

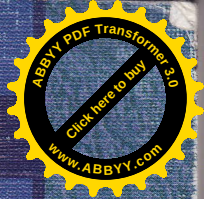
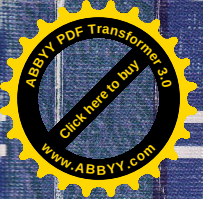
Данный файл представлен исключительно в ознакомительных целях.

Уважаемый читатель!

Если вы скопируете данный файл,  
Вы должны незамедлительно удалить его сразу после ознакомления с содержанием.  
Копируя и сохраняя его Вы принимаете на себя всю ответственность, согласно действующему международному законодательству .  
Все авторские права на данный файл сохраняются за правообладателем.  
Любое коммерческое и иное использование кроме предварительного ознакомления запрещено.

Публикация данного документа не преследует никакой коммерческой выгоды. Но такие документы способствуют быстрейшему профессиональному и духовному росту читателей и являются рекламой бумажных изданий таких документов.





ДЛЯ ВЫСШИХ  
УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

В.Н. Метревели

# Сборник задач по курсу гидравлики с решениями



Общетехнические  
дисциплины





УДК 621.22  
ББК 30.123  
М54

**Рецензенты:**

д-р техн. наук, проф. *В.А. Корчагин*  
(Липецкий государственный технический университет);  
канд. техн. наук, доцент *А.Т. Саркисов*  
(Пятигорский государственный технологический университет)

**Метревели В.Н.**

**М54** Сборник задач по курсу гидравлики с решениями: Учеб. пособие для вузов / В.Н. Метревели. — 2-е изд., стер. — М.: Высш. шк., 2008. — 192 с.: ил.

ISBN 978-5-06-005955-7

В книге рассмотрены решения типовых задач по всем разделам объемных курсов «Основы гидравлики и гидропривода» и «Гидравлические и пневматические системы»: физические свойства жидкостей и газов, основные законы гидростатики и гидродинамики, основные уравнения напорного течения жидкости, работа гидромашин в простой и сложной сетях, расчет элементов объемного гидропривода — насосов, гидродвигателей, аппаратуры управления, водо- и воздухооборудования транспортных предприятий и т.п.

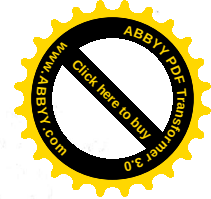
Для студентов вузов, обучающихся по специальности «Сервис транспортных и технологических машин и оборудования (автомобильный транспорт)» направления подготовки «Эксплуатация наземного транспорта и транспортного оборудования».

УДК 621.22  
ББК 30.123

ISBN 978-5-06-005955-7

© ОАО «Издательство «Высшая школа», 2008

Оригинал-макет данного издания является собственностью издательства «Высшая школа», и его репродуцирование (воспроизведение) любым способом без согласия издательства запрещается.



**Предисловие**

Гидрооборудование, гидропривод и гидроавтоматика нашли широкое применение в производственных процессах различных отраслей: при разработке месторождений полезных ископаемых, в энергетике, металлургии, лесной промышленности, строительстве и т.д.

Большинство известных учебников по гидравлике и гидроприводу не содержит решения задач по различным разделам этой весьма востребованной на практике дисциплины.

Автор учебного пособия счел необходимым рассмотреть именно этот аспект и дать числовое решение типовых задач по гидромеханике, без которых в настоящее время, даже в объеме элементарного курса, невозможно изучение многих важных гидравлических явлений.

Книга предназначена в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности с отраслевым компонентом «Сервис транспортных и технологических машин и оборудования», а также для специальностей вузов, в учебных планах которых предусмотрен общий курс гидравлики, гидромашин и гидроприводов, и соответствует учебной программе, утвержденной Министерством образования и науки РФ.

Учебное пособие содержит разнообразные по тематике и сложности задачи, охватывающие основные разделы гидравлики и гидропривода. Все задачи, за исключением отдельных, оговариваемых особо, в том числе и справочные таблицы, содержащие необходимые для инженерных расчетов данные, приведены в соответствии с Международной системой единиц (СИ). В приложениях дана сводная таблица размерностей и единиц измерения основных физических величин, применяемых в гидравлике и гидроприводе, в различных системах единиц, а также приведены соотношения между этими единицами для перевода из одной системы в другую.

