Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Ухтинский государственный технический университет

ЗАДАЧИ ПО ГИДРАВЛИКЕ С РЕШЕНИЯМИ

(основные физические свойства жидкостей и газов)

Методические указания

Ухта 2009

УДК 532 (076.1)
С 18

Сансиев, В.Г.
Задачи по гидравлике с решениями (основные физические свойства жидкостей и газов) [Текст] : метод. указания / В.Г. Сансиев. – Ухта : УГТУ, 2009. – 24 с.

Методические указания предназначены для студентов специальностей "Промышленное и гражданское строительство", "Водоснабжение о водоотведение", "Теплогазоснабжение и вентиляция" и соответствуют требованиям государственного образовательного стандарта этих специальностей. Содержание методических указаний соответствует рабочей учебной программе по дисциплине "Гидравлика".

Методические указания рассмотрены, одобрены и рекомендованы для издания кафедрой РЭНГМ и ПГ (протокол № 9 от 12 января 2009 г.)

Рецензент: Пятибрат В.П. – доцент кафедры РЭНГМ и ПГ.
Редактор: Мордвинов А.А. – профессор кафедры РЭНГМ и ПГ.

В методических указаниях учтены замечания рецензента и редактора.

План 2009 г., позиция 94.
Подписано в печать 20.01.2009 г. Компьютерный набор.
Объем 24 с. Тираж 70 экз. Заказ № 227.

169300, Республика Коми, г. Ухта, ул. Первомайская, д. 13.

Отдел оперативной полиграфии УГТУ.
169300, Республика Коми, г. Ухта, ул. Октябрьская, д. 13.

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемые методические указания предназначены для студентов специальностей "Теплогазоснабжение и вентиляция", "Промышленное и гражданское строительство", "Водоснабжение о водоотведение". Однако они могут быть использованы и студентами других специальностей.

Рассматриваемые ниже типовые примеры иллюстрируют методику решения задач по теме "Основные физические свойства жидкостей и газов", которые предлагались студентам в качестве тестовых на практических занятиях. Целью этой работы является выработка навыков применения теоретических знаний для решения конкретных задач по указанной теме. Предлагаемые задачи сгруппированы по разделам: плотность и удельный объем; сжимаемость жидкостей; температурное расширение жидкостей; вязкость жидкостей; свойства газов. Выбор задач продиктован учебной программой для указанных специальностей.

Все задачи приведены в соответствие с Международной системой единиц СИ.

1. ПЛОТНОСТЬ И УДЕЛЬНЫЙ ОБЪЕМ

Задача 1.1.

Определить плотности воды и нефти при t = 4 ^{o}C, если известно, что 10 л воды при 4 ^{o}C имеют массу $m_в$=10 кг, а масса того же объема нефти равна $m_н$ = 8,2 кг.

Решение.

Плотность воды при заданных условиях:

$$\rho_в = \frac{m_в}{V_в} = \frac{10}{10 \cdot 10^{-3}} = 1000 \text{ кг/м}^3,$$

а плотность нефти:

$$\rho_н = \frac{m_н}{V_н} = \frac{8,2}{10 \cdot 10^{-3}} = 820 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 1.2.

Цистерна диаметром d = 3 м и длиной l = 6 м заполнена нефтью плотностью 850 кг/м^3. Определить массу нефти в цистерне.

Решение.

Определим объем цистерны:

$$V_ц = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} \cdot 6 = 42,4 \text{ м}^3.$$

Тогда масса нефти в цистерне:

$$m_н = \rho_н \cdot V_ц = 850 \cdot 42,4 = 36040 \text{ кг} \approx 36 \text{ т}.$$

Задача 1.3.

Определить плотность смеси жидкостей, имеющей следующий массовый состав: керосина – 30 %, мазута – 70 %, если плотность керосина $\rho_к$=790 кг/м^3, а мазута $\rho_м$=900 кг/м^3.

Решение.

Плотность смеси жидкостей будет равна:

$$\rho_{см} = \frac{m_{см}}{V_{см}} = \frac{m_к + m_м}{V_к + V_м},$$

причем масса керосина, по условию задачи, $m_к = 0{,}3m_{см}$, мазута $m_м = 0{,}7m_{см}$, а объемы составляющих смеси

$$V_К = \frac{m_К}{\rho_К} = \frac{0{,}3m_{СМ}}{\rho_К}; \qquad V_М = \frac{m_М}{\rho_М} = \frac{0{,}7m_{СМ}}{\rho_М}.$$

Тогда, плотность смеси

$$\rho_{см} = \frac{m_{СМ}}{\frac{0{,}3m_{СМ}}{\rho_К} + \frac{0{,}7m_{СМ}}{\rho_М}} = \frac{1}{\frac{0{,}3}{790} + \frac{0{,}7}{900}} = 863{,}9 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 1.4.

