Данный файл представлен исключительно в ознакомительных целях.

Уважаемый читатель!
Если вы скопируете данный файл,
Вы должны незамедлительно удалить его сразу после ознакомления с содержанием.
Копируя и сохраняя его Вы принимаете на себя всю ответственность, согласно действующему международному законодательству.
Все авторские права на данный файл сохраняются за правообладателем.
Любое коммерческое и иное использование кроме предварительного ознакомления запрещено.

Публикация данного документа не преследует никакой коммерческой выгоды. Но такие документы способствуют быстрейшему профессиональному и духовному росту читателей и являются рекламой бумажных изданий таких документов.

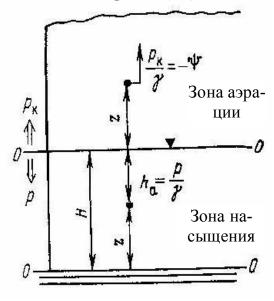
#### **ЧАСТЬ 4**

# Основы влаго- и массопереноса в подземных водах

## Лекция № 22. Гидродинамические основы влагопереноса

### 22.1. Действующие силы и параметры процесса

Влагопереносом называют процесс движения влаги, представляющий собой перенос свободной и физически связанной воды под действием гравитационных и сорбционных (молекулярных и капиллярных) сил. Влагоперенос происходит в зоне аэрации (ЗА), то есть в не полностью насыщенной водой среде.



-4 -2 20 40 8,%

Рис. 22. 1. Расчетная схема к анализу влагопереноса

Рис. 22. 2. Типовые основные гидрофизические характеристики пород  $\Psi = f(\Theta)$ 

(для суглинка - 1, супеси - 2 и песка - 3)

Действие основных сил при влагопереносе математически можно выразить так же, как и при процессе фильтрации. Влагоперенос происходит в вертикальной плоскости по координате z. Напор H определяется по зависимости

$$H = \frac{P_k}{\gamma} + z \tag{22.1}$$

где  $P_{\scriptscriptstyle k}$  - давление всасывания,

z - геометрическая высота точки над плоскостью сравнения, за которую принимают уровень грунтовых вод — УГВ (рис.22.1),

 $\gamma$  - удельный вес воды.

Давление всасывания  $P_{\scriptscriptstyle k}$  по аналогии с пьезометрической высотой определяется как

$$P_{k} = -\psi \cdot \gamma \tag{22.2}$$

где  $\psi$  - высота всасывания, аналогична высоте капиллярного поднятия. Тогда подставив (22.2) в (22.1) получим

$$H = -\psi + z \tag{22.3}$$

Здесь знак минус указывает, что  $\psi$  действует в направлении, обратном действию сил тяжести. Высота всасывания  $\psi$  зависит от влажности  $\Theta$  и гранулометрического состава породы. При влажности пород, равной полной влагоемкости ( $\Theta = \Pi B$ ),  $\psi = 0$ . Высоту всасывания часто называют потенциалом почвенной влаги, а изолинии  $\psi$  - изолиниями потенциала влаги. Зависимость  $\psi = f(\Theta)$  называется основной гидрофизической характеристикой (ОГХ). Она зависит от гранулометрического состава и водных свойств пород и существенно различается для песков, супесей и суглинков (рис. 22.2).

Для расчетов экспериментальную кривую  $\psi = f(\Theta)$  аппроксимируют различными аналитическими зависимостями, например, для супесей принима-ЮТ

$$\psi = -h_k \ln \overline{\Theta} \qquad , \tag{22.4}$$

$$\psi = -h_k \ln \overline{\Theta}$$
 , (22.4)  
где  $\overline{\Theta} = \frac{\Theta - MMB}{\Pi B - MMB}$  . (22.5)

Здесь: MMB и  $\Pi B$  - максимально-молекулярная и полная влагоемкость,

 $\Theta$  - влажность породы,

 $h_{\scriptscriptstyle k}$  - приведенная высота капиллярного поднятия, определяется как высота прямоугольника на эпюре влажности пород (рис. 22.3), влагозапасы которого равны фактическим влагозапасам пород ЗА, т.е.

$$h_k = \frac{1}{\Pi R} \int_0^z \Theta(z) dz \tag{22.6}$$

Величина  $h_{\iota}$  примерно соответствует половине мощности зоны капиллярной каймы.

Связь коэффициента влагопереноса  $\kappa_s$  от влажности (рис. 22.4) выражается следующей зависимостью (лекция № 18):

$$\kappa_{\scriptscriptstyle g} = \kappa \overline{\Theta}^{\scriptscriptstyle n} \qquad ,$$
(22.7)

где  $\kappa$  - коэффициент фильтрации насыщенных пород при  $\overline{\Theta}=1$  ,

n - показатель степени, причем  $n=3\div 5$ .

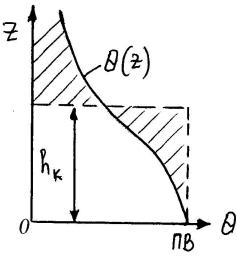
22.2. Основной закон влагопереноса

Процесс влагопереноса описывается уравнением, аналогичным уравнению Дарси, которое для скорости движения влаги  $\mathcal{V}_z$  имеет вид:

$$V_z = -k_e \frac{dH}{dz} \tag{22.8}$$

и носит название уравнение Дарси-Клюта.

Знак минус показывает, что движение влаги происходит в сторону, противоположную положительному направлению градиента напора H. Направление оси z - вверх от УГВ.



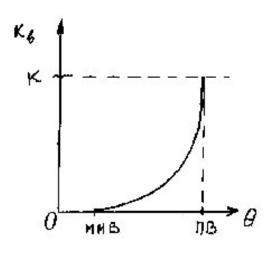


Рис. 22. 3. К определению  $h_k$  (заштрихованы эквивалентно заменяемые части эпюры влажности  $\Theta\left(z\right)$ )

Рис. 22. 4. Типовой график зависимости коэффициента влагопереноса от влажности пород

Подставив в (22.8) выражение (22.3) получим

$$\mathcal{V}_z = k_{\scriptscriptstyle g} \frac{d\psi}{dz} - k_{\scriptscriptstyle g} \tag{22.9}$$

Здесь первый член правой части формулы характеризует действие капиллярных сил, а второй – гравитации. Аналогично из (22.4) и (22.7) можно

выразить 
$$k_{\scriptscriptstyle e} = k \cdot e^{\frac{-\psi \cdot n}{h_k}}$$
 . (22.7a)

Если влажность по разрезу постоянна  $(\Theta = const)$ , то  $\frac{d\psi}{dz} = 0$ , что свиде-

тельствует об отсутствии действия капиллярных сил. В этом случае скорость влагопереноса равна коэффициенту влагопереноса. Вся поступающая в 3A инфильтрационная влага идет транзитом через эту зону с постоянной скоростью при градиенте напора равном 1, до УГВ. Эта схема соответствует процессу свободного просачивания. Обычно такие условия принимают при гидравлической постановке изучения процесса влагопереноса, например, при проведении опытных работ с целью определения  $\kappa_{\scriptscriptstyle g}$  песков наливами в шурфы.

В условиях квазистационарного влагопереноса на основе уравнения (22.9) можно оценить направленность вертикального водообмена. Запишем уравнение (22.9) в следующем виде

$$\frac{\mathcal{V}_z}{\kappa_{_{e}}} = \frac{d\psi}{dz} - 1 \tag{22.10}$$

При  $V_z = 0$  - равновесное состояние влаги, влагопереноса нет, имеем

$$\frac{d\psi}{dz} = 1, \text{ то есть } \psi = z. \tag{22.11}$$

Таким образом, зная профиль влажности  $\Theta = f(z)$  в зоне аэрации при отсутствии влагопереноса, автоматически получаем ОГХ или  $\psi = f(\Theta)$ .

При  $\psi_z > 0$  имеем  $\frac{d\psi}{dz} > 1$  или  $\psi > z$  - этот график  $\psi(z)$ соответствует иссушению зоны аэрации, испарению с УГВ и показан в нижней части рис.22.5а.

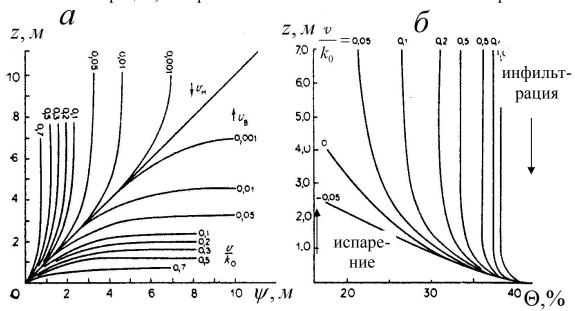


Рис. 22. 5. Исследование направленности вертикального водообмена анализом графиков распределения величины высоты всасывания (а) и влажности (б) над УГВ (по И.С. Пашковскому)

При  $V_z < 0$  имеем  $\frac{d\psi}{dz} < 1$  или  $\psi < z$  - это график увлажнения зоны аэрации и инфильтрации осадков (верхняя часть кривых на рис. 22.5a),

На рис. 22.5б показаны эпюры влажности грунтов ЗА, характерные для различной направленности влагопереноса и его интенсивности. Такие эпюры, построенные для различных по своим водно-физическим свойствам пород ЗА, называются палетками. По ним, зная реальное распределение  $\Theta = f(z)$ , можно оценить направление и скорость равномерного влагопереноса. При неоднородном строении ЗА каждый слой характеризуется своими зависимостями  $\Theta = f(z)$  и  $\psi = f(\Theta)$ , и поэтому на границе слоев наблюдается скачок влажности. Однако, при этом распределение влажности  $\Theta$  в каждом слое будет определяться зависимостью  $\psi(\Theta)$ , характерной именно для этого слоя, а на границах слоев будет наблюдаться скачки влажности, как показано на рис. 22.6. При этом значения  $\Theta$  и  $\psi$  для каждого слоя зависят от  $k_s(\psi)$  этого слоя, что следует из уравнения неразрывности потока влаги, которое согласно (22.9) имеет вид

$$\kappa_{\scriptscriptstyle \theta_1}\!\!\left(\frac{d\psi_{\scriptscriptstyle 1}}{dz}\!-\!1\right)\!=\kappa_{\scriptscriptstyle \theta_2}\!\!\left(\frac{d\psi_{\scriptscriptstyle 2}}{dz}\!-\!1\right)\,\text{или}\,\,\frac{d\psi_{\scriptscriptstyle 1}}{dz}\!=\!\frac{\kappa_{\scriptscriptstyle \theta_1}}{\kappa_{\scriptscriptstyle \theta_2}}\!\!\left(\frac{d\psi_{\scriptscriptstyle 2}}{dz}\!-\!1\right)\!+\!1 \tag{22.12}$$

22.3. Неустановившееся движение влаги в зоне аэрации

Рассмотрим одномерный влагоперенос интенсивностью  $\mathcal{V}_z$ . Выделим по координате z единичный элемент с площадью в плане 1  $\text{м}^2$ , длиной dz и соста-

вим для него уравнение неразрывности поступления влаги за время dt (рис. 22.7).