Методика подбора задач и изложение их решения обусловлены многолетним опытом преподавания автором дисциплин гидромеханического направления в Грузинском политехническом институте, Алжирском университете нефти, газа и химии (г. Бумердес), Алжирском университете, Пятигорском государственном технологическом университете.





Книга будет полезна не только студентам и аспирантам технических вузов, но и инженерно-техническим работникам в их повседневной практической деятельности.

Автор выражает благодарность рецензентам: д-ру техн. наук, проф. В.А. Корчагину и канд. техн. наук, доценту кафедры общих инженерных дисциплин ПГТУ А.Т. Саркисову, а также д-ру техн. наук, проф. Г.Г. Мусаелянцу, д-ру техн. наук, проф. В.Г. Руденко и д-ру техн. наук, проф. В.М. Максимова за ряд ценных замечаний, высказанных по содержанию пособия, которые были учтены при подготовке книги к изданию.

Все замечания и пожелания автор просит направлять в издательство «Высшая школа» по адресу: 127994, Москва, Неглинная ул., 29/14, стр. 1.

## ГЛАВА 1

### Плотность жидкостей. Сжимаемость и температурное расширение жидкостей. Вязкость жидкостей

**Задача 1.1.** Определить объем воды, который необходимо дополнительно подать в водовод диаметром  $d = 500$  мм и длиной  $l = 1$  км для повышения давления до  $\Delta p = 5 \cdot 10^6$  Па. Водовод подготовлен к гидравлическим испытаниям и заполнен водой при атмосферном давлении. Деформацией трубопровода можно пренебречь.

**Решение.** Вместимость водовода

$$W_B = \frac{\pi d^2}{4} l = \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} 10^3 = 196,2 \text{ м}^3.$$

Объем воды  $\Delta W$ , необходимый для подачи в водовод для повышения давления, найдем из соотношения для коэффициента объемного сжатия [3, с. 11]

$$\beta_W = \frac{\Delta W}{W \Delta p} = \frac{\Delta W}{(W_B + \Delta W) \Delta p}.$$

Значения коэффициента объемного сжатия воды  $\beta_W$  (Па<sup>-1</sup>) в функции от давления и температуры примем по [3, прилож. I]:

$$\beta_W = 5 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н} = \frac{1}{2 \cdot 10^9} \text{ Па}^{-1},$$

тогда

$$\Delta W = \frac{W_B \beta_W \Delta p}{1 - \beta_W \Delta p} = \frac{196,2 \cdot 5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^9 \left( 1 - \frac{5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^9} \right)} = 0,492 \text{ м}^3.$$

**Задача 1.2.** В отопительной системе (котел, радиаторы и трубопроводы) небольшого дома содержится объем воды  $W = 0,4$  м<sup>3</sup>. Сколько воды дополнительно войдет в расширительный сосуд при нагревании с 20 до 90 °С?



Решение. Плотность воды при температуре 20 °С по табл. [3, прилож. I]  $\rho_{20^\circ} = 998 \text{ кг/м}^3$ , масса воды  $M = W\rho = 0,4 \cdot 998 = 399 \text{ кг}$ , плотность воды при температуре 90 °С  $\rho_{90^\circ} = 965 \text{ кг/м}^3$ .

Объем, занимаемый водой при  $t = 90^\circ\text{С}$ , составит

$$W = \frac{M}{\rho_{90^\circ}} = \frac{399}{965} = 0,414 \text{ м}^3.$$

Дополнительный объем составит  $\Delta W = 0,414 - 0,4 = 0,014 \text{ м}^3$ .

**Задача 1.3.** Определить среднюю толщину  $\delta_{\text{отл}}$  солевых отложений в герметичном водоводе внутренним диаметром  $d = 0,3 \text{ м}$  и длиной  $l = 2 \text{ км}$  (рис. 1.1). При выпуске воды в количестве  $\Delta W = 0,05 \text{ м}^3$  давление в водоводе падает на величину  $\Delta p = 1 \cdot 10^6 \text{ Па}$ . Отложения по диаметру и длине водовода распределены равномерно.