Как изменится плотность бензина, если температура окружающей среды повысится с 20 до 70 $^{\circ}$С. Принять плотность бензина при температуре 20 $^{\circ}$С равной 800 кг/м^3.

Решение.

Плотность нефтепродуктов определяется по формуле Менделеева:

$$\rho_t = \frac{\rho_{20}}{1 + \beta_t (t - 20)},$$

где ρ_{20} - плотность бензина при t = 20 $^{\circ}$С; β_t - коэффициент температурного расширения, равный для нефтепродуктов $6 \cdot 10^{-4}$ град.$^{-1}$

Тогда

$$\rho_{70^o} = \frac{800}{1 - 6 \cdot 10^{-4}(70 - 20)} = 776{,}7 \text{ кг/м}^3.$$

Следовательно, изменение плотности бензина при повышении температуры с 20 до 70 $^{\circ}$С будет равно 776,7/800=0,97, т.е. плотность уменьшится на 3 %.

Задача 1.5.

Плотности морской воды, ртути и нефти равны, соответственно, 1030, 13600 и 800 кг/м^3. Чему равны удельные объемы и относительные плотности этих жидкостей?

Решение.

Удельные объемы жидкостей:

$$\vartheta_{мв} = \frac{1}{\rho_{мв}} = \frac{1}{1030} = 9,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$\vartheta_{рт} = \frac{1}{\rho_{рт}} = \frac{1}{13600} = 0,735 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$\vartheta_{н} = \frac{1}{\rho_{н}} = \frac{1}{800} = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Относительные плотности, соответственно:

$$\rho_{отн.мв} = \frac{\rho_{мв}}{\rho_{воды}} = \frac{1030}{1000} = 1,03\,;$$

$$\rho_{отн.рт} = \frac{\rho_{рт}}{\rho_{воды}} = \frac{13600}{1000} = 13,6\,;$$

$$\rho_{отн.н} = \frac{\rho_{н}}{\rho_{воды}} = \frac{800}{1000} = 0,8\,.$$

Задача 1.6.

Плотность первой жидкости равна 1000 кг/м^3, второй – 800 кг/м^3, а их смеси – - 850 кг/м^3. Определить отношение объемов жидкостей в смеси.

Решение.

Выразим плотность смеси жидкостей через плотности и объемы составляющих:

$$\rho_{см} = \frac{m_{см}}{V_{см}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 \dfrac{V_1}{V_2} + \rho_2}{\dfrac{V_1}{V_2} + 1}\,.$$

Отсюда отношение объемов V_1/V_2 жидкостей в смеси

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{\rho_{см}-\rho_2}{\rho_1-\rho_{см}}=\frac{850-800}{1000-850}=\frac{1}{3}.$$

2. СЖИМАЕМОСТЬ ЖИДКОСТЕЙ

Задача 2.1.

При гидравлических испытаниях водопровода длиной L = 3 км и внутренним диаметром d = 500 мм необходимо повысить давление в нем до 10 МПа. Водопровод заполнен водой при атмосферном давлении. Какой объем воды необходимо дополнительно закачать в водопровод? Коэффициент объемного сжатия воды принять равным $5\cdot10^{-10}$ Па$^{-1}$.

Решение.

Определяем объем водопровода:

$$V_B=\frac{\pi d^2}{4}L=\frac{\pi\cdot0{,}5^2}{4}\cdot3000=589{,}5 \text{ м}^3.$$

Дополнительный объем воды, необходимый для подачи в водопровод, определим из формулы коэффициента объемного сжатия:

$$\beta_V=-\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta p}.$$

В этой формуле ΔV - изменение объема V, соответствующее изменению давления на величину Δp.

Объем воды, подвергаемый сжатию, $V=V_B+\Delta V$. Тогда, дополнительный объем воды, который необходимо подать в водопровод для повышения в нем давления до 10 МПа, составит:

$$\Delta V=\frac{V_B\beta_V\Delta p}{1-\beta_V\Delta p}=\frac{589{,}5\cdot5\cdot10^{-10}\cdot10\cdot10^{-6}}{1-5\cdot10^{-10}\cdot10\cdot10^{-6}}=2{,}96 \text{ м}^3.$$

Задача 2.2.

