

Данный файл представлен исключительно в ознакомительных целях.

Уважаемый читатель!

Если вы скопируете данный файл,

Вы должны незамедлительно удалить его сразу после ознакомления с содержанием.

Копируя и сохраняя его Вы принимаете на себя всю ответственность, согласно действующему международному законодательству .

Все авторские права на данный файл сохраняются за правообладателем.

Любое коммерческое и иное использование кроме предварительного ознакомления запрещено.

Публикация данного документа не преследует никакой коммерческой выгоды. Но такие документы способствуют быстрейшему профессиональному и духовному росту читателей и являются рекламой бумажных изданий таких документов.



Министерство образования и науки Российской Федерации

**Московский государственный геологоразведочный университет
имени Серго Орджоникидзе**

Центр дистанционного образования

Ленченко Н.Н.

ДИНАМИКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД
(Теоретический курс)

Рекомендовано УМО по
образованию в области прикладной
геологии для студентов вузов, обучающихся
по специальности 080300 “Поиски и
разведка подземных вод и инженерно-
геологические изыскания”, направление
650100 “Прикладная геология”

Москва, 2004

Г4 Динамика подземных вод (теоретический курс). Учебное пособие для студентов вузов

Ленченко Н.Н., кандидат геолого-минералогических наук, специалист в области динамики подземных вод и методов гидрогеологических исследований при поисках и разведке подземных вод, опубликовал 50 научных и 10 учебно-методических работ.

Рассмотрены феноменологические основы процессов фильтрации, миграции и влагопереноса, гидрогеологические особенности потоков подземных вод, принципы и критерии схематизации гидрогеологических условий, выводы и методы решения дифференциальных уравнений фильтрации и миграции подземных вод. На современном уровне изложены гидродинамические основы режима и баланса подземных вод, прогноза изменения уровня грунтовых вод в зоне влияния различных гидротехнических сооружений, теоретические основы и практические решения для водопритока к скважинам, обоснования опытно-фильтрационных работ, исследования миграции и влагопереноса. Пособие составлено в соответствии с существующей вузовской программой для студентов гидрогеологической специальности.

*Моему учителю –
Ирине Константиновне Гавич*

Предисловие

Настоящее учебное пособие дает систематическое изложение основ динамики подземных вод (ДПВ) и соответствует учебной программе специальности 080300 «Поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания». В пособии последовательно рассматриваются гидрогеологические, физические и математические основы движения подземных вод, главным образом, для зоны активного водообмена, принципы систематизации гидрогеологических условий и основы аналитических и численных исследований геофильтрации, влагопереноса и массопереноса в гидрогеологических системах. Значительное внимание уделено проблемам изучения гидродинамики естественных потоков подземных вод, прогнозированию их режима в районе водозаборов, гидротехнических сооружений, на мелиорируемых территориях, обработке опытно-фильтрационных исследований и наблюдений, что имеет в настоящее время важное практическое значение.

Главная задача курса ДПВ заключается в том, чтобы студент усвоил основные теоретические положения, которые составляют объективную основу количественного изучения закономерностей движения подземных вод, получил необходимые знания о методах и способах количественного анализа различных форм движения воды в толщах земной коры, приобрел навыки в выполнении оценок при решении наиболее часто встречающихся практических задач.

Для лучшего усвоения теоретического материала предлагаются контрольные вопросы в конце каждой лекции, подготовка к ответам на которые способствует развитию у студентов навыков самостоятельного анализа, помогает формировать творческий подход к решению поставленных задач.

Существующие учебники по ДПВ И.К. Гавич (5), В.А. Мироненко (6) и В.М. Шестакова (7) и настоящее учебное пособие следует рассматривать как дополняющие друг друга, имея в виду, что объем учебника позволяет более детально излагать изучаемый студентами материал.

Настоящее пособие подготовлено в результате чтения автором лекций и ведения лабораторных занятий по ДПВ для студентов специальности «Поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания» на кафедре гидрогеологии МГГРУ (МГРИ) в течение 25 лет. Автор выражает свою признательность профессорам кафедры гидрогеологии Данилову В.В. и Крысенко А.М., руководителям ЗАО «Геолинк Консалтинг» профессорам А.А. Рошалю и И.С. Пашковскому, главному научному сотруднику ИВПАН РФ профессору В.С. Ковалевскому, научному руководителю ЗАО «ГИДЭК» профессору Л.С. Язвину за обсуждение многих разделов пособия, а также за полезные замечания, способствующие улучшению учебного пособия.

Гидродинамические основы геофильтрации

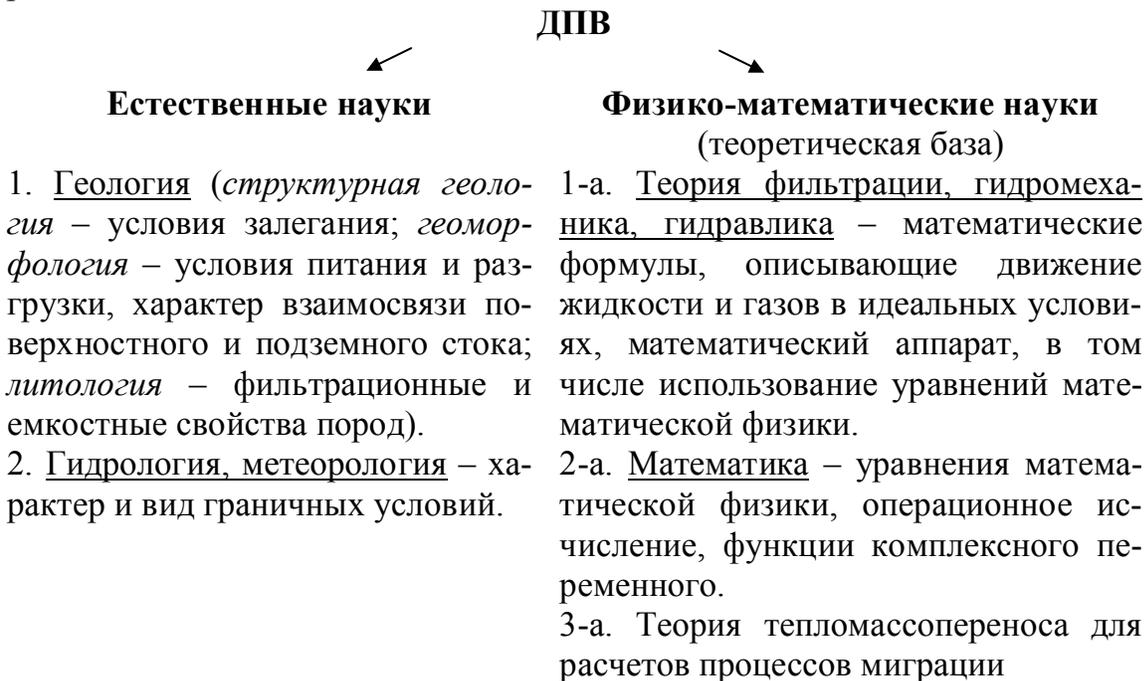
Лекция № 1. Основные понятия и определения. Потоки подземных вод

1.1. Динамика подземных вод (ДПВ) – теоретический раздел гидрогеологии, в котором исследуются закономерности движения подземных вод (ПВ) и разрабатывается математическая теория этого движения с целью количественной оценки условий формирования режима, баланса, ресурсов и запасов ПВ, изменяющихся под влиянием естественных и искусственных факторов, а так же управления процессами этого движения.

Как самостоятельный раздел гидрогеологии ДПВ был выделен в 30-х гг. Г.Н. Каменским. Он сформулировал основные задачи, методы их решения, дал определение науки, издал учебник в 1935 г.

До 60 гг. XX в. ДПВ преимущественно изучала процессы фильтрации, т.е. движение жидкости в полностью насыщенной породе. В последние годы так же изучаются инфильтрация – движение ПВ при неполном насыщении, и миграция – перенос вещества и энергии вместе с фильтрующей водой.

1.2. ДПВ в своем развитии находится на стыке многих наук и активно развивается.



В отличие от ДПВ в гидромеханике, в теории фильтрации упор делается на математический аппарат. Формулы не есть цель ДПВ, а только средство, при помощи которого решаются гидрогеологические задачи. Главное в ДПВ – установление закономерностей влияния геологических и гидрогеологических факторов на процесс движения ПВ, составление прогноза в конкретных гидрогеологических условиях для решения практических задач.

1.3. Задачи ДПВ. Основным объектом изучения ДПВ является область фильтрации. Под областью фильтрации понимают часть водоносной системы, имеющую определенные геометрические размеры во всех трех измерениях, характеризующуюся определенными физическими свойствами среды, называемыми параметрами водоносного пласта, а так же границами, с заданными на них определенными закономерностями, называемыми граничными условиями (ГУ). При неустановившемся режиме фильтрации должно быть известно начальное распределение показателей процесса фильтрации (уровней и расходов) – их называют начальными условиями.

В ДПВ выделяют два направления:

1. Исследование гидродинамики водоносных систем в естественных условиях.
2. Исследование гидродинамики этих систем, формирующихся под влиянием техногенных факторов.

Имеет место два основных типа задач:

1. Обратные – ставят целью уточнить гидрогеологические условия территории. Они делятся на инверсные задачи – определение параметров водоносных пластов и разделяющих их толщ, и граничные задачи – уточнение ГУ на границах рассматриваемой области фильтрации.

2. Прямые, прогнозные задачи управления, которые рассматривают процессы под влиянием естественных и техногенных факторов и позволяют осуществлять прогнозы работы водозаборов, дренажей, оценку водопритоков в карьеры и горные выработки, прогноз изменения уровня под селитебными территориями, промплощадками, на массивах орошаемых земель, прогноз изменения гидрогеологических условий вблизи гидротехнических сооружений (каналы, водохранилища), количественную оценку изменения региональных гидрогеологических условий. В последние годы широко изучаются проблемы в ненасыщенной зоне и изменение качества подземных вод.

1.4. Методы исследования в ДПВ подразделяются на:

1.4.1. Теоретические – базирующиеся на использовании математического аппарата применительно к гидрогеологическим объектам. Используются как точные методы: гидродинамические (уравнения математической физики, операционное исчисление), гидромеханические (теория комплексного переменного, методы конформного отображения для стационарной фильтрации), так и приближенные гидравлические – уравнение Дарси.

Рассматриваются основные дифференциальные уравнения:

$$\text{Лапласа} \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = 0 \quad \text{стационарное движение;}$$

Пуассона $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{W}{T} = 0$ стационарное движение с инфильтрационным питанием;

Фурье $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial H}{\partial t}$ нестационарное движение, напорные воды;

Буссинеска $\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial H}{\partial x} \right) + W = \mu \frac{\partial H}{\partial t}$ нестационарное движение грунтовых

вод, нелинейное уравнение с учетом инфильтрационного питания.

Возможно два случая представления природной гидрогеологической среды в математических формулах. Для простых условий – можно изучить и установить функциональную связь между геометрическими, физическими, фильтрационными параметрами. В сложных условиях приходится использовать вероятностно-статистические методы. На основе теории вероятности пытаются установить основные закономерности изучаемого процесса, дать количественную оценку изменениям гидродинамических условий.

Для решения задачи в математической постановке требуется упростить природные условия. Это упрощение называется схематизацией, которая является очень важным процессом, одним из основных в ДПВ.

1.4.2. Метод математического моделирования на основе использования уравнений в конечных разностях. Строится численная математическая модель исследуемой области и на этой модели изучается процесс фильтрации. Применяется для сложных гидрогеологических условий и ответственных дорогостоящих инженерных сооружений (ИС).

1.4.3. Натурное моделирование применяется в очень сложных условиях. Процесс изучается на месте, в природе. Моделируют в меньшем объеме будущее инженерное сооружение. Например, опытная групповая откачка – модель будущего водозабора.

1.4.4. При решении любых задач в ДПВ следует использовать системный анализ. Система в ДПВ - это совокупность элементов, образующих единое целое, характеризующихся определенной внутренней структурой и находящихся во взаимодействии между собой и внешней средой. В ДПВ – это артезианские бассейны, месторождения подземных вод, водоносные комплексы и горизонты, пропластки, слои и трещины. Системы могут быть разного уровня. В одних задачах изучаемый объект рассматривается как система, в других – как элемент более крупной системы. При решении задачи рассматривают 2-3 уровня элементов, остальные или очень малы или велики и не учитываются. Так, например, если рассматривается фильтрация в водоносном комплексе или горизонте, особенности фильтрации по конкретным отдельным порам и трещинам пласта значения не имеют. Считают, что поток ПВ имеет сплошное распространение в водоносном пласте, а пласт характеризуется как некоторая идеальная среда с равномерно распределенными свойствами – параметрами. Зачем это нужно? Чтобы использовать известные из механики сплошных сред методы и приемы расчета.

1.5. Потоки ПВ и их гидрогеологическая характеристика

Поток - пространственно-временное выражение формы движения и баланса ПВ в пределах принятых границ. Существуют естественные и техногенные потоки. Последние обусловлены воздействием ИС.

Потоки различаются условиями формирования: типом питания и разгрузки (сосредоточенное и рассеянное, открытое и скрытое), типом водообмена (гори-

зонтальным и вертикальным), формой (структурой) движения (линейной, радиальной, плановой, плоской, пространственной). Выделяют следующие типы естественных потоков ПВ:

1.5.1. Потоки речных долин характеризуются одно - двухпластовым строением аллювия, плоско-параллельной или линейной структурой движения, скрытой и затрудненной связью с рекой, вследствие наличия суглинков в русловых отложениях, сосредоточенным и реже рассеянным питанием и разгрузкой. Здесь водообмен в основном горизонтальный, если не связан с глубинным перетеканием из нижележащих горизонтов (рис. 1.1).

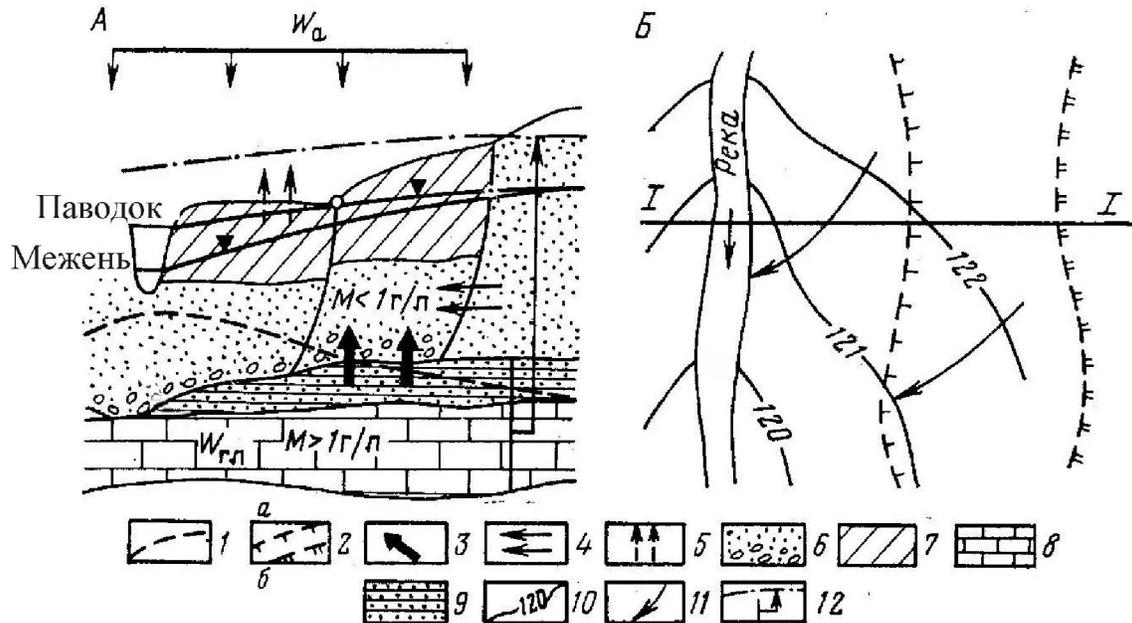


Рис. 1.1. Поток подземных вод в речной долине (А – разрез по линии I-I; Б – план)

1 – граница между подземными водами различной минерализации; 2 – границы а – I^{oi} и б – II^{oi} надпойменных террас; 3 – вертикальное перетекание через слабопроницаемые породы; 4 и 11 – направление движения латерального потока подземных вод; 5 – испарение; 6 – песок; 7 – суглинок; 8 – известняк; 9 – слабопроницаемые породы; 10 – гидроизогипсы; 12 – напор подземных вод

1.5.2. Водораздельные потоки междуречных пространств наиболее распространены в четвертичных ледниковых отложениях и в горизонтально залегающих осадочных отложениях более древнего возраста. Характер распределения уровней в таких потоках определяется интенсивностью инфильтрационного питания, фильтрационными свойствами разделяющих слоев и глубиной эрозийного расчленения рельефа. Питание всей многопластовой системы осуществляется в центральной части междуречья путем последовательного перетекания воды сверху вниз через разделяющие слои (рис. 1.2).

Свидетельством наличия питания являются: 1) снижение напоров в пластах сверху вниз и 2) выпуклость всех пьезометрических кривых. Для водораздельных потоков характерен горизонтально-вертикальный водообмен.

1.5.3. Потоки конусов выноса содержат в головной части грунтовые воды, приуроченные к мощной (до 300 м) толще гравийно-галечниковых отложений,

и напорно-безнапорные воды в периферической части, где появляются прослойки суглинков и глин, формирующих многопластовую систему. Мощность рыхлых отложений в этой части конуса значительно сокращается, здесь идет родниковая разгрузка и испарение подземных вод (рис. 1.3).

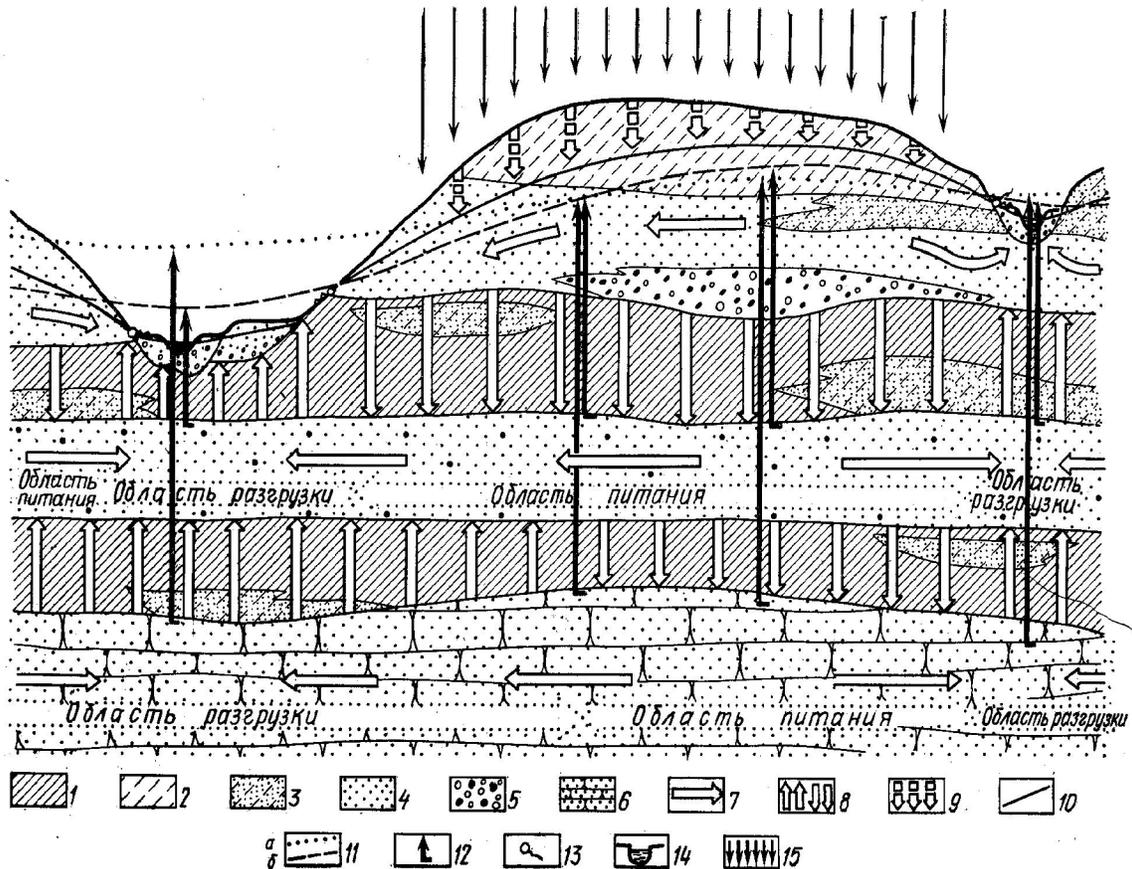


Рис. 1.2. Поток подземных вод в междуречном массиве (по В.М. Шестакову)

1 – суглинок; 2 – супесь; 3 – песок глинистый; 4 – песок; 5 – гравий и галька; 6 – песчаник; 7 - направление движения латерального потока подземных вод; 8 - вертикальное перетекание через слабопроницаемые породы; 9 – инфильтрация; 10 – УГВ; 11 – пьезометрические уровни а – II и б – III напорных горизонтов; 12 - напор подземных вод; 13 – родник; 14 – река; 15 – атмосферные осадки

1.5.4. Потоки синклинальных структур образуют средние и крупные артезианские бассейны. Потоки имеют многопластовое строение, пространственную структуру движения, горизонтально-вертикальный водообмен. В краевых зонах артезианских бассейнов наблюдаются две разновидности потоков. Первая – артезианский склон – характеризуется возвратно-поступательным движением и наличием застойной зоны. Второй тип – артезианский бассейн (рис. 1.4).

Потоки различных типов контактируют и переходят один в другой. Потоки междуречных пространств на границах переходят в потоки речных долин, в областях выходов потоков синклинальных структур наблюдаются потоки междуречий и т.д.