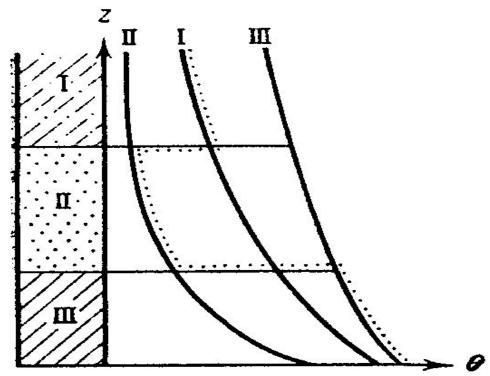
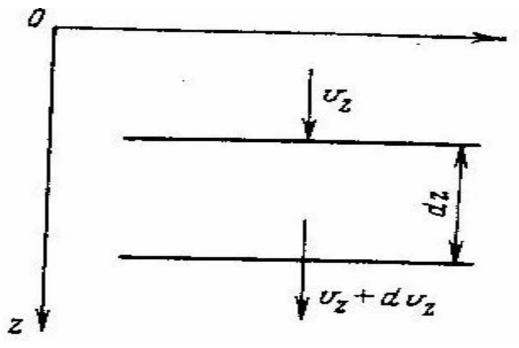


Рис. 22. 6. Равновесное распределение влажности в слоистой системе (цифры у кривых определяют принадлежность зависимости к слою, а точки — равновесное распределение влаги)



ис. 22. 7. Схема к выводу уравнения неразрывности процесса влагопереноса Сверху в элемент dz поступает влага  $\mathcal{V}_z dt$  и оттекает через нижнюю границу  $\left(\mathcal{V}_z + \frac{\partial \mathcal{V}_z}{\partial z} dz\right) dt$ . Это изменение объема влаги компенсируется изменением

P

влажности в выделенном элементе, равное  $\frac{\partial \Theta}{\partial t} dt dz$ . После приравнивания и сокращения получаем уравнение неразрывности потока влаги:

$$-\frac{\partial \mathcal{V}_z}{\partial z} = \frac{\partial \Theta}{\partial t} \tag{22.13}$$

Подставив в это уравнение выражение (22.8), получим

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa_s \frac{\partial H}{\partial z} \right) = \frac{\partial \Theta}{\partial t} \tag{22.14}$$

Введем понятие коэффициента удельной емкости пород ЗА, по физическому смыслу аналогичное параметру емкости  $\mu_{\scriptscriptstyle 0}$ . Этот коэффициент определяется

$$c = -\frac{\partial \Theta}{\partial \psi} \tag{22.15}$$

Из уравнения (22.3) имеем

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial \psi}{\partial t} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial \Theta}$$
или 
$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{c} \frac{\partial \Theta}{\partial t}$$
 (22.16)

Тогда из уравнения (22.14) получим однородное относительно напора H , которое впервые было получено Клютом:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa_{\scriptscriptstyle g} \frac{\partial H}{\partial z} \right) = c \frac{\partial H}{\partial t} \tag{22.17}$$

Подставив в (22.13) зависимость (22.9), получим

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa_{s} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \frac{\partial \kappa_{s}}{\partial z} = -\frac{\partial \Theta}{\partial t}$$
 (22.18)

Введем понятие коэффициента диффузивности или влагопроводности

$$D = \frac{\kappa_s}{c} = -\kappa_s \frac{\partial \psi}{\partial \Theta} \tag{22.19}$$

Тогда уравнение (22.18) можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( D \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial \kappa_{g}}{\partial z} = \frac{\partial \Theta}{\partial t} \qquad (22.20)$$

то есть однородное относительно влажности  $\Theta$  .

Полагая упрощено в (22.7) n=1 и, подставив (22.4) и (22.7) в (22.19), получим

$$D_{\scriptscriptstyle 0} = h_{\scriptscriptstyle \kappa} \frac{d \ln \overline{\Theta}}{d \Theta} \kappa \cdot \overline{\Theta} \text{ , но из (22.5) } d \overline{\Theta} = \frac{d \Theta}{\Pi B - MMB} \text{ и } d \ln \overline{\Theta} = \frac{d \overline{\Theta}}{\overline{\Theta}} \text{ .}$$

Тогда имеем

$$D_{0} = \frac{\kappa h_{\kappa}}{\Pi B - MMB} = \frac{\kappa h_{\kappa}}{\mu_{0}} \qquad , \qquad (22.21)$$

то есть аналогично коэффициенту уровнепроводности. В этом случае уравнение (22.20)преобразуется в упрощенное линейное уравнение

$$D_0 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} + \frac{\kappa}{\mu_0} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \frac{\partial \Theta}{\partial t} \qquad (22.22)$$

Решение этого уравнения для стационарного влагопереноса в капиллярной кайме имеет вид

$$\overline{\Theta} = \exp(-\alpha z) \quad , \tag{22.23}$$

где 
$$\alpha = \frac{\kappa}{D_0}$$
 . (22.24)

Уравнения (22.17), (22.20) и (22.22), как и дифференциальные уравнения движения грунтовых вод, могут содержать свободный член, характеризующий интенсивность истока  $W_0$  в виде отбора влаги корнями растений. Величина  $W_0$  зависит от глубины и времени, так как корневая система развивается со временем. При промерзании почвы влагоперенос не прекращается, льдообразование сопровождается накапливанием влагозапасов в почве до  $\Theta \leq MMB$ .

Границами ЗА являются поверхность земли и свободная поверхность подземных вод. Опыты показывают, что при дождевании разрушается структура грунта, что приводит к образованию тонкой пленки на поверхности, проницаемость которой существенно ниже проницаемости пород ЗА. В результате при инфильтрации под этим менее проницаемым слоем формируется режим влагопереноса определяемый  $V_z = const$ . На этой поверхности может быть задано ГУ II рода:

$$\mathcal{V}_{z} = -\left(D\frac{\partial\Theta}{\partial z} + k_{g}\right) \tag{22.25}$$

В сухие периоды года происходит испарение воды из 3А. При этом скорость испарения находится в зависимости от влажности. При влажности  $\Theta > \Theta_{\kappa}$ , (22.26a)

где  $\Theta_{\kappa}$  влажность разрыва капилляров, испарение практически соответствует испаряемости с водной поверхности. Когда  $\Theta < \Theta_{\kappa}$ , испарение уменьшается по линейному закону до некоторого значения влажности близкого к MMB, после чего практически прекращается.

Для условия 
$$\Theta < \Theta_{\kappa}$$
 (22.26б)

можно использовать зависимость

$$\mathcal{V}_{z} = \delta(\Theta - MMB) \qquad (22.27)$$

где  $\delta$  - константа, определяемая опытным путем так же, как  $\Theta_{\kappa}$  и ММВ. Для условий сухого климата  $\delta=0.04-0.08$  м/сут. Из соотношения (22.25) ГУ на поверхности земли в период испарения соответствует условию III рода

$$-\left(D\frac{\partial\Theta}{\partial z} + \kappa_{_{\theta}}\right) = \delta\left(\Theta - MMB\right) \tag{22.28}$$

Свободная поверхность УГВ является другой границей ЗА, отделяющей ее от зоны полного насыщения. На этой границе  $\psi = 0$ ,  $\Theta = \Pi B$ . При квазистационарном режиме влагопереноса форма эпюры влажности в нижней части ЗА

может быть принята постоянной во времени, а скорость изменения уровня подземных вод определяется соотношением

$$\frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{W}{\Pi B - \Theta} \qquad , \tag{22.29}$$

где

$$\Theta = \mu_0 \sqrt[n]{\frac{W}{\kappa_0}} + MMB \qquad , \qquad (22.30)$$

W - величина инфильтрационного питания на УГВ.

Дифференциальные уравнения (22.17) и (22.20) являются нелинейными, их коэффициенты зависят от влажности пород. Решение уравнений весьма трудоемко и реализуется, главным образом, на основе использования метода конечных разностей на ЭВМ. При этом параллельно на численной модели воспроизводятся климатические изменения по сезонам года, характерные для рассматриваемого района, которые позволяют задавать ГУ на верхней границе ЗА. При решении нелинейных уравнений параметры влагопереноса усредняются, вычисления выполняются методом итерационных приближений с пошаговым уточнением получаемых результатов.

#### 22.4. Основные схемы влагопереноса

При ЗА большой мощности выделяют три зоны с различными условиями влагопереноса (рис.22.8).