Определить изменение плотности воды при ее сжатии от $p_1 = 10^5$ Па до

$p_2 = 10^7$ Па. Коэффициент объемного сжатия воды β_V принять равным $5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

Решение.

При сжатии воды ее объем V_1 уменьшается на ΔV, а масса остается неизменной. Относительное изменение объема воды

$$\frac{\Delta V}{V_1} = -\beta_V \cdot \Delta p ,$$

где $\Delta p = p_2 - p_1 = 10^7 - 10^5 = 0,99 \cdot 10^7$ Па.

Тогда

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m/V_2}{m/V_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V_1 - \Delta V} = \frac{V_1}{V_1(1 - \Delta V/V_1)} = \frac{1}{1 - \Delta V/V_1} = \frac{1}{1 + \beta_V \cdot \Delta p} = \frac{1}{1 - 5 \cdot 10^{-10} \cdot 0,99 \cdot 10^7} = 1,005$$

Задача 2.3.

Как изменится коэффициент объемного сжатия воды с увеличением ее температуры от 0 ^{o}С до 30 ^{o}С, если известно, что модуль упругости воды при 0^{o} равен 1950 МПа, а при 30^{o} – 2150 МПа.

Решение.

Объемный модуль упругости – это величина, обратная коэффициенту объемного сжатия.

$$\beta_{V_0} = \frac{1}{1950 \cdot 10^6} = 5,12 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1};$$

$$\beta_{V_{30}} = \frac{1}{2150 \cdot 10^6} = 4,65 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}.$$

$$\frac{\beta_{V0}}{\beta_{V30}} = \frac{4,65 \cdot 10^{-10}}{5,12 \cdot 10^{-10}} = 0,9 .$$

Следовательно, коэффициент объемного сжатия с увеличением температуры от 0 до 30 ^{0}С уменьшится на 10 %.

Задача 2.4.

На сколько изменится объем воды, находящейся в пластовой водонапорной системе, окружающей нефтяное месторождение, за счет упругого расширения при падении пластового давления на Δp = 9,8 МПа, если вода занимает площадь S = 10^5 га, средняя толщина пласта h = 10 м, пористость пласта m = 20 %, коэффициент объемного сжатия воды β_V =$4,28\cdot10^{-10}$ $Па^{-1}$.

Решение.

Пористостью называется отношение объема пор к объему пласта.
Объем воды в поровом пространстве

$$V_в = m\cdot V = m\cdot S\cdot h = 0,2\cdot10^5\cdot10^4\cdot10 = 2\cdot10^9 \text{ м}^3.$$

Изменение объема воды найдем по формуле:

$$\Delta V=\beta_V\cdot\Delta p\cdot V_в = 4,28\cdot10^{-10}\cdot9,8\cdot10^6\cdot2\cdot10^9 =8,38\cdot10^6 \text{ м}^3.$$

Задача 2.5.

Стальная цилиндрическая емкость подвергается гидравлическому испытанию под избыточным давлением 2 МПа. Определить, какое количество воды дополнительно к первоначальному объему при атмосферном давлении необходимо подать насосом в емкость, если ее объем равен 10 $м^3$. Деформацией стенок емкости пренебречь. Коэффициент объемного изотермического сжатия воды принять равным β_V =$5\cdot10^{-10}$ $Па^{-1}$.

Решение.

Дополнительный объем воды, который потребуется подать насосом в емкость, определим по формуле:

$$\Delta V = \Delta p\cdot\beta_V\cdot V,$$

где V – общий объем воды, подвергаемый сжатию, т. е. начальный объем, равный сумме объемов емкости V_E и дополнительного ΔV: $V = V_E + \Delta V$.

$$\Delta V = \Delta p\cdot\beta_V\cdot(V_E + \Delta V).$$

Выразив отсюда ΔV, определим:

$$\Delta V = \frac{\Delta p\cdot\beta_V\cdot V_E}{1-\beta_V\cdot\Delta p} = \frac{2\cdot10^6\cdot5\cdot10^{-10}\cdot10}{1-5\cdot10^{-10}\cdot2\cdot10^{-6}} = 0,010 \text{ м}^3.$$

Задача 2.6.

При атмосферном давлении отмерен V = 1 м^3 воды. Какой объем займет это количество воды при избыточном давлении 2 МПа?

Решение.