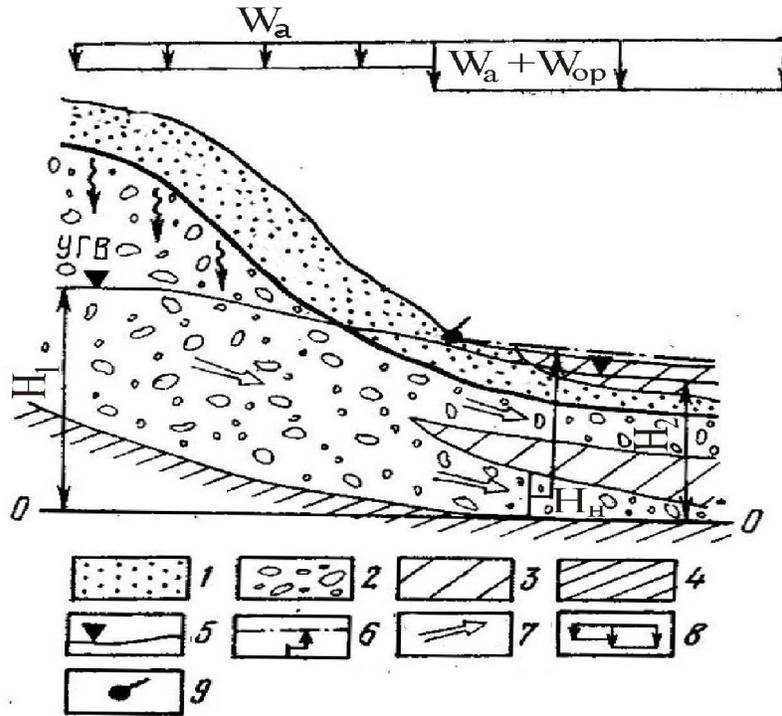


Рис. 1.3. Поток подземных вод в конусе выноса (по И.К. Гавич)

1 – аллювиальные пески предгорного речного потока; 2-4 – поток конуса выноса (2 – галечники и пески; 3 – суглинки; 4 – глина); 5 – УГВ потока конуса выноса, 6 – уровень напорных вод конуса выноса; 7 – направление движения потока подземных вод; 8 – инфильтрационное питание за счет атмосферных осадков и орошения; 9 – родник

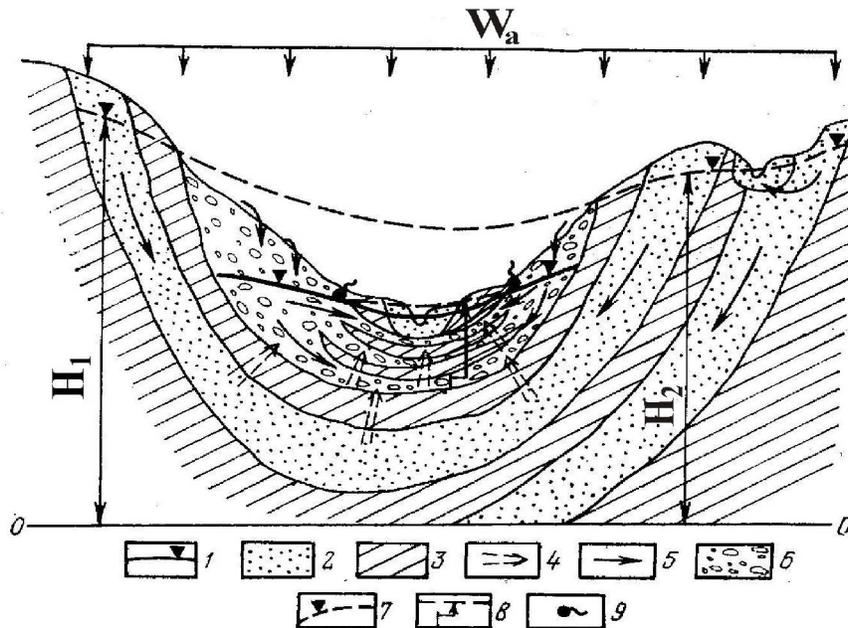


Рис. 1.4. Поток подземных вод в артезианском бассейне (по И.К. Гавич)

1 – УГВ; 2 – пески; 3 – суглинки; 4 - - вертикальное перетекание через слабопроницаемые породы; 5 – направление движения латерального потока подземных вод; 6 – гравийно-галечниковые отложения; 7 – уровень напорных вод; 8 - напор подземных вод; 9 - родник

Вопросы к лекции №1

1. Какие основные типы задач решают в ДПВ? Каково основное содержание каждого типа задач?
2. В чем заключаются особенности основных методов исследований в ДПВ? Какова область применения каждого из этих методов?
3. По каким основным признакам проводится типизация водоносных систем фильтрационных потоков?
4. Охарактеризуйте особенности потоков ПВ в речной долине, отличающие их от потоков в артезианских бассейнах.
5. Охарактеризуйте особенности потоков ПВ в междуречье, отличающие их от потоков в конусах выноса.
6. Раскройте содержание системного подхода при решении задач в ДПВ.

Лекция № 2. Физические основы изучения движения подземных вод

2.1. Сжимаемость воды. Согласно закону Гука увеличение давления в подземных водах с ростом глубины их залегания на ΔP вызывает упругообратимое уменьшение исходного объема воды V на величину ΔV :

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{E_g} \Delta P = -\beta_g \Delta P, \quad (2.1)$$

где $E_g = \frac{1}{\beta_g}$ - объемный модуль Юнга, для пресной негазированной воды, равный 2000 МПа, β_g - коэффициент объемного сжатия или расширение воды, равный $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ МПа}^{-1}$ или $0,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1}$.

Наличие растворенного газа и повышение температуры увеличивают сжимаемость воды.

2.2. Плотность. Плотность воды определяется формулой $\rho = \frac{M}{V}$,

где M - масса воды, V - объем воды.

Плотность можно выразить через удельный вес воды γ :

$$\rho = \gamma / g, \quad (2.2)$$

где g – ускорение свободного падения.

Плотность пресной воды при 4⁰С равна 1000 кг/м³. С увеличением температуры плотность уменьшается, с увеличением давления и минерализации – растет. Плотность морской воды – 1030, рассолов с минерализацией 300-400 г/дм³ – 1200-1300 кг/м³.

2.3. Вязкость. Вязкость – сопротивление воды течению. Уменьшается с ростом температуры (см. лабораторные опыты по определению коэффициента фильтрации на КФЗ). Увеличение минерализации воды ведет к увеличению вязкости.

2.4. Гидродинамический напор. Включает потенциальную и кинетическую энергию. Согласно уравнения Бернулли напор H равен

$$H = \frac{P}{\gamma} + z + \frac{u^2}{2g}, \quad (2.3)$$

где z – положение точки, в которой определен напор над горизонтальной плоскостью сравнения,

$\frac{u^2}{2g}$ - скоростной напор,

u – действительная скорость фильтрации.

Последняя величина в подземных водах очень мала, так как u не превышает $1000 \text{ м/сут} = 10^{-2} \text{ м/сек}$, и ею можно пренебречь. Тогда для подземных вод имеем

$$H = \frac{P}{\gamma} + z, \quad (2.4)$$

то есть гидродинамический напор равен гидростатическому (рис.2.1).

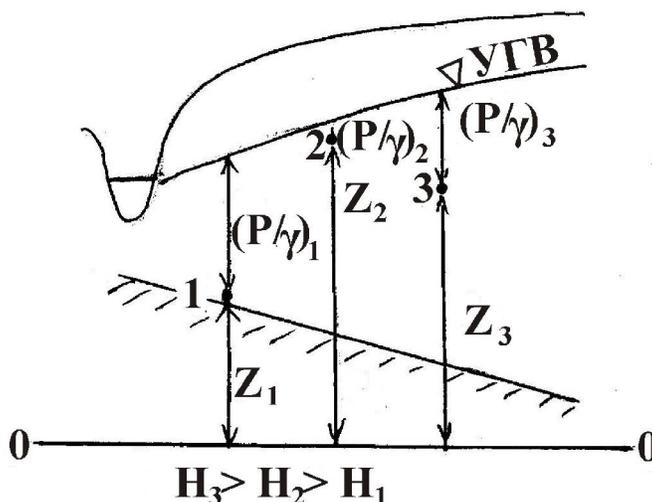


Рис. 2.1. Геометрическая интерпретация гидростатического напора

2.5. Геостатическое давление. Пластовое давление, формирующееся под влиянием веса вышележащих пород, называется геостатическим. Величина геостатического давления определяется по формуле

$$P_n = \rho_n \cdot z_n, \quad (2.5)$$

где ρ_n - среднее значение плотности горных пород,

z_n - мощность горных пород над кровлей водоносного пласта.

Из формулы (2.5) следует, что изменение мощности z_n в результате накопления осадков, эрозионной деятельности рек или сооружения карьеров, наполнения водохранилищ вызывает изменение геостатического давления. Геостатическое давление в первую очередь воздействует на скелет горных пород.

Гидростатическое давление в подземных водах оказывает взвешивающее воздействие на скелет горных пород, то есть уменьшает воздействие геостатического давления. При осушении водоносных пластов гидростатическое давление уменьшается и породы уплотняются за счет увеличения результирующего воздействия от разницы геостатического и гидростатического давлений. Особенно значительно этот процесс влияет на глинистые породы.

В закрытых структурах накопление осадков на поверхности вызывает увеличение геостатического давления, отжатие поровых растворов из глин

(элизионное питание) в водоносный пласт. Этот процесс длится миллионы лет.

В изолированных структурах геостатическое давление является одной из причин возникновения аномально высоких пластовых давлений, которые сопровождаются аварийными выбросами газо-водо-нефтяной смеси из скважин.

2.6. Свойства и параметры порово-трещинного пространства горных пород.

Рыхлые осадочные породы (пески, супеси, суглинки, глины) характеризуются пористостью, полускальные и скальные - пористостью и трещиноватостью. Последняя подразделяется на трещиноватость выветривания и литогенетическую, трещиноватость тектоническую (крупные трещины) и кавернозность в известняках (карст).

По размерам поры и трещины подразделяются на некапиллярные (более 0,5 мм), капиллярные (0,5-0,0001 мм), субкапиллярные (менее 0,0001 мм). В первых содержится свободная, во вторых – свободная и физически-связанная, а в третьих – только физически-связанная вода.

Выделяют четыре типа порово-трещинного пространства: 1) однородный пористый, 2) неоднородный (переслаивание песчано-глинистых пород), 3) трещиноватый, 4) с двойной трещиноватостью. В первом и третьем случаях среда называется гомогенной. Во втором и четвертом случаях среда считается неоднородной или гетерогенной (рис. 2.2).

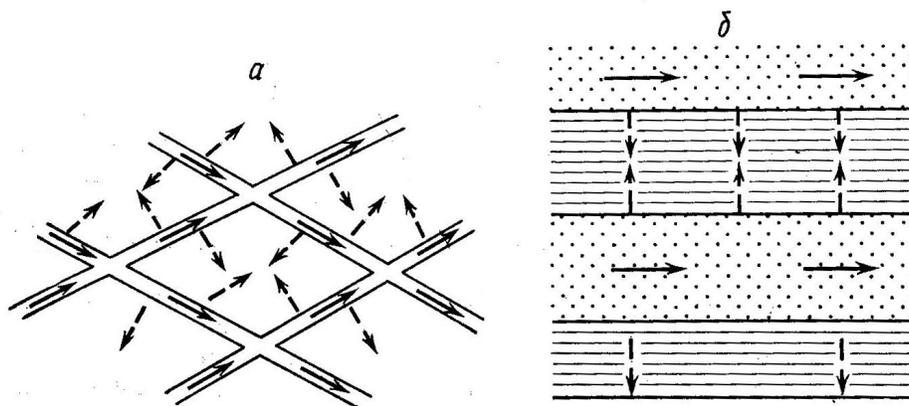


Рис. 2.2. Типы гетерогенных сред

а – гетерогенно-блоковая среда; б – гетерогенно-слоистая среда

Пористость характеризует относительный объем порового пространства V_n в общем объеме V горной породы:

$$n = \frac{V_n}{V}, \quad (2.6)$$

а трещиноватость – относительный объем трещин.

Среднее значение пористости (в %): пески – 35-45, глины 45-60, песчаники, опоки, карбонатные породы 1-2, кристаллические породы – менее 1. Трещиноватость составляет не более 1-2%.

Активная пористость n_a учитывает только ту часть порово-трещинного пространства, которая занята свободной водой. Активная пористость в песках

близка к значению пористости, а в глинистых породах не превышает первых процентов. То есть $n_{\text{песков}} < n_{\text{глин}}$, но $n_{\text{песков}} \gg n_{\text{глин}}$. С активной пористостью связано такое важнейшее свойство, как проницаемость породы.

2.7. Виды воды и взаимодействия воды и горной породы.

Удельная поверхность пор и трещин весьма значительна, особенно для глин, и может достигать в 1 см³ породы 10 м² и более. Поэтому вода в глинах и тонко трещиноватых породах расходует дополнительную энергию на трение о стенки пор и трещин и здесь более активно происходят физико-химические взаимодействия между водой и горной породой.

В качестве критерия оценки количества связанной воды в породе используется максимально-молекулярная влагоемкость (ММВ).

В трещиноватых и крупнозернистых рыхлых породах содержится в основном свободная вода. Здесь величина ММВ равна 5-12%, что значительно меньше ПВ (полной влагоемкости).

В глинистых породах количество молекулярно-связанной воды превышает 30-35%, что существенно уменьшает сечение пор, по которым может перемещаться вода (живое сечение). В связи с этим проницаемость песчаных пластов значительно больше, чем глинистых. Последние во многих случаях считаются водонепроницаемыми или слабопроницаемыми.

2.8. Упругость горных пород. Размеры пор зависят от укладки минеральных зерен, а размеры трещин – от их раскрытости. С ростом глубины залегания пород увеличивается геостатическое давление, а пустотность пород уменьшается за счет более плотной укладки минеральных зерен и уменьшения раскрытости трещин (компрессия). При компрессионных испытаниях определяют коэффициент сжимаемости α_c и показатель удельного сжатия β_c . Последняя величина для скальных пород измеряется 10⁻⁵ МПа⁻¹, а для полускальных 10⁻⁴ МПа⁻¹, т.е. на 1-2 порядка меньше, чем для воды β_e (см. п. 2.1). Для песков и особенно глин эта величина соизмерима и даже превышает β_e .

2.9. Понятие о сплошной геофильтрационной среде.

В механике сплошных сред под элементарным объемом понимают некоторый объем сплошной среды, несоизмеримо (на порядок) меньший, чем рассматриваемая область исследований, но, в то же время, несравненно больший, чем размер слагающих его частиц и расстояния между ними. В элементарном объеме сечение пор, раскрытость и длину трещин считают весьма малыми, поэтому их конкретную форму во внимание не принимают. Их распределение в элементарном объеме считается статистически равномерным. Такой элементарный объем называется представительным или репрезентативным. Все параметры среды в таком случае учитываются как обобщенные показатели. Очевидно, что в трещиноватых породах такой элементарный объем будет существенно больше, чем в пористой среде.

2.10. В качестве основных видов движения ПВ рассматривают фильтрацию и влагоперенос (инфильтрацию). Кроме того, ДПВ изучает процесс переноса растворенных веществ в ПВ – миграцию.

Фильтрация происходит в полной насыщенной среде, когда влажность

породы равна полной влагоемкости, влагоперенос осуществляется в неполностью насыщенной водой породе, в которой присутствует воздух (зона аэрации), и миграция – процесс, при котором существенным является перенос вещества, растворенного в воде. Последний процесс сопровождается как фильтрацию, так и инфильтрацию, учитывает как законы их протекания, так и, дополнительно, процессы, характеризующие диффузию, конвекцию, сорбцию растворенных в ПВ солей.

Вопросы к лекции №2

1. Дайте сопоставительную характеристику коэффициентов упругого сжатия для воды и горной породы разного строения и состава.
2. Чем отличаются понятия гидродинамического и гидростатического напора? Какова связь между величиной давления и гидродинамическим напором в подземных водах?
3. Охарактеризуйте влияние осадконакопления, осушения водоносных пластов на величину геостатического давления и гидродинамического напора.
4. Какова разница в значениях гидростатического напора в кровле и подошве замкнутого пласта мощностью $m = 50\text{ м}$, содержащего пресную воду ($\gamma_0 = 1000\text{ кг/м}^3$) при отсутствии фильтрации?
5. Что такое “активная пористость” и какова ее связь с водопроницаемостью породы?
6. Назовите существенные отличия во взаимодействии воды и горной породы в песках и глинах.
7. Охарактеризуйте особенности поровых и трещинных коллекторов. В чем заключается отличие гомогенной и гетерогенной типов среды?
8. Разъясните, чем отличаются пористая однородная среда, слоистая и с двойной трещиноватостью.
9. Что называют представительным или репрезентативным объемом горной породы? Как это понятие связано с представлением о сплошной геофильтрационной среде?
10. Почему для пористой и гетерогенно-блоковой сред представительный объем не может быть одинаковым?
11. Какие виды движения подземных вод изучает ДПВ? В чем особенности этих видов движения?
12. По каким показателям отличается водоносный пласт от относительно водоупорного, водоупорного?
13. Назовите основные гидрогеологические свойства и состояния пород и пластов.

Лекция № 3. Гидродинамические законы и параметры фильтрации

3.1. Основной закон фильтрации связывает расход потока ПВ с потерями, характеризующими затраты энергии потока на преодоление сил внутреннего сопротивления среды. Кинетической характеристикой такого потока является скорость фильтрации v , как отношение расхода Q потока ко всей площади его

поперечного сечения F :

$$\mathcal{V} = \frac{Q}{F}. \quad (3.1)$$

В этом случае \mathcal{V} не является действительной скоростью фильтрации, поскольку при ее определении учитывается вся площадь сечения потока, а не площадь порового пространства, через которую реально движется вода. Значение скорости \mathcal{V} позволяет легко сравнить между собой различные потоки. Действительная скорость фильтрации u связана со скоростью фильтрации соотношением

$$u = \frac{Q}{F \cdot n_a} = \frac{\mathcal{V}}{n_a}, \quad (3.2)$$

где n_a - активная пористость (трещиноватость), которое получено из формулы для расхода

$$Q = u \cdot (F \cdot n_a), \quad (3.3)$$

путем подстановки в (3.1).

Основной закон фильтрации (Дарси) имеет вид

$$\mathcal{V} = k \cdot I, \quad (3.4)$$

где k – коэффициент фильтрации, м/сут, численно равный скорости фильтрации при $I = 1$.

Из (3.4) следует
$$\frac{\mathcal{V}}{k} = I, \quad (3.5)$$

здесь $\frac{\mathcal{V}}{k}$ характеризует силы вязкости или сопротивления среды, а I – разность напоров, обуславливающие фильтрацию ПВ.

Определим расход потока из (3.1), имея ввиду (3.4)

$$Q = k \cdot I \cdot F. \quad (3.6)$$

Для фильтрации по пласту

$$F = h_{cp} \cdot B, \quad (3.7)$$

где h_{cp} - средняя мощность пласта,

B - ширина потока,

I - напорный градиент определяемый отношением разницы гидростатических напоров ($H_2 - H_1$) к длине участка L_{1-2} (рис. 3.1):

$$I = \frac{H_2 - H_1}{L_{1-2}}. \quad (3.8)$$

Здесь H_1 и H_2 определяются согласно (2.4).

Физический смысл коэффициента фильтрации из (3.6):

$$k = \frac{Q}{I \cdot F}, \quad (3.9)$$

расход потока через единичное сечение (1м^2) при $I = 1$. Значения k для песков 1-50 м/сут, супесей 0,01-1,0, суглинков – 0,0001-0,01, глин – меньше 0,0001 м/сут.

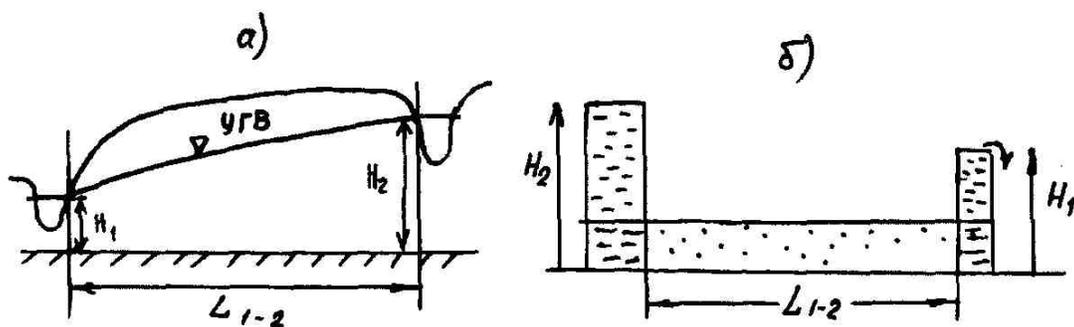


Рис. 3.1. Фильтрация под влиянием разности напоров:

а – естественные условия, б - модель

Для перетока из одного водоносного горизонта в другой через слой слабопроницаемых суглинков, глин мощностью m_0 и коэффициентом фильтрации k_0 на участке территории длиной L и шириной B имеем (рис.3.2):

$$Q_z = k_0 \cdot \frac{H_2 - H_1}{m_0} \cdot B \cdot L, \quad (3.10)$$

где H_1 – уровень воды в пласте (1);

H_2 – уровень воды в пласте (2).

3.2. При изучении фильтрации воды и других жидкостей с переменной вязкостью и удельным весом используют коэффициент проницаемости k_n . Он связан с коэффициентом фильтрации соотношением

$$\frac{k}{g} = \frac{k_n}{v}, \quad (3.11)$$

где v – коэффициент кинематической вязкости жидкости, g – ускорение силы тяжести.

Размерность коэффициента проницаемости $см^2$ или Дарси, $1Д = 10^{-8} см^2$.

Уравнение закона Дарси аналогично уравнению закона Гагена-Пуазейля в гидравлике. Расход через капиллярные трубки равен

$$Q = n \frac{\pi \cdot g \cdot R^4 \cdot I}{8v}, \quad (3.12)$$

а скорость движения воды по капиллярам

$$v' = n \frac{g \cdot R^2}{8v} I, \quad (3.13)$$

где R – радиус и n – число капилляров.

Выражение для коэффициента фильтрации находим из (3.4) и (3.13):

$$k = n \frac{g \cdot R^2}{8v} \quad (3.14)$$

и для коэффициента проницаемости из (3.11) и (3.14):

$$k_n = n \frac{R^2}{8}. \quad (3.15)$$

3.3. Проницаемость горных пород уменьшается с увеличением глубины их залегания под действием веса вышележащих пород.

Породы с упорядоченной внутренней структурой проявляют анизотро-

пию фильтрационных свойств, то есть значения коэффициента фильтрации по разным осям координат будут существенно неодинаковыми (лессы, слоистые песчано-глинистые породы, трещиноватые по определенному направлению породы). Для оценки этих свойств пользуются коэффициентом анизотропии

$$\lambda^2 = \frac{k_x}{k_y} \quad (3.16)$$

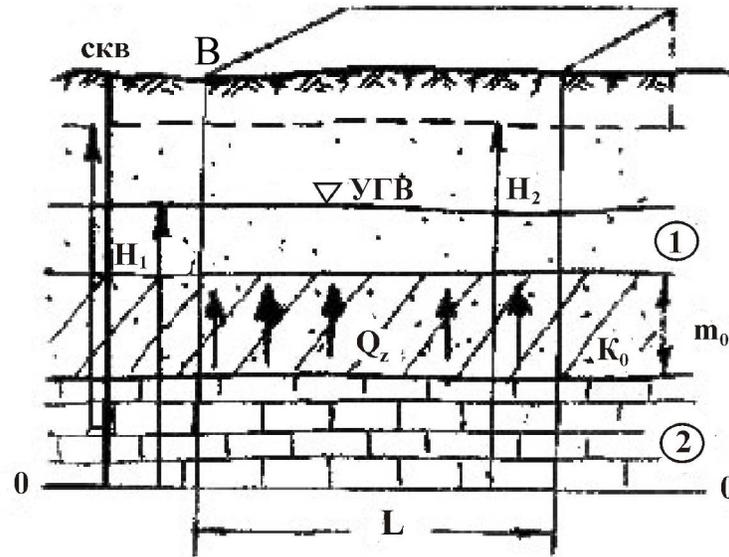


Рис. 3.2. Схема к расчету расхода перетока через слой слабопроницаемых пород

3.4. Закон Дарси описывает линейную связь между \mathcal{V} и I , которая на графике (рис. 3.3) представлена прямой линией. Однако этот закон имеет верхний и нижний пределы применимости.

В первом случае нарушение закона Дарси связано с возникновением турбулентности потока ПВ в закарстованных породах или породах с крупными трещинами. Такие эффекты возникают при значениях $k > 1000$ м/сут и значительных градиентах потока (вблизи шахтных стволов, открытых дрен, подземного контура плотин). Величина критической скорости $\mathcal{V}_{кр} \geq 500$ м/сут. Это достаточно редкие случаи, при которых справедливо выражение

$$I = \frac{\mathcal{V}}{k}(1 + \alpha \mathcal{V}) \quad , \quad (3.17)$$

где α - коэффициент нелинейности фильтрации.

Во втором случае нарушение закона Дарси происходит в глинистых тонкодисперсных породах, где силы молекулярного взаимодействия между водой и породой вызывают дополнительные сопротивления движению жидкости. Существуют некоторые значения критического напорного градиента I_0 , ниже которого движение подземных вод не происходит ($\mathcal{V} = 0$ при $I \leq I_0$). При $I > I_0$ возникает течение ПВ, причем коэффициент фильтрации изменяется в зависимости от I . При $I > I_0$ справедливо выражение (рис. 3.3)

$$\mathcal{V} = k \left(I - \frac{4}{3} I_0 \right). \quad (3.18)$$

3.5. Емкостные свойства горных пород проявляются в условиях нестационарной фильтрации, то есть при изменении уровня ПВ и характеризуют способность пород поглощать или отдавать воду. Различают гравитационную и упругую емкости. В грунтовых водах главную роль играют процессы гравитационного насыщения (при подъеме уровня) или осушения пород (при снижении уровня). В напорных водах – упругого сжатия или расширения воды и пород, вызванные изменением давления в пласте.