Решение. Объем воды в водоводе с отложениями

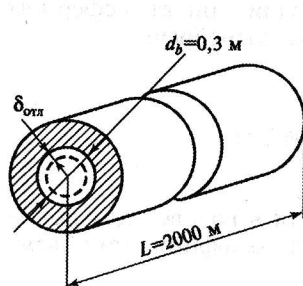


Рис. 1.1

$$W = \frac{\Delta W}{\beta_w \Delta p}.$$

Коэффициент объемного сжатия воды [3, прилож. I]

$$\beta_w = \frac{1}{2 \cdot 10^9} \text{ Па}^{-1},$$

тогда

$$W = \frac{\Delta W}{\beta_w \Delta p} = \frac{0,05 \cdot 2 \cdot 10^9}{1 \cdot 10^6} = 100 \text{ м}^3.$$

Средний внутренний диаметр водовода с отложениями

$$d_{\text{отл}} = \sqrt{\frac{4W}{\pi l}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 100}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^3}} = 0,252 \text{ м}.$$

Средняя толщина отложений

$$\delta_{\text{отл}} = \frac{d - d_{\text{отл}}}{2} = \frac{0,3 - 0,252}{2} = 0,024 \text{ м} = 24 \text{ мм}.$$

**Задача 1.4.** Определить изменение плотности воды при ее сжатии от  $p_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$  до  $p_2 = 1 \cdot 10^7 \text{ Па}$ .

Решение. Примем коэффициент объемного сжатия  $\beta_w = 5 \times 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$  [3]. Плотность воды  $\rho = M/W$ . При сжатии воды ее объем  $W$  изменится на величину  $\Delta W$ :

$$\frac{\Delta W}{W} = \beta_w \Delta p,$$

где

$$\Delta p = p_1 - p_2 = 1 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^7 = -0,99 \cdot 10^7 \text{ Па}.$$

Масса воды останется неизменной, поэтому

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{p_2}}{\rho_{p_1}} &= \frac{W_1}{W_2} = \frac{W_1}{\left(1 + \frac{\Delta W}{W_1}\right) W_1} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta W}{W_1}} = \frac{1}{1 + \beta_w \Delta p} = \\ &= \frac{1}{1 - 5 \cdot 10^{-10} \cdot 0,99 \cdot 10^7} = 1,005. \end{aligned}$$

**Задача 1.5.** Для периодического аккумулирования дополнительного объема воды, получаемого при изменении температуры, к системе водяного отопления в верхней ее точке присоединяют расширительные резервуары, сообщающиеся с атмосферой. Определить наименьший объем расширительного резервуара при частичном заполнении водой. Допустимое колебание температуры воды во время перерывов в работе топки  $\Delta t = 95 - 70 = 25^\circ\text{С}$ . Объем воды в системе  $W = 0,55 \text{ м}^3$ .

Решение. Наименьший объем расширительного резервуара должен быть равен изменению объема воды при повышении ее температуры на  $25^\circ\text{С}$ . Изменение объема найдем по формуле для коэффициента температурного расширения  $\beta_t$  ( $^\circ\text{С}^{-1}$ ), отражающего относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на  $1^\circ\text{С}$  [3, с.10]:

$$\beta_t = \frac{\Delta W}{W \Delta t},$$

где  $\Delta W$  — изменение объема воды, соответствующее изменению температуры на величину  $\Delta t$ .

Для воды при нормальных условиях можно принять  $\beta_t \sim \frac{1}{20\,000} ^\circ\text{С}^{-1}$  [3, прилож. I]. Для воды при температуре  $80^\circ\text{С}$

$\beta_t \sim 600 \cdot 10^{-6} ^\circ\text{С}^{-1}$ , тогда

$$\Delta W = \beta_t W \Delta t = 600 \cdot 10^{-6} \cdot 0,55 \cdot 25 = 0,0083 \text{ м}^3 = 8,3 \text{ л}.$$

**Задача 1.6.** В отопительный котел поступает объем воды  $W = 50 \text{ м}^3$  при температуре  $70^\circ\text{С}$ . Какой объем воды  $W_1$  будет выходить из котла при нагреве воды до температуры  $90^\circ\text{С}$ ?

Решение. Из формулы коэффициента температурного расширения имеем [3, с.10]:  $\Delta W = \beta_t W \Delta t$ .



Коэффициент температурного расширения воды по табл. [3]  $\beta_1 = 600 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , следовательно,  $\Delta W = 600 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 20 = 0,6 \text{ м}^3$ ;  $W_1 = 50 + 0,6 = 50,6 \text{ м}^3$ .