Из формулы для коэффициента объемного сжатия находим:

$$\Delta V = \beta_V \cdot V \cdot \Delta p \,.$$

Поскольку объем воды после сжатия $V_c = V - \Delta V$, то

$$V_c = V(1-\beta_V \Delta p) = 1\cdot(1-5\cdot10^{-10}\cdot2\cdot10^{6}) = 0{,}999 \text{ м}^3.$$

Таким образом, при повышении давления на 2 МПа объем воды уменьшился на 0,1 %.

3. ТЕМПЕРАТУРНОЕ РАСШИРЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ

Задача 3.1.

Определить, как изменится плотность воды, если нагреть ее от $t_1 = 7\ ^oC$ до $t_2 = 97\ ^oC$. Коэффициент температурного расширения воды принять равным $4\cdot10^{-4}$ град$^{-1}$.

Решение.

При нагревании воды ее объем увеличится на величину ΔV. Относительное изменение объема $\Delta V / V = \beta_t \cdot \Delta t$. Плотность воды $\rho = m / V$. Учитывая, что масса воды сохраняется неизменной, найдем:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V_1(1+\dfrac{\Delta V}{V_1})} = \frac{1}{1+\dfrac{\Delta V}{V_1}} = \frac{1}{1+\beta_t \cdot \Delta t} = \frac{1}{1+4\cdot10^{-4}\cdot90} = 0{,}964$$

.

Задача 3.2.

В вертикальном цилиндрическом резервуаре диаметром d=4 м хранится 100 т нефти, плотность которой при t = 0 ^{0}С составляет ρ=850 кг/м^3. Определить изменение уровня нефти в резервуаре при повышении температуры нефти от 0 до 30 °С. Коэффициент температурного расширения нефти принять равным β_t =7,2·10^{-4} град$^{-1}$.

Решение.

Объем, занимаемый нефтью при $t = 0$ °С:

$$V=m/\rho=100\cdot10^3/850=118 \text{ м}^3.$$

Изменение объема при повышении температуры на 30 °:

$$\Delta V = \beta_t \cdot V \cdot \Delta t = 7,2 \cdot 10^{-4} \cdot 118 \cdot 30 = 2,55 \text{ м}^3.$$

Тогда, повышение нефти в резервуаре:

$$h = 4 \cdot \Delta V / (\pi d^2) = 4 \cdot 2,55 / (\pi \cdot 4^2) = 0,203 \text{ м}.$$

Задача 3.3.

Для аккумулирования дополнительного объема воды, получаемого при изменении температуры, к системе водяного отопления в верхней ее точке присоединяют расширительный резервуар, сообщающийся с атмосферой. Определить объем расширительного резервуара V_p с двукратным запасом по объему. Температура воды в системе из-за перерывов работы топки может меняться от 70 до 95 °С. Объем воды в системе V = 1 м^3. Коэффициент температурного расширения воды принять равным 6·10^{-4} град$^{-1}$.

Решение.

Минимальный объем расширительного резервуара равен изменению объема воды при повышении ее температуры на 25 ^{0}С. Изменение объема найдем по формуле для коэффициента температурного расширения, показывающего относительное изменение объема воды при изменении температуры на 1 градус:

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V \cdot \Delta t},$$

где ΔV - изменение объема воды при изменении температуры на величину Δt .

$$\Delta V = \beta_t \cdot V \cdot \Delta t = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 25 = 0,015 \text{ м}^3 = 15 \text{ л}.$$

Тогда необходимый объем резервуара

$$V_p = 2\Delta V = 2 \cdot 15 = 30 \text{ л.}$$

Задача 3.4.

На сколько увеличится объем воды, спирта и нефти при нагревании их от 20 до 30 ^{o}C?

Решение.

Увеличение начального объема жидкости с повышением температуры определим по формуле коэффициента температурного расширения

$$\beta_t = \frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t}.$$

Коэффициенты температурного расширения:

воды β_{20^o} =0,00015 $^{o}C^{-1}$;

спирта β_{20^o} =0,00110 $^{o}C^{-1}$;

нефти β_{20^o} =0,00060 $^{o}C^{-1}$.

Тогда, для воды относительное изменение объема составит

$$\frac{\Delta V}{V} = 0,00015 \cdot 10 = 0,0015,$$

для спирта

$$\frac{\Delta V}{V} = 0,0011 \cdot 10 = 0,011,$$

а для нефти

$$\frac{\Delta V}{V} = 0,0006 \cdot 10 = 0,006.$$

Таким образом, нагревание жидкостей от 20 до 30 ^{o}C приводит к увеличению их объемов: воды на 0,15 %, спирта на 1,1 %, нефти на 0,6 %.