І зона — сезонного увлажнения мощностью от 3 до 10 м. Здесь влажность изменяется как по разрезу, так и во времени в зависимости от преобладания питания (осадки) или испарения и транспирации с поверхности почвы. ІІ зона — транзита, характеризуется постоянной влажностью. Через эту зону в виде свободного просачивания (подземный дождь) избыток влаги из зоны І поступает в зону ІІІ и, наконец, ІІІ зона — капиллярной каймы над УГВ, характеризуется переменной влажностью. Здесь изменение влажности определяется колебаниями УГВ во времени. Питание грунтовых вод здесь зависит, главным образом, от водного баланса зоны І и в меньшей степени от физических свойств грунтов.

При неглубоком залегании УГВ (до 3 м) величина инфильтрационного питания W определяется разностью между скоростью водообмена на поверхно-

сти земли  $\mathcal{V}_{_{0}}$  и изменением влагозапасов в зоне аэрации  $\dfrac{dV_{_{3A}}}{dt}$  , так что

$$W = V_0 \pm \frac{dV_{3A}}{dt} (22.31)$$

Уравнение (22.31) записано как и прежде для единичного элемента с площадью в плане 1  $\mathrm{m}^2$ . При этом изменение влагозапасов в 3A можно выразить в виде

$$\frac{dV_{3A}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{0}^{z_{a}} \Theta dz \qquad , \qquad (22.32)$$

где  $z_{\scriptscriptstyle a}$  - мощность зоны аэрации.

Насыщение водой после осадков и последующее иссушение в результате испарения проходит несколько условных этапов, показанных на рис. 22.9.

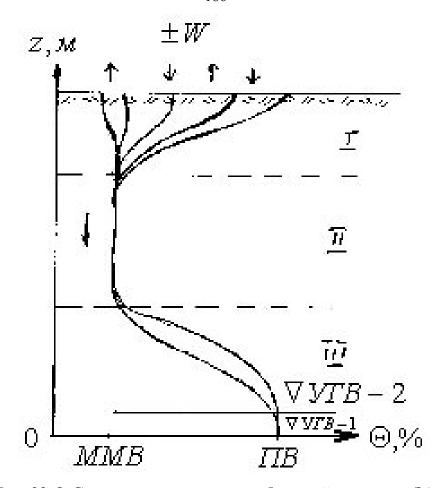
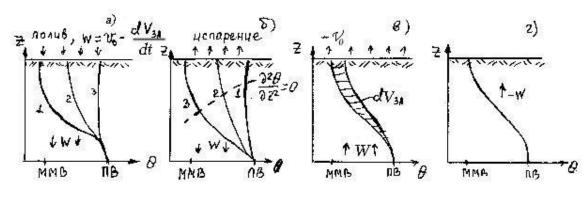


Рис. 22. 8. Схема влагопереноса при большой мощности ЗА (по И.С. Пашковскому)



ис. 22. 9. Последовательные этапы насыщения и иссушения пород ЗА при неглубоком залегании УГВ (по И.С. Пашковскому)

На I этапе в результате поступления воды на поверхность почвы влажность  $\Theta$  в 3A возрастает и избыток влаги поступает на УГВ в виде

$$W = V_0 - \frac{dV_{34}}{dt} (22.33)$$

На II этапе происходит перераспределение влаги в ЗА, при этом в верхней части зоны преобладает испарение, тогда как в нижней ее части идет нисходящее движение на УГВ. На границе раздела этих процессов выполняется усло-

вие  $\frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} = 0$ , что видно на рис. 22.96. Величина W может быть определена балансовым расчетом по данным режима влажности  $\Theta$  в 3A. На III этапе в пределах всей мощности 3A идет процесс иссушения, сопровождаемый испарением с УГВ. Интенсивность этого испарения (-W) определяется разностью между поступлением влаги в атмосферу и потерями влагозапасов в 3A:

$$-W = -(V_0 - \frac{dV_{3A}}{dt}) (22.34)$$

Для IV этапа характерен стационарный восходящий влагоперенос через 3A, интенсивность которого может быть определена с помощью уравнения Дарси-Клюта (рис.22.9г).

## 22.5. Понятие о гравитационной емкости пласта

Водоотдача  $\mu$  при влагопереносе как разница между полной влагоемкостью ПВ и влажностью пород  $\Theta$  не является постоянной величиной. Постоянным параметром следует считать емкость  $\mu_0$  определяемую как  $\mu_0 = \Pi B - MMB$  . (22.35)

При снижении уровня ПВ в зоне аэрации остается часть влаги, при этом капиллярная кайма как бы увеличивается в размерах, не успевая переформироваться. При повышении уровня происходит обратная картина, капиллярная кайма как бы сжимается (рис. 22.10).

В обоих случаях величина водоотдачи  $\mu$  изменяется во времени по зависимости:

$$\mu = \mu_0 \left[ 1 - \exp\left( -\frac{k_s \cdot t}{h_k \cdot \mu_0} \right) \right] \tag{22.36}$$

Величина  $\mu$  уменьшается, если уровень ПВ изменяется вблизи поверхности земли (маленькая мощность ЗА) или вблизи верхнего водоупора (межпластовые воды). При условии

$$z_{3A} \le 3h_{\kappa} \qquad , \qquad (22.37)$$

где  $z_{34}$  - мощность ненасыщенной зоны над уровнем ПВ, происходит разрушение верхней части ЗКК.

Рассмотрим повышение уровня за счет длительной инфильтрации, например при орошении, в условиях равномерного установившегося потока влаги через 3A, так что  $W = -\mathcal{V}_z = const$  и следовательно  $\frac{d\psi}{dz} = 0$ . Тогда из уравнения (22.8)  $\mathcal{V}_z = -k_e$ , то есть поток направлен вниз, против оси z. Имея ввиду (22.7), (22.5) и (22.35) можем записать  $W = k \left(\frac{\Theta - MMB}{\mu_o}\right)^n$ . Так как  $\Theta - MMB = \mu_o - \mu$ ,

(22.3) и (22.33) можем записать W = R  $\mu_0$  . Так как  $\Theta = MMD = \mu_0$  окончательно получим

 $\mu = \mu_0 \left( 1 - \sqrt[n]{\frac{W}{k}} \right) \tag{22.38}$ 

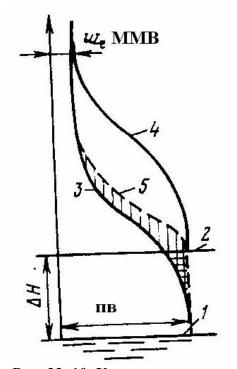


Рис. 22. 10. Характеристика динамики гравитационной водоотдачи (по В.М. Шестакову)

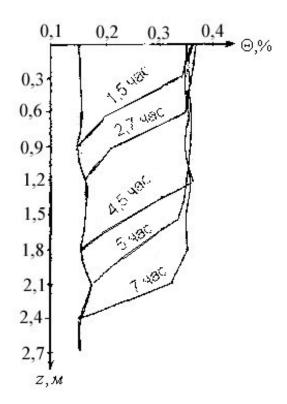


Рис. 22. 11. Распределение влажности в различные моменты времени при наливе (по И.С. Пашковскому)

Например, при  $W=6\cdot 10^{-4}$  м/сут,  $\kappa=0,01$  м/сут (суглинки), n=4 имеем  $\frac{W}{k}=0,06$  и  $\mu=0,5\mu_0$ , то есть разница между  $\mu$  и  $\mu_0$  весьма существенная.

22.6. Некоторые задачи влагопереноса

22.6.1. Определение коэффициента влагопереноса и фильтрации

При определении коэффициента фильтрации ЗА применяются наливы воды в шурфы, где поддерживается постоянный уровень и фиксируется расход Q инфильтрующейся воды в кольцо площадью  $\omega$ . Результаты такого опыта в супесчаных грунтах показаны на рис. 22.11.

Через 0,5 часа после начала опыта расход воды стабилизировался и скорость фильтрации  $W=\frac{Q}{\varpi}=1,9\,$  м/сут в дальнейшем не менялась. Влажность на различных глубинах определялась нейтронным влагомером (НИВ-1). Как видно, инфильтрация в течении всего опыта происходила при постоянной влажности  $\Theta=0,36$ , при этом породы были не полностью насыщены (ПВ=0,42). Последнее может быть связано с кольматацией приповерхностного слоя пород 3A.

Можно заметить, что профили влажности сохраняют форму и перемещаются вниз с постоянной скоростью  $u_z=8,7\,$  м/сут. Движение здесь происходит за счет свободного стекания при напорном градиенте, равном 1, так как  $\frac{\partial\Theta}{dz}=0$  .

Действительная скорость перемещения влаги  $u_z$  равна

$$u_z = \frac{k_{_{e}}}{\Theta - MMB} \tag{22.39}$$

Поскольку в данном случае  $k_{\scriptscriptstyle g}=W$  , используя формулы (22.5), (22.7) и (22.35) получим

$$\Theta - MMB = \mu_0 \left(\frac{W}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{22.40}$$

после чего выражение (22.39) примет вид

$$u_z = \frac{W}{\mu_0 \left(\frac{W}{k}\right)^{V_n}} \tag{22.41}$$

Принимая n = 3, получим решение для свободного просачивания

$$u_z = \frac{1}{\mu_0} \sqrt[3]{W^2 \cdot k} \qquad , \tag{22.42}$$

которое удобно для практических целей представить в виде

$$\lg k = 3\lg(u_z \cdot \mu_0) - 2\lg W \tag{22.43}$$

Домашнее задание. Определить скорость  $u_z$  по формуле (22.39), коэффициент фильтрации по формулам (22.7) и (22.43). Сравнить полученные результаты с данными опыта.

22.6.2. Определение испарения в стационарном режиме влагопереноса При стационарном влагопереносе исходят из уравнения (22.8). Распределение высоты всасывания  $\psi$  от высоты над УГВ определяется соотношением

$$z = \int \frac{d\psi}{1 + \frac{\psi}{k_s}}$$
(22.44)

причем можно считать  $k_{\scriptscriptstyle g} = k \cdot e^{-\beta \psi}$  , (22.45)

где 
$$\beta = \frac{n}{h_k}$$
.