**Задача 1.7.** Определить изменение плотности воды при нагревании ее от  $t_1 = 7 \text{ } ^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 97 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

**Решение.** Примем коэффициент температурного расширения воды из табл. [3]:  $\beta_1 \sim 400 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . При нагревании воды от  $t_1 = 7 \text{ } ^\circ\text{C}$  ее объем изменится на  $\Delta W$ .

Тогда из формулы коэффициента температурного расширения имеем  $\Delta W/W = \beta_1 \Delta t$ . Плотность воды  $\rho = M/W$ . Учитывая, что масса воды  $M$  сохраняется неизменной, найдем

$$\frac{\rho_{t_2}}{\rho_{t_1}} = \frac{W_1}{W_2} = \frac{W_1}{W_1 \left(1 + \frac{\Delta W}{W_1}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta W}{W_1}} = \frac{1}{1 + \beta_1 \Delta t} = \frac{1}{1 + 0,0004 \cdot 90} = 0,964.$$

**Задача 1.8.** Вязкость нефти, определенная по вискозиметру Энглера, составляет  $8,5 \text{ } ^\circ\text{E}$ . Вычислить динамическую вязкость нефти, если ее плотность  $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$ .

**Решение.** Найдем кинематическую вязкость нефти по эмпирической формуле Убеллоде [3, с.15]:

$$\nu = 0,0731 \text{ } ^\circ\text{E} - \frac{0,0631}{^\circ\text{E}} = 0,0731 \cdot 8,5 - \frac{0,0631}{8,5} = 0,614 \text{ м}^2/\text{с}.$$

Кинематическую вязкость измеряют также в стоксах. Так как  $1 \text{ Ст} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ , то  $\nu = 0,614 \cdot 10^{-4} \text{ Ст}$ .

Проверим полученный результат по теоретической формуле Альтшуля [1, с. 9]:

$$^\circ\text{E} = 24\nu \left( 2,31g \frac{C_1 - \nu}{C_2 - \nu} + \frac{1}{\nu} (C_1 - C_2) \right),$$

где  $C_1, C_2$  — экспериментальные коэффициенты:

$$C_1 = \sqrt{\nu^2 + 0,0294} = \sqrt{0,614^2 + 0,0294} = 0,635;$$

$$C_2 = \sqrt{\nu^2 + 0,0166} = \sqrt{0,614^2 + 0,0166} = 0,626.$$

Подставив в теоретическую формулу Альтшуля  $C_1$  и  $C_2$ , получим

$$^\circ\text{E} = 24 \cdot 0,614 \left( 2,31g \frac{0,635 - 0,614}{0,626 - 0,614} + \frac{0,635 - 0,626}{0,614} \right) = 8,5.$$

Из прилож. [1] для кинематической вязкости функции  $^\circ\text{E}$  найдем  $\nu = 0,6139 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ , что соответствует  $8,5 \text{ } ^\circ\text{E}$ .

Динамическая вязкость нефти  $\mu = \nu \rho = 0,614 \cdot 10^{-4} \cdot 850 = 0,052 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

Динамическую вязкость измеряют также в пуазах. Так как  $1 \text{ П} = 0,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$ , то  $\mu = 0,052 \text{ Па} \cdot \text{с} = 0,52 \text{ П}$ .

**Задача 1.9.** Определить давление внутри капли воды диаметром  $d = 0,001 \text{ м}$ , которое создают силы поверхностного натяжения. Температура воды  $t = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

**Решение.** Давление внутри капли определим по формуле Лапласа для криволинейных поверхностей [7, с. 7]:

$$P_{\text{пов}} = \frac{2\sigma}{r},$$

где  $\sigma$  — поверхностное натяжение, определяемое по формуле для воды при  $t = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ , соприкасающейся с воздухом,  $\sigma = 0,0726 \text{ Н/м}$  [3];  $r$  — радиус капли. Тогда

$$P_{\text{пов}} = \frac{2 \cdot 0,0726}{5 \cdot 10^{-4}} = 292 \text{ Па}.$$

**Задача 1.10.** Определить высоту подъема воды в стеклянном капилляре диаметром  $d = 0,001 \text{ м}$  при температуре воды  $t_1 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$  и  $t_2 = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

**Решение.** Высоту капиллярного подъема определим по формуле [2, с. 11]

$$h_{\text{под}} = \frac{2\sigma}{\rho g r},$$

где  $\sigma$  — поверхностное натяжение воды,  $\sigma = 7,3 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$  [3];  $\rho = 998 \text{ кг/м}^3$  — плотность воды. Тогда

$$h_{\text{под1}} = \frac{2 \cdot 7,3 \cdot 10^{-2}}{998 \cdot 9,8 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} \sim 0,029 \text{ м} \sim 2,9 \text{ см}.$$