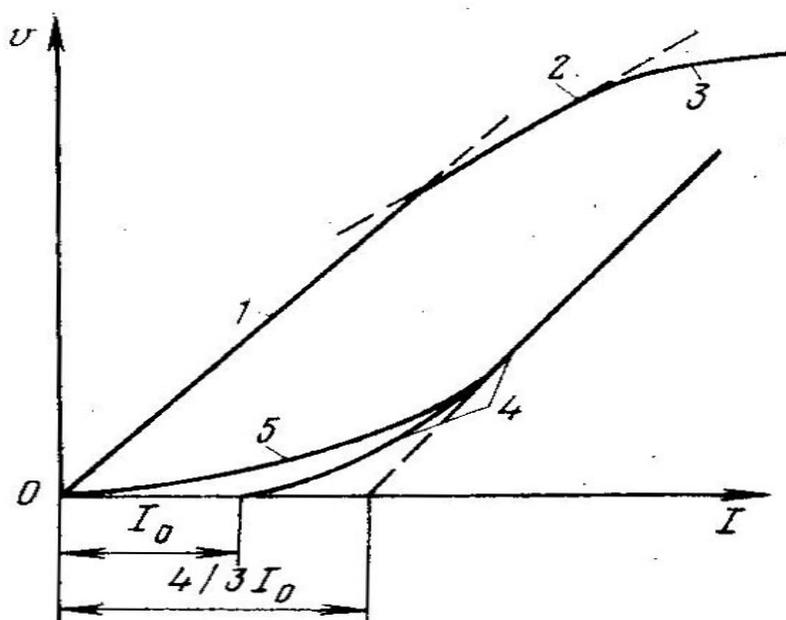


Рис. 3.3. Графическое изображение обобщенного закона Дарси (по И.К. Гавич)
 1 – линейная зависимость; 2 – приближенная линейная зависимость (переходный режим фильтрации); 3-5 – обобщенные зависимости (3 - линейно-турбулентный режим фильтрации, 4 – линейно-вязкопластический режим фильтрации); 5 – с учетом молекулярных взаимодействий)

Гравитационная емкость пород показывает, какой объем свободной воды ΔV_0 может вместить или отдать единичный объем пласта при изменении уровня на ΔH за счет насыщения или осушения пласта. В первом случае показатель называется недостатком насыщения μ_n , во втором – водоотдачей μ_e .

Их определяют по формулам

$$\mu_n = ПВ - \Theta \text{ и } \mu_e = ПВ - ММВ. \quad (3.19)$$

На глубине нескольких метров от поверхности земли изменения естественной влажности Θ невелики и можно считать $\Theta \approx ММВ$. Тогда $\mu_n \approx \mu_e = \mu$ и

$$\mu = \frac{\Delta V_0}{\Delta H}. \quad (3.20)$$

Ориентировочные значения μ : для песков 0,1-0,3, для супесчано-суглинистых пород 0,005-0,1, для глин $< 0,005$, для трещиноватых известняков 0,01-0,05, для трещиноватых песчаников 0,02-0,03. Измеряется в долях единицы (безразмерная).

3.6. Упругая емкость пород показывает, какой объем свободной воды

может отдать или вместить единичный объем пласта за счет изменения объема пор и упругого сжатия (расширения) воды. Действие первого фактора оценивается коэффициентом удельного сжатия скелета породы β_c , действие второго – аналогичным коэффициентом для воды β_e (лекция № 2). Освобождающееся при этом суммарное количество воды представляет собой упругие запасы. Коэффициент упругой емкости пород определяется по зависимости

$$\beta^* = n\beta_e + \beta_c. \quad (3.21)$$

Для напорного пласта мощностью m коэффициент упругой водоотдачи равен

$$\mu^* = \gamma \cdot \beta^* \cdot m. \quad (3.22)$$

Значения β^* изменяются в зависимости от литологического состава, мощности и глубины залегания пород. Наибольшие значения характерны для глинистых $10^{-3} - 10^{-4}$ и песчаных $(0,5 - 2) \cdot 10^{-5} \text{ МПа}^{-1}$ пластов, меньшие для известняков и песчаников $(1 - 5) \cdot 10^{-6}$. Шестаковым В.М. получены эмпирические зависимости для количественной оценки упругой емкости пласта β^* . С увеличением глубины залегания водоносных пород z этот параметр убывает по зависимости

$$\beta^* = \frac{A}{z}, \quad (3.23)$$

где A - коэффициент, определяемый литологией водосодержащей породы. Для песков и песчаников этот коэффициент принимается равным 10^{-3} , а для глинистых пород - $(2 \div 4) \cdot 10^{-2}$.

3.7. Движение воды в неполностью насыщенных породах называется инfiltrацией. Здесь не все поры насыщены водой, присутствует воздух, пары воды. В движении участвует как свободная, так и капиллярная вода. Движение происходит под влиянием гравитационных сил, разности напоров и капиллярных сил. Выделяют два типа инfiltrации: свободная и нормальная. *Свободная* – это подземный дождь, наблюдается в крупнозернистых породах. Здесь нет сплошного потока воды, движение осуществляется отдельными каплями или струями под влиянием сил гравитации. Возникает при неинтенсивном (недостаточном) источнике поступления воды. *Нормальная* инfiltrация – это сплошной поток воды в порах грунта, например, поток воды вниз из канала. Величина напорного градиента здесь всегда больше 1 (рис 3.4.) и равна

$$I = \frac{h_0 + H_k + l}{l} = \frac{h_0 + H_k}{l} + 1. \quad (3.24)$$

Величина расхода при инfiltrации из канала

$$q = k_e \cdot I \cdot B \cdot L, \quad (3.25)$$

где k_e - коэффициент влагопереноса,

B - ширина,

L - длина канала.

Значения коэффициента влагопереноса существенно зависят от соотношения количества в порово-трещинном пространстве воды и газов. Фазовая

проницаемость характеризует условия движения какой-либо одной фазы (воды или газа) в условиях одновременного движения другой. Величина фазовой проницаемости возрастает с увеличением степени насыщенности пор или трещин породы рассматриваемой фазой. Так в зоне аэрации фазовая проницаемость воды (коэффициент влагопереноса) возрастает с увеличением влажности пород по зависимости

$$k_e = k \bar{\Theta}^n, \quad (3.26)$$

где $\bar{\Theta}$ - относительная влажность равная $(\Theta - \text{ММВ})/(\text{ПВ} - \text{ММВ})$.

Здесь Θ - естественная влажность, ПВ - полная и ММВ - максимально-молекулярная влагоемкости, n - показатель степени, равен $3 \div 5$ и более.

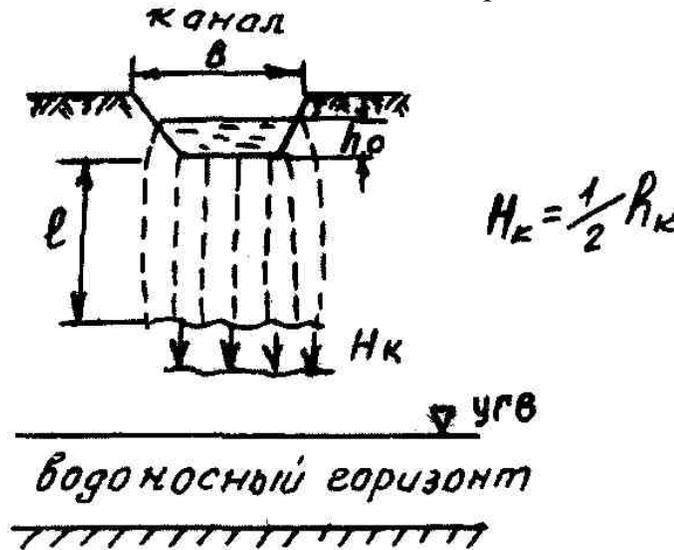


Рис. 3.4. Нормальная фильтрация из канала

3.8. Для количественной оценки процессов миграции ПВ используют действительную скорость фильтрации, то есть скорость, с которой реально движутся вещества растворенные в воде. Этот процесс называется конвекцией и описывается уравнением поршневого вытеснения

$$l = u \cdot t,$$

где u определяется по зависимости (3.2).

3.9. В гетерогенных породах (рис. 2.2), характеризующихся неоднородным строением (переслаивание песчано-глинистых слоев) или двойной трещиноватостью (система мелких трещин в блоках пород разделенных крупными трещинами), крупные трещины и песчаные слои являются основными путями фильтрации. Но их объем в породе небольшой и они не определяют емкостные свойства гетерогенной породы. Слабо трещиноватые блоки и глинистые слои характеризуются невысокой проницаемостью, но формируют основные емкостные свойства таких пород. Сработка емкостных запасов здесь происходит в два этапа: на первом быстро срабатывается емкость в крупных трещинах и в песчаных слоях, а на втором более медленно срабатывается емкость в мелких трещинах и глинистых слоях. При этом общий показатель водоотдачи всего пласта изменяется во времени.

3.10. Водопроницаемость пласта для напорных вод

$$T = k \cdot m \quad (3.27)$$

не изменяется при снижении (повышении) пьезометрического уровня воды в пласте.

Для грунтовых вод

$$T = k \cdot h \quad (3.28)$$

изменяется в зависимости от положения свободной поверхности воды в пласте. Размерность T [$\text{м}^2/\text{сут}$].

Пьезопроводность напорных вод,

$$a^* = \frac{T}{\mu^*} \quad (3.29)$$

и уровнепроводность грунтовых вод

$$a = \frac{T}{\mu} \quad (3.30)$$

характеризуют скорость распространения возмущения от границы, где происходит изменение уровня H и расхода Q на остальную территорию области фильтрации. Размерность a и a^* [$\text{м}^2/\text{сут}$]. Сравнивая коэффициенты μ^* и μ видим, что они различаются на два-три порядка ($\mu^* = 10^{-3} - 10^{-5}$, $\mu = 10^{-1} - 10^{-2}$), что говорит о том, что упругие запасы значительно меньше, чем гравитационные. Это позволяет в грунтовых водах пренебрегать упругой емкостью пласта. Исключение составляют суглинки и глинистые пласты, для которых упругая и гравитационная емкости могут быть соизмеримы. В соответствии со значениями μ^* и μ различаются на несколько порядков и коэффициенты a и a^* . Скорость распространения возмущения уровней в напорных пластах на порядок больше, чем в грунтовых.

3.11. Границы и граничные условия

Область фильтрации отделяется от остальной части водоносной системы известными границами (Лекция № 1). Выделяют естественные и искусственные, внешние и внутренние границы области фильтрации. На этих границах задаются определенные граничные условия (ГУ), которые представляются в математической форме и характеризуют принятый для расчетов закон изменения уровней и расхода. Выделяют четыре вида (рода) ГУ (рис. 6.1).

ГУ I рода представляет собой задание на внешней границе известного закона изменения уровня воды $H = f(x, y, t)$. (3.31)

В частном случае уровень может быть постоянным $H = const$. К границам такого вида относятся проницаемые (или открытые) границы – урезы рек, каналов, водохранилищ.

ГУ II рода связано с заданием известного закона изменения расхода на внешней или внутренней границе. Это может быть величина инфильтрационного питания на уровне грунтовых вод $W = \frac{Q_z}{F}$, где Q_z - расход воды, поступающий через зону аэрации на площади F , удельный расход на 1 м длины канала $q = \frac{Q_k}{L_k}$, расход воды на фильтре скважины Q_0 . Расход может быть постоянным

во времени $Q = const$. (3.32)

В том случае, если внешняя граница области фильтрации принимается непроницаемой (водоупор), то на ней выполняется ГУ II $Q = 0$. (3.33)

Это закрытая граница.

ГУ III рода выражает зависимость между изменением расхода на границе Q_r и изменением уровня воды в самой области фильтрации H . В общем виде такая связь записывается как $Q_r = f(H - H_r)$, (3.34)

где H_r - некоторое фиксированное значение уровня, не связанное непосредственно с областью фильтрации. Примерами ГУ III рода являются: величина разгрузки грунтовых вод в виде испарения, которое зависит от глубины их залегания $(H - H_r)$, дебит родниковой разгрузки, зависящей от превышения уровня в области фильтрации над эрозионным врезом $(H - H_r)$, поступление воды из реки в водоносный горизонт через закальматированное русло и т.п.

ГУ IV рода выражает закон неразрывности потока на внутренней границе неоднородности. Математически это означает равенство расходов слева и справа относительно этой границы раздела сред, имеющих водопродимости T_1 и T_2 соответственно

$$T_1 \frac{\partial H_1}{\partial l_1} = T_2 \frac{\partial H_2}{\partial l_2} \quad . \quad (3.35)$$

Вопросы к лекции №3

1. Опишите функциональные связи между расходом, напорным градиентом в ПВ. В чем различие между скоростью фильтрации \mathcal{V} и действительной скоростью u ?
2. Какова физическая сущность понятия “коэффициент фильтрации”? В чем заключается основное различие между коэффициентами фильтрации и проницаемостью?
3. Что такое анизотропия фильтрационных свойств пород? В каких природных условиях она проявляется?
4. Какие основные зависимости трубной гидравлики используются в качестве феноменологических предпосылок закона фильтрации в горных породах?
5. Какие факторы вызывают нарушение линейного закона фильтрации при движении воды в трещиноватых и глинистых породах? Запишите обобщенные законы фильтрации; изобразите графически в координатах $\mathcal{V} - l$ основной и обобщенные законы фильтрации.
6. В результате каких процессов в подземных водах проявляется гравитационная водоотдача μ ? Упругая водоотдача пласта μ^* ? Каковы численные значения этих показателей для разных типов пород?
7. В чем отличие между упругоёмкостью β^* и упругой водоотдачей μ^* ? Какие основные природные факторы влияют на величину β^* ?
8. Что такое активная пористость породы? Как она связана с величиной гравитационной водоотдачи?

9. Почему после обильных дождей уровень воды в трещиноватых гранитах поднимается гораздо выше, чем в расположенных по соседству песчаных массивах?
10. Каким образом проявляется связь между емкостными свойствами пласта и скоростью распределения возмущения уровня по пласту?
11. Почему показатели T и a являются характеристиками пласта, а не породы?
12. Какое из выражений закона Дарси

$$q_x = -kh \frac{dh}{dx} \text{ и } q_x = -km \frac{dH}{dx}$$

записано для грунтовых вод?

13. К граничным условиям какого рода относятся следующие математические выражения: $Q_p = \frac{k_0}{m_0} b \cdot l \cdot (H - H_p)$? $Q_{скв} = -2\pi Tr \frac{dS}{dr}$?

$$T_1 \left(\frac{dH}{dx} \right)_1 = T_2 \left(\frac{dH}{dx} \right)_2 ? \Delta H^0 = v \cdot t ?$$

14. Какие границы потока характеризуют условия: $\frac{\partial H}{\partial z} = 0$ и $H = z$?
15. В чем отличие определения расходов по Дарси в горизонтальном и вертикальном направлениях?
16. В чем отличие определения расходов фильтрационного и инфильтрационного потоков по Дарси?
17. Может ли ГУ III рода в частных случаях рассматриваться как ГУ I или как ГУ II рода? Приведите примеры.
18. При изменении напоров в области фильтрации изменится ли: а) расход, идущий через контур с граничными условиями I рода, б) уровень на этом контуре?
19. При изменении напоров в области фильтрации изменится ли: а) расход, идущий через контур с граничными условиями II рода, б) уровень на этом контуре?
20. Может ли граница с условиями I рода быть одновременно границей с условиями II рода? Если да, то привести пример таких границ.

Лекция № 4. Гидродинамические основы движения ПВ

4.1. Гидродинамическая сетка (ГДС)

Структуру потока удобно представлять в виде ГДС. Определенная совокупность линий тока (ЛТ) и линий равного напора (ЛН) называется ГДС (рис. 4.1).

ЛН - совокупность точек с равными значениями H , т.е. $H = const$, $\frac{dH}{dl} = 0$. По касательной в каждой точке ЛН имеем $v = 0$ и $Q = 0$. Это эквипотенциали, гидроизогипсы, изопьезы. К ЛН относятся урезы рек, периметр поперечного сечения поверхностных водотоков. Это всегда проницаемая, открытая

граница.

ЛТ – линия, в каждой точке которой вектор скорости фильтрации и направление $grad H$ совпадают с касательной, проходящей через эту точку. При установившемся движении ЛТ является траекторией движущейся частицы жидкости. По ЛТ выполняется условие $\frac{dH}{dl} \rightarrow \max$, перпендикулярно ЛТ имеем $Q = 0$, то есть ЛТ является непроницаемой или закрытой границей.

Совокупность ячеек вдоль пары соседних ЛТ называется трубкой или лентой тока. Расходы во всех лентах тока одной ГДС одинаковые $Q_1 = Q_2 = Q_i = Q_n$. Поэтому сгущение ЛТ свидетельствует об увеличении плотности фильтрационного потока (рис. 4.1).

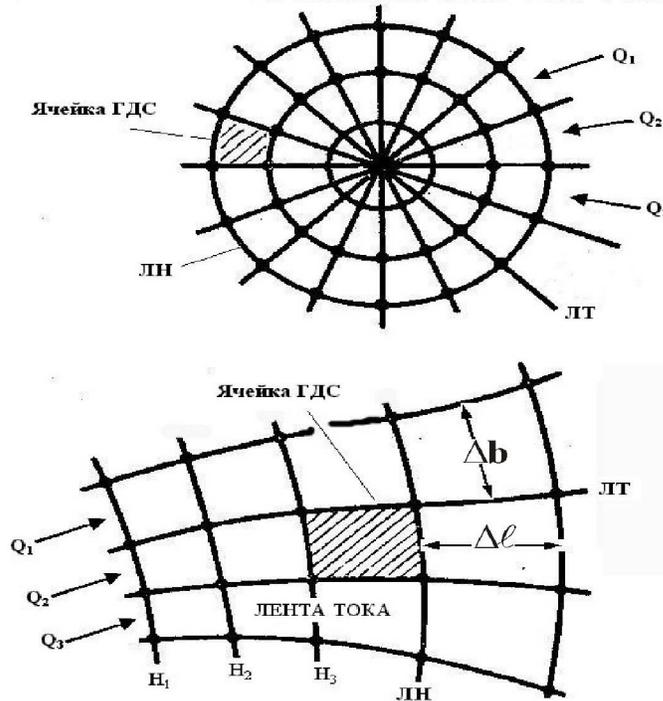


Рис. 4.1. Гидродинамические сетки для разных типов потоков подземных вод

Все проницаемые границы являются крайними ЛН, непроницаемые – крайними ЛТ. В совокупности они образуют одну ячейку ГДС, включающую всю исследуемую область фильтрации.

ЛН проводят через равные сечения, так что $H_j - H_{j-1} = const$. Поэтому сгущение ЛН свидетельствует об увеличении напорного градиента.

$$\text{Расход в любой ячейке ГДС } \Delta Q_{ij} = (km)_{ij} \frac{\Delta H_j}{\Delta l_j} \Delta b_i = const. \quad (4.1)$$

В однородном пласте $km_{ij} = const$ и, учитывая, что $\Delta Q_{ij} = const$ и $\Delta H_j = const$, имеем $\frac{\Delta b_i}{\Delta l_j} = const$, то есть все ячейки ГДС должны быть подобны. ГДС строится графически методом последовательных приближений, так чтобы соблюдалось условие (4.1).

4.2. Вывод дифференциальных уравнений ЛТ и ЛН

Поместим точку A в начало координат XOY (рис.4.2). Здесь ds -элемент ЛТ, \mathcal{V} -вектор скорости, α -угол касательной ЛТ с осью x , dx , \mathcal{V}_x и dy , \mathcal{V}_y -проекции ds и \mathcal{V} на соответствующие оси.

Очевидно, что

$$\frac{dx}{ds} = \cos \alpha, \quad \frac{dy}{ds} = \sin \alpha, \quad (4.2)$$

$$\frac{\mathcal{V}_x}{\mathcal{V}} = \cos \alpha, \quad \frac{\mathcal{V}_y}{\mathcal{V}} = \sin \alpha$$

$$\text{или } \frac{dx}{ds} = \frac{\mathcal{V}_x}{\mathcal{V}} \text{ и } \frac{dy}{ds} = \frac{\mathcal{V}_y}{\mathcal{V}}, \quad (4.3)$$

то есть получили связь проекций ЛТ с проекциями вектора скорости. Согласно правилу пропорции имеем

$$\frac{dx}{\mathcal{V}_x} = \frac{dy}{\mathcal{V}_y} = \frac{ds}{\mathcal{V}}$$

$$\text{или } \mathcal{V}_y dx - \mathcal{V}_x dy = 0, \quad (4.4)$$

то есть получили дифференциальное уравнение для ЛТ.

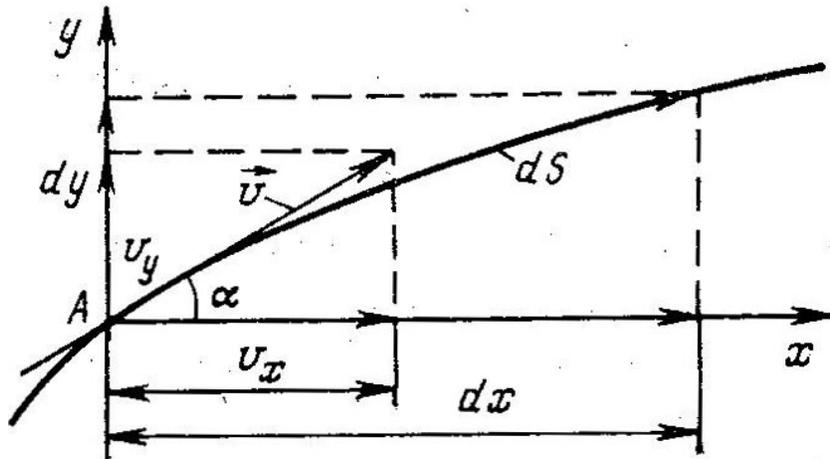


Рис. 4.2. Схема к выводу дифференциального уравнения линии тока

Введем понятие функции тока ψ , которая на каждой ЛТ имеет постоянное значение, так что

$$\psi_i - \psi_{i-1} = \frac{\Delta Q_i}{m} = const, \quad (4.5)$$

где m -мощность пласта,

$\frac{\Delta Q_i}{m}$ -удельный, на 1 м мощности расход по ленте тока между двумя соседними ЛТ.

$$Q_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^n \Delta Q_i, \text{ где } n - \text{число лент тока.}$$

Так как расход по ленте тока не меняется $\psi = const$, то $d\psi = 0$. (4.6).

Тогда полный дифференциал $d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x} dx + \frac{\partial\psi}{\partial y} dy = 0$. (4.7)

Сравнивая (4.4) и (4.7) видим, что

$$v_y = \frac{\partial\psi}{\partial x} \text{ и } v_x = -\frac{\partial\psi}{\partial y}. \quad (4.8)$$

Введем понятие функции ЛН:

$$\varphi = -kH \quad . \quad (4.9)$$

$$\text{Тогда } \frac{\partial\varphi}{\partial x} = -k \frac{\partial H}{\partial x} = v_x \quad , \quad (4.10)$$

$$\text{и } \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -k \frac{\partial H}{\partial y} = v_y \quad .$$

Сравнивая (4.8) и (4.10) имеем

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\frac{\partial\psi}{\partial y} \text{ и } \frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{\partial\psi}{\partial x}. \quad (4.11)$$

Это условие Коши-Риммана, подтверждающее ортогональность ЛТ и ЛН. Пары соседних ЛТ и ЛН образуют ячейку ГДС (рис. 4.1). Ячейка является криволинейным прямоугольником, в котором выделяют Δl_j -среднюю длину – расстояние между ЛН и Δb_i -среднюю ширину – расстояние между ЛТ.

Расчеты по ГДС.

Градиент потока $I_j = \frac{\Delta H_j}{\Delta l_j}$. Определяется в разных ячейках ГДС, находим участки с I_{\min} и I_{\max} .