В этом случае

$$z = \psi - \frac{1}{\beta} \ln \frac{1 + \frac{\psi}{k} e^{\beta \psi}}{1 + \frac{\psi}{k}} \qquad (22.46)$$

Для оценки интенсивности влагопереноса используется метод палеток, который основывается на построении кривых зависимостей  $\Theta(z)$  или  $\psi(z)$  для различных значений  $\mathcal V$  на основе (22.46). Совмещение палетки с графиком реального распределения влажности по высоте, построенного в том же масштабе, позволяет определить скорость и направление влагопереноса  $\mathcal V$ . Серия таких кривых для супеси с k=1 м/сут показана на рис. 22.5.

Связав скорость влагопереноса, определяемую по формуле, аналогичной (22.27)

$$\mathcal{V} = \delta(\Pi B - MMB)e^{-\alpha \psi} \qquad (22.47)$$

с зависимостью (22.46), можно получить график интенсивности испарения от глубины залегания УГВ для супесей при k=1 м/сут,  $\beta=4,1$  м<sup>-1</sup>,  $\alpha=1$  м  $^{1}$ ,  $\delta = 0.05$  м/сут (рис. 22.12).

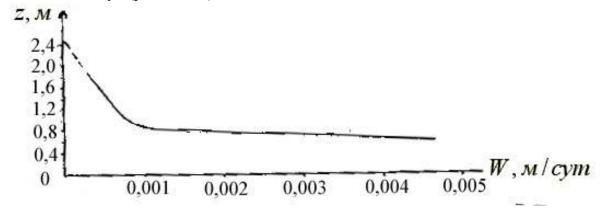


Рис. 22. 12. Зависимость испарения от глубины залегания УПВ

22.6.3. Определение параметров влагопереноса

Важнейшими зависимостями, определяющими влагоперенос, являются  $\psi = f(\Theta)$  и  $k_e = f(\Theta)$ . Наиболее простая зависимость  $\psi = f(\Theta)$  может быть получена из данных натурных наблюдений распределения влажности в ЗА без испарения и инфильтрации. В этом случае  $V_z = 0$ , так что, согласно (22.8), имеем  $\frac{d\psi}{dz}$  = 1, то есть  $\psi = z$  - высота над УГВ. Зная распределение влажности в ЗА, то есть  $\Theta = f(z)$ , автоматически получаем связь  $\psi = f(\Theta)$ .

В естественных условиях отсутствие испарения или инфильтрации представляет собой исключительный случай, поэтому необходимы непосредственные измерения высоты всасывания  $\psi$ . Наиболее распространенным является тензиометрический метод определения  $\psi$ . В ненасыщенный грунт вводится полый пористый зонд, соединенный с манометром – тензиометр. Стенки зонда свободно пропускают воду и непроницаемы для частиц грунта и газа (рис.22.13).

Давление в тензиометре будет стремиться прийти в равновесное с давлением в ненасыщенном грунте. Помещая зонд в породу с различной влажностью  $\Theta$ и измеряя высоту всасывания  $\psi$  можно построить график  $\psi = f(\Theta)$  для данного типа породы в полевых условиях при значениях  $\psi \le 8\,$  м.

Для определения зависимости  $\kappa_s = f(\Theta)$  в лабораторных условиях используют мембранный пресс Ричардса (рис. 22.14). При повышении общего давления над образцом из него через мембрану начинает вытекать вода, расход который измеряется. Этот процесс будет происходить до тех пор, пока разность давлений над образцом и под пористой крышкой не будет соответствовать всасывающему давлению. Влажность образца определяется с учетом вытекающего из него объема воды. Наблюдение за динамикой расхода воды позволяет определить коэффициент влагопереноса, соответствующий среднему значению влажности на данной ступени увеличения давления.

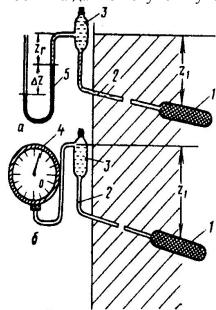
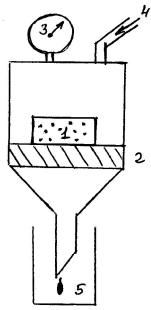


Рис. 22. 13. Схема измерения высоты всасывания тензиометром (а – с ртутным манометром; б – с вакуумным):

1 — керамический фильтр; 2 — соединительная трубка; 3 — воздухоулавливатель; 4 — вакуумметр; 5 — ртутный манометр



**Рис. 22. 14. Пресс Ричардса.** (1 – образец; 2 – мембрана; 3 – манометр; 4 – воздушный насос; 5 – мерный стакан)

# Вопросы к лекции № 22

- 1. При каком режиме влагопереноса можно получить кривую ОГХ путем определения значений влажности  $\Theta$  по глубине зоны аэрации z? Чему в этом случае равно  $\frac{\Delta \psi}{\Delta z}$ ? Покажите эту кривую на рис. 22.5б.
- 2. Возрастают или убывают с увеличением влажности  $\Theta$  значения коэффициента влагопереноса  $\kappa_s$ , потенциала почвенной влаги  $\psi$ ?
- 3. Каким значениям  $\frac{\Delta \psi}{\Delta z}$  соответствует нисходящий поток влаги в зоне аэрации? Как это доказать?
- 4. При каких соотношениях  $\frac{\Delta \psi}{\Delta z}$  в зоне аэрации наблюдается процесс свободного просачивания? Чему в этом случае равно  $h_k$ ?
- 5. Для каких грунтов (суглинки, пески) кривые ОГХ имеют большие углы наклона? Объясните, почему?
- 6. В чем отличие между величиной водоотдачи  $\mu$  и гравитационной емкостью  $\mu_0$ ? Какая из этих величин численно больше и почему?

- 7. Все кривые (стационарного влагопереноса) для разных  $\mathcal{V} \neq 0$  на рис. 22.5а характеризуются изменением угла наклона при изменении  $\psi$ . Объясните, с чем это связано?
- 8. Нарисуйте типовую эпюру давления  $p/\gamma$  для грунтовых вод, включая зону аэрации. Выделите интервал действия потенциала почвенной влаги  $\psi$  и охарактеризуйте его изменения по глубине (оси z).
- 9. Какие условия следует задавать на нижней и верхней границах зоны аэрации для расчетных схем нестационарного влагопереноса?
- 10. При каком распределении влажности пород в зоне аэрации  $V_z = -\kappa_g$ ?
- 11. Какие исходные данные надо иметь для нахождения границы, разделяющей на профиле влажности нисходящий и восходящий потоки?
- 12. В чем проявляется нелинейность дифференциальных уравнений влагопереноса?
- 13. Два однотипных образца один песчаный, второй глинистый, характеризующиеся близкими значениями пористости (примерно 0,45) и степени водонасыщения (0,7 ÷ 0,8), приводятся в соприкосновение друг с другом, причем поверхность контакта вертикальная плоскость. Изменится ли после этого распределение влаги, и если да, то почему?
- 14. В каком случае при наливе в шурф боковое растекания выражается сильнее в сухой грунт или в увлажненный? Объясните, почему (условия проведения опыта остаются одинаковыми)?
- 15. Перечислите основные параметры и показатели, определяющие интенсивность условия влагопереноса; какие между ними существуют количественные соотношения? Выразите эти соотношения графически.

# Лекция № 23. Основы теории массопереноса в подземных водах

# 23.1. Основные механизмы массопереноса

Массопереносом или гидрогеохимической миграцией называют перемещение и изменение концентрации растворенных компонентов в подземных водах (ПВ) в результате различных процессов, приводящих к изменению минерализации, состава и свойств ПВ. Гидрогеохимические процессы могут быть разделены на две основные группы: физического (гидродинамического) переноса вещества и физико-химический перенос, связанный с межфазовыми взаимодействиями и химическими процессами.

К главным гидродинамическим формам переноса и рассеяния компонентов в ПВ относят: конвекцию под влиянием либо гидравлического, либо плотностного градиента, гидродисперсию-продольную и поперечную и молекулярную диффузию (кондукцию). Физико-химические процессы проявляются в виде обменных процессов на контакте вода-порода в виде сорбции и десорбции, ионного обмена, гидратации и дегидратации минералов, растворения, осаждения компонентов из ПВ. В изучении гидрогеохимической миграции выделяют два аспекта: 1) геохимический, предусматривающий исследование на количественной физико-химической основе геологических условий процессов поступления в ПВ, осаждения на породе или сохранения в растворе различных эле-

ментов; 2) гидрогеодинамический, включающий выяснение механизмов и закономерностей переноса вещества в ПВ на основе математических моделей геомиграционных процессов. Именно второму аспекту и посвящена настоящая лекция.

Рассмотрим основные механизмы массопереноса.

Конвективный перенос — это наиболее распространенный вид миграции в зоне активного водообмена. Он представляет собой перенос вещества движущимся потоком ПВ под влиянием гидравлического градиента (вынужденная конвекция). При этом считается, что все частицы жидкости перемещаются с одинаковой скоростью, равной действительной скорости u, так что (рис. 23.1):

$$u = \frac{k}{n_a} I = \frac{\mathcal{V}}{n_a} \qquad , \tag{23.1a}$$

где  $n_a$  - активная пористость, k - коэффициент фильтрации, I - напорный градиент.

Теоретически граница между водами разного состава представляет собой поверхность, называемую поршневым фронтом, а сама схема переноса называется поршневым вытеснением. На границе фронта наблюдается скачок концентрации мигрирующего компонента. Расстояние, на которое распространилось загрязнение, определяется следующей формулой

$$x_0 = u \cdot t$$
 (puc. 23.16) . (23.16)

Из уравнения (23.1a) видно, что для расчетов конвективного переноса надо знать поле скоростей фильтрации, то есть предварительно решить гидродинамическую задачу.