Задача 3.5.

Определить коэффициент температурного расширения жидкости, если при нагревании от 20 до70 ^{o}C плотность ее уменьшилась от 1260 до 1235 кг/м^3.

Решение.

Коэффициент температурного расширения жидкости найдем по формуле:

$$\beta_t = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta t},$$

где $V = \dfrac{m}{\rho_1}$, $\Delta V = \dfrac{m}{\rho_2} - \dfrac{m}{\rho_1}$, m – масса жидкости, ρ_1 и ρ_2 – ее начальная и конечная плотности.

Тогда

$$\beta_t = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2 \cdot \Delta t} = \frac{1260 - 1235}{1260 \cdot 50} = 0{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}.$$

Задача 3.6.

В отопительный котел поступает объем воды V = 50 м^3 при температуре 70 ^{o}С. Какой объем воды V_1 будет выходить из котла при нагреве ее до температуры 90 ^{o}С? Коэффициент температурного расширения воды принять равным $\beta_t = 6 \cdot 10^{-4}$ град$^{-1}$.

Решение.

Из формулы для коэффициента температурного расширения определим:

$$\Delta V = \beta_t \Delta t \cdot V .$$

Подставив в эту формулу исходные данные, найдем:

$$\Delta V = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 20 = 0{,}6 \text{ м}^3,$$

а объем воды, выходящий из котла,

$$V_1 = V + \Delta V = 50 + 0{,}6 = 50{,}6 \text{ м}^3.$$

Задача 3.7.

Предельная высота уровня мазута в вертикальной цилиндрической цистерне равна h_0 = 10 м при температуре 0 ^{o}С. Определить, до какого уровня можно заполнить цистерну, если ожидается повышение температуры окружающей среды до 35 ^{o}С. Расширением цистерны пренебречь, коэффициент температурного расширения мазута принять равным $\beta_t = 0{,}001$ град$^{-1}$.

Решение.

Предельный объем цистерны

$$V_0 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h_0 ,$$

где d – диаметр цистерны.

Допустимый объем заполнения цистерны до температурного расширения

$$V_\partial = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h_\partial ,$$

где h_∂ - допустимый уровень заполнения цистерны до температурного расширения.

Незаполненный объем цистерны, соответствующий увеличению объема мазута в результате температурного расширения

$$\Delta V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \Delta h ,$$

где Δh – высота, на которую поднимется уровень мазута в результате температурного расширения.

Из формулы для коэффициента температурного расширения жидкости найдем:

$$V_\partial = \frac{\Delta V}{\beta_t \cdot \Delta t} ,$$

или

$$h_\partial = \frac{\Delta h}{\beta_t \cdot \Delta t} ,$$

причем $\Delta h = h_0 - h_\partial$.

Тогда

$$h_\partial = \frac{h_0 - h_\partial}{\beta_t \cdot \Delta t} .$$

Отсюда

$$h_\partial = \frac{h_0}{1 + \beta_t \cdot \Delta t} = \frac{10}{1 + 0{,}001 \cdot 35} = 9{,}66 \text{ м.}$$

4. ВЯЗКОСТЬ ЖИДКОСТЕЙ

Задача 4.1.

Определить коэффициент кинематической вязкости нефти, если известно, что при температуре t = 40 ^oC ее коэффициент динамической вязкости μ=0,5 кг/(м·с), а плотность ρ=920 кг/м^3.

Решение.

Коэффициент кинематической вязкости ν представляет собой отношение коэффициента динамической вязкости μ жидкости к ее плотности:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0,5}{920} = 5,43 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2\text{/с}.$$

Задача 4.2.

Определить коэффициент динамической вязкости нефти с условной вязкостью 5 ^{o}ВУ, если плотность нефти равна 830 кг/м^3.

Решение.

Коэффициент кинематической вязкости по условной вязкости, заданной в градусах Энглера (^{o}ВУ), вычисляется по формуле:

$$\nu = \left(0,0731^o\,ВУ - \frac{0,0631}{^o\,ВУ}\right) \cdot 10^{-4} = \left(0,0731 \cdot 5 - \frac{0,0631}{5}\right) \cdot 10^{-4} = 0,353 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2\text{/с}.$$

Тогда коэффициент динамической вязкости нефти

$$\mu = \rho \cdot \nu = 830 \cdot 0,353 \cdot 10^{-4} = 0,0293 \text{ Па·с}.$$

Задача 4.3.