Расход потока. Вначале определяется расход в одной ячейке: для плановой фильтрации в горизонтальной плоскости (XOY)

$$q_j = km\Delta H_j \frac{\Delta b_i}{\Delta l_j} \quad , \quad (4.12)$$

для профильной фильтрации в вертикальной плоскости (XOZ)

$$q_i = kB\Delta H_j \frac{\Delta b_i}{\Delta l_j} \quad , \quad (4.13)$$

где B - ширина потока в плане, м,

m - мощность водоносного пласта, м.

Определение структуры потока выполняется на основе анализа конфигурации ЛТ и ЛН. Выделяют плоскопараллельную, радиальную сходящуюся и расходящуюся, плано-радиальную, сложную структуру потока.

4.3. Закон преломления фильтрационных потоков в неоднородных пластах

ЛТ преломляются на границе сред с разной проницаемостью (рис.4.3).

Здесь α - угол падения ЛТ к нормали границы раздела, β - угол преломления. Рассматривается установившийся режим фильтрации, подчиняющийся

закону Дарси. Согласно ГУ- IV рода $q_1 = q_2$ (закон неразрывности потока). Тогда

$$k_1 \cdot I_1 \cdot AC = k_2 \cdot I_2 \cdot BD, \quad (4.14)$$

$$\text{но } AC = AB \cdot \cos \alpha \text{ и } BD = AB \cdot \cos \beta. \quad (4.15)$$

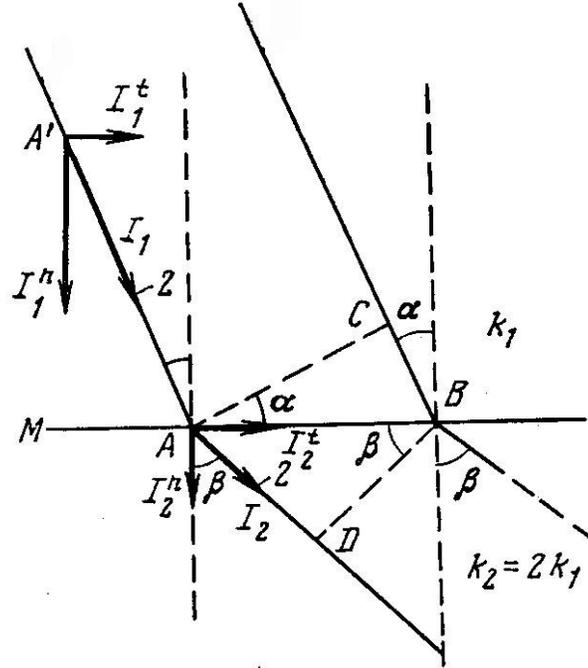


Рис. 4.3. Схема к выводу закона преломления линий токов

Проекции напорных градиентов (нормальную к границе раздела I^n и тангенциальную I^t) можно определить:

$$I_1^n = I_1 \cos \alpha \text{ и } I_2^n = I_2 \cos \beta, \quad (4.16)$$

$$I_1^t = I_1 \sin \alpha \text{ и } I_2^t = I_2 \sin \beta. \quad (4.17)$$

Подставив (4.15) и (4.16) в (4.14), имеем

$$k_1 \cdot I_1^n = k_2 \cdot I_2^n, \text{ то есть } \mathcal{V}_1^n = \mathcal{V}_2^n \text{ или}$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{I_2^n}{I_1^n}. \quad (4.18)$$

Это первый закон преломления ЛТ - изменение нормальной составляющей напорного градиента I^n при переходе границы раздела сред обратно пропорционально изменению величины коэффициента фильтрации k . При этом нормальные составляющие скорости фильтрации не изменяются ($\mathcal{V}^n = const$).

Далее, подставив (4.15) и (4.17) в (4.14), получим $\frac{k_1 I_1^t}{tg \alpha} = \frac{k_2 I_2^t}{tg \beta}$, но из условия неразрывности функции напора H на границе раздела сред следует, что $I_1^t = I_2^t$, тогда

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{tg \alpha}{tg \beta}. \quad (4.19)$$

Это второй закон преломления ЛТ - тангенсы углов падения и преломления пропорциональны коэффициентам фильтрации. Угол преломления увеличивается с возрастанием k_2 , т.е. чем больше разница k_1 и k_2 , тем резче проявление преломления ЛТ.

При фильтрации по двум направлениям преломления ЛТ не происходит – перпендикулярно и параллельно границе раздела сред. При перпендикулярном движении $I = I''$, $I' = 0$, $\alpha = 0$ и $\cos \beta = \cos \alpha = 1$.

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{k_1}{k_2} \quad (4.20)$$

$$\text{и } \mathcal{V}'_1 = \mathcal{V}'_2 \quad (4.21)$$

При параллельном движении $\alpha = 90^\circ$, $I'' = 0$, $I' = I = \text{const}$. (4.22)

$$\frac{\mathcal{V}'_1}{\mathcal{V}'_2} = \frac{k_1}{k_2} \text{ и} \quad (4.23)$$

$$q_{об} = q_1 + q_2. \quad (4.24)$$

4.4. Следствие закона преломления ЛТ.

1. При соотношении $\frac{k_{\max}}{k_{\min}} > 100$ разница в углах падения и преломления

приближается к 90° . Считают, что в среде с k_{\max} движение параллельно, а в среде с k_{\min} - перпендикулярно к границе раздела сред.

Для слоистых толщ – при соотношении коэффициентов фильтрации больше 100 в хорошо проницаемых пластах фильтрация будет только горизонтальной, а в слабо проницаемых пластах – только вертикальной. Это предпосылка Мятиева-Гиринского.

2. В неоднородных в плане пластах при $\frac{k_{\max}}{k_{\min}} > 100$ считают (рис. 4.4):

при расположении инженерного сооружения (ИС) в пласте с k_{\max} граница раздела есть закрытая граница ($Q = 0$);

при расположении ИС в пласте с k_{\min} граница раздела есть открытая граница ($H = \text{const}$).

3. При соотношении k_1 и k_2 меньше $10 \div 20$ возможно считать пласт условно-однородным. Среднее значение коэффициента фильтрации определяется, исходя из конкретных условий строения среды и направления движения подземных вод. При фильтрации параллельно разделу сред из формулы (4.24) Г.Н. Каменский получил выражение

$$k_{cp} = \frac{\sum km_i}{\sum m_i}, \quad (4.25)$$

где m_i - геометрические размеры элементов неоднородности.

При фильтрации перпендикулярно разделу сред из (4.20) Г.Н. Каменский получил

$$k_{cp} = \frac{\sum m_i}{\sum \frac{m_i}{k_i}} \quad (4.26)$$

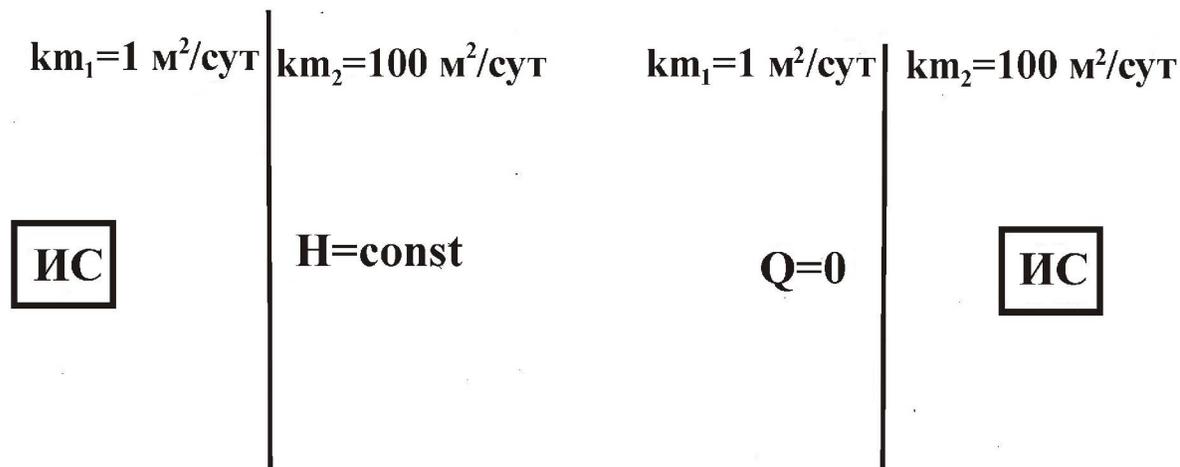


Рис. 4.4. Схематизация плановой границы неоднородности при $\frac{km_{\max}}{km_{\min}} \geq 100$

4. При соотношении $100 > \frac{k_{\max}}{k_{\min}} > 20$ схематизация является не всегда корректной. В этом случае необходимо учитывать сложную структуру потока и при необходимости использовать метод моделирования.

Вопросы к лекции №4

1. Какое условие выполняется вдоль ЛН? вдоль ЛТ?
2. Как положение ЛТ и ЛН соотносится с закрытой границей пласта (водоупором)?
3. Какое условие выполняется вдоль трубки (ленты) тока ГДС?
4. Каков физический смысл функций φ и ψ и как они связаны со значениями H и q ?
5. Как лучше всего графически представить гидродинамическую структуру потока?
6. Какие основные требования должны выполняться при построении ячеек ГДС в однородном пласте?
7. Какие гидродинамические характеристики потока можно определить по ГДС? Каким образом это сделать?
8. Каково содержание основных следствий закона преломления ЛТ?
9. Каким образом упрощается структура потока при использовании предпосылки Мятлева-Гиринского?
10. В чем принципиальное отличие формул для определения среднего значения коэффициента фильтрации при движении подземных вод параллельно границам неоднородности и перпендикулярно к ним?

Лекция № 5. Принципы типизации и схематизации гидрогеологических условий

5.1. Общие положения

Это - одна из основных тем ДПВ. Типизация гидрогеологических условий (ГГУ) – есть гидродинамическое (ГД) районирование исследуемой сложно построенной территории с выделением однотипных по ГД особенностям строения и по воздействию внешних факторов участков и периодов времени под конкретную решаемую задачу. Вначале выделяются главные, ведущие факторы, определяющие гидродинамику, а затем по степени их взаимодействия – типовые участки. То есть вся область фильтрации делится на более мелкие области – фрагменты, а прогнозный период на временные фрагменты с однотипным влиянием внешних границ и режимом фильтрации. В пределах каждого фрагмента ГД условия фильтрации более простые, чем в целом по всей области и на весь период прогноза. Если условия изначально простые, то типизации может и не быть. Схематизация определяет выбор и уравнения для расчетов. Схематизация – это упрощение природной обстановки и действующих факторов в пределах всей области фильтрации или каждого района. Схематизация выполняется на свой определенный период времени прогноза применительно к конкретной задаче и выбранному методу расчета. При этом проводится:

- Выявление главных и второстепенных гидрогеологических факторов по степени их воздействия на ГД условия потоков.
- Упрощение природной обстановки путем исключения (или замены) второстепенных факторов – построение расчетной схемы – упрощенное представление области фильтрации для ГД расчетов.
- Оценка ошибок, возникающих при упрощении гидрогеологических условий, так называемые исследования схематизации. Оценка надежности расчетной схемы для составления прогноза с точки зрения его точности и инженерного запаса “прочности”.

К главным факторам почти всегда относятся:

- Строение пласта – однородное, неоднородное, условно однородное.
- Положение границ и задаваемые на них ГУ.

Прочие факторы обычно зависят и проявляют себя в зависимости от двух вышеперечисленных.

Основной принцип схематизации - от сложного к простому. Поэтому самым важным вопросом схематизации является определение допустимой степени упрощения. В зависимости от целевой задачи прогноза, типа ИС и требований к детальности и достоверности прогноза одни и те же реальные природные условия могут быть схематизированы различным образом.

5.2. ГД особенности потоков ПВ

Характеристика потоков ПВ лежит в основе геофильтрационной схематизации, выделения фрагментов в области фильтрации. Различают типы потоков по следующим признакам.

5.2.1. По гидравлическому состоянию пласта:

- грунтовые (безнапорные), характеризуются свободной поверхностью уровня ПВ, при $h = z$ $P = 0$, эпюра давления (рис. 5.1), происходит изменение мощности пласта h при колебании уровня H ,
- напорные, пьезометрическая поверхность уровня, положение которой можно определить только вскрыв водоносный пласт, наличие $H_{изб}$, упругой емкости $\mu^* \ll \mu$;
- напорно-безнапорные;
- субнапорные, обычно грунтовые воды, имеющие небольшой избыточный напор, вследствие наличия суглинков в кровле проницаемого водоносного пласта (рис. 5.1).

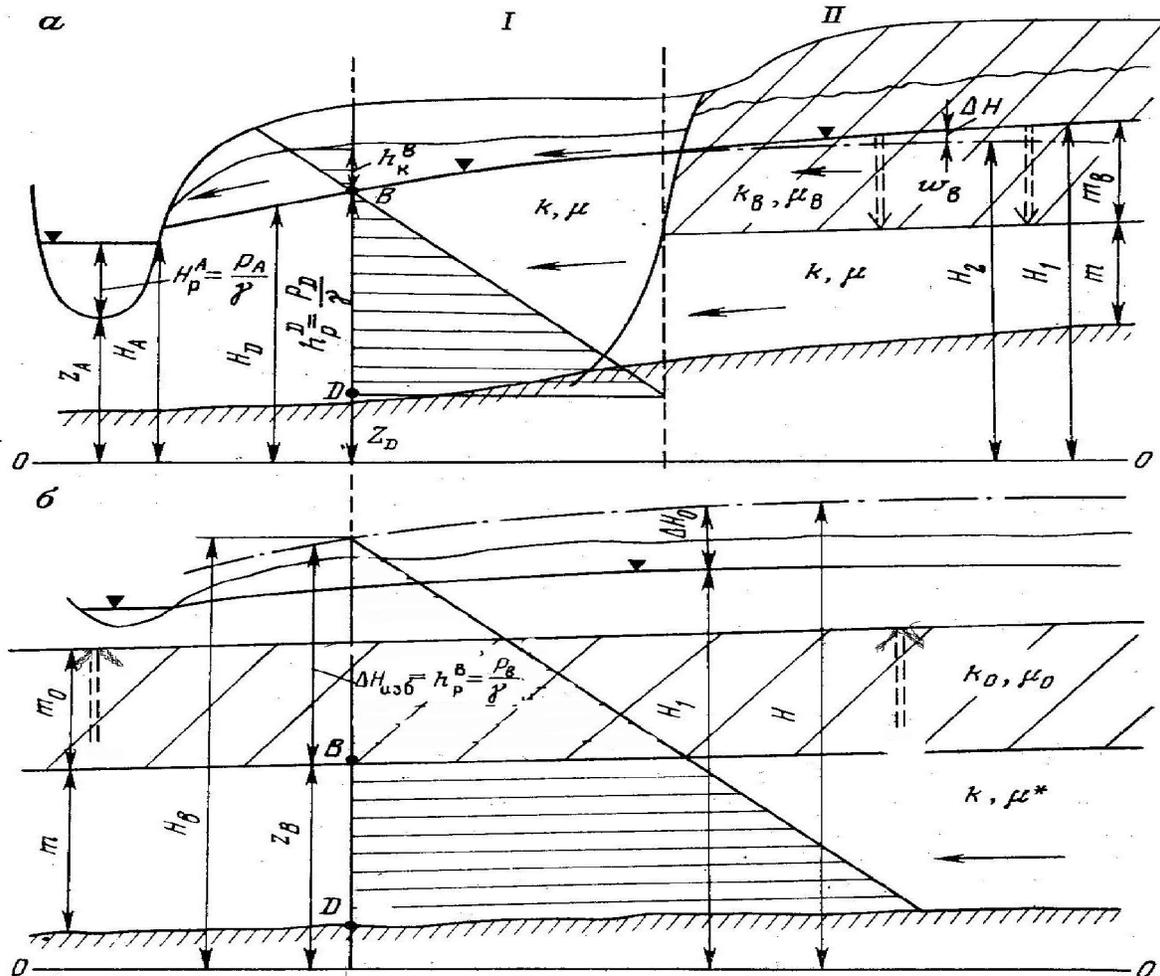


Рис. 5.1. Гидродинамические особенности и виды потоков подземных вод по условиям залегания и гидравлическому состоянию пласта
(по И.К. Гавич)

aI – грунтовые; aII – субнапорные; б – напорные (заштрихованы – эпюры распределения гидростатического давления)

5.2.2. По характеру и виду питания и разгрузки:

- сосредоточенное питание (рис. 5.2). Все питание и разгрузка осуществляется по латеральным (боковым) границам потока (на $x = 0$ и $x = L$). Существует только горизонтальный водообмен, причем при стационарном

режиме фильтрации $Q(x) = const$. Наиболее характерно при отсутствии инфильтрационного питания $W_a = 0$, так и глубинного перетекания $W_{zл} = 0$. Здесь монотонное изменение $H(x)$,

- рассеянное питание осуществляется по всей площади распространения потока $W_a \neq 0$ или (и) $W_{zл} \neq 0$. Изменение $H(x)$ в области фильтрации не монотонное, здесь могут быть водоразделы ($\frac{dH}{dx} = 0$). Существует горизонтальный Q_z и вертикальный Q_v водообмен. Их соотношение определяет коэффициент водообмена $K_{во} = Q_v / Q_z$.

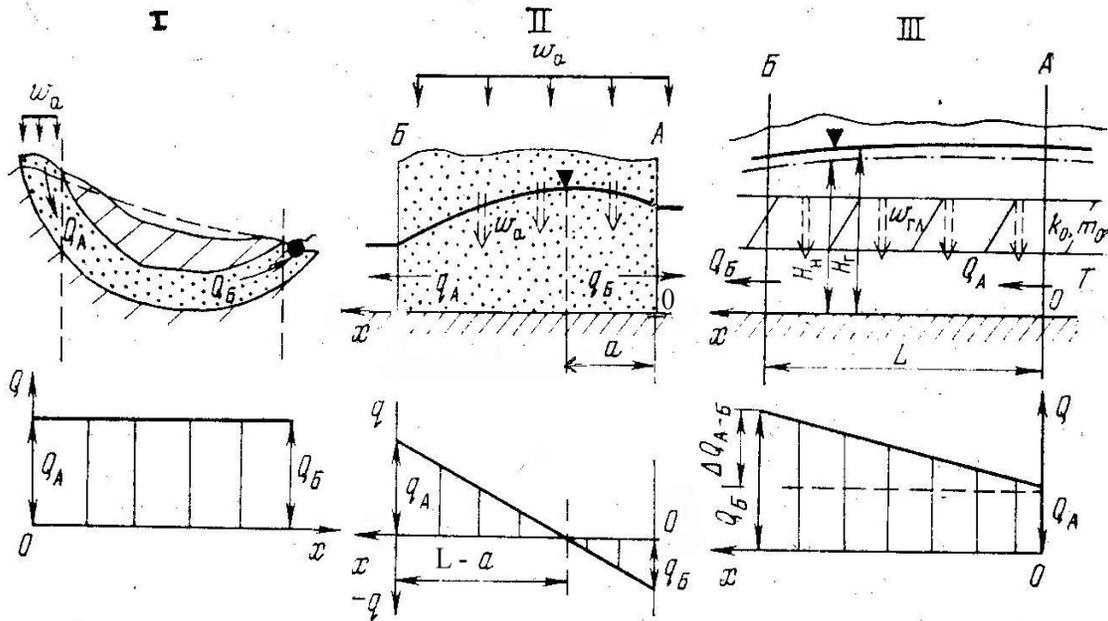


Рис. 5.2. Гидродинамические особенности и виды потоков подземных вод по типу питания и разгрузки

I – напорный с горизонтальным водообменом, питание - сосредоточенное; II – грунтовый с горизонтально-вертикальным инфильтрационным водообменом, питание - рассеянное, разгрузка - сосредоточенная; III – напорный с горизонтально-вертикальным глубинным водообменом

5.2.3. По изменчивости свойств фильтрационной среды (неоднородность пласта) в зависимости от решаемых задач выделяют однородные, условно-однородные и неоднородные пласты. Показатель неоднородности характеризуется изменением k и T . Обычно, если соотношение $\frac{k_{\max}}{k_{\min}} \leq 2$, то пласт принимается однородным со среднеарифметическим значением k_{cp} .

Существует два основных природных фактора изменения фильтрационных свойств:

- геолого-структурный и
- литолого-фациальный.

Более однородными всегда являются рыхлые, пористые породы, менее

однородными – трещиноватые.

Изменчивость свойств пород связана с факторами разного масштаба воздействия:

1. Региональные – монотонно направленные и долговременно воздействующие факторы. В результате их воздействия формируются геологические структуры синклинального или антиклинального типа, крупные геоморфологические элементы – речные долины и т.п.

2. Случайные (кратковременные и разнонаправленно действующие) факторы, в результате которых формируется микротрещиноватость, карст, трещиноватость выветривания и т.п.

Реально проявляется совместное воздействие как региональных, так и локальных факторов (рис. 5.3).

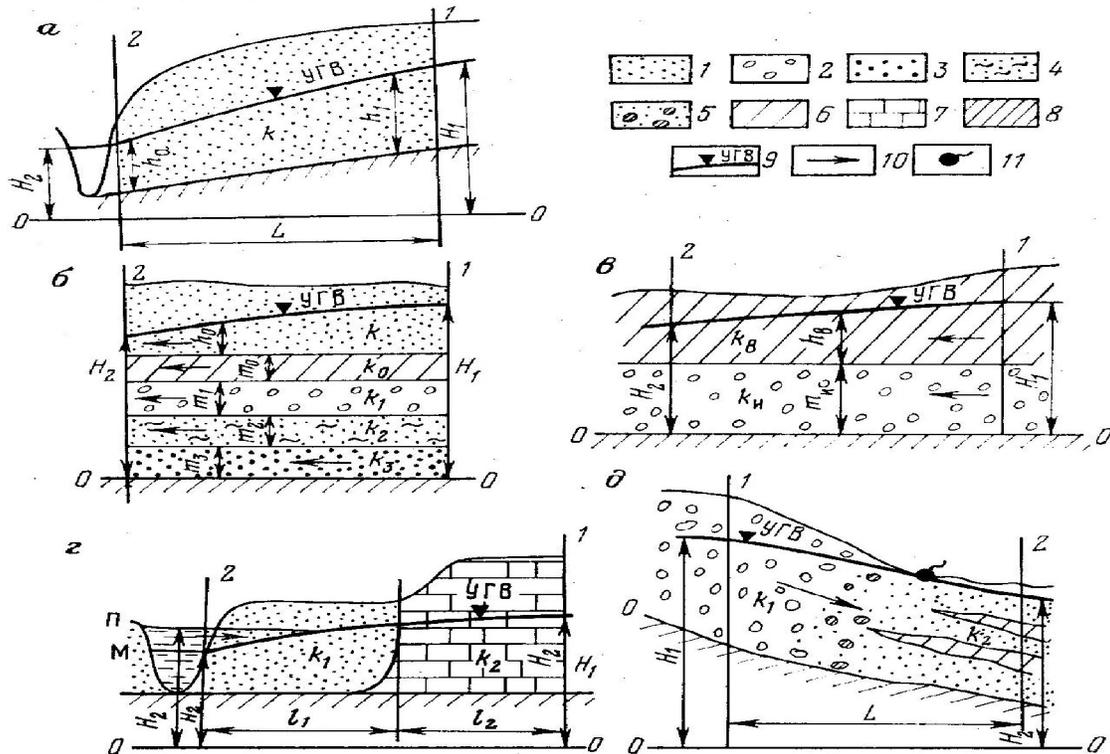


Рис. 5.3. Типы неоднородного строения геологической среды (по Г.Н. Каменскому)

а – однородное; б – многослойное; в – двухслойное;

г – кусочно-однородное; д – постепенно изменяющееся.

1-4 – песок (1 – крупнозернистый, 2 – среднезернистый, 3 – мелкозернистый, 4 – глинистый); 5 – галечник; 6 – суглинки; 7 – известняки; 8 – глины; 9 – УГВ; 10 – направление движения воды; 11 – родник

Выделяют 4 типа элементов неоднородности разного порядка характеризующихся своими размерами R_H .