Гравитационная (плотностная) конвекция (рис.23.2) обусловлена существованием на границе раздела более минерализованных (плотностью  $\rho$ ) и пресных (плотностью  $\rho_0$ ) растворов дополнительной вертикальной составляющей скорости фильтрации, которая определяется величиной "плотностного" градиента

$$\Delta \overline{\rho} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \tag{23.2}$$

Наиболее характерным примером такой конвекции является вторжение в подземные воды побережья соленых морских вод.

 $\mathcal{A}$ иффузионный или кондуктивный перенос совершается на молекулярном уровне под действием градиента концентрации C вещества и описывается законом Фика

$$V_C = -D_M \frac{dC}{dl} \qquad , \tag{23.3}$$

который характеризует плотность диффузионного потока  $\mathcal{V}_{\scriptscriptstyle C}$ , то есть количество вещества, прошедшее через единичное сечение потока в единицу времени в направлении l .

Коэффициент молекулярной диффузии  $D_{_{\!M}}$  зависит от типа пород, структуры порового пространства, влажности и других факторов. Для песчанных насыщенных пород

$$D_{\scriptscriptstyle M} = \chi n_{\scriptscriptstyle a} D_{\scriptscriptstyle M}^{\scriptscriptstyle 0} \qquad , \qquad (23.4)$$

где  $\chi$  - параметр, характеризующий извилистость пор (для рыхлых песков  $\chi$  =0,5-0,7, для сцементированных  $\chi$  =0,25-0,5),  $D_{_{\rm M}}^{^0}$  - коэффициент молекулярной диффузии в свободной жидкости (равен  $n\cdot 10^{-4}$  м $^2$ /сут). В глинистых породах диффузия тормозится вследствие уменьшения подвижности ионов у стенок пор, поэтому коэффициент  $D_{_{\rm M}}$  =  $10^{-5}$  м $^2$ /сут и менее.

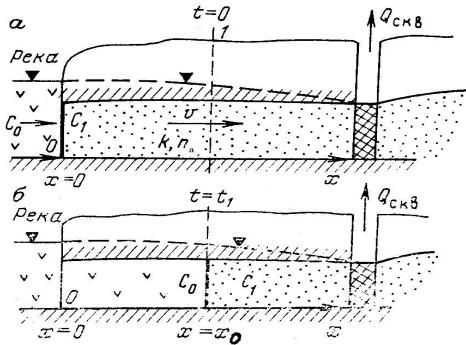


Рис. 23. 1. Конвективный перенос по схеме поршневого вытеснения

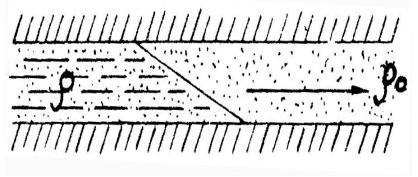


Рис. 23. 2. Схема гравитационной конвекции в пласте

Диффузионный перенос следует учитывать только при малых скоростях фильтрации, то есть в глинистых породах, где практически отсутствуют процессы конвективного переноса. В проницаемых породах диффузия проявляется как фактор рассеяния вещества, действующий на границе жидкостей с разными концентрациями и осложняющий процесс поршневого вытеснения.

Гидравлическая дисперсия — это процесс рассеивания вещества на границе жидкостей с разными концентрациями. Сочетает в себе два трудноразделимых процесса рассеивания: молекулярную диффузию и фильтрационную диффузию (механическую дисперсию). Последний процесс обусловлен неоднородностью поля действительных скоростей в связи с извилистостью поровых кана-

лов в породе (рис.23.3) и разной площадью их реального сечения, которое не учитывается в принятой нами модели сплошной геофильтрационной среды (лекция № 2).

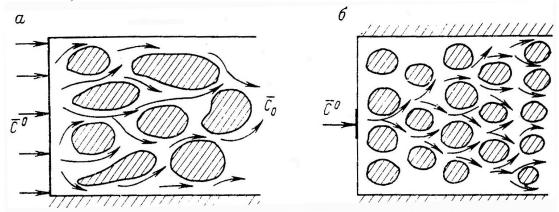


Рис. 23. 3. Схема проявления гидравлической дисперсии при совершенном (a) и несовершенном (б) врезе источника поступления вещества в пласт

Фильтрационная диффузия также подчиняется закону Фика, однако при замене коэффициента молекулярной диффузии  $D_{_{\!M}}$  на коэффициент механической дисперсии  $D_{_{\!A}}$  .

Различают микродисперсию в однородных гомогенных породах и макродисперсию в неоднородных гетерогенных породах (лекция № 2).

При микродисперсии в однородных грунтах величина  $D_{\scriptscriptstyle \partial}$  пропорциональна скорости фильтрации  ${\mathcal V}$  :

$$D_{\scriptscriptstyle \partial} = \delta_{\scriptscriptstyle 1} \mathcal{V} \qquad , \tag{23.5}$$

где константа  $\delta_1$  называется геометрическим параметром механической дисперсии, имеет размерность длины. Ее величина коррелирует с размером элементарных составляющих однородной породы  $(10^{-2}-10^{-3}\ \text{м}$  для песчаных и метры для трещиноватых пород).

Коэффициент гидравлической дисперсии равен

$$D = D_{M} + D_{\partial} \tag{23.6}$$

В потоке ПВ формируется продольная и поперечная дисперсия. Продольная микродисперсия развивается в направлении скорости движения ПВ. Скорость движения отдельных струек воды в порах породы отличается от средней скорости всей массы воды, поэтому вблизи фронта поршневого вытеснения формируется переходная зона или зона микродисперсии, где концентрация растворенного вещества плавно (не резко) изменяется.

Продольная микродисперсия развивается в направлении средней скорости движения и наиболее четко прослеживается при одномерном потоке, ограниченном непроницаемыми границами, при поступлении воды с концентрацией  $\overline{C}^0=1$  на всем поперечном сечении (рис. 23.3a). Поперечная микродисперсия (рис.23.3-б) развивается в том случае, когда вещество с концентрацией  $\overline{C}^0$  поступает не по всему сечению потока (несовершенный врез источника поступле-

ния вещества в водоносный горизонт). Коэффициент поперечной дисперсии обычно на порядок ниже коэффициента продольной  $\delta_1$ .

В породах с гетерогенно-блоковой структурой, а так же при макронеоднородности размером 1 м и более, проявляется макродисперсия вещества в подземных водах. При упорядоченной неоднородности, например в слоистых пластах, ускоренное продвижение вод с повышенной концентрацией по хорошо проницаемым пластам приводит к появлению "соленых языков", намного опережающих фронт поршневого вытеснения. В хорошо проницаемых пластах миграция осуществляется по схеме продольной гидродисперсии, а в слабопроницаемых разделяющих пластах — преимущественно путем поперечной дисперсии и диффузии (рис. 23.4). Массоперенос в такой сложной толще характеризуется обобщенным коэффициентом дисперсии D, который определяется выражением

$$D = \delta_2 \mathcal{V}^2 \tag{23.7}$$

где  $\delta_2$  - параметр, обобщенно характеризующий всю среду, в которой протекает процесс макродисперсии, и зависящий от соотношения мощностей хорошо и плохо проницаемых слоев или размеров блоков трещиноватых пород и их активной пористости. Эксперименты показывают, что  $\delta_2$  численно на дватри порядка превышает значение  $\delta_1$  и составляет сутки и десятки суток. Меньшее различие характерно для коэффициентов дисперсии, определяемых по формулам (23.5) и (23.7). Учитывая, что обычно скорости фильтрации  $\mathcal V$  составляют сотые и десятые доли м/сут, отношение  $D/D_\delta = \delta_2 \cdot \mathcal V/\delta_1 > 10$ .

Сорбция является основным проявлением физико-химических процессов взаимодействия в системе "вода-порода". Основными формами сорбции выступают физическая, химическая и ионный обмен. Теоретические модели сорбции в системе "вода-порода" разработаны применительно к однокомпонентному раствору, когда считается возможным рассматривать сорбцию каждого компонента изолированно от всех остальных. Тогда содержание рассматриваемого компонента в воде характеризуется его концентрацией C, а в породе — сорбционной емкостью N, представляющей собой содержание сорбированного компонента в единице объема породы. При не очень больших концентрациях компонента справедливо уравнение

$$\frac{dN}{dt} = \alpha(C - \beta N) \tag{23.8}$$

где  $\alpha$  - коэффициент скорости (кинетики) сорбции,

 $\beta$  - коэффициент распределения вещества в равновесных условиях, причем

$$\beta = \frac{C_0}{N_0} \qquad , \tag{23.9}$$

где  $C_{\scriptscriptstyle 0}$  и  $N_{\scriptscriptstyle 0}$  - соответствующие предельные равновесные концентрации. Параметры  $\alpha$  и  $\beta$  определяются опытным путем.

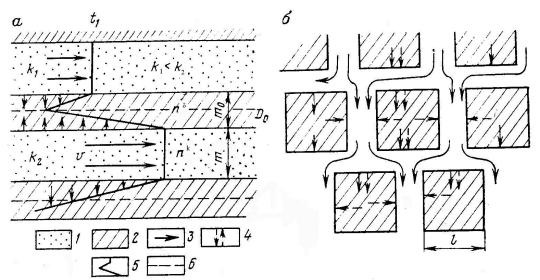


Рис. 23. 4. Схема формирования макродисперсии в многопластовой (слоистой) системе (а) и при гетерогенно-блоковой структуре пласта (б)

(слои: 1 — хорошо и 2 — слабопроницаемый; направление потоков: 3 — конвективного, 4 — диффузионного; 5 — линия положения концентрационного фронта на момент  $t_1$ ; 6 — граница расчетного элемента)

При стабилизации процесса ( $\frac{dN}{dt}$  = 0) уравнение (23.8) дает равновесное соотношение (23.9). Параметр  $\alpha$  достаточно стабилен и равен 100-200 сут<sup>-1</sup> [7]. При таких значениях  $\alpha$  влияние кинетики сорбции существенно только в лабораторных опытах, в натурных потоках его влияние пренебрежимо мало и можно пользоваться уравнением (23.9).