Поверхностное натяжение воды при нагревании ее до  $80 \text{ } ^\circ\text{C}$  определяется по формуле зависимости поверхностного натяжения от температуры [2, с. 11]:  $\sigma = \sigma_0 - \beta \Delta t$ , где  $\sigma_0$  — поверхностное натяжение при  $t = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,  $\sigma_0 = 0,0726 \text{ Н/м}$ ;  $\beta = 0,00015 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $\Delta t = 60^\circ$ . Тогда  $\sigma_2 = 7,26 \cdot 10^{-2} - 0,00015 \cdot 60 = 6,3 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$ .

Плотность воды по табл. [3] для  $t_2 = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$   $\rho_2 = 972 \text{ кг/м}^3$ . Высота капиллярного подъема воды при ее нагревании до  $80 \text{ } ^\circ\text{C}$ :

$$h_{\text{под2}} = \frac{2\sigma}{\rho g r} = \frac{2 \cdot 6,3 \cdot 10^{-2}}{972 \cdot 9,8 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 0,026 \text{ м} = 2,6 \text{ см}.$$



Таким образом, с увеличением температуры высота капиллярного подъема воды уменьшается.

**Задача 1.11.** Как изменится плотность бензина А76, если температура окружающей среды изменится с 20 до 70 °С?

**Решение.** Плотность нефтяных продуктов определяется по формуле [1]

$$\rho_t = \frac{\rho_{20}}{1 + \beta_t (t - 20)},$$

где  $\beta_t$  — коэффициент температурного расширения, учитывающий относительное изменение объема жидкости при изменении температуры на 1 °С; для нефтепродуктов  $\beta_t = 0,0006 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $\rho_{20}$  — плотность бензина А76 при  $t = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ ;  $\rho_{20} = 800 \text{ кг/м}^3$  (табличная величина),  $\rho_{70} = 776,7 \text{ кг/м}^3$ . Следовательно, изменение плотности бензина при повышении температуры с 20 до 70 °С будет равно  $776,7/800 = 0,97$ , т. е. плотность уменьшится на 3 %.

**Задача 1.12.** Как изменятся объемный вес и плотность воды друг относительно друга на экваторе и Северном полюсе?

**Решение.** Примем среднюю годовую температуру на полюсе примерно 0 °С, а на экваторе 40 °С. Тогда, согласно справочным таблицам, для воды  $\rho_{40} = 992,2 \text{ кг/м}^3$ , а  $\rho_0 = 999,87 \text{ кг/м}^3$ ,  $\frac{\rho_{40}}{\rho_0} = \frac{992,2}{999,87} = 0,99$ , следовательно, плотность уменьшится в 0,99 раза.

Ускорение силы тяжести на экваторе  $g_{\text{экв}} = 9,781 \text{ м/с}^2$ , на полюсе  $g_{\text{пол}} = 9,831 \text{ м/с}^2$ . Тогда объемный вес воды:

$$\text{на экваторе } \gamma_{\text{экв}} = \rho_{40} g_{\text{экв}} = 992,2 \cdot 9,781 = 9704,70 \text{ Н/м}^3;$$

$$\text{на полюсе } \gamma_{\text{пол}} = \rho_0 g_{\text{пол}} = 999,87 \cdot 9,831 = 9829,72 \text{ Н/м}^3.$$

Следовательно,  $\gamma_{\text{пол}}/\gamma_{\text{экв}} = 9829,72/9704,72 = 1,013$ , т. е. объемный вес воды увеличится на полюсе в 1,013 раза.

