. Способ последовательных приближений 562

§ 84. Уравнивание систем ходов способом полигонов проф. В.В. Попова 564

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 573

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ 575

Учебное издание

Поклад Геннадий Гаврилович
Гриднев Сергей Петрович

Геодезия

Компьютерная верстка
О. Ситникова

Корректоры
Т. Андрианова, Е. Комарова, Т. Коновалова

ООО «Академический Проект»
Изд. лиц. № 04050 от 20.02.01.
111399, Москва, ул. Мартеновская, 3
Санитарно-эпидемиологическое заключение
Департамента государственного
эпидемиологического надзора
№77.99.02.953.Д.000321.01.06. от 23.01.06.

По вопросам приобретения книги просим обращаться
в ООО «Трикста»:
111399, Москва, ул. Мартеновская, 3
Тел.: (495) 305-3702; 305-6092; факс: 305-6088
E-mail: aproject@ropnet.ru
www.aprogect.ru

Подписано в печать с готовых диапозитивов 29.09.06.
Формат 70×100$^{1}/_{16}$. Гарнитура Baltica. Бумага писчая.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 47,73. Тираж 3000 экз.
Заказ № 767.

ISBN 5-8291-0781-3

9 785829 107819

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленных диапозитивов
в ОАО «ИПП «Уральский рабочий»
620219, г. Екатеринбург, ул. Тургенева, 13.
http://www.uralprint.ru e-mail: book@uralprint.ru