Определить кинематическую вязкость воды при температуре 40 ^{o}С.

Решение.

Кинематическая вязкость воды в зависимости от температуры может быть определена по эмпирической формуле Пуазейля:

$$\nu = \frac{177,5 \cdot 10^{-8}}{1 + 0,0337 \cdot t + 0,000221 \cdot t^2}, \text{ м}^2/\text{с},$$

где t - температура в $^{\circ}$С.

Тогда при $t = 40$ $^{\circ}$С

$$\nu = \frac{177,5 \cdot 10^{-8}}{1 + 0,0337 \cdot 40 + 0,000221 \cdot 40^2} = 0,657 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Задача 4.4.

Определить кинематический коэффициент вязкости жидкости, если сила трения $T = 12 \cdot 10^{-4}$ Н на поверхности $S = 0,06$ м^2 создает скорость деформации $\partial u / \partial y = 1$.

Решение.

Касательное напряжение на поверхности S

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{12 \cdot 10^{-4}}{0,06} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}^2.$$

Поскольку для ньютоновской жидкости $\tau = \mu(\partial u / \partial y)$, а градиент скорости $\partial u / \partial y = 1$, то $\mu = 2 \cdot 10^{-5}$ Па·с.

Кинематический коэффициент вязкости $\nu = \mu / \rho = 2 \cdot 10^{-2} / 1000 = 2 \cdot 10^{-5}$ м^2/с.

Задача 4.5.

Для большинства жидкостей зависимость динамического коэффициента вязкости μ от абсолютной температуры T можно представить эмпирической формулой вида:

$$\mu = B \cdot e^{b/T},$$

где коэффициенты B и b для данной жидкости имеют постоянное значение и определяются экспериментально. Установлено, что при $t_1 = 15$ $^{\circ}$С динамический коэффициент нефти $\mu_1 = 0,187$ Па·с, а при $t_2 = 30$ $^{\circ}$С $\mu_2 = 0,0312$ Па·с.

Определить константы B и b и вычислить значение μ для этой нефти при $t = 25$ $^{\circ}$С.

Решение.

Вязкости нефти при температурах t_1 и t_2 соответственно:

$$\mu_1 = B \cdot e^{\frac{b}{T_1}}; \qquad \mu_2 = B \cdot e^{\frac{b}{T_2}}.$$

Разделив первую из этих зависимостей на вторую, получим:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = e^{b\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)}.$$

Пролагорифмировав полученное выражение, будем иметь:

$$\ln\frac{\mu_1}{\mu_2} = b\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right),$$

Откуда

$$b = \left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)^{-1} \cdot \ln\frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Поскольку $B = \mu_1 e^{-\frac{b}{T_1}}$, то, подставив сюда полученное выражение для b, запишем:

$$B = \mu_1 \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^{\frac{T_2}{T_1 - T_2}}.$$

Подставим в полученные формулы численные значения вязкостей и температур и определим константы B и b для нефти:

$$B = 0,187 \cdot \left(\frac{0,187}{0,0312}\right)^{\frac{303}{288-303}} = 3,65 \cdot 10^{-17} \text{ Па·с},$$

$$b = \left(\frac{1}{288}-\frac{1}{303}\right)^{-1} \cdot \ln\frac{0,187}{0,00312} = 1,04 \cdot 10^{4} \text{ К}.$$

Тогда динамическая вязкость этой нефти при температуре 25 °С

$$\mu_{25} = 3,65 \cdot 10^{-17} \cdot e^{\frac{1,04 \cdot 10^{-4}}{298}} = 0,05 \text{ Па·с}.$$

Задача 4.6.

Определить силу трения и касательное напряжение на площадке $a \cdot b$ = 10·10 см при разности скоростей между соседними слоями воды толщиной ∂y =0,25 мм, равной ∂u = 3· 10^{-4} м/мин. Динамическую вязкость μ принять равной 17,92·10^{-4} Па·с.

Решение.

Найдем градиент скорости в направлении y :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{0,0003 \cdot 1000}{60 \cdot 0,25} = 0,02 \text{ с}^{-1}.$$

Определим силу трения между слоями по формуле Ньютона:

$$T = \mu S \frac{\partial u}{\partial y} = 17,92 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,02 = 3,58 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

Вычислим касательное напряжение:

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{3,58 \cdot 10^{-7}}{0,01} = 3,58 \cdot 10^{-9} \text{ Н/м}^2.$$

5. СВОЙСТВА ГАЗОВ

Задача 5.1.