**Задача 1.13.** Чему равны удельные объемы и относительные плотности морской воды, ртути и нефти?

**Решение.** Удельные объемы соответственно:

$$v_{\text{м.в}} = \frac{1}{\rho_{\text{м.в}}} = \frac{1}{1030} = 0,00097 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$v_{\text{ртути}} = \frac{1}{\rho_{\text{ртути}}} = \frac{1}{13\,596} = 0,0000735 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$v_{\text{нефти}} = \frac{1}{\rho_{\text{нефти}}} = \frac{1}{800} = 0,00125 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Относительные плотности соответственно:

$$\rho_{\text{отн. м.в}} = \frac{\rho_{\text{м.в}}}{\rho_{\text{воды}}} = \frac{1030}{1000} = 1,03;$$

$$\rho_{\text{отн. ртути}} = \frac{\rho_{\text{ртути}}}{\rho_{\text{воды}}} = \frac{13\,596}{1000} = 13,59;$$

$$\rho_{\text{отн. нефти}} = \frac{\rho_{\text{нефть}}}{\rho_{\text{воды}}} = \frac{800}{1000} = 0,8.$$

**Задача 1.14.** Увеличивается или уменьшается коэффициент объемного сжатия воды с увеличением ее температуры с 0 до 30 °С?

**Решение.** Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия жидкости, — это объемный модуль упругости [3, с. 11]  $E_{\text{ж}} = 1/\beta_{\text{ж}}$ .

При  $t = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$  для воды  $E_{\text{ж}} = 1950 \text{ МПа}$ , а при  $t = 30 \text{ } ^\circ\text{C}$   $E_{\text{ж}} = 2150 \text{ МПа}$  (справочная величина), следовательно,

$$\beta_{\text{ж}(0^\circ\text{C})} = \frac{1}{19,5 \cdot 10^8} = 5,12 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1};$$

$$\beta_{\text{ж}(30^\circ\text{C})} = \frac{1}{21,5 \cdot 10^8} = 4,65 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}.$$

$$\text{Тогда } \frac{\beta_{\text{ж}(30^\circ\text{C})}}{\beta_{\text{ж}(0^\circ\text{C})}} = \frac{4,65 \cdot 10^{-10}}{5,12 \cdot 10^{-10}} = 0,9, \text{ следовательно, коэффициент}$$

объемного сжатия с увеличением температуры от 0 до 30 °С уменьшается на 10 %.

**Задача 1.15.** Определить изменение давления в закрытом резервуаре с бензином с изменением температуры от 20 до 70 °С.

**Решение.** Согласно закону Гука [3, стр. 11]:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{d\rho}{E_{\text{ж}}},$$

следовательно,

$$d\rho = \frac{d\rho E_{\text{ж}}}{\rho},$$

где  $d\rho$  — увеличение плотности;  $\rho$  — плотность бензина;  $E_{\text{ж}}$  — объемный модуль упругости жидкости (для бензина  $E_{\text{ж}} = 1,3 \cdot 10^3 \text{ МПа}$ ).



Плотность бензина при температуре 70 °С

$$\rho_{70^\circ\text{C}} = \frac{\rho_{20^\circ\text{C}}}{1 + 0,0006(70 - 20)} = \frac{800}{1 + 0,03} = 776,7 \text{ кг/м}^3,$$

где  $\beta_t = 0,0006 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  — коэффициент температурного расширения для нефтепродуктов. Тогда  $d\rho = 800 - 776,7 = 23,3 \text{ кг/м}^3$ , а

$$dp = \frac{23,3 \cdot 1,3 \cdot 10^3}{800} = 38 \text{ МПа}.$$

**Задача 1.16.** Определить изменение скорости распространения звука в жидкости при увеличении температуры с 10 до 30 °С.

**Решение.** Скорость распространения звука определяется по формуле [3, с. 103]:

$$c = \sqrt{\frac{E_{\text{ж}}}{\rho}},$$

где  $E_{\text{ж}}$  — объемный модуль упругости жидкости;  $\rho$  — плотность жидкости (для воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ).

Скорость распространения звука в воде при  $t = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $E_{\text{ж}} = 20,3 \cdot 10^8 \text{ Па}$ :

$$c_{10^\circ\text{C}} = \sqrt{\frac{20,3 \cdot 10^8}{1000}} = 1425 \text{ м/с}.$$

Скорость распространения звука в воде при  $t = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $E_{\text{ж}} = 19,5 \cdot 10^8 \text{ Па}$ :

$$c_{30^\circ\text{C}} = \sqrt{\frac{19,5 \cdot 10^8}{998,8}} = 1397 \text{ м/с}.$$

Здесь величины объемного модуля упругости для соответствующих температур принимаются по таблицам, плотность воды при  $t = 30 \text{ }^\circ\text{C}$  равна  $998,8 \text{ кг/м}^3$  [3].