1. Меганеоднородность - $R_H > 10^2 - 10^3$ м.
2. Макроненеднородность - $R_H = 10^2 - 10^1$ м.
3. Мезоненеднородность - $R_H = 10^1 - 10^{-1}$ м.
4. Микроненеднородность - $R_H \leq 10^{-1}$ м.

Меганеоднородность формируется в основном под действием региональных факторов, геолого-структурных, реже литолого-фациальных.

Макронеоднородность формируется под действием как региональных, так и случайных факторов, в большей степени литолого-фациальных и условий, обуславливающих генезис трещиноватости.

Мезо- и макронеоднородность обусловлены в основном случайными факторами.

Таким образом, неоднородность пласта определяется как закономерными - известными, так и случайными - неизученными факторами и математически может быть выражена в виде

$$U(x, y) = I(x, y) + \varepsilon(x, y), \quad (5.1)$$

где $I(x, y)$ характеризует закономерную составляющую, выражаемую в виде тренда или карты в изолиниях параметра пласта,

$\varepsilon(x, y)$ - это случайная составляющая, определяется по результатам статистической обработки. В разных условиях может преобладать первое или второе слагаемое в (5.1).

5.2.4. По мерности и структуре потока

Структура потока определяется пространственным взаимным расположением линий тока (ЛТ). Если все ЛТ параллельны друг другу – структура линейная или плоско-параллельная (рис. 5.4). Если через все ЛТ можно провести плоскость, то структура - плоская: в вертикальной плоскости – профильная, в горизонтальной плоскости – плановая. Если ЛТ направлены по радиусам, а линии напоров (ЛН) имеют форму окружностей – радиальная структура. Если в плане имеются элементы радиальной (вблизи скважины) и плоско-параллельной (вблизи реки), то структура называется планово-радиальной. Если нельзя найти плоскость, в которой могли бы расположиться ЛТ – структура пространственная. Фильтрация в пространстве к точке (короткий фильтр в пласте большой мощности) характеризуется сферической структурой. Для анализа структуры потока следует использовать гидродинамические сетки.

Мерность потока определяется наличием не нулевых проекций скорости на оси координат. В системе XOY линейные – одно, плоские – двух и пространственные – трех - мерные потоки. В полярной, цилиндрической и сферической системах координат удается уменьшить мерность радиальных потоков, т.к. скорость фильтрации по дуге φ равна 0.

Структура и мерность определяется главным образом формой границ потока в плане и в разрезе. В плоскопараллельных границах (междуречный массив) имеем линейную одномерную фильтрацию ($\mathcal{V}_x \neq 0$). В грунтовых водах применяется предпосылка Дюпюи $\mathcal{V}_x/z = const$.

При несовершенном врезе реки имеем профильную фильтрацию. Приток к системе взаимодействующих скважин – планово-радиальная фильтрация. Приток к несовершенной скважине в слоистой толще – пространственная фильтрация.

5.2.5. По воздействию на гидродинамику потока внешних границ и граничных условий (в основном для нестационарного режима фильтрации при воздействии ИС). При стационарном режиме фильтрации граничные условия

ВЛИЯЮТ ВСЕГДА.

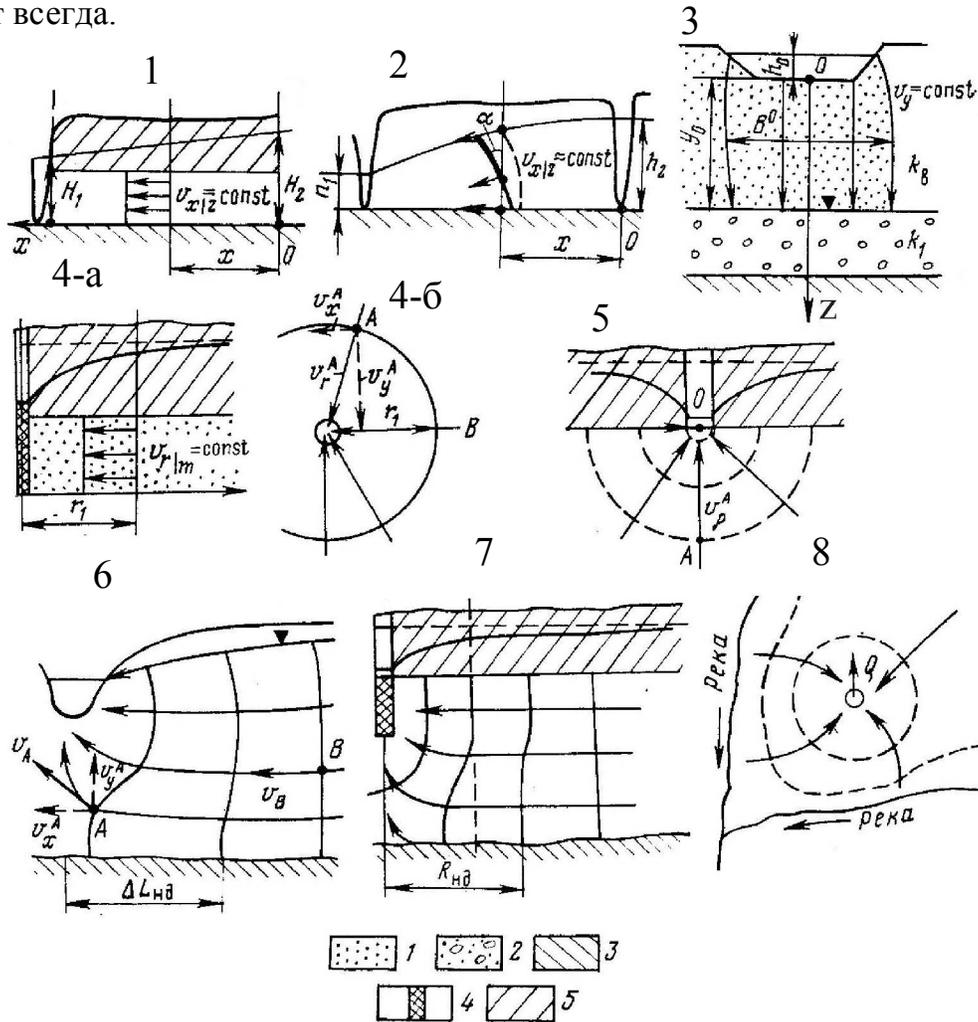


Рис. 5.4. Виды потоков, выделенные по структуре, мерности и форме границ в плане и разрезе (по И.К. Гавич)

1-3 – одномерные плоскопараллельные потоки (1 – напорный, 2 – грунтовый к реке с совершенным врезом русла, 3 – инфильтрационный в 3А); 4, 8 двухмерные радиальные потоки (4 – (а – разрез, б – план), 8 – плано-радиальный); 5 – 7 трехмерные пространственные потоки (5 – напорный к несовершенной скважине, дном вскрывающей пласт; 6 – грунтовый к реке с несовершенным врезом русла; 7 – напорный к несовершенной скважине)

Выделяют: неограниченные, полубесконечные и ограниченные пласты. От этого фактора зависит степень воздействия внешнего возмущения на пласт и длительность периода нестационарной фильтрации. Выделяют открытые пласты с граничными условиями $H = const$ и закрытые пласты с граничными условиями $Q = 0$ (рис. 5.5).

В пластах неограниченных и закрытых стационарная фильтрация при отсутствии вертикального водообмена не наступит никогда, изменения уровня – максимальные. В открытых и полукрытых – время наступления стационарного режима и величина воздействия возмущения на пласт зависят от удаленности до открытой границы. Переток из соседнего пласта или дополнительное W так же могут стабилизировать нестационарное движение.

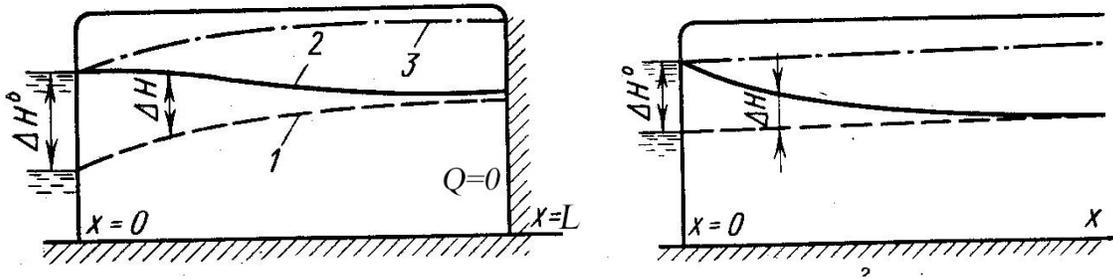


Рис. 5.5. Схемы внешних границ пласта и граничных условий
(по В.М. Шестакову)

1, 2, 3 – начальное, текущее и предельное положение УГВ, соответственно

5.2.6. По типу режима фильтрации

Определяется характером изменения уровня H и его производной $\frac{\partial H}{\partial x}$ (или расхода потока Q) во времени. Выделяют следующие режимы фильтрации.

1. Стационарный – соблюдается баланс воды в любом сечении пласта, $Q(t) = const$ и $H(t) = const$.
2. Нестационарный – расход и уровень воды в любом сечении пласта изменяется во времени.
3. Квазистационарный или упорядоченный режим характеризуется $H = f(t)$, но $Q(t) \rightarrow const$, или $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \rightarrow 0$, или $r \frac{\partial H}{\partial r} \rightarrow 0$. Область пласта, охваченная этим видом режима фильтрации, расширяется во времени от границ с условием $Q(t) = const$ (эксплуатационной скважины). Приращение расхода $Q(r)$ в этой области составляет менее 10% от общего расхода ($Q_{скв}$). Все уровни в пласте во времени изменяются, но эти изменения происходят при практически одинаковом напорном градиенте $I(t) = const$. То есть, все кривые уровня воды в пласте на разные моменты времени остаются параллельными.

Вопросы к лекции №5

1. В чем различие типизации и схематизации гидрогеологических условий? Каковы основные задачи схематизации?
2. Что такое расчетная схема и каковы ее основные элементы?
3. Какую структуру и мерность имеет грунтовый поток, дренируемый рекой, не полностью врезанной в водоносный пласт? Как изменяется структура и мерность потока, если река прорезает водоносный горизонт до водоупора?
4. Какими гидродинамическими особенностями различаются грунтовые и напорные потоки, что такое субнапорные потоки?
5. Если на рис. 5.2.П $W_a = 0$, то какой вид примет эпюра расходов?
6. Что называется гидродинамической структурой потока?

7. Какие существуют основные типы гидродинамической структуры потока?
8. Какую структуру и мерность в декартовой и радиальной системах координат имеет поток воды к совершенной скважине?
9. В чем заключаются основные принципы схематизации? Какова ее последовательность?
10. Приведите пример потоков ПВ со сосредоточенным и с рассеянным питанием и разгрузкой.
11. С какими факторами связана изменчивость фильтрационных свойств горных пород? Как это проявляется на размерах элементов неоднородности?
12. В чем отличие полубесконечных и ограниченных потоков ПВ?

Лекция № 6. Схематизация гидрогеологических условий и построение расчетных схем

6.1. Схематизация – это упрощение природных условий применительно к решаемой задаче. Осуществляется на основе определенных критериев, позволяющих проводить эти упрощения с оценкой ошибок схематизации. В результате, в простых гидрогеологических условиях получаем типовую расчетную схему, имеющую аналитическое решение. В сложных условиях используется схематизация для построения математической модели.

6.2. Последовательность схематизации

1. По типу режима выделяются:

стационарная, нестационарная, квазистационарная.

2. По структуре и мерности потока:



3. По гидравлическому состоянию пласта:

грунтовые (безнапорные), напорные, напорно-безнапорные.

4. По условиям залегания пласта (грунтовые воды):

с горизонтальным
водоупорным ложем
($i = 0$)

с наклонным
водоупором
($i < 0$ и $i > 0$)

с нелинейно
изменяющимся
наклоном водоупора

5. По мощности потока:

постоянная
мощность потока

закономерно изменяющаяся
мощность потока
↓
линейная

↓
кусочно-
постоянная

нелинейно
изменяющаяся
мощность

6. По строению фильтрационной среды (коэффициент фильтрации, водопроницаемость):

однородное

закономерно изменяющееся

статистически

строение	строение	неоднородное
	слоистое, двухслойное, кусочно-однородное, линейное изменение	

7. По интенсивности вертикального и горизонтального водообмена:		
с горизонтальным	с горизонтально- вертикальным	с вертикальным

водообменом	водообменом	водообменом
-------------	-------------	-------------

8. По глубине и сложности геолого-гидрогеологического разреза:
однопластовая, двухпластовая, многопластовая система.

9. По виду границ пласта:

пласт-круг, пласт-прямоугольник, пласт-полоса, полуограниченный
пласт, пласт-квадрант, пласт-угол.

10. По типу граничных условий (ГУ):

ГУ-I рода, ГУ-II рода, ГУ-III рода, ГУ-IV рода (рис. 6.1).

11. По влиянию границ:

↓	↓	↓
неограниченный	полуограниченный	ограниченный пласт

6.3. Основные критерии схематизации

6.3.1. Упрощение режима фильтрации

Оценим возможность сведения нестационарной фильтрации к стационарной или квазистационарной.

Стационарная фильтрация наступает при подпоре в пласте, ограниченном двумя параллельными открытыми границами (междуречный массив длиной L), через период (рис. 5.5):

$$t_c \geq \frac{0,5L^2}{a} \quad (6.1)$$

При подпоре в полуограниченном пласте (вторая река располагается на значительном расстоянии и не влияет на процесс подпора)

$$t_c \geq \frac{100x^2}{a} \quad (6.2)$$

где x расстояние от границ, где произошел подпор до расчетного сечения.

Для водозаборной скважины вблизи открытой границы (реки)

$$t_c \geq \frac{10d^2}{a} \quad (6.3)$$

где d - расстояние от скважины до реки.

Для радиальной фильтрации к скважине в двухпластовой системе с постоянным уровнем в питающем пласте (рис. 6.2)

$$t_c \geq \frac{3B^2}{a} \quad (6.4)$$

где $B = \sqrt{\frac{k \cdot m \cdot m_0}{k_0}}$ - фактор перетекания. (6.5)

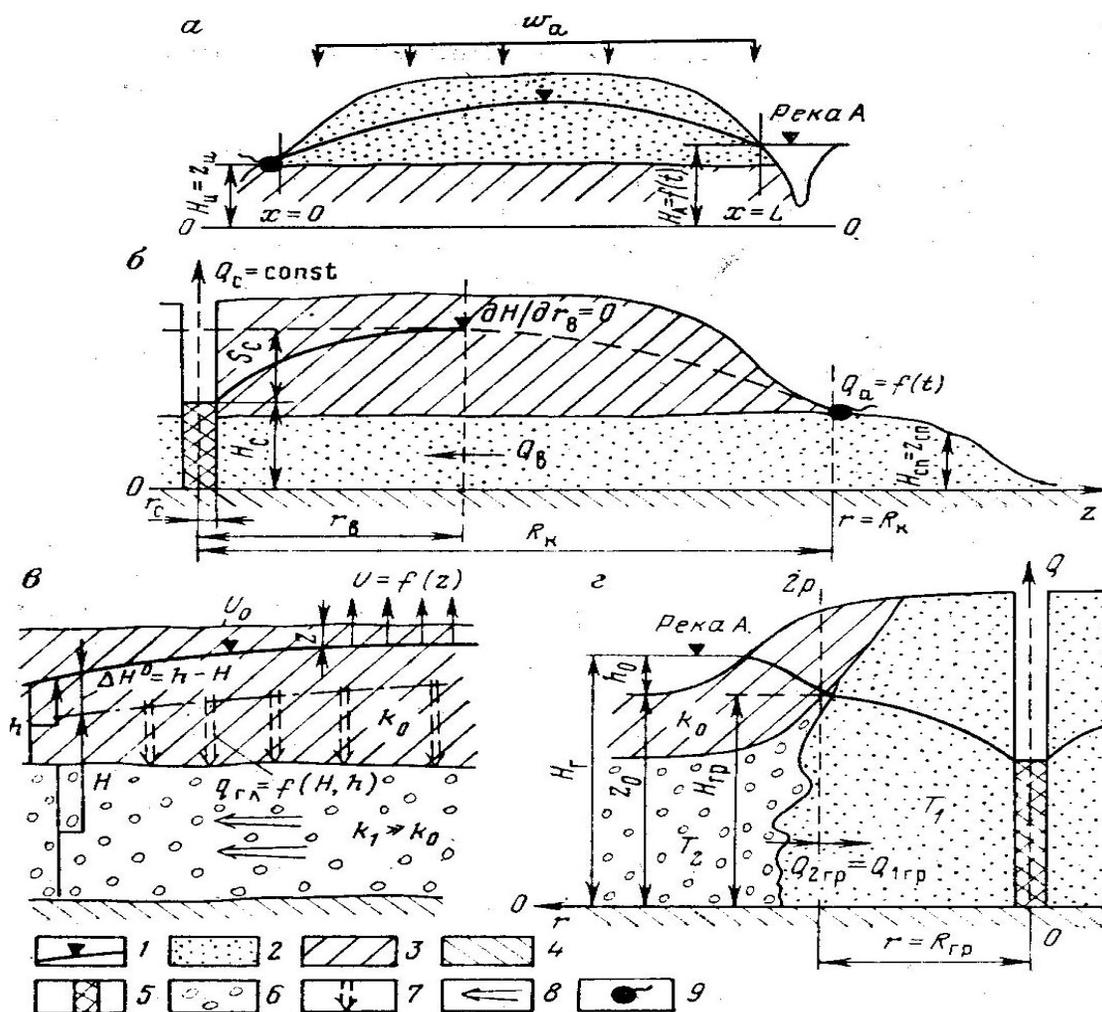


Рис. 6.1. Граничные условия: а – грунтовый поток с ГУ – I, б – напорный поток с ГУ – II, в – перетекание через границу раздела ГУ – III, г – граница раздела сред с разной водопроницаемостью ГУ – IV

1 – уровень подземных вод; 2 – пески; 3 – суглинки; 4 – водоупор; 5 – фильтр скважины; 6 – гравий и галька; 7, 8 – направление движения подземных вод; 9 – родник

Для радиальной фильтрации к скважине, эксплуатирующейся с постоянным расходом в неограниченном пласте, квазистационарная фильтрация наступает при реализации критерия

$$\frac{r^2}{4at} \leq 0,1, \quad (6.6)$$

где r - расстояние от водозаборной скважины до точки, в которой определяется понижение уровня.

6.3.2. Уменьшение мерности и упрощение структуры потока

Осуществляется на основе анализа гидродинамической сетки потока и заключается в сведении пространственной фильтрации к плановой или профильной, профильной к плоско-параллельной, фрагментированию потока, уменьшению мерности потока за счет перехода в полярную, радиальную или сферическую систему координат.

Использование метода фрагментирования потока в слоистых толщах при

$\frac{k_{\max}}{k_{\min}} > 100$ позволяет на основе предпосылки Мятлева-Гиринского (лекция № 4)

рассматривать отдельно фильтрацию в хорошо проницаемых слоях только как латеральную, а в плохо проницаемых пластах – только как вертикальную. В этом случае пространственная фильтрация сводится к планово-пространственной модели.

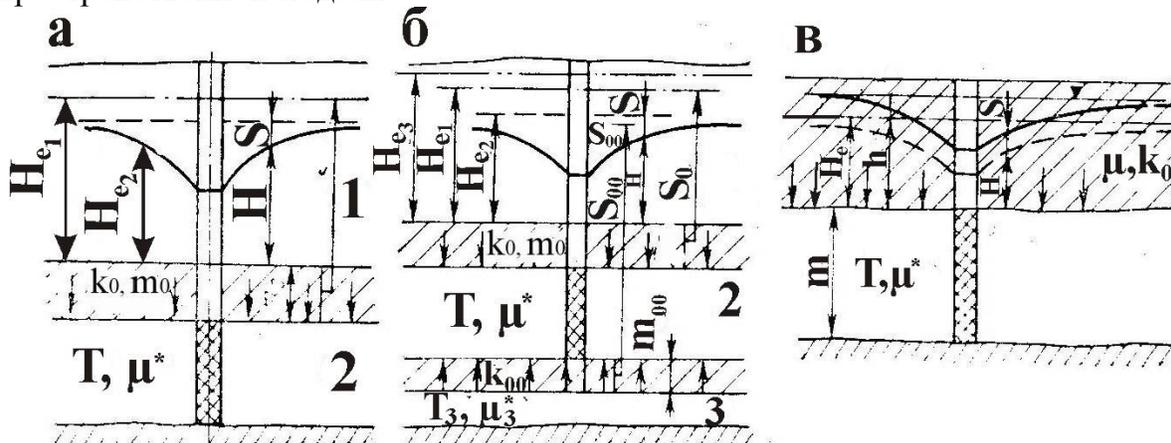


Рис. 6.2. Схема двухпластовой системы с перетеканием (по И.К. Гавич)

(а – два основных водоносных горизонта и разделяющий слой; б – три основных водоносных горизонта и два разделяющих слоя; в – двухслойная толща)

При рассмотрении областей фильтрации, характеризующихся большими размерами в плане по сравнению с мощностью пласта ($\frac{B, L}{m} \gg 1$), обычно принимают $\mathcal{V}_z = 0$ или $\mathcal{V}_x \Big|_z = x \text{const}$. Это предпосылка Дюпюи. Здесь реализуются условия плановой фильтрации. Этому условию не соответствуют участки вблизи несовершенных по степени вскрытия границ пласта. Размеры этих участков соизмеримы с мощностью пласта. Поэтому зона влияния несовершенных границ пласта реализуется как отдельный фрагмент с учетом особенностей структуры потока. При этом используются следующие методы.

В фильтрационную схему вводится показатель гидродинамического несовершенства вреза реки $\Delta L_{но}$, который эквивалентно учитывает дополнительные потери напора $\Delta H_{но}$, возникающие за счет искривлений линий тока, ухудшения фильтрационных свойств пласта в русле реки. Величина $\Delta L_{но}$ определяется из соотношения равенства расходов (градиентов) потока во внутренней его области и вблизи границы, так что (рис. 6.3)

$$\Delta L_{но} = \frac{km\Delta H_{но}}{q}, \quad (6.7)$$

где q - расход определяемый во внутренней области потока (между скв. 1 и 2),

$$\text{или } \Delta L_{но} = \frac{H_1 - H_p}{H_2 - H_1} (x_2 - x_1) - x_1. \quad (6.8)$$

Для учета несовершенства скважин поступают аналогичным образом,

уменьшая радиус скважин по сравнению с его реальными размерами r_0 . При этом вводится понятие приведенного радиуса скважины r_{np} , так что $r_{np} = \alpha r_0$, где α - коэффициент несовершенства (по В.М. Шестакову).

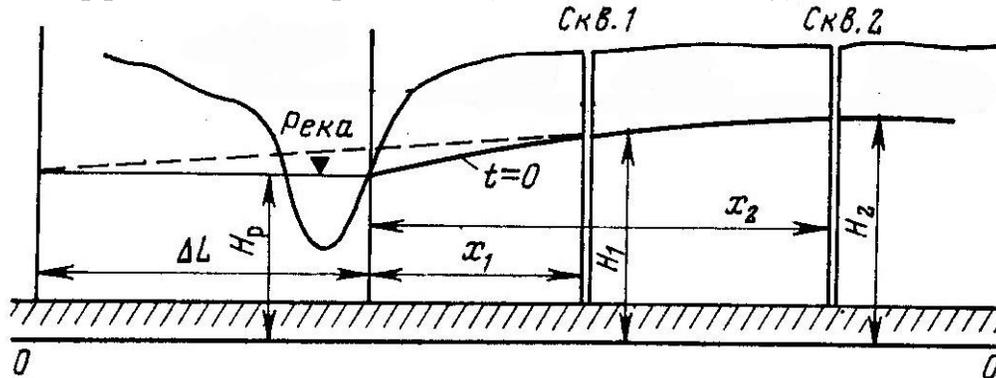


Рис. 6.3. Схема расположения скважин для определения параметра $\Delta L_{но}$
(по В.М. Шестакову)

Второй метод основан на использовании метода фильтрационных сопротивлений. Используется аналогия между законами Дарси и Ома. Обозначив фильтрационное сопротивление через

$$\Phi = \frac{\Delta l}{kmB} \quad , \quad (6.9)$$

получим выражение закона Дарси в виде

$$Q = \frac{\Delta H}{\Phi} \quad , \quad (6.10)$$

аналогичное уравнению закона Ома $Y = \frac{\Delta U}{R}$. Так же как в электрических цепях при последовательном соединении фильтрационные сопротивления суммируются.