Определить плотность воздуха при нормальных физических и стандартных условиях. Универсальная газовая постоянная для воздуха R = 287 Дж/(кг·К).

Решение.

Нормальным физическим условиям соответствуют t = 0 °С, p = 101325 Па, а стандартным - t = 0 °С, p = 101325 Па. Из уравнения состояния идеального газа найдем плотности воздуха:
при нормальных физических условиях

$$\rho_н = \frac{p}{R \cdot T} = \frac{101325}{287 \cdot 273} = 1,293 \text{ кг/м}^3;$$

при стандартных условиях

$$\rho_c = \frac{101325}{287 \cdot (273+20)} = 1,205 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 5.2.

Два кислородных баллона одинакового объема соединены трубопроводом. Определить давление, которое установится в баллонах при температуре t = 25 °C, если до соединения параметры газа в первом баллоне были: p_1= 8 МПа и t_1= 30 °C, а во втором - p_2 = 6 МПа и t_2 = 20 °C.

Решение.

Массу кислорода в каждом из баллонов до соединения определим, используя уравнение состояния идеального газа:

$$m_1 = \frac{p_1 V}{RT_1}; \qquad m_2 = \frac{p_2 V}{RT_2}.$$

Общая масса кислорода в двух баллонах:

$$m = m_1 + m_2 = \frac{V}{R}\left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}\right).$$

Тогда, давление в баллонах после их соединения

$$p = \rho RT = \frac{m}{2V} \cdot RT = \frac{1}{2}\left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}\right)T = \frac{298}{2}\left(\frac{8}{303} + \frac{6}{293}\right) = 6,99 \text{ МПа}.$$

Задача 5.3.

Определить расход метана в газопроводе диаметром d = 800 мм, если скорость газа v = 15 м/с , абсолютное давление p = 5 МПа, а температура 20 °C. Универсальная газовая постоянная метана R = 518,3 Дж/(кг·К).

Решение.

Определим плотность газа:

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{5 \cdot 10^6}{518,3 \cdot 293} = 32,9 \text{ кг/м}^3.$$

Учитывая, что площадь сечения газопровода равна

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,8^2}{4} = 0,5 \text{ м}^2,$$

найдем массовый расход газа:

$$Q_m = \rho v \omega = 0,5 \cdot 15 \cdot 32,9 = 246,8 \text{ кг/с}.$$

Задача 5.4.

Какую мощность должен иметь электрический калорифер, чтобы нагревать при атмосферном давлении поток воздуха от t_1 = -20 °С до t_2 = 20 °С, если производительность вентилятора по холодному воздуху Q = 0,5 м^3/с. Теплоемкость c_p для воздуха принять равной 1,012 кДж/(кг·К).

Решение.

Определим массовый расход вентилятора

$$m = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{10^5 \cdot 0,5}{287 \cdot 253} = 0,688 \text{ кг/с}.$$

Тогда мощность калорифера

$$N = m\, c_p \Delta t = 0,688 \cdot 1012 \cdot 40 = 27850 \text{ Вт} = 27,85 \text{ кВт}.$$

Задача 5.5.

Какое количество теплоты необходимо подвести к 1 кг воздуха с температурой 20 °С, чтобы его объем при постоянном давлении увеличился в 2 раза? Определить температуру воздуха в конце процесса. Теплоемкость воздуха c_p = 1012 Дж/(кг·К).

Решение.

Для изобарического процесса

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Поэтому конечная температура воздуха

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{V_2}{V_1} = 2T_1 = 2(273+20) = 586 \text{ К} = 313\ ^{\circ}\text{С}.$$

Изменение температуры при подводе тепла

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 313 - 20 = 293\ ^{\circ}\text{С}.$$

Необходимое количество теплоты

$$q = mc_p \Delta t = 1 \cdot 1{,}012 \cdot 293 = 296{,}5 \text{ кДж/кг}.$$

Задача 5.6.

Газ сжимается изотермически до десятикратного уменьшения объема. Определить конечное давление, если начальное равно 0,1 МПа.

Решение.

Для изотермического процесса

$$p_1V_1 = p_2V_2,$$

откуда

$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = 0{,}1 \cdot 10 = 1{,}0 \text{ МПа}.$$

Задача 5.7.

В цилиндре под поршнем находится воздух при манометрическом давлении 0,02 МПа. Определить перемещение поршня и давление в конце процесса изотермического сжатия, если на поршень дополнительно действует груз массой 5 кг. Диаметр поршня d = 100 мм. Высота начального положения поршня h = 500 мм.