При небольшой концентрации мигрирующего вещества величина  $\beta$  практически не изменяется. В этих условиях справедливо соотношение

$$K_{\Gamma} = \frac{1}{\beta} \qquad , \tag{23.10}$$

где  $K_{\scriptscriptstyle \Gamma}$  - константа Генри.

Учет процесса сорбции при массопереносе осуществляется путем введения понятия эффективной пористости  $n_{2}$ , так что

$$n_{a} = n_{a} + K_{\Gamma} \tag{23.11}$$

которое используется в уравнениях вместо  $n_a$ . Для инертных в отношении сорбции компонентов, например иона Cl константа  $K_{\scriptscriptstyle \Gamma}=0$  и  $n_{\scriptscriptstyle 9}=n_a$ , для хорошо сорбируемых  $n_{\scriptscriptstyle 9}>n_a$  и может достигать величин значительно превышающих 1.

Токсические и радиоактивные компоненты в подземных водах подвержены деструкции (распаду), скорость которого описывается уравнением

$$\frac{dC}{dt} = -\lambda C \tag{23.12}$$

где  $\lambda$  - константа скорости деструкции. Интегрирование (23.12) дает выражение

$$C = C_0 e^{-\lambda t} \tag{23.13}$$

где  $C_{\scriptscriptstyle 0}$  - первоначальное количество компонента.

Величина времени полураспада радиоактивных элементов  $t_{y_2}$ с константой деструкции связана соотношением

$$t_{1/2} = \lambda^{-1} \ln 2 \tag{23.14}$$

Скорость деструкции пестицидов характеризуется значениями  $10^{-2} - 10^{-3}$  сут $^{-1}$ , причем наиболее интенсивно их распад происходит за счет микробиологического воздействия, которое в глубоких водах замедляется.

#### 23.2. Теоретические модели массопереноса

#### 23.2.1. Гомогенная проницаемая среда

В гомогенной однородной среде модель миграции включает в себя конвективный перенос, микродисперсию и сорбцию. Рассмотрим вывод дифференциального уравнения массопереноса в одномерном фильтрационном потоке. Массовая скорость переноса компонента определяется как

$$V_c = CV - D\frac{\partial C}{\partial x} \tag{23.15}$$

Здесь первый член правой части уравнения отражает перенос компонента концентрации C со скоростью  $\mathcal{V}$ , а второй член учитывает процесс гидравлической дисперсии. На бесконечно малом расстоянии dx приращение компонента за время dt будет равно (рис. 23.5):

$$dV_c = \frac{-\partial V_c}{\partial x} dx dt \qquad , \qquad (23.16)$$

которое вызовет изменение концентрации компонента в элементе dx за время dt равное

$$dV_{C} = n_{a} \frac{\partial C}{\partial t} dxdt (23.17)$$

Приравнивая (23.16) и (23.17), после сокращения получим

$$\frac{\partial \mathcal{V}_C}{\partial x} + n_a \frac{\partial C}{\partial t} = 0 (23.18)$$

Подставим в (23.18) выражение (23.15) и получим

$$n_a \frac{\partial C}{\partial t} + \mathcal{V} \frac{\partial C}{\partial \mathbf{r}} = D \frac{\partial^2 C}{\partial \mathbf{r}^2} \qquad (23.19)$$

При наличии сорбционных процессов в уравнении (23.19) и его решениях активную пористость  $n_a$  следует заменить на эффективную пористость  $n_a$ .

Решение уравнения (23.19) для относительной концентрации имеет вид

$$\overline{C} = \frac{C - C_0}{C^0 - C_0} \approx 0.5 \operatorname{erfc} \xi \qquad , \qquad (23.20)$$

где 
$$\xi = \frac{x - \mathcal{V}t/n_a}{2\sqrt{Dt/n_a}}$$
 , (23.21)

C ,  $C_{\scriptscriptstyle 0}$  ,  $C^{\scriptscriptstyle 0}$  - текущая, начальная и поступающая на границе пласта (x=0) концентрация изучаемого компонента.

0

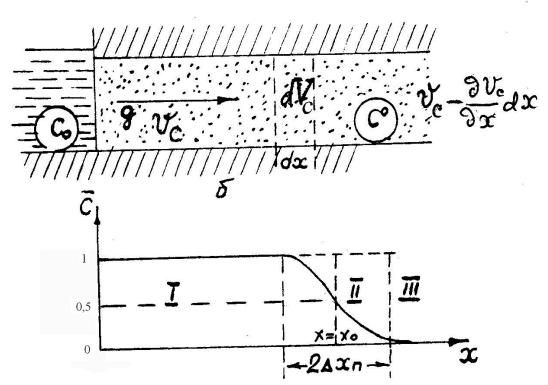


Рис. 23.5. Модель миграции в однородном пласте (a) и характерный график изменения концентрации (б)

Расчеты по (23.20) можно выполнять через некоторое время, оцениваемое по зависимости

$$\frac{v \cdot x}{D} \ge 30 \tag{23.22}$$

При этом в водоносном пласте формируются три основные миграционные зоны (рис.23.5-б): вытесняющего раствора с концентрацией  $C^{0}(\overline{C}=1)$ , переходная  $(1 > \overline{C} > 0)$  и вытесняемого раствора с концентрацией  $C_{0}(\overline{C}=0)$ .

Из выражения (23.21) так же следует, что на фронте поршневого вытеснения, где  $x=x_0=\mathcal{V}\cdot t/n_a$ , получаем  $\xi=0$ ,  $erfc\,\xi=1$ , и  $\overline{C}=0.5$ , т.е. положение фронта поршневого вытеснения соответствует середине переходной зоны.

Размер переходной зоны, возникающей за счет влияния дисперсии, характеризуется величиной  $\Delta x_n$ , на которую передняя граница переходной зоны обгоняет фронт поршневого вытеснения. Считая, что передняя граница соответствует относительной концентрации  $\overline{C}=0{,}001$  при  $erfc\,\xi=0{,}002$  найдем  $\xi=2{,}2$ , а следовательно из (23.21)

$$\Delta x_n = x - \frac{V \cdot t}{n_a} = 4.4 \sqrt{\frac{Dt}{n_a}} \qquad (23.23)$$

Учитывая, что в хорошо проницаемых породах в уравнении (23.6)  $D_a \gg D_u$ , можно, подставив (23.5) в (23.23), получить

$$\Delta x_{n} = 4.4 \sqrt{\delta_{1} x_{0}} \qquad (23.24)$$

Для  $\delta_1 = 10^{-2}$  м в лабораторных условиях при  $x_0 = 1$  м, получим  $\Delta x_n = 0,44$  м, а для натурных условий при  $x_0 = 100$  м,  $\Delta x_n = 4,4$  м, то есть значительно меньше  $x_0$ . В последнем случае дисперсией в однородных породах допустимо пренебречь.

### 23.2.2. Гетерогенно-блоковая среда

Гетерогенно-блоковая среда или среда с двойной емкостью представляет собой квазиоднородную среду слабопроницаемых блоков, равномерно прорезанных проводящими каналами (рис. 23.4-б). В карбонатных породах такие каналы представлены наиболее крупными трещинами (объем содержания менее 1%), а блоки — слабопроницаемым карбонатным материалом с пористостью 2-5%. В глинистых породах проводящие каналы — это песчаные прослои или повышенная трещиноватость.

В модели гетерогенно-блоковой среды перенос в каналах осуществляется конвективным путем, а в блоках — конвективным и диффузионным. Рассматривая перенос в блоке, следует выделить начальный период, когда на условия переноса не влияет размер блока. В этом случае поток переноса можно считать неограниченным (схема неограниченной емкости блока), в котором предполагается, что конвективно-диффузионный перенос развивается только в периферической части блоков, не успевая распространиться на весь их объем.

Для слоистых пластов с включением слабопроницаемых слоев мощностью  $m_{\scriptscriptstyle 0}$  такая схема применима при условии

$$t_{H} < \frac{n^{\delta} \cdot m_{0}^{2}}{16D^{0}} \qquad , \tag{23.25}$$

где  $D^{\scriptscriptstyle 0}$  и  $n^{\scriptscriptstyle \delta}$  - коэффициент дисперсии и пористость блоков.

Считая для глинистых разделяющих слоев  $D^{^0}=3\cdot 10^{^{-6}}$  м $^2$ /сут,  $n^{^{^0}}=0,4$ , получим ориентировочный критерий  $t_{^H}<10^4\,m_{_0}^2$ .

При мощности глинистых слоев  $m_0$  более 1 м схема неограниченной емкости блока может применяться для расчетов процессов миграции в течение нескольких десятков лет.

Для такой расчетной схемы решение задачи о конвективном переносе компонента в проводящем канале мощностью m при скачкообразном изменении концентрации компонента от начального значения  $C_{\scriptscriptstyle 0}$  до предельного  $C^{\scriptscriptstyle 0}$  на границе потока (l=0) и не учете дисперсии в проводящем канале имеет вид

$$\overline{C}(x,t) = \frac{C - C_0}{C^0 - C_0} = erfc\,\xi^0; \; \xi^0 = \frac{x}{2m\,\mathcal{V}}\sqrt{\frac{n_a^6 D^0}{t - t_0}} \qquad , \tag{23.26}$$

где  $\mathcal V$  - скорость потока в канале или слое,

 $n_a^{\delta}$  и  $n_a^{k}$  - активная или эффективная пористость пород в блоках и канале.

Это уравнение применимо при 
$$t > t_0 = n_a^k \cdot x / \mathcal{V}$$
, (23.27) при  $t < t_0$  остается  $\overline{C}(x) = 0$ .