Потери напора в последовательно расположенных фрагментах области фильтрации определим по зависимости

$$\Delta H_{1-2} = Q(\Phi_I + \Phi_{II}) \quad , \quad (6.11)$$

где Φ_I и Φ_{II} - сопротивления для плоско-параллельного потока и несовершенной реки, зависящие только от гидродинамических параметров пласта и геометрических размеров потока.

$$\Phi_I = \frac{L_{1-2}}{kmB} \quad \text{и} \quad \Phi_{II} = \frac{\Delta L_{но}}{kmB} \quad . \quad (6.12)$$

Для условий радиальной фильтрации к ряду несовершенных скважин, расположенных параллельно уреза реки (рис. 6.4), полная величина понижения уровня в каждой скважине равна:

$$S_0 = Q_0(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4) \quad , \quad (6.13)$$

$$\text{где } \Phi_1 = \frac{1}{2\pi km} \xi_{нс} \quad , \quad \Phi_2 = \frac{1}{2\pi km} \ln \frac{\sigma}{\pi r_0} \quad , \quad \Phi_3 = \frac{L}{km2\sigma} \quad , \quad \Phi_4 = \frac{\Delta L_{но}}{km2\sigma} \quad . \quad (6.14)$$

где 2σ - расстояние между скважинами.

Здесь Φ_1 - сопротивление, учитывающее несовершенство скважины; Φ_2 и

Φ_3 - фильтрационное сопротивление радиального и плоско-параллельного потоков к скважине, соответственно; Φ_4 - учитывает несовершенства вреза реки.

Упрощение структуры и уменьшение мерности потока достигается сведением конфигурации границ области фильтрации к правильным геометрическим формам – прямым линиям, окружностям. В этом случае получаем линейные или радиальные одномерные потоки.

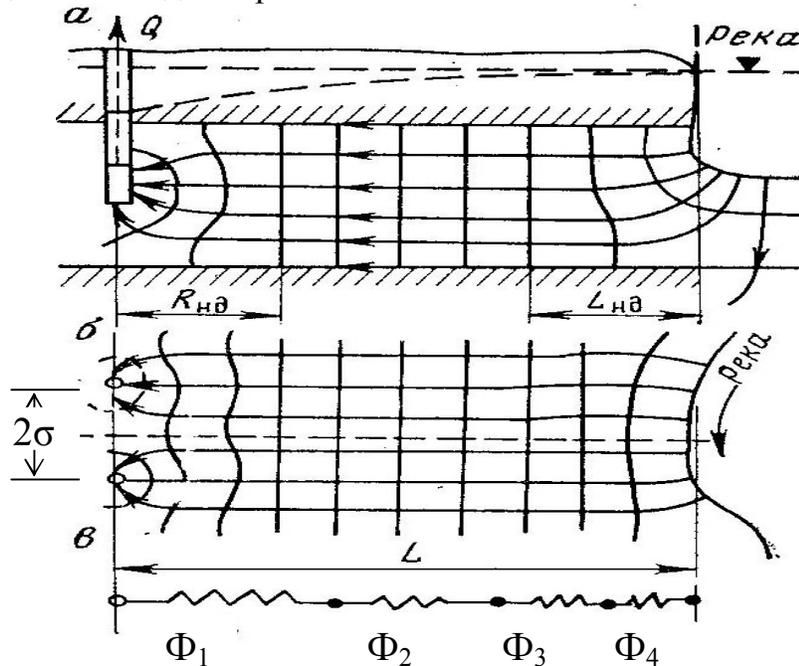


Рис. 6.4. Схема, иллюстрирующая метод фильтрационных сопротивлений (а – разрез; б – план; в – модельная схема)

6.3.3. Гидравлическое состояние пласта

Важно для нестационарной фильтрации, ибо гидравлическое состояние пласта обуславливает различие в гравитационной μ или упругой μ^* емкости, различающихся на 3 порядка, и в характере изменения мощности во времени $h = f(H)$.

Схематизация в основном связана с напорно-безнапорными потоками, которые приводятся либо к напорным, либо к безнапорным.

1. В напорных водах при небольших величинах избыточных напоров $H_{изб}$ под влиянием водоотбора вблизи скважин образуется зона, в которой $H_{изб}$ полностью сработаны и уровень воды опускается ниже кровли водоносного пласта. В этой зоне радиусом r^* резко увеличиваются емкостные свойства, т.к. $\mu \gg \mu^*$, но уменьшается водопродовимость T , т.к. $h < m$ (рис. 6.5). Учитывая, что изменения параметров водопродовимости и емкости в этой безнапорной зоне оказывают противоположное влияние на дальнейшее изменение уровня, полагают, что весь пласт остается напорным. Такое возможно, если $r^* \leq 0,1R_k$ или $R_{эл}(t)$.

2. В субнапорных бассейнах закрытых структур (мульды), в субнапорных пластах, где мала величина $H_{изб}$, внешние латеральные границы – непроницаемые и расход естественного потока весьма невелик, при расчетах водозаборов

из подземных вод определяют величину объема воды, заключенного в пласте. Этот объем называют статическими запасами, они связаны с упругой и гравитационной водоотдачей (рис. 6.6):

$$V_{упр} = \mu^* H_{изб} F_{мульти}, \quad V_{гр} = \mu \cdot m \cdot F_{мульти}, \quad (6.15)$$

где $F_{мульти}$ - площадь закрытой структуры,
 m - мощность водоносного пласта.

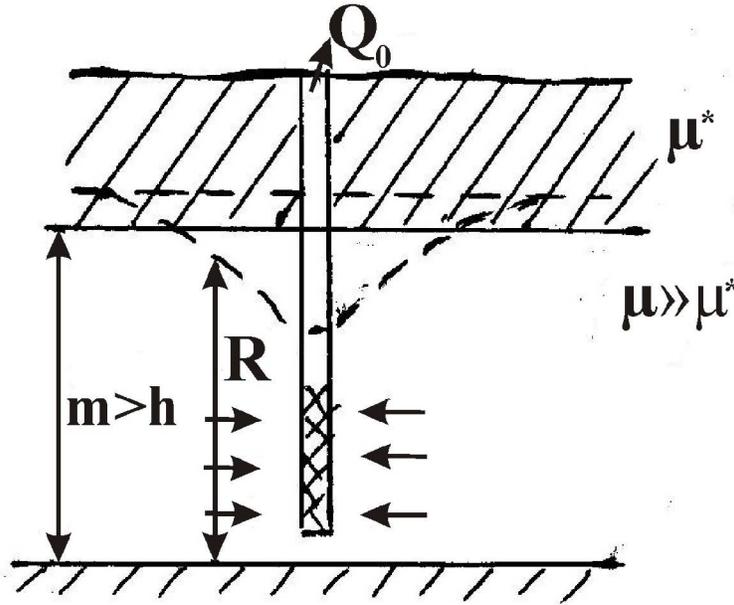


Рис 6.5. Напорно-безнапорная фильтрация в окрестностях водозаборной скважины

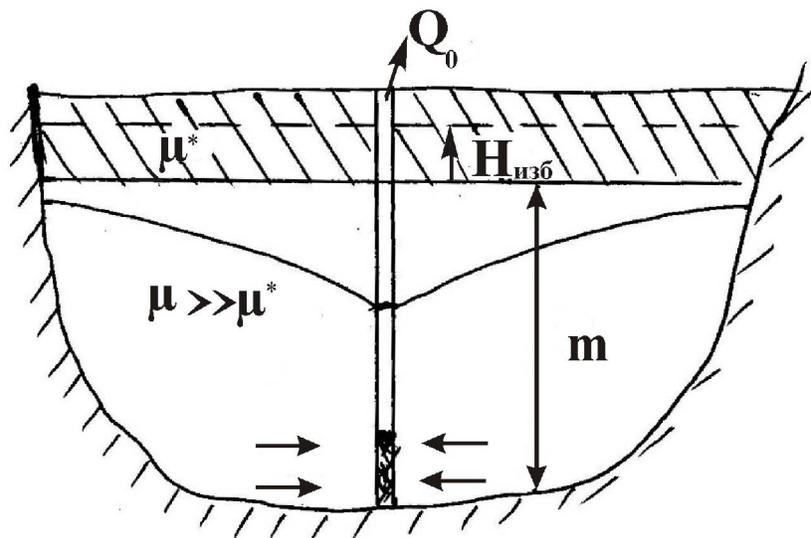


Рис. 6.6. Эксплуатация субнапорных вод в закрытой структуре

Если $V_{упр} \leq 0,05V_{гр}$, и $V_{упр} \leq 0,1Q_{скв} t_{эк}$, то упругими запасами можно пренебречь. В этом случае полагают, что $H_{изб} = 0$ и начальный статический уровень воды соответствует кровле водоносного пласта.

3. В краевой части артезианского бассейна безнапорные воды распространены в виде узкой полосы на выходах водоносных пород на поверхность земли (рис. 6.7).

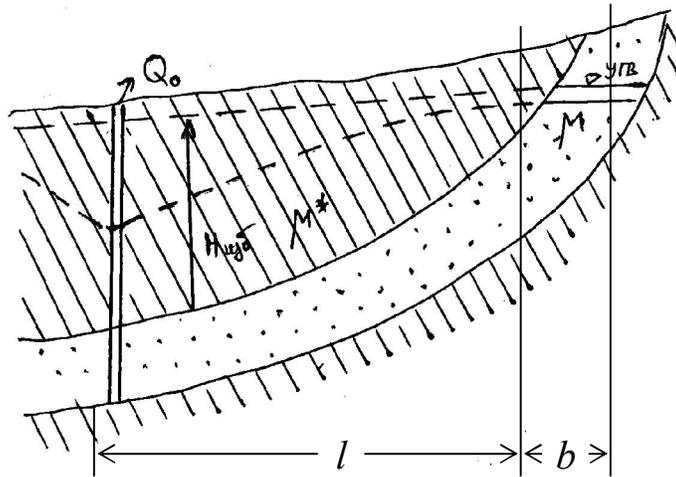


Рис. 6.7. Влияние осушения пласта на эксплуатацию водозабора в краевой части артезианского бассейна

Область погружения, где развиты напорные воды, по своей площади в тысячи раз превосходит площадь областей выхода. Однако, при работе водозабора в области погружения, гравитационная емкость воды срабатываемой в узкой полосе грунтовых вод оказывается соизмеримой с величиной упругой емкости на всей области распространения депрессионной воронки за счет того, что $\mu \gg \mu^*$. Для таких условий можно полагать в области развития грунтовых вод ГУ I рода ($H = const$) в течение времени

$$t \leq 10 \frac{l^2}{a}, \quad (6.16)$$

где l - расстояние водозабора до границ выходов пласта и ГУ II рода ($Q = 0$) после времени $t \geq 5 \frac{(\mu \cdot b)^2}{km \cdot \mu^*}$, (6.17)

где μ и μ^* - гравитационная и упругая водоотдача, b - ширина выходов отложений пласта, где распространены грунтовые воды.

6.3.4. Упрощение условий залегания водоупорного ложа (только для грунтовых вод)

Экспериментально доказано, что при небольших уклонах ($i \leq 0,001$) можно полагать положение водоупорного ложа горизонтальным ($i = 0$) и определять средние значения $z_{cp} = \frac{z_1 + z_2}{2}$. Плоскость сравнения следует поместить на водоупор и новые значения уровней определить как $h_1 = H_1 - z_{cp}$ и $h_2 = H_2 - z_{cp}$.

6.3.5. Изменение мощности водоносного пласта

В грунтовых водах мощность потока h изменяется в зависимости от положения уровня воды H , то есть $h = f(H)$, но при $\Delta H \leq 25\% h_{cp}$ можно считать

$h_{cp} = const.$

В напорных водах при $\frac{m_{max}}{m_{min}} \leq 2$ возможно определить $m_{cp} = \frac{m_{max} + m_{min}}{2} = const.$

При закономерно постоянном изменении $m_x = m_1 - \frac{m_1 - m_2}{L} x$, величина

$$m_{cp} = \frac{m_1 - m_2}{\ln m_1 - \ln m_2}.$$

6.3.6. По характеру строения фильтрационной среды (k или T)

Это наиболее сложный вид схематизации.

Определение типа строения фильтрационной среды зависит от соотношения радиуса влияния инженерного сооружения (ИС) на окружающую среду R_s и радиуса неоднородности среды (см. лекцию № 5) - R_n . Величина R_s зависит от размеров инженерного сооружения и длительности его воздействия на окружающую среду. Крупные водозаборы из артезианских вод, водохранилища, крупные карьеры на МПИ, массивы орошения распространяют свое влияние на десятки км, радиус влияния водозаборов и других ИС, расположенных вблизи контуров питания, длительных групповых и кустовых откачек достигает сотен и первых тысяч метров, влияние от пробных откачек, от небольших ИС ограничен десятками и сотнями метров, лабораторные опыты, наливывы в шурф распространяют свое влияние на первые метры и их доли.

В связи с этим разные типы неоднородности среды, различающиеся величиной R_n , будут проявлять себя не одинаково в зависимости от размеров радиуса влияния ИС на пласт. Наиболее наглядно это проявляется при анализе неоднородности в зависимости от отношения $\frac{R_s}{R_n}$. В зависимости от соотноше-

ния $\frac{R_s}{R_n}$ выделяют (рис. 6.8):

1. Неоднородная среда $10^2 \geq \frac{R_s}{R_n} \geq 10^{-1}$. Элементы неоднородности

проявляются как низшая или эффективная неоднородность и показываются на расчетной схеме дифференцировано со своими значениями параметров в виде карты - кусочно-переменная среда, тренда (функциональная зависимость).

2. Однородная среда $\frac{R_s}{R_n} \geq 10^2$. Элементы неоднородности проявляются

как неоднородность высшего порядка. Распределение частных значений водопроводимости обычно отвечает логнормальному закону, т.е. это – случайные изменения. Карту и тренд построить невозможно. Находят средние или среднелогарифмические значения.

3. Однородная среда $\frac{R_s}{R_n} \leq 10^{-1}$. Размеры элементов меганеоднородно-

сти превышают радиус влияния инженерного сооружения, причем это сооружение не расположено вблизи границ неоднородности. Внутри каждого крупного элемента неоднородности пласт может рассматриваться как однородный, если характеризуется $\frac{R_o}{R_n} > 10^2$ и неоднородный, если $\frac{R_o}{R_n} \leq 10^2$.

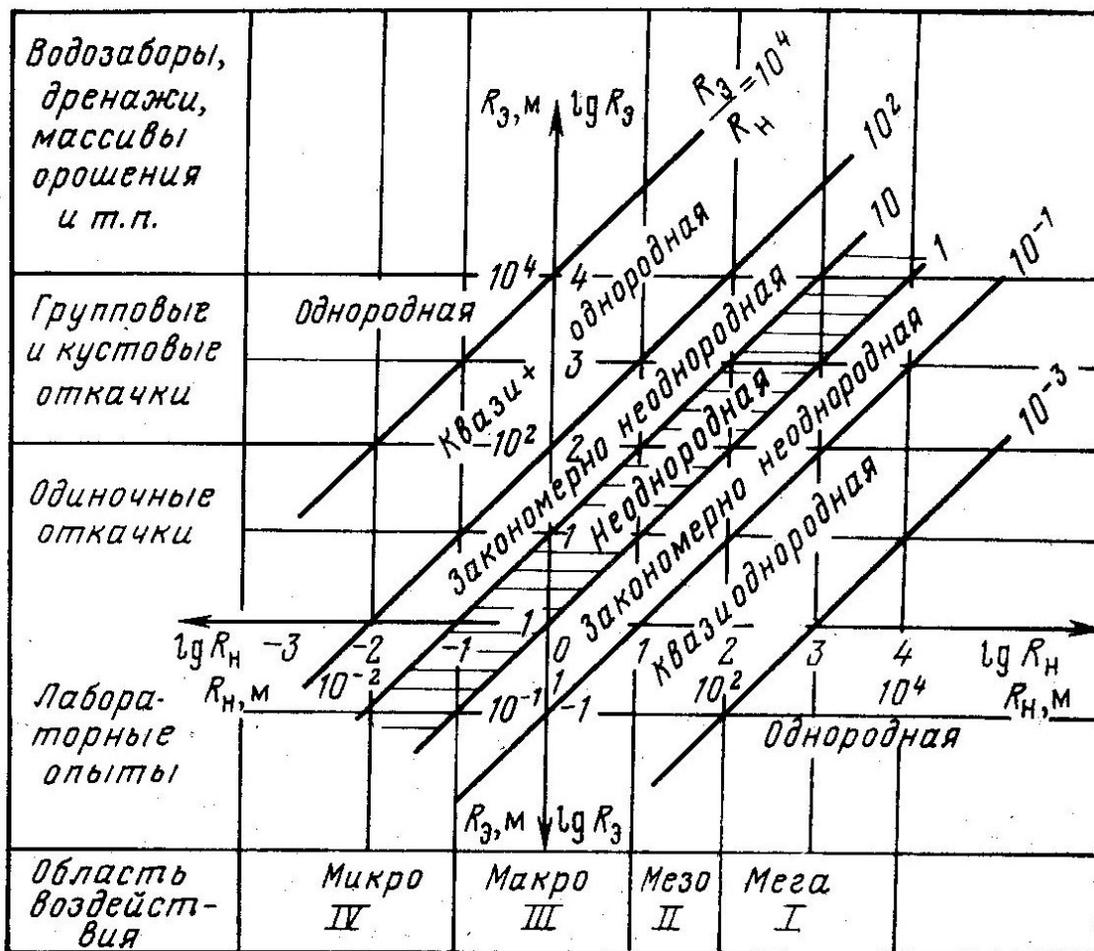


Рис 6.8. Определение типов строения фильтрационной среды при схематизации фильтрационной неоднородности пласта (по И.К. Гавич)

Таким образом, неоднородность – есть понятие относительное. На одной и той же территории в зависимости от целевого назначения задачи (обработка откачки, прогноз работы водозабора, оценка региональных условий) могут строиться разные расчетные схемы, отличающиеся упрощением строения среды.

Последовательность схематизации неоднородного строения:

1. Изучается характер пространственной изменчивости гидродинамических параметров среды. Используется геолого-генетический, структурный анализы для выявления условий формирования отложений, главных факторов, определяющих условия изменчивости. Выделяются элементы неоднородности разных

уровней, устанавливаются геометрические размеры этих элементов.

2. Выделение кусочно-однородных зон осуществляется на основе общности литолого-фациального состава, геоморфологических, геолого-генетических условий и одинаковых величин k , T . При этом геолого-генетический анализ позволяет обосновать границы зон k , T .

3. Определяется размер зоны возмущения от проектного инженерного сооружения и путем сопоставления R_n с R_s оценивается вид неоднородности и намечаются пути схематизации. Может быть выбран один из трех типов расчетных схем: статистическая, трендовая, комплексная.

4. Собственно упрощение неоднородной среды:

а) при малом n - количестве определений параметра, незакономерном распределении и соотношении $\frac{k_{\max}}{k_{\min}} \leq 5 \div 20$ считают среду условно-

однородной;

б) при большой выборке частных значений строят графики распределения. Обычным является логнормальный или нормальный закон распределения, что свидетельствует о случайном характере неоднородности. В этом случае принимается среднегеометрическое значение параметра;

в) значительное нарушение логнормального закона распределения может быть следствием наличия не выявленных зон неоднородности низкого порядка. Их надо выявить;

г) характеристика неоднородности высшего порядка дается по величине стационарного отклонения логарифма k , T (таблица 6.1):

$$\sigma(\lg k) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\lg k_i - \lg k_{cp})^2}{n}} ; \quad (6.18)$$

Таблица 6.1

Характеристики степени неоднородности пласта

$\sigma \lg k(T)$	степень однородности пласта
0,1 – 0,2 и менее	однородный
0,3 – 0,4	неоднородный
более 0,4	весьма неоднородный

д) определение средних значений параметров кусочно-однородных зон при плановой фильтрации обычно выполняется как средневзвешенное по

$$\text{площадям } k_{cp} = \frac{\sum k_i F_i}{\sum F_i} .$$

При линейной фильтрации: при неоднородности перпендикулярной

$$\text{фильтрации } k_{cp} = \frac{L}{\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} + \dots} \quad (6.19)$$

$$\text{при параллельной фильтрации (слоистая толща) } k_{cp} = \frac{\sum k_i m_i}{\sum m_i} \quad (6.20)$$

Карта водопроницаемости водоносного горизонта строится интерполяцией частных значений km , определенных по данным откачек. При составлении карты выделяемые зоны разных km следует увязывать с литолого-фациальными и структурно-тектоническими факторами, то есть учитывать генетическую природу формирования фильтрационных свойств пород.

Для рыхлых однородных пород величина водопроницаемости обычно пропорциональна мощности водоносного пласта, для неоднородных следует строить вспомогательные графики зависимости коэффициента фильтрации от гранулометрического состава.

Величина коэффициента фильтрации пористых пород зависит от глубины их залегания и нагрузки на кровлю пласта. Она заметно возрастает в долинах рек и уменьшается при погружении пласта.

В трещино-карстовых породах коэффициент водопроницаемости связан с интенсивностью трещиноватости и уменьшается в направлении от долин рек к водоразделам, по мере увеличения глубин залегания пласта. Интенсивность трещиноватости возрастает на периклиналях и крутых крыльях поднятий по сравнению с синклиналиями и мульдами. Доломитизация и увеличение глинистости (мергели) всегда связано с уменьшением водопроницаемости. В перекрытых хорошо проницаемыми породами известняках закарстованность выше по сравнению с залегающими под глинистыми осадками. При построении карт водопроницаемости следует использовать данные геофизических работ, так как очень часто удается получить устойчивые корреляционные связи между геофизическими и фильтрационными параметрами пород.

При характеристике фильтрационных свойств слабопроницаемых пластов следует иметь в виду следующее. Определяющим фактором в формировании проницаемости глин является их трещиноватость, фильтрация в глинах в природных условиях происходит по схеме гетерогенной среды (лекция № 2). Коэффициент фильтрации в натуральных условиях оказывается на два порядка (10^{-4} м/сут) выше, чем полученный в лаборатории (10^{-6} м/сут).

Наибольшая проницаемость глин наблюдается в речных долинах, где раскрытие трещин возрастает под влиянием эрозионной разгрузки пластов.

6.3.7. По соотношению вертикального и горизонтального водообмена (основных источников формирования водного баланса потока)

Цель – уменьшить число источников формирования водообмена, выделив главные и пренебречь второстепенными. Рассматривается горизонтальная составляющая потока, определяемая по Дарси $q_x = T \frac{\Delta H}{L}$, и вертикальная состав-

ляющая, обусловленная либо перетеканием $q_e = k_0 \frac{\Delta H_0}{m_0} L$, либо инфильтрацией

$$q_e = W \cdot L. \text{ Их соотношение характеризуется коэффициентом водообмена } k_{eo} = \frac{q_e}{q_z} = \frac{L^2 \Delta H_0}{B_0^2 \Delta H}, \quad (6.21)$$

где $B_0 = \sqrt{\frac{Tm_0}{k_0}}$ или

$$k_{eo} = \frac{q^w}{q_z} = \frac{1}{\Delta H} \frac{L^2}{B_w^2} \quad (6.22)$$

$$\text{при } B_w = \sqrt{\frac{T}{W}}. \quad (6.23)$$

При $k_{eo} \leq 0,1$ можно пренебречь вертикальной составляющей и считать пласт изолированным, без инфильтрации.