Итак, скорость распространения звука в воде уменьшается с увеличением температуры (увеличение температуры воды на  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  уменьшает скорость распространения звука примерно на  $30 \text{ м/с}$ ).

**Задача 1.17.** На сколько процентов увеличится начальный объем воды, спирта и нефти при увеличении температуры на  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

**Решение.** Увеличение начального объема жидкости с увеличением температуры определим по уравнению коэффициента температурного расширения [3, с. 10]:

$$\beta_t = \frac{1}{W} \frac{dW}{dt}.$$

Коэффициенты температурного расширения:

воды  $\beta_{20^\circ\text{C}} = 0,00015 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ;

спирта  $\beta_{20^\circ\text{C}} = 0,00110 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ;

нефти  $\beta_{20^\circ\text{C}} = 0,00060 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

Тогда для воды  $\frac{dW_1}{W} = 0,00015 \cdot 10 = 0,0015 (0,15 \%)$ ;

спирта  $\frac{dW_2}{W} = 0,00110 \cdot 10 = 0,011 (1,1 \%)$ ;

нефти  $\frac{dW_3}{W} = 0,00060 \cdot 10 = 0,0060 (0,6 \%)$ .

**Задача 1.18.** Рассмотреть явление капиллярности в стеклянных пьезометрических трубках диаметрами  $d_1 = 5 \text{ мм}$ ,  $d_2 = 2 \text{ мм}$ ,  $d_3 = 10 \text{ мм}$  для воды, спирта (рис. 1.2, а) и ртути (рис. 1.2, б).

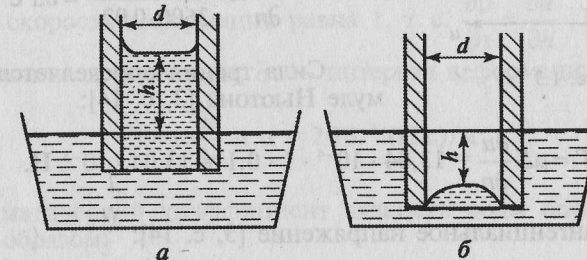


Рис. 1.2

**Решение.** Высоту капиллярного поднятия жидкости  $h$  в пьезометрической стеклянной трубке можно определить по формулам:

$$\text{для воды } h_{\text{в.кап}} = \frac{30}{d}; \text{ для ртути } h_{\text{рт.кап}} = -\frac{11,5}{d};$$

$$\text{для спирта } h_{\text{сп.кап}} = \frac{10,15}{d}.$$

Тогда для воды  $h_{\text{в.кап1}} = \frac{30}{5} = 6 \text{ мм}$ ;  $h_{\text{в.кап2}} = \frac{30}{2} = 15 \text{ мм}$ ;

$$h_{\text{в.кап3}} = \frac{30}{10} = 3 \text{ мм};$$





$$\text{для ртути } h_{\text{рт. кап1}} = -\frac{11,5}{5} = -2,3 \text{ мм}; h_{\text{рт. кап2}} = -\frac{11,5}{2} = -5,75 \text{ мм};$$

$$h_{\text{рт. кап3}} = -\frac{11,5}{10} = -1,15 \text{ мм};$$

$$\text{для спирта } h_{\text{сп. кап1}} = \frac{10,15}{5} = 2,03 \text{ мм}; h_{\text{сп. кап2}} = \frac{10,15}{2} = 5,08 \text{ мм};$$

$$h_{\text{сп. кап3}} = \frac{10,15}{10} = 1,02 \text{ мм}.$$

**Задача 1.19.** Разность скоростей между двумя соседними слоями жидкости толщиной  $dn = 0,02$  мм равна  $du = 0,0072$  м/с. Рассматриваемая жидкость имеет коэффициент динамической вязкости  $\mu = 13,04 \cdot 10^{-4}$  Н · с/м<sup>2</sup>. Определить тангенциальное напряжение и силу трения на 1 м<sup>2</sup> поверхности между слоями жидкости (рис. 1.3).