Решение.

Дополнительная сила, создаваемая грузом,

$$F = mg = 5 \cdot 9{,}81 = 49 \text{ Н}.$$

Дополнительное давление от груза:

$$\Delta p = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 49}{\pi \cdot 0,1^2} = 6240 \text{ Па.}$$

Определим конечное давление

$$p_2 = p_1 + \Delta p = p_{атм} + p_{ман} + \Delta p = 10^5 + 0,02 \cdot 10^5 + 6240 = 126240 \text{ Па.}$$

Объем воздуха в цилиндре до начала действия груза:

$$V_1 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h_1 = \frac{\pi \cdot 0,1^2}{4} \cdot 0,5 = 3,93 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Объем воздуха после изотермического сжатия:

$$V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 3,93 \cdot 10^{-3} \frac{0,12 \cdot 10^6}{126500} = 3,735 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Тогда, высота положения поршня после сжатия

$$h_2 = \frac{4V_2}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 3,735 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,1^2} = 0,475 \text{ м.}$$

Ход поршня в цилиндре в результате сжатия

$$\Delta h = h_1 - h_2 = 0,5 - 0,475 = 0,025 \text{ м} = 25 \text{ мм.}$$

Задача 5.8.

При адиабатическом расширении 1 кг воздуха при температуре t = 20 ^{o}C давление понижается с p_1 = 0,8 МПа до p_2 =0,2 МПа. Определить параметры состояния газа в конце процесса расширения.

Решение.

Соотношение между параметрами состояния для адиабатического процесса

$$\frac{p_1}{\rho_1^k} = \frac{p_2}{\rho_2^k}.$$

Подставив в это соотношение значения плотностей ρ_1 и ρ_2 для начального и конечного состояний

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} \ , \qquad \rho_2 = \frac{p_2}{RT_2} \ ,$$

получим:

$$\rho_1^{1-k} T_1 = \rho_2^{1-k} T_2 \ .$$

Из полученного уравнения определим температуру в конце процесса адиабатического расширения:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-k}{k}} \ ,$$

а плотность воздуха в конце процесса расширения

$$\rho_2 = \frac{p_2}{RT_2} = \frac{0,2 \cdot 10^6}{287 \cdot 198} = 3,52 \ \text{кг/м}^3.$$

Задача 5.9.

В баллоне находится углекислота, манометрическое давление которой $p_{м1}$ = 2,9 МПа, а температура t_1 = 20°C. Определить изменение давления и температуры в баллоне, если из него выпустить половину (по массе) углекислоты. Процесс расширения газа в баллоне считать адиабатическим с показателем адиабаты $k = 1{,}285$.

Решение.

Для адиабатического процесса справедливо соотношение:

$$\frac{p_1}{\rho_1^k} = \frac{p_2}{\rho_2^k} .$$

Подставим в это соотношение значения давлений p_1 и p_2 из уравнения Клапейрона:

$$p_1 = \frac{m_1}{V} RT_1 \ , \qquad p_1 = \frac{m_2}{V} RT_2 \ .$$

Тогда температура в конце адиабатического расширения

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^{1-k} = \left(273 + 20\right) \cdot 2^{-0,285} = 240 \ \text{К} = -33 \ ^\circ\text{C},$$

а абсолютное давление в баллоне

$$p_2 = p_1 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^k = (0,1 + 2,9) \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{1,285} = 1,23 \text{ МПа}.$$

Избыточное давление в конце процесса расширения

$$p_{м2} = p_2 - p_{атм} = 1,23 - 0,1 = 1,13 \text{ МПа}.$$

Задача 5.10.

При политропном сжатии 0,5 кг воздуха давление повышается от атмосферного до 1 МПа. Температура при этом увеличивается от 18 до 180 °C. Определить показатель политропы, а также объем воздуха в начале и конце процесса.

Решение.

Показатель политропы определяем по уравнению:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

После логарифмирования этого уравнения получим:

$$n = \frac{\lg \frac{p_2}{p_1}}{\lg \frac{p_2}{p_1} - \lg \frac{T_2}{T_1}} = \frac{\lg 10}{\lg 10 - \lg \frac{453}{291}} = 1,24 .$$

Объем воздуха в начале процесса сжатия

$$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{0,5 \cdot 287 \cdot 291}{10^5} = 0,4175 \text{ м}^2,$$

а в конце

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} = 0,4175 \cdot \left(\frac{1}{10} \right)^{\frac{1}{1,24}} = 0,0652 \text{ м}^3.$$