При $k_{eo} > 10$ - главным фактором является перетекание или инфильтрация – боковые границы играют второстепенную роль и могут в расчетных схемах не учитываться.

Таким образом имеем:

$k_{eo} \leq 0,1$ изолированный пласт,

$0,1 \leq k_{eo} \leq 10$ с горизонтально-вертикальным водообменом,

$k_{eo} > 10$ с активным вертикальным водообменом.

6.3.8. По глубине и сложности геолого-гидрогеологического разреза

В расчетной схеме всегда должны быть учтены водоносные пласты, которые испытывают непосредственное воздействие от ИС. Такие пласты называют целевыми водоносными горизонтами. При решении задач прогноза работы водозабора – это будут горизонты, на которые оборудованы фильтры скважин, при решении гидротехнических или мелиоративных задач – это первый от поверхности горизонт грунтовых вод.

Далее, необходимо оценить влияние ИС по глубине гидрогеологического разреза, в каких водоносных пластах, кроме целевого, будет происходить изменение естественных гидродинамических условий (уровней, расходов воды) под воздействием эксплуатации ИС. Такое влияние обычно определяется как масштабом воздействия ИС (величиной водоотбора из скважин, подпором уровня в водохранилище и т.п.), так и водопроницаемостью разреза по вертикали (значениями коэффициента фильтрации k_0 и мощности m_0 водоупорных толщ).

Ориентировочная оценка влияния ИС по глубине разреза может быть получена путем сопоставления естественных латеральных расходов по каждому водоносному горизонту q_e с величиной вертикального дополнительного потока Δq , возникающего под воздействием ИС. Соотношение этих величин аналогично коэффициенту вертикального водообмена (6.21):

$$k_{\text{во}} = \frac{\Delta q}{q_e} = \frac{L \cdot \Delta H_z}{B^2 \cdot I_e} \quad , \quad (6.24)$$

где ΔH_z - изменение уровня в вышележащем водоносном горизонте под влиянием ИС,

I_e - градиент естественного потока в нижележащем горизонте, для которого выполняется оценка,

B - фактор перетекания между этими горизонтами,

L - размер водоносного пласта в плане ($L \sim R_{\text{вл}}$).

Очевидно, что если $k_{\text{во}} \leq 0,1$, то влиянием ИС на оцениваемый водоносный горизонт можно пренебречь.

В пределах зоны влияния ИС необходимость выделения в многослойном геологическом разрезе отдельных водоносных горизонтов и водоупоров определяется так же величиной коэффициента вертикального водообмена $k_{\text{во}}$ в этой толще. Для этого случая $k_{\text{во}}$ имеет вид

$$k_{\text{во}} = \frac{L \cdot \Delta H_0}{B^2 \cdot I_L} \quad , \quad (6.25)$$

где ΔH_0 - разница в уровнях на кровле и подошве оцениваемого водоупора,

I_L - латеральный напорный градиент фильтрации.

В том случае, если $k_{\text{во}} \geq 10$, возможна схематизация двух- или многопластовой системы в единый водоносный пласт.

6.3.9. По расположению границ пласта

Упрощается конфигурация границ области фильтрации, границы приводятся к правильным геометрическим формам – прямым линиям, окружностям. При этом должны соблюдаться:

а) эквивалентность длин контуров открытых границ и б) эквивалентность площадей в закрытых пластах в естественных условиях и на расчетной схеме.

В зависимости от расположения инженерного сооружения относительно естественных границ пласта схематизация может быть разной и определяется конфигурацией ЛН и ЛТ гидродинамической сетки потока.

Основными схемами являются:

1. Полуограниченный пласт – ограничен одной линейной границей бесконечной длины (рис. 6.9а).
2. Пласт-квадрант – две линейные границы под прямым углом друг к другу (рис. 6.9б).
3. Пласт-угол – две линейные границы под произвольным углом (рис. 6.9в).
4. Пласт-полоса – две линейные бесконечные параллельные границы (рис. 6.9г).
5. Пласт-прямоугольник, если отношение длины L и ширины B области фильтрации находятся в пределах $3 \leq \frac{L}{B} \leq 10$ (рис. 6.9д) . (6.26)

6. Пласт-круг, если отношение $\frac{L}{B} < 3$ (рис. 6.9е) . (6.27)

Радиус пласта-круга с закрытыми границами определяется как $R_n = \sqrt{\frac{F}{\pi}}$, где F - площадь области фильтрации внутри закрытых границ. Радиус пласта-круга с открытыми границами определяется как $R_k = \frac{P}{2\pi}$, где P - периметр открытых границ пласта. (6.28)

6.3.10. По типу граничных условий (ГУ) (рис. 6.1)

Наиболее простые условия: $H = const$, $Q = const$, $Q = 0$.

При $\frac{k_1}{k_2} < 100$ для латерального потока можно считать $Q = 0$.

Всегда существуют колебания H в реке за счет естественного режима, но если исследуемая $\Delta H^0 \gg \Delta H_{ест}$, то естественным режимом можно пренебречь.

При эксплуатации скважин обычно $Q \neq const$, но если изменения Q не более 10%, то ими пренебрегают и считают $Q = const$.

Если существуют сложные изменения ГУ, то упрощения связаны, с приведением к математической зависимости H или Q от времени:

$\Delta H = const$,

$\Delta H = v \cdot t$ - линейная,

$\Delta H = \Delta H_0 \cdot e^{at}$ - экспонента.

Ступенчатый график ΔH используют при незакономерном изменении уровня. Аналогичная схематизация используется для расхода воды.

ГУ III рода $Q = f(H)$. Упрощается введением $\Delta L_{но}$, ГУ III заменяют на ГУ I рода. При достижении критических значений уровня H на границе ГУ III может переходить на условия $Q = const$ (ГУ II рода).

$Q = f(z - H)$ ГУ III рода (рис. 6.1 – а, б).

При $\Delta H^0 = 0$ и $Q = 0$ нет перетока (рис. 6.1 – в).

6.3.11. По влиянию внешних границ пласта на процесс фильтрации (нестационарная фильтрация)

Внешние границы значимо для расчетов влияют на процесс перераспределения уровня в пласте не сразу, а только после распространения ощутимого влияния от ИС до границы пласта, расположенной на расстоянии L от него.

Величина радиуса такого влияния определяется:

для линейной фильтрации $R_{вл} = 4\sqrt{at}$ (подпор) и $R_{вл} = 2 \div 3\sqrt{at}$ (орошение), (6.29)

для радиальной фильтрации $R_{вл} = 1,5\sqrt{at}$. (6.30)

Если $L > R_{вл}$, то граница не влияет на процесс фильтрации и ее можно исключить из расчетной схемы.

Если все границы далеко $L_i > R_{вл}$, то рассматривается неограниченный пласт, если одна граница влияет – то полуограниченный, если все – то ограни-

ченный.

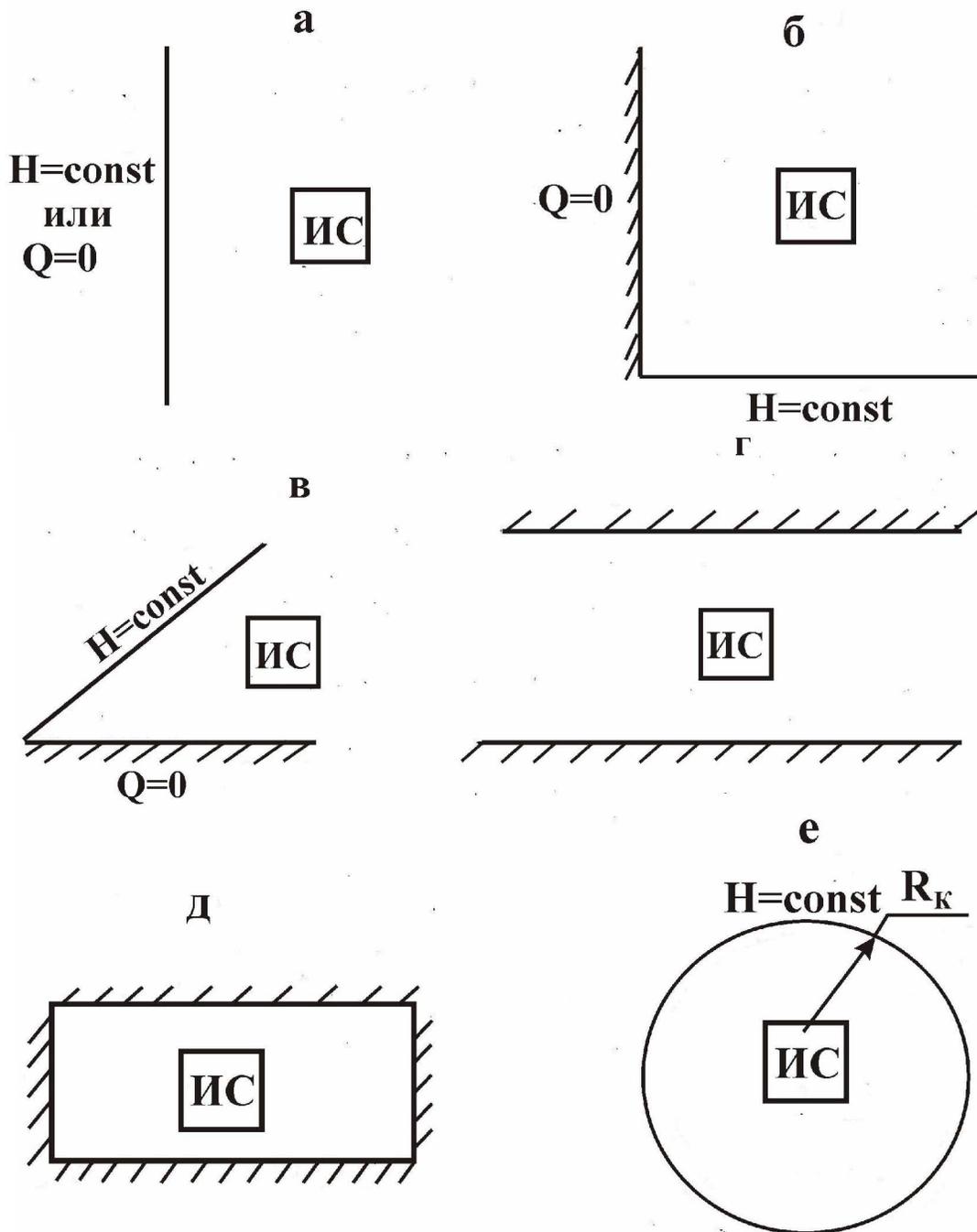


Рис 6.9. Основные расчетные схемы по расположению границ пласта

Со временем, в процессе прогноза, гидродинамическая характеристика границы может изменяться, на первый период прогноза – не влияет и не учитывается – неограниченный пласт, на последующий период – влияет – пласт полуограниченный или ограниченный.

Упрощенная по рассмотренным выше гидрогеологическим факторам область фильтрации называется расчетной схемой. Возникает вопрос о достоверности прогнозов, составляемых по такой расчетной схеме. Выполнение рассматриваемых критериев, как правило, предполагает ошибку схематизации не более 10%. Но на все случаи гидрогеологической практики нельзя заранее пре-

дусмотреть типовые схемы. Поэтому гидрогеолог часто сам проводит исследования схематизации. Эти исследования заключаются в решении тестовых задач, имеющих целью выявление влияния каждого из схематизированных факторов на точность решения задачи. Такие задачи решают на упрощенных схемах или фрагментах схем, обязателен учет в этих схемах главных факторов. В результате оценивается ошибка схематизации. Такая оценка может быть учтена при выполнении прогнозного решения.

Вопросы к лекции №6

1. Что такое предпосылка Дюпюи?
2. Что такое коэффициент водообмена и какие виды расчетных схем на его основе можно выделить? Какими гидродинамическими особенностями они различаются?
3. Какое толкование имеет термин “неоднородность”? Что такое порядок неоднородности? В чем заключается относительность понятия “неоднородность среды”?
4. Назовите основные виды упорядоченной неоднородности.
5. Каким образом можно определить размеры области взаимодействия ИС сооружения с окружающей средой? От каких параметров зависят эти размеры?
6. Выполнение какого критерия позволит слоистую толщину схематизировать в виде условно однородного пласта?
7. Какой критерий позволяет выполнить схематизацию по глубине и сложности гидрогеодинамического разреза?
8. Какие основные расчетные схемы закрытых пластов вы знаете?
9. С помощью каких приемов можно упростить структуру и мерность потока?
10. Какую роль играет величина отношения R_3/R_H при схематизации строения пласта?
11. Какой статистический показатель характеризует степень неоднородности пласта?
12. Какие типовые расчетные схемы аппроксимируют различные периоды эксплуатации водозабора в краевой части артезианского бассейна?
13. Что понимают под гидрогеологической достоверностью расчетной схемы? Как ее можно оценить количественно?
14. Какие факторы анализируются при схематизации потока по типу водообмена, по влиянию внешних границ пласта?
15. Объясните физический смысл фильтрационного сопротивления. Продемонстрируйте формальное подобие законов Дарси и Ома.
16. Покажите на конкретном примере, как изменяются критерии схематизации одного и того же фильтрационного потока в зависимости от изменения масштаба влияния ИС и длительности расчетного периода, а так же в зависимости от изменения характера решаемой задачи.
17. На одной из границ напорного пласта уровень быстро опускается до кровли пласта (осушение при проходке горной выработки). Качественно

опишите изменения гидравлического состояния пласта во времени после такого осушения на границе.

Лекция № 7. Выводы основных дифференциальных уравнений (ДУ) фильтрации ПВ

7.1. Основные предпосылки при выводе ДУ

7.1.1. Рассматриваемый элементарный объем напорного пласта считается постоянным $dV = dx * dy * dz = const$. В пределах выделенного объема dV параметры пласта не меняются. Трещины и поры малы и равномерно распределены по этому объему dV . Объем dV бесконечно мал по сравнению с рассматриваемой областью фильтрации, но является представительным (не случайным).

7.1.2. Справедлив закон Дарси, инерционными и молекулярными силами пренебрегаем. Плоскость сравнения – горизонтальная. Справедлива предпосылка Дюпюи $v'_{xz} = const$. То есть горизонтальные скорости в вертикальном сечении пласта – постоянны.

7.1.3. Поток ПВ принимается неразрывным, в каждой точке области фильтрации существует производная напора по координатам пространства и времени $\left(\frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial y}, \frac{\partial H}{\partial z}, \frac{\partial H}{\partial t} \right)$.

7.1.4. Движение воды в породе не зависит от физико-химических взаимодействий с этой породой, то есть происходит под действием только разности напоров и сил вязкости.

7.1.5. Действует закон сохранения массы вещества.

7.2. Используют два подхода при выводе ДУ.

7.2.1. Балансовый (физический) – основан на физическом рассмотрении водного баланса элемента потока. Это впервые сделал Буссинеск в начале XX в.

7.2.2. Аналитический (математический) – ДУ выводятся из совместного рассмотрения трех частных уравнений: движения (Дарси), состояния среды и неразрывности потока. В сумме получается ДУ фильтрации. Рассмотрено впервые Тейсом в 30-х гг. XX века, только для упругих сил и В.Н. Щелкачевым в 40-х гг. XX века в более общей постановке.

7.3. Вывод ДУ нестационарной фильтрации грунтовых вод (по Буссинеску).

Рассмотрим водный баланс одномерного однородного по фильтрационным свойствам потока элементарной длиной dx , шириной в плане $b = 1м$ и высотой h , равной мощности водоносного горизонта, с наличием инфильтрационного питания W_a (рис. 7.1). В течение времени dt в элемент потока поступает горизонтальный расход q_x по оси x , за счет инфильтрации $W_a dx$ и уходит из него расход $q_x + dq$. Эта алгебраическая сумма определяет изменение объема

воды в элементе потока за единицу времени, равное $\mu \frac{\partial H}{\partial t} dx$, что отвечает за-

штрихованной площади на рис. 7.1.

В результате балансовое уравнение принимает вид:

$$q_x - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) + W_a dx = \mu \frac{\partial H}{\partial t} dx \quad (7.1)$$

За период времени dt из (7.1) получим:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dt + W_a dx dt = \mu \frac{\partial H}{\partial t} dx dt \quad (7.2)$$

Полагая справедливой предпосылку Дюпюи и определяя расход по формуле

$$q_x = -kh \frac{\partial H}{\partial x} \quad (7.3)$$

после подстановки (7.3) в (7.2) и необходимых сокращений получим

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial H}{\partial x} \right) + W_a = \mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (7.4)$$

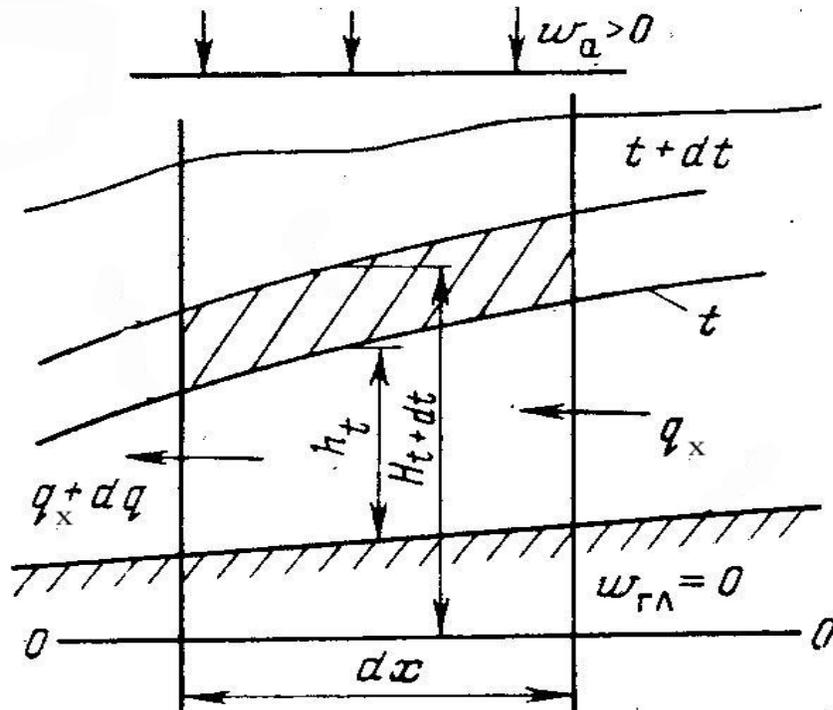


Рис. 7.1. Схема к выводу уравнения Буссинеска

При отсутствии вертикального водообмена ($W_a = 0$) уравнение упрощается

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(kh \frac{\partial H}{\partial x} \right) = \mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (7.5)$$

7.4. Уравнения (7.4) и (7.5) нелинейные, $h = f(H)$. В таком виде его решение затруднено. Для практического использования уравнение линеаризуется двумя способами. Первый, предложенный Буссинеском, состоит в усреднении мощности потока h , которая принимается постоянной, равной среднеарифметической из минимального и максимального значений. Тогда h_{cp} можно вынести из под знака производной. Если считать пласт однородным, то $k = const$ и, полагая

$$\frac{kh_{cp}}{\mu} = a \quad (7.6)$$

имеем уравнение Фурье:

$$a \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\partial H}{\partial t} \quad (7.7)$$

Это известное в математической физике уравнение теплопроводности, имеющее разработанный математический аппарат решения. Линеаризация по Буссинеску справедлива, если начальная мощность пласта h значительна, а ее изменение Δh во времени и по координате не превышает $0,25h$. Такая линеаризация приводит к значительным погрешностям при $\Delta h > 0,25h_{cp}$. Так, приравнивая правую часть уравнения (7.7) к нулю и дважды проинтегрировав, получим $H = Ax + C$ (где A и C - постоянные интегрирования), то есть пьезометрическая поверхность вместо параболоида представляет собой плоскость.

Другой способ линеаризации (по Багрову-Веригину) предполагает использование преобразования $\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{2h} \frac{\partial(h^2)}{\partial t}$ и понятия напорной функции $u = 0,5h^2$. С их помощью уравнение для грунтовых вод с горизонтальным водопором, однородным строением и отсутствием вертикального водообмена (7.5) преобразуем, путем умножения обеих частей на h и вводя их под знак производной, к виду:

$$kh \frac{\partial^2 \left(\frac{h^2}{2} \right)}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial \left(\frac{h^2}{2} \right)}{\partial t}, \quad (7.8)$$

а затем, полагая (7.6) имеем уравнение типа Фурье:

$$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (7.9)$$

Для пласта в полубесконечном потоке:

$$h_{cp} = \frac{2 \cdot h_{max} + h_{min}}{3} \quad (7.10)$$

7.5. Вывод ДУ стационарной и нестационарной фильтрации в напорных водах.

7.5.1. Основные уравнения движения:

$$\mathcal{V}_x = -k \frac{\partial H}{\partial x}, \quad \mathcal{V}_y = -k \frac{\partial H}{\partial y} \quad (7.11)$$

Знак “минус” показывает, что движение направлено в сторону, противоположную увеличению напора H .

$$\text{В радиальной системе координат } \mathcal{V}_r = -K \frac{\partial H}{\partial r} \quad (7.11a)$$

7.5.2. Уравнения состояния:

$$\begin{aligned} n &= const, \text{ недеформируемая среда и} \\ \rho &= const, \text{ несжимаемая жидкость.} \end{aligned} \quad (7.12)$$

Для упруго-деформируемой среды и жидкости:

$$dn = \beta_c dP \text{ и } \frac{d\rho}{\rho} = \beta_g dP, P \leq 10 \text{ МПа} \quad (7.13)$$

7.5.3. Вывод уравнения неразрывности.

Выделим в водоносном пласте элемент с объемом $dV = m dx dy = const$, где m - мощность пласта и рассмотрим его баланс масс за бесконечно малое время dt .

В отличие от грунтовых вод здесь объем пласта при изменении H остается неизменным, так как $m = const$ и необходимо рассматривать баланс масс воды, а не баланс объемов.

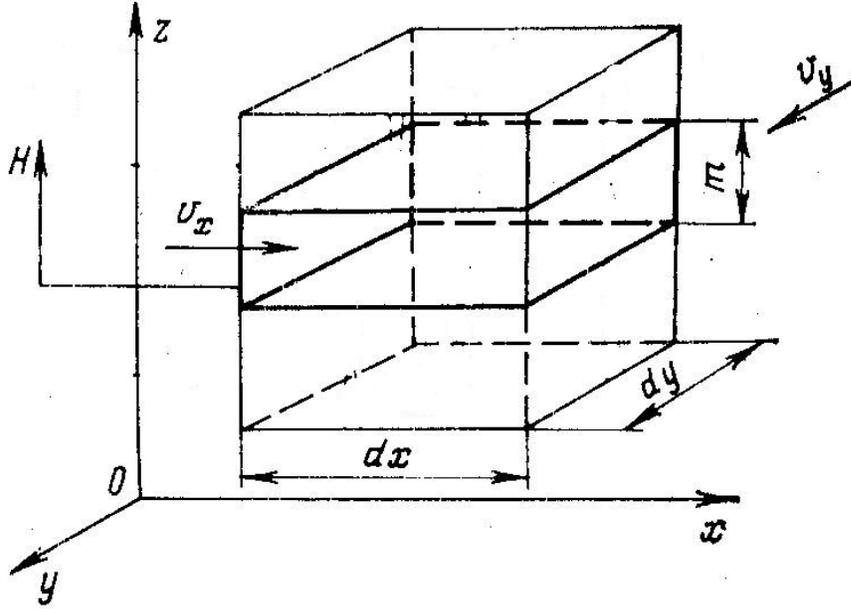


Рис. 7.2. Схема к выводу уравнения неразрывности потока (по И.К. Гавич)

Расход массы потока, поступающий по оси x за время dt , равен (рис. 7.2):

$$M_x = \rho Q_x dt = \rho v_x m dy dt \quad (7.14)$$

На выходе из элемента dx расход массы потока получает приращение $M_x + dM_x$, где

$$dM_x = \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} m dy dx dt \quad (7.15)$$

Аналогично по оси y
$$dM_y = \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} m dx dy dt \quad (7.16)$$

Эти изменения приводят к тому, что масса воды, содержащаяся в элементе объемом dV и равная $M_t = \rho dV_{пор} = \rho n dV$, за время dt получает приращение

$$dM_t = \frac{\partial M_t}{\partial t} dt = \frac{\partial(n\rho)}{\partial t} m dx dy dt \quad (7.17)$$

имея ввиду, что $dV = const$.