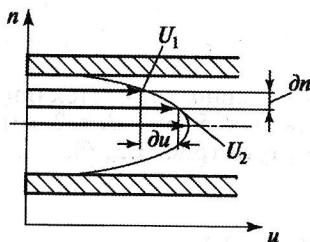


Рис. 1.3

**Решение.** Градиент скорости в данном случае определяется следующим образом:

$$\frac{du}{dn} = \frac{0,0072 \cdot 1000}{3600 \cdot 0,02} = 0,1 \text{ с}^{-1}.$$

Сила трения определяется по формуле Ньютона [3, с. 14]:

$$T = \mu S \frac{du}{dn} = 13,04 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 0,1 = 13,04 \cdot 10^{-5} \text{ Н}.$$

Тогда тангенциальное напряжение [3, с. 14]:

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{13,04 \cdot 10^{-5}}{1} = 13,04 \cdot 10^{-5} \text{ Н/м}^2.$$

**Задача 1.20.** Определить силу трения и тангенциальное напряжение на площади  $a \times b = 10 \times 10$  см<sup>2</sup> при температуре воды  $t = 14$  °С и разности скоростей между двумя соседними слоями толщиной  $dn = 0,25$  мм, равной  $du = 0,0003$  м/мин. Динамическая вязкость при данной температуре  $\mu_{14} = 17,92 \cdot 10^{-4}$  Н · с/м<sup>2</sup>.

**Решение.** Найдём градиент скорости:

$$\frac{du}{dn} = \frac{0,0003}{0,25} = \frac{0,0003 \cdot 1000}{60 \cdot 0,25} = 0,02 \text{ с}^{-1}.$$

Коэффициент динамической вязкости, приведенный к нормальным условиям [3, с. 16]:

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + 0,0337t + 0,000221t^2} = \frac{17,92 \cdot 10^{-4}}{1 + 0,0337 \cdot 14 + 0,000221 \cdot 196} = 11,83 \cdot 10^{-4} \text{ (Н} \cdot \text{с/м}^2 \text{)}.$$

Определим силу трения между слоями по формуле Ньютона:

$$T = \mu S \frac{du}{dn} = 11,83 \cdot 10^{-4} \cdot 0,01 \cdot 0,02 = 23,66 \cdot 10^{-8} \text{ Н}.$$

Тангенциальное напряжение

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{23,66 \cdot 10^{-8}}{0,01} = 23,66 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}^2.$$

**Задача 1.21.** Определить кинематический коэффициент вязкости воды, если сила трения  $T = 12 \cdot 10^{-4}$  Н на поверхность  $S = 0,06$  м<sup>2</sup> создает скорость деформации  $du/dn = 1$ .

**Решение.** Определим тангенциальное напряжение

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{12 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}^2.$$

Если скорость деформации равна 1, т. е.  $\frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{du}{dn}$  [3, с. 16], где  $\partial \beta$  — величина деформации;  $\partial t$  — интервал деформации, то

$$\tau = \mu \frac{du}{dn} \text{ и } \mu = 2 \cdot 10^{-2} \text{ (Н} \cdot \text{с/м}^2 \text{)}.$$

Кинематический коэффициент вязкости воды определим следующим образом:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{1000} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}.$$

**Задача 1.22.** Определить силу трения и тангенциальное напряжение на площади воды  $S = 0,2 \cdot 10^{-2}$  м<sup>2</sup> при температуре  $t = 8$  °С, предполагая, что скорость деформации равна единице.

**Решение.** Определим кинематический коэффициент вязкости как  $\nu = f(t)$  [3, с. 16]:

$$\nu = \frac{0,0177}{1 + 0,0337t + 0,000221t^2} = \frac{0,0177 \cdot 10^{-4}}{1 + 0,0337 \cdot 8 + 0,000221 \cdot 64} = \frac{0,0177 \cdot 10^{-4}}{1 + 0,27 + 0,014}$$

$$= \frac{0,0177}{1,284} \cdot 10^{-4} = 0,0138 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}.$$



Динамический коэффициент вязкости [3, с. 14]:

$$\mu = \nu \rho = 0,0138 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 = 13,8 \cdot 10^{-4} \text{ (Н·с)/м}^2.$$

Градиент скорости  $\frac{\partial \beta}{\partial \tau} = \frac{\partial u}{\partial n} = 1$ , т. е.  $\tau = \mu = 13,8 \cdot 10^{-4} \text{ Н/м}^2$ .

Сила трения  $T = \tau S = 13,8 \cdot 10^{-4} \cdot 0,2 \cdot 10^{-2} = 27,6 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$ .

**Задача 1.23.** Определить величину деформации сплошной среды для интервала  $\Delta t = 0,1 \text{ с}$ , если вода имеет температуру  $9^\circ \text{C}$  и соответствующее тангенциальное напряжение  $\tau = 28