Размеры переходной зоны определяются оттоком вещества в слабопроницаемый слой и могут быть сопоставимы с общей длиной переноса, что существенно отличает этот процесс от микродисперсии в гомогенной среде.

Для больших периодов времени справедлива схема квазистационарного переноса компонента в пределах блока. В этой схеме вся емкость блока условно сосредотачивается в его центре (схема сосредоточенной емкости блока). Здесь так же предполагается, что продольный перенос в проводящих каналах осуществляется только конвективным путем, а обмен между каналами и блоками диффузионным и конвективным путем.

Дифференциальное уравнение макродисперсии отличается от зависимости (23.19), описывающей процесс микродисперсии, заменой

$$n_a \frac{\partial C}{\partial t} = n_a^{\delta} \frac{\partial C}{\partial t} + n_a^{k} \frac{\partial C}{\partial t} \qquad (23.28)$$

Уравнение баланса для мигрирующего компонента в блоке имеет вид

$$n_a^{\delta} \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{V_{\delta}} (Q_d + Q_k) \qquad , \qquad (23.29)$$

где 
$$V_{\scriptscriptstyle \delta}$$
 - объем блока, 
$$Q_{\scriptscriptstyle d} = D_{\scriptscriptstyle M}^{\scriptscriptstyle \delta} \omega^{\scriptscriptstyle \delta} \big( C^{\scriptscriptstyle k} - C^{\scriptscriptstyle \delta} \big) \! / l^{\scriptscriptstyle \delta} \qquad \qquad - \qquad \qquad (23.30)$$

поток солей в блоке за счет диффузии по закону Фика и  $Q_{{\scriptscriptstyle k}} = v^{{\scriptscriptstyle \delta}} \omega^{{\scriptscriptstyle \delta}} \big( C^{{\scriptscriptstyle k}} - C^{{\scriptscriptstyle \delta}} \big) \qquad \text{-}$ 

$$Q_k = v^{\delta} \omega^{\delta} \left( C^k - C^{\delta} \right) \tag{23.31}$$

поток солей в блоке за счет конвективного переноса.

Здесь  $\omega^{\delta}$  и  $l^{\delta}$  - площадь поперечного сечения и длина блока,  $C^{\delta}$  и  $C^{k}$  - концентрация компонента в центре слабопроницаемого блока и в проводящем канале,

 $\mathcal{V}^{\delta}$  - скорость фильтрации в блоке.

Для описания макродисперсии при времени  $t > \frac{8m_0 \left(m_0 \cdot n^6 + mn^k\right)}{D^0}$  и  $x \leq \frac{\mathcal{V}t}{m}$ 

(23.32) широко используется модель, предельного конвективно-диффузионного переноса с некоторым расчетным коэффициентом дисперсии D. Этот коэффициент определяется по формуле (23.7), причем  $\delta_2$  находится экспериментально

или по формуле 
$$\delta_2 = \frac{m \cdot m_0}{2D^0 [1 + mn^k / (m_0 n^\delta)]^2}$$
 . (23.33)

При малых скоростях фильтрации в блоках  $(Q_a > Q_k)$  величина  $\delta_2$  может достигать  $n \cdot 10^3$  суток, в более проницаемых блоках  $(Q_k \gg Q_d)$  величина  $\delta_2$  измеряется первыми сутками. Здесь размеры переходной зоны  $\Delta x_{_n}$  так же оказываются соизмеримыми с расстояниями переноса компонента  $x_0$ .

Реально величина D при макродисперсии должна приниматься как функция времени, то есть процесс переноса оказывается существенно нелинейным и его воспроизведение на модели возможно только путем итерационных расчетов на основе метода конечных разностей.

23.2.3. Интрузия морских вод на побережье

Рассмотрим вторжение в подземные воды побережья соленых морских вод (рис.23.6).

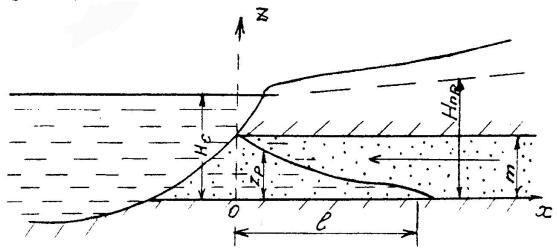


Рис. 23. 6. Схема интрузии соленых вод в напорный горизонт подземных вод (по В.А. Мироненко)

Примем стационарное предельное положение "языка" соленых вод. Дальнейшему его продвижению препятствует стационарный фильтрационный поток пресных подземных вод в море. Движение соленых вод отсутствует. Решение для определения положения линии раздела получено из анализа величин гидростатических давлений пресных и соленых вод на границе раздела и имеет вид

$$z_{p} = m - \sqrt{2 \cdot I_{0} \cdot m \cdot x / \Delta \overline{\rho}}, \qquad (23.34)$$

где  $I_{\scriptscriptstyle 0}$  и m - градиент и мощность потока пресных вод, определяемые за пределами "языка",

 $\Delta \overline{\rho}$  - определяется по формуле (23.2).

Из формулы (23.34) при  $z_{\scriptscriptstyle p}=0$  получим длину "языка" соленых вод

$$l = \frac{\Delta \overline{\rho} m}{2I_0} \qquad (23.35)$$

Эти формулы дают хороший результат при  $\Delta \rho \gg I_0$ . (23.36)

# 23.2.4. Диффузионный вынос солей через разделяющие слои

Рассмотрим вынос соли из водоносного горизонта (зоны затрудненного водообмена), перекрытого слабопроницаемым разделяющим слоем (рис.23.7), над которым находятся пресные воды зоны активного водообмена. Примем, что вынос солей из глубоко залегающего горизонта, уменьшающий со временем концентрацию его воды, происходит через разделяющий слой  $m_0$  диффузионным переносом при  $\mathcal{V} \to 0$ . Пополнения солей за счет растворения или привноса в горизонте не происходит. Процесс считаем квазистационарным. Тогда, поток соли через разделяющий слой определяется уравнением (23.3) при  $dC/dl = (C^0 - C)/m_0$ , где C - текущая концентрация раствора в глубоком горизонте;  $C^0$  - концентрация этого раствора в зоне активного водообмена (считается постоянной во времени).

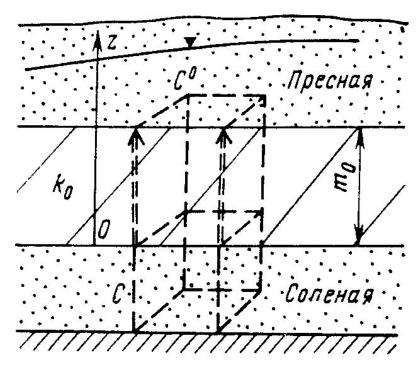


Рис. 23. 7. Схема к расчету диффузионного рассоления горизонта соленых вод зоны затрудненного водообмена (по В.М. Шестакову)

Поскольку диффузионный поток связан с уменьшением содержания солей в глубоком горизонте, балансовое уравнение в элементе этого горизонта для единичной площади горизонтального сечения будет

$$D_{M} \frac{C^{0} - C}{m_{0}} = n_{0} m \frac{dC}{dt} (23.37)$$

Разделив в выражении (23.37) переменные и имея в виду, что  $C > C^{\scriptscriptstyle 0}$ , после интегрирования получим

$$-\ln(C-C^{0}) = \frac{D_{M}}{n_{0}mm_{0}}t + A$$

Постоянную A для глубокого горизонта найдем из начального условия t=0 ,  $C=C_{\scriptscriptstyle 0}$  . Тогда  $A=-\ln\!\left(C_{\scriptscriptstyle 0}-C^{\scriptscriptstyle 0}\right)$ , откуда окончательно имеем:

$$\ln \frac{C_0 - C^0}{C - C^0} = \frac{D_M}{n_0 m m_0} t$$

$$\overline{C} = \frac{C - C^0}{C_0 - C^0} = e^{-\beta t}$$
(23.38)

где  $\beta = D_M / (n_0 m m_0)$ .

ИЛИ

Домашнее задание. Используйте выражение (23.38) для определения времени практически полного опреснения глубокого горизонта, когда относительная концентрация  $\overline{C} \le 0.02$ . Принять  $D_{\scriptscriptstyle M} = 10^{-5}$  м²/сут;  $n_{\scriptscriptstyle 0} = 0.2$ ; m = 100 м и  $m_{\scriptscriptstyle 0} = 500$  м.

# 23.3. Определение геомиграционных параметров пород

К миграционным параметрам относят показатели, которые входят как коэффициенты в дифференциальные уравнения массопереноса: активная и эффективная пористость (трещиноватость), коэффициент молекулярной диффузии, макро- и микродисперсии, параметры сорбции, геометрические характеристики гетерогенно-блоковой структуры среды. Обычно миграционные параметры, используемые для практических расчетов, являются обобщенными, то есть включают в себя наше недостаточное знание сути гидрогеохимических взаимодействий и процессов, сопровождающих массоперенос. При этом всегда необходима оценка области применения полученных в результате опытных работ миграционных параметров, как с точки зрения длительности периода прогноза, так и размеров потоков подземных вод.

В качестве индикатора для нахождения активной пористости  $n_a$  чаще всего используют ион хлора, как практически несорбируемый компонент. Для изучения пористых пород опыты можно проводить и в лабораториях, при этом для песков основным процессом массопереноса является конвекция, а для глинистых пород — диффузия.

Рассмотрим определение параметров для конвективно-дисперсионной модели, отвечающий решению (23.20), согласно которому на вход фильтрационной колонки (рис.23.8) непрерывно подается индикатор с постоянной концентрацией  $\overline{C}_0 = 1$ . В колонке устанавливается постоянная скорость фильтрации  $\mathcal V$  и после этого на определенные моменты времени t от начала опыта на выходе из колонки отбираются пробы раствора, определяется содержание компонента и строится кривая  $\overline{C} = f(t)$ . Миграционные параметры  $n_a$  и D определяются из выражения (23.21). Эту зависимость можно представить в виде прямой линии в координатах  $\xi \sqrt{t} \div t$  (рис.23.8), где

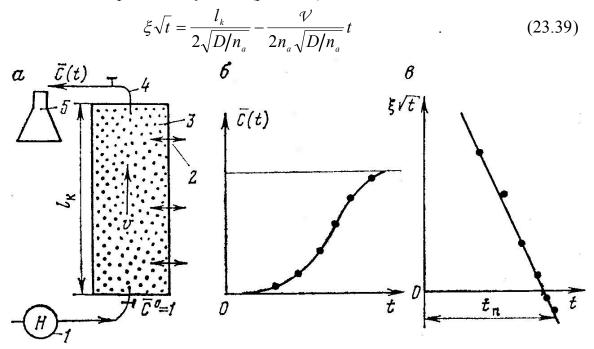


Рис. 23. 8. Определение миграционных параметров по данным лабораторных работ (по И.К. Гавич)

Анализ выражения (23.39) показывает, что по отрезку  $t_n$ , отсекаемому графиком на оси t, определяется значение

$$n_a = \mathcal{V} \cdot t_n / l_k \tag{23.40}$$

где  $l_{\scriptscriptstyle k}$  - длина фильтрационной колонки при лабораторных опытах или расстояние от пусковой скважины до наблюдательной при полевых экспериментах.

По углу наклона графика к оси t с учетом (23.39) находят коэффициент D . Значение  $\xi_i$  находят по данным выходной кривой  $\overline{C}=(t)$ , которую строят в процессе опыта. Каждому моменту  $t_i$  соответствует  $\overline{C}=(t_i)$ , по которому можно определить  $erfc\,\xi_i$ , а по таблице функций найти аргумент  $\xi_i$ . Прямолинейность графика является важным диагностическим показателем того, что опытные данные отвечают принятой модели массопереноса. В лабораторных условиях, с целью соблюдения условия (23.22), длина колонки  $l_k$  выбирается так, что бы число Пекле  $P_e=\mathcal{V}\cdot l_k/D>50$  . (23.41)

23.4. Особенности решения задач миграции в сложных природных условиях

Проблема достоверности количественного изучения массопереноса значительно сложнее, чем аналогичная проблема в геофильтрации, так как требует обоснования как минимум двух совместно используемых моделей — гидрогеодинамической и гидрогеохимической. При этом достоверность расчетов, главным образом, связана со схематизацией при создании последней модели.

В процессах массопереноса роль различных природных факторов изменяется со временем. Это означает смену во времени различных моделей, учитывающих реальный процесс. При этом часто оказывается, что схематизация, принятая для исследования процесса фильтрации, оказывается неприемлемой при изучении процессов массопереноса. В миграционной модели важна не только количественная оценка фильтрационного расхода потока, но и особенности структуры этого потока, зависящие от конкретного распределения фильтрационных параметров как водоносного пласта, так и слабопроницаемых водоупоров, и различий в условиях массопереноса, определяемых неоднородностью миграционных параметров. В связи с этим, обобщенные параметры пласта, о которых говорилось выше, могут использоваться только либо в относительно простых природных условиях, либо при тщательном их обосновании (оценке ошибок от принимаемых допущений и определении периодов прогноза, для которых такие обобщенные параметры применимы).

Отсутствие аналитических расчетных схем, удовлетворительно аппроксимирующих сложные условия массопереноса, предопределяет, в большинстве случаев, необходимость использования методов математического моделирования. При этом последовательно решаются две задачи. Первой из них является гидродинамическая, в результате решения которой получают в пределах всей исследуемой области по регулярной сетке значения прогнозных уровней, градиентов и скоростей фильтрации. Режим фильтрации при этом, как правило, принимается стационарным. Полученные данные позволяют в процессе реше-

ния второй задачи, используя один или несколько описанных выше механизмов нестационарного массопереноса, количественно оценить изменения концентраций растворенных в подземных водах компонентов в пределах этой области на разные моменты времени.

### Вопросы к лекции № 23

- 1. В чем различия гидрогеохимического и гидродинамического аспектов миграции в подземных водах?
- 2. Что такое поршневое вытеснение? Почему фронт вытеснения (рис. 23.1) представляется вертикальной границей? Какие допущения приняты в схеме поршневого вытеснения?
- 3. В каких породах перенос вещества осуществляется преимущественно в виде: а) поршневого вытеснения, б) диффузии? Запишите основные уравнения, описывающие каждый из этих процессов.
- 4. В каких природных условиях перенос вещества связан с гравитационной конвекцией? Что является движущей силой такого механизма переноса вещества?
- 5. В чем принципиальное отличие схемы поршневого вытеснения от схемы гидравлической дисперсии? В каких природных условиях применима каждая из этих схем?
- 6. В лабораториях или в полевых условиях следует изучать процессы: а) макродисперсии, б) микродисперсии? Объясните, почему.
- 7. Каковы способы учета процесса равновесной сорбции при массопереносе небольших концентраций мигрирующего вещества? Как изменяется скорость переноса при учете сорбции?
- 8. Дайте понятия общей, активной, эффективной пористости горной породы. Какие между ними существуют количественные соотношения? Каков порядок значений этих параметров для пористых и трещиноватых пород?
- 9. В пористых или трещиноватых породах роль гидродисперсии в процессе миграции более значима? Объясните, почему.
- 10. Какие параметры характеризуют конвективный, диффузионный и гидродисперсионный массоперенос?
- 11. Требуется определить, за какое время фронт вытеснения переместится на расстояние  $\Delta l$ . Укажите, какая исходная информация требуется для решения задачи?
- 12. При миграции хлоридов или нитратов в подземных водах какая величина эффективной пористости будет больше?
- 13. Докажите, что при гидродисперсии на фронте поршневого вытеснения (рис. 23.5)  $\overline{C} = 0.5$ .
- 14. Что такое критерий Пекле? При каких оценках он используется? Поясните, почему при определении длины опытной колонки  $P_e > 50$ .
- 15.Запишите формулу, используемую при определении ширины переходной зоны  $\Delta x_n$  для предельной схемы макродисперсии. Что такое поперечная дисперсия? В каких расчетных схемах массопереноса ее следует учитывать?

- 16.Почему при вторжении морских вод в пласт на побережье, содержащий пресную воду, они тяготеют к его подошвенной зоне (рис. 23.6)?
- 17.По каким причинам длина «языка» соленых вод на побережье (рис. 23.6) может существенно изменяться в зависимости от сезонов года?
- 18. Почему брошенный в стакан кристалл марганцевокислого калия постепенно вызывает окрашивание всей массы воды в стакане?
- 19. В каких породах при обосновании величины коэффициента микродисперсии D допустимо пренебрегать процессами молекулярной диффузии, а в каких породах процессами механической дисперсии?
- 20. Использованием лабораторных или полевых работ следует определять параметры дисперсии в однородных песках, трещиноватых известняках? Объясните, почему.
- 21. Для каких периодов конвективно-диффузионного переноса характерна схема: а) неограниченной емкости блока, б) квазистационарного переноса компенента в пределах блока? Для какого типа проницаемой среды характерны эти схемы?
- 22. Перечислите основные предпосылки упрощающие схему диффузионного выноса солей из глубоко залегающего водоносного горизонта.
- 23. Какие основные схемы гетерогенно-неоднородной среды Вам известны? В каких частях этих систем происходит в основном конвективный, а в каких конвективно-диффузионный перенос? При каких условиях миграцию в гетерогенных комплексах допустимо рассматривать с формальных позиций, аналогичных случаю гомогенных комплексов?
- 24. При каких предпосылках о режиме фильтрации решаются основные задачи миграции?

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Заканчивая курс, автор надеется, что у студента, проработавшего это пособие, сложилось достаточно полное представление о главных принципах, лежащих в основе ДПВ, и о методах решения конкретных задач. В заключение хотелось бы отметить следующее.

Прежде всего, для увеличения эффективности наших оценок главные усилия следует направить на значительное улучшение исходной гидрогеологической информации — основе решения любой инженерной задачи. Другой важной стороной нашей работы являются гидрогеологические прогнозы, где наименее изученными остаются вопросы оценки условий питания и разгрузки подземных вод. При этом очень важно добиваться тесной взаимной увязки гидрогеологических прогнозов с оптимизацией гидрогеологических изысканий и наблюдений на основе принципов адаптации. Это направление связано с гидрогеодинамическим мониторингом, представляющим собой режимные наблюдения в зоне влияния действующих инженерных сооружений, направленные на решение задач прогноза и управления подземными водами применительно к создаваемой обстановке.

Широкие перспективы открывает внедрение принципов и методов ДПВ в другие направления гидрогеологии: теории миграции подземных вод в гидрогеохимию, количественной оценки режима и баланса подземных вод в региональную гидрогеологию, современных методов обработки информации в методику гидрогеологических исследований.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Аверьянов С.Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод. М., Колос, 1982.
- 2. Боревский Б.В., Дробноход Н.И., Язвин Л.С. Оценка запасов подземных вод. Киев, Выща школа, 1989.
- 3. Бочевер Ф.М. Теория и практические методы расчетов эксплуатационных запасов подземных вод. М., Недра, 1968.
- 4. Бочевер Ф.М. и др. Основы гидрогеологических расчетов, М., Недра, 1969.
- 5. Гавич И.К. Гидрогеодинамика. М., Недра, 1988.
- 6. Мироненко В.А. Динамика подземных вод, М., МГГУ, 1996.
- 7. Шестаков В.М. Гидрогеодинамика. М., МГУ, 1995.
- 8. Шестаков В.М. Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа. М., МГУ, 1986.
- 9. Справочное руководство гидрогеолога. Л., Недра, 1979.
- 10. Практикум по динамике подземных вод. М., МГРИ, 1984.
- 11. Методические указания к курсовой работе по «Динамике подземных вод». М., МГРИ, 1983.