Суммарное алгебраическое приращение массы воды при прохождении потока по разным направлениям через рассматриваемый элемент должно компенсироваться изменением количества воды в нем

$$M_x - (M_x + dM_x) + M_y - (M_y + dM_y) = dM_t \quad (7.18)$$

Подставив в (7.18) формулы (7.15), (7.16), (7.17) и проведя сокращения, получим уравнение неразрывности планового потока в виде

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} = -\frac{\partial(n\rho)}{\partial t} \quad (7.19)$$

7.5.4. Для несжимаемой среды при $n = const$ и $\rho = const$ (жесткий режим фильтрации) имеем

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (7.20)$$

или, подставив уравнения движения (7.11), получим

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-K \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-K \frac{\partial H}{\partial y} \right) = 0 \quad (7.21)$$

При $k = const$ - в однородной и изотропной толще пород имеем

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0 \quad - \quad \text{уравнение Лапласа.} \quad (7.22)$$

В однородно-анизотропном пласте значения K_x и K_y по осям различны, но постоянны по данному направлению, поэтому уравнение (7.21) принимает вид

$$K_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0 \quad (7.23)$$

Это уравнение может быть приведено к уравнению Лапласа путем линейного преобразования координат. Полагая коэффициент анизотропии

$$\lambda_x^2 = \frac{K_x}{K_y}, \quad (7.24)$$

введем новые координаты $x_0 = \lambda_x x$ и $y_0 = y$.

$$\text{Тогда} \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{\lambda_x^2} \frac{\partial^2 H}{\partial x_0^2} \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial y_0^2} \quad (7.25)$$

и получим из (7.23):

$$\frac{K_x}{K_y \lambda_x^2} \frac{\partial^2 H}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y_0^2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y_0^2} = 0, \quad (7.26)$$

то есть уравнение Лапласа.

7.5.5. Уравнение упругого режима фильтрации получаем, полагая справедливым уравнение состояния (7.13).

В уравнение (7.19) правый член перепишем в следующем виде

$$\frac{\partial(n\rho)}{\partial t} = n \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial n}{\partial t} \quad (7.27)$$

Имея ввиду (7.13)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \beta_s \frac{\partial P}{\partial t} \text{ и } \frac{\partial n}{\partial t} = \beta_c \frac{\partial P}{\partial t} \quad , \quad (7.28)$$

получим

$$\frac{\partial(n\rho)}{\partial t} = \rho(n\beta_s + \beta_c) \frac{\partial P}{\partial t} \quad , \quad (7.29)$$

$$\text{где } \beta^* = n\beta_s + \beta_c \text{ - упругость пласта.} \quad (7.30)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathcal{V}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \mathcal{V}_y)}{\partial y} = -\rho \beta^* \frac{\partial P}{\partial t} \quad . \quad (7.31)$$

Так как изменения ρ невелики, можно ρ вынести из-под знака производной и она сократится. По уравнению Бернули

$$P = \gamma H - \gamma z \text{ и } \frac{\partial P}{\partial t} = \gamma \frac{\partial H}{\partial t} \quad , \quad (7.32)$$

следовательно из (7.31) имеем

$$\frac{\partial \mathcal{V}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathcal{V}_y}{\partial y} = -\beta^* \gamma \frac{\partial H}{\partial t} \quad . \quad (7.33)$$

Имея ввиду уравнения движения (7.11) и полагая пласт однородным получим:

$$K \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) = \beta^* \gamma \frac{\partial H}{\partial t} \quad (7.34)$$

$$\text{обозначив } \mu^* = \beta^* \gamma m \text{ и } a^* = \frac{km}{\mu^*} \quad , \quad (7.35)$$

окончательно имеем

$$a^* \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial H}{\partial t} \quad - \quad \text{уравнение Фурье.} \quad (7.36)$$

Для грунтовых вод с h_{cp} и напорных вод уравнения одинаковы, но коэффициенты существенно разные.

7.6. В радиальной системе координат аналогичное уравнение получается следующим образом.

Расход потока по оси r по Дарси при выполнении предпосылки Дюпюи (рис. 7.3):

$$Q_r = 2\pi r T \frac{\partial H}{\partial r} \quad , \quad (7.37)$$

$$\text{его изменение } \frac{\partial Q_r}{\partial r} = 2\pi T \left(\frac{\partial H}{\partial r} + r \frac{\partial^2 H}{\partial r^2} \right) \quad . \quad (7.38)$$

Изменение упругих запасов в элементе потока $dV = 2\pi m r dr$ за время dt будет равно

$$dV_t = 2\pi r \mu^* dr \frac{\partial H}{\partial t} dt \quad . \quad (7.39)$$

Имея ввиду, что $dV_t = \frac{\partial Q_r}{\partial r} dr dt$ и $a^* = \frac{T}{\mu^*}$, получим

$$\frac{\partial H}{\partial t} = a^* \left(\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} \right) \quad (7.40)$$

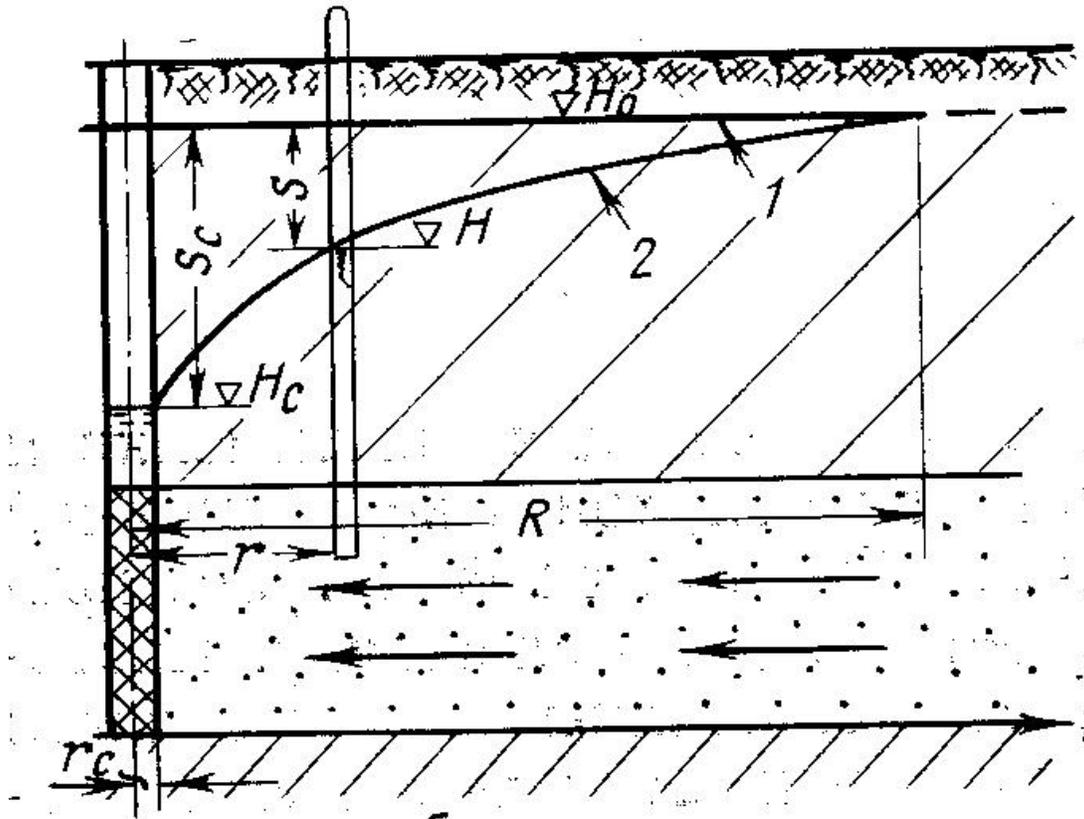


Рис. 7.3. Радиальный поток к скважине

Вопросы к лекции №7

1. Что общего и в чем основные отличия в подходах, которыми пользуются при выводе уравнений Буссинеска (7.5) и Фурье (7.36)?
2. Почему уравнение (7.8) и (7.7) считают линеаризованными? В чем суть линеаризации каждого из них?
3. Какие уравнения состояния среды и жидкости формально отвечают стационарному режиму фильтрации в напорных водах?
4. Назовите допущения, которые приняты при выводе уравнения (7.40).
5. Перепишите уравнения (7.34) и (7.36) для изучения плосковертикальной фильтрации и приведите практический пример такого потока.
6. Почему уравнение (7.4) и (7.5) считаются нелинейными?
7. Какие погрешности в описании пьезометрической поверхности вносит линеаризация по Буссинеску? Какой критерий оценивает возможность ее применения?
8. Объясните с физических позиций, почему в уравнениях стационарной фильтрации никак не отражены емкостные свойства пород?
9. Каким образом при выводе дифференциального уравнения учитывается однородно-анизотропное строение пласта?
10. Какой из анализируемых в вопросе 1 подходов использован при выводе уравнения (7.40)?

Лекция №8. Основные методы решения дифференциальных уравнений

8.1. Дифференциальные уравнения (ДУ) описывают целый класс одинаковых процессов фильтрации. Для выделения из этого класса конкретной решаемой задачи следует дополнительно задать условия однозначности, которые обеспечат получение единственного решения ДУ. К этим условиям относятся: 1) геометрические размеры области фильтрации для конкретной задачи, 2) значения физических параметров фильтрационной среды, 3) граничные условия и 4) начальные условия при решении задач нестационарной фильтрации. Совокупность ДУ и условий однозначности образуют замкнутую систему уравнений и обеспечивают необходимые и достаточные условия для получения единственного решения задачи.

8.2. Свойства ДУ.

8.2.1. Универсальность ДУ устанавливает математическое сходство гидрогеологических процессов с процессами иного физического содержания, например движения электрического тока. Оба эти процесса описываются уравнением Лапласа, а закон Дарси аналогичен закону Ома ($Q = \frac{\Delta H}{\Phi}$ и $I = \frac{\Delta U}{R}$), где Φ - фильтрационное сопротивление.

Универсальность ДУ определяется возможностью приведения их к безразмерному виду и получения основных критериев, характеризующих процесс фильтрации. В ДУ плановой фильтрации

$$a \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) + \frac{W_a}{\mu} = \frac{\partial H}{\partial t} \quad (8.1)$$

вводим безразмерные характеристики

$$\bar{H} = \frac{H}{H_0}; \quad \bar{x} = \frac{x}{L}; \quad \bar{y} = \frac{y}{L}; \quad \bar{t} = \frac{t}{\tau}, \quad \bar{W}_a = \frac{W_a}{W_0} \quad (8.2)$$

Здесь H_0 - изменение уровня на границе потока,

L - длина исследуемого потока, τ - условное время стабилизации нестационарного процесса изменения уровня в области фильтрации, равное

$$\tau = \frac{L^2}{a} \quad \text{или} \quad \bar{t} = \frac{at}{L^2} = F_0 \quad \text{- критерий нестационарного процесса Фурье;} \quad (8.3)$$

$$W_0 = \frac{\mu H_0}{\tau} = \frac{H_0 T}{L^2} \quad (8.4)$$

Тогда уравнение (8.1) преобразуется к виду

$$\frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial \bar{y}^2} + \bar{W}_a = \frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{t}} \quad (8.5)$$

Величину \bar{W}_a с учетом условия (8.4) можно записать в виде

$$\bar{W}_a = \frac{W_a L^2}{H_0 T}, \quad (8.6)$$

то есть она численно равна коэффициенту вертикального водообмена K_{∞} , где

$$K_{60} = \frac{q_6}{q_r} = \frac{W_a L}{\frac{H_0 T}{L}} \quad (8.7)$$

Для напорного пласта с перетеканием величина инфильтрации W_a заменяется на глубинное питание W_{zn} . Тогда

$$\bar{W}_{zn} = \frac{L^2}{B^2} = \frac{L^2 k_0}{T m_0}, \quad (8.8)$$

где B – параметр перетекания (6.22),

k_0, m_0 – коэффициент фильтрации и мощность раздельного относительно водоупорного слоя.

8.2.2. Для линейных или линеаризованных ДУ, в которых физические параметры среды (k, μ) и мощность пласта не изменяются от изменения уровня и на границах отсутствуют ГУ III рода, можно использовать метод суперпозиций или сложения полей.

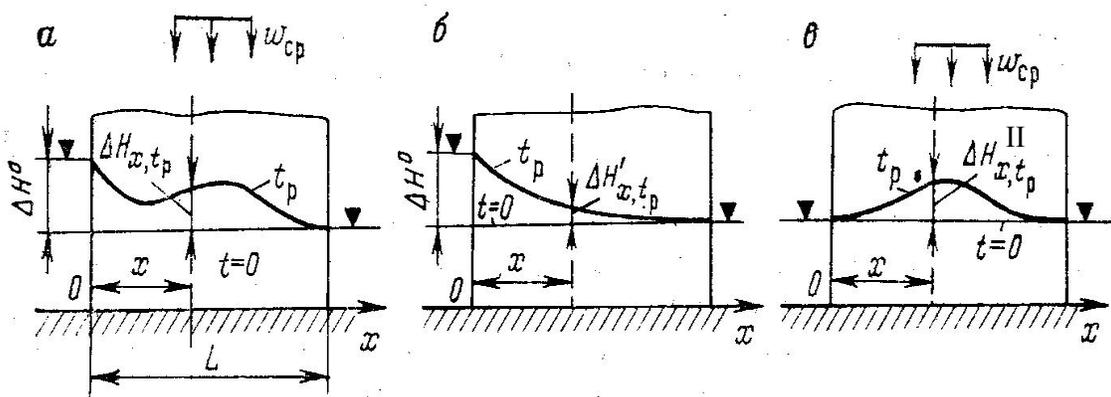


Рис. 8.1. Схема к пояснению метода суперпозиции (по И.К. Гавич)

(а – общее решение; б – подпор УГВ от подъема уровня на границе; в – подъем УГВ от орошения)

Суть этого метода заключается в том, что сложный процесс фильтрации формирующийся под действием нескольких факторов возмущения, рассматривают как сумму частных фильтрационных процессов (полей), вызванных действием каждого возмущения в отдельности в течение своего расчетного времени (рис. 8.1):

$$\Delta H_{(x, t_p)} = \Delta H^I_{(x, t_p)} + \Delta H^{II}_{(x, t_p)} + \dots \quad (8.9)$$

Это свойство ДУ позволяет вместо определения всей величины напора H изучать только изменение этого напора,

$$\text{то есть} \quad H(x, t) = H(x, 0) + \Delta H(x, t), \quad (8.10)$$

где $H(x, 0)$ – начальные условия, распределение уровня в естественных условиях, которое нам известно и характеризует стационарную фильтрацию,

$\Delta H(x, t)$ – нестационарное изменение уровня в области фильтрации под влиянием, например подпора уровня в водохранилище, орошения, откачки из скважин. В последнем случае пользуются понятием понижения уровня $S(r, t)$. Задача определения $\Delta H(x, t)$ или $S(r, t)$ упрощается, так как на границах задается только прогнозное изменение уровня или расхода воды,

т.е. $H_0(0,t)$, $Q_{скв}$. На остальных границах, где изменений нет, задаются более простые ГУ типа $\Delta H=0$, $S=0$, $Q=0$. Начальные условия в этом случае всегда имеют вид $\Delta H(x,0)=0$ или $S(r,0)=0$.

Сложную фильтрационную задачу можно разделить на более простые частные задачи. При этом общее решение - есть сумма частных решений. Например, взаимодействие скважин с расходами $Q_{сум}=Q_1+Q_2$ можно рассматривать как две задачи, в первой – задается Q_1+0 и получаем $S_1(r,t)$, во второй – задается $0+Q_2$ и получаем $S_2(r,t)$. Общее решение $S(r,t)=S_1(r,t)+S_2(r,t)$. Аналогично при подпоре за счет повышения уровня на обеих границах междуречного массива задается ΔH_1^0+0 и $0+\Delta H_2^0$. Затем полученные частные решения суммируются $\Delta H(x,t)=\Delta H_1(x,t)+\Delta H_2(x,t)$.

В сумме частные решения должны учитывать все граничные и начальные условия, которые заданы для полной задачи. Например, при подпоре от орошения и подъеме уровня в водохранилище (рис. 8.1 б, в) отдельно учитывается орошение, отдельно подъем уровня в реке, отдельно начальные условия. Общее решение есть сумма частных решений.

8.3. Основные методы решения ДУ

Существуют три группы методов: строгие, приближенные, моделирование.

8.3.1. К строгим относят аналитические и гидромеханические.

Непосредственное интегрирование уравнения Лапласа

Например $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = 0$, $\frac{\partial H}{\partial x} = A$, $H_x = Ax + c$. При $x = 0 \rightarrow c = H_1$, при $x = L \rightarrow A = \frac{H_2 - H_1}{L}$, то есть $H_x = H_1 - \frac{H_1 - H_2}{L} x$.

При плоско-вертикальной фильтрации под плотинами используется метод комфортных преобразований из теории аналитических функций. ДУ нестационарной фильтрации решают методами математической физики (операционное исчисление, разложением в ряды Фурье и др.).

ДУ радиальной и плано-радиальной фильтрации, характеризующие приток воды к скважинам, решаются с использованием теории линейных и точечных стоков на плоскости или в пространстве. Скважины с коротким фильтром – точечный, длинным – линейный сток.

8.3.2. К приближенным относят гидравлические, графические методы и фрагментирование потока.

Гидравлический метод связан с непосредственным интегрированием уравнения Дарси применительно к стационарной фильтрации. Принимается предпосылка, определяющая строение фильтрационного потока, например постоянство скорости фильтрации в сечении $v_x / z = const$, предпосылка Дюпюи.

Графические методы основаны на использовании гидродинамических сеток. Здесь используют метод недеформируемых лент или трубок тока.

Метод фрагментов предполагает выделение в сложном фильтрационном потоке более простых по своей структуре и строению фрагментов. Задачи решаются для каждого фрагмента отдельно. Затем фрагменты объединяются на

основе условий неразрывности потока (ГУ IV рода).

8.3.3. Моделирование может быть аналоговым или численным. Аналоговые модели использовали свойство универсальности ДУ. Сложный процесс фильтрации воспроизводился на электрических моделях, которые можно было легко собрать и исследовать в лаборатории. Численное моделирование использует метод конечных разностей, то есть переход от бесконечно малых к конечным приращениям $dx \rightarrow \Delta x, dH \rightarrow \Delta H$ и $dt \rightarrow \Delta t$ и т.д. Уравнение Фурье – это балансовое уравнение.

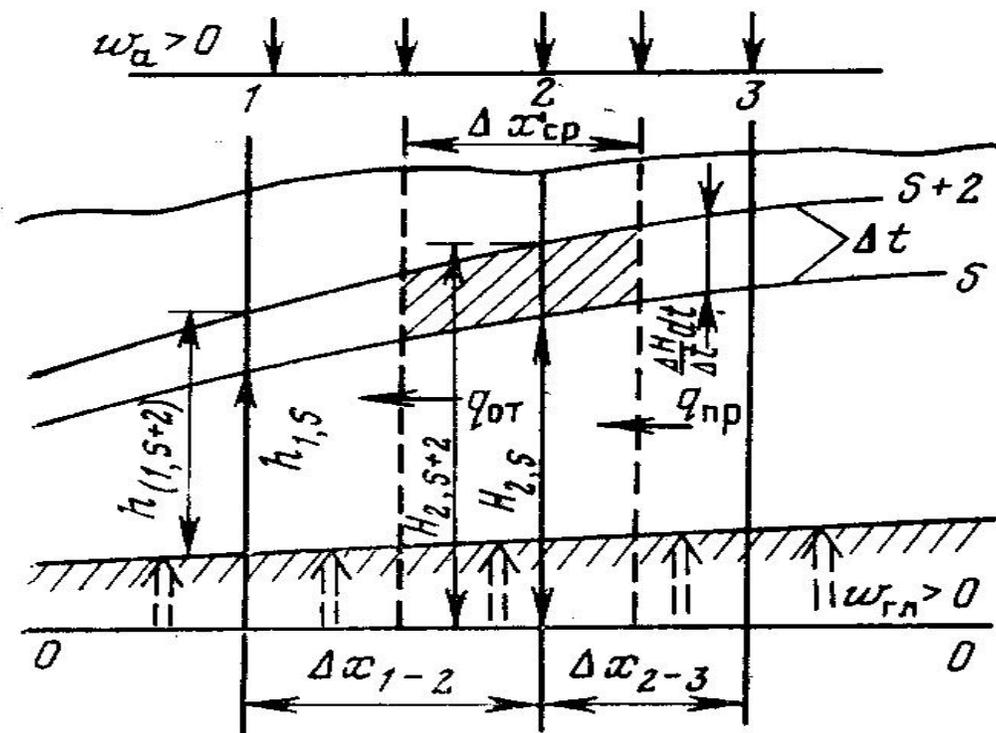


Рис. 8.2. Схема к уравнению в конечных разностях (по Г.Н. Каменскому)

Для конечных разностей имеем реальный баланс притока-оттока и накопления-расходования воды в расчетном элементе потока (рис. 8.2)

$$\mu \frac{\Delta H}{\Delta t} \Delta x = q_{np} - q_{om} \pm W \Delta x \quad (8.11)$$

Моделирование - трудоемкий процесс, используется в сложных гидрогеологических условиях, требует значительно лучшего изучения этих условий.

8.4. Прямые и обратные задачи фильтрации.

В прямых задачах определяются показатели, характеризующие процесс фильтрации в будущем с изменением расходов и уровней воды в области фильтрации. При этом должны быть известны и заданы все условия однозначности (размеры области фильтрации, ее строение, параметры среды, граничные и начальные условия). Это задачи прогноза работы инженерного сооружения.

Целью решения обратных задач является изучение и уточнение гидрогеологических условий области фильтрации. При решении такой задачи неизвестными являются некоторые элементы условий однозначности (строение пласта, гидродинамические параметры, величина инфильтрационного питания и др.). Для их определения должна быть известна реакция области фильтрации на за-

даваемое возмущение (подпор, откачка, опыт эксплуатации инженерного сооружения). То есть, показатели, характеризующие процесс фильтрации, известны. Это задачи эпигноза. К ним относится обработка данных опытных откачек, воспроизведение существующих условий эксплуатации инженерных сооружений.

В сложных гидрогеологических условиях решение обратных задач реализуется методами подбора. При этом полученное решение требует обоснования достоверности. При недостаточном объеме информации (данных наблюдений за режимом подземных вод, изученности гидрогеологических условий) результаты решения обратных задач могут быть неоднозначными.

Вопросы к лекции №8

1. В чем заключается универсальность дифференциальных уравнений?
2. В чем суть метода сложения фильтрационных полей? Какие упрощения он позволяет сделать в математической постановке задач фильтрации?
3. Запишите критерии Фурье, инфильтрационного и глубинного водообмена, разъясните их роль при гидродинамических расчетах.
4. Почему метод сложения течений неприменим для нелинейных задач? В чем заключается понятие нелинейности системы дифференциальных уравнений, описывающих процесс фильтрации?
5. Каким образом учитывается естественное инфильтрационное питание в расчете прогнозного изменения уровня при использовании метода сложения течений? Почему для широкого круга прогнозных задач нет необходимости в знании величины естественного инфильтрационного питания?
6. Что такое прямые и обратные задачи фильтрации? Приведите примеры.
7. Каким образом трансформируется дифференциальное уравнение при использовании метода конечных разностей?
8. Запишите уравнение (8.11) для условий стационарного режима фильтрации.
9. Запишите выражение для q_{np} и $q_{от}$ в уравнении (8.11), воспользовавшись обозначениями на рис. 8.2.
10. Возможно ли использование метода суперпозиции в субнапорном пласте для расчета изменения уровня от эксплуатации скважины с постоянным водоотбором и одновременного повышения уровня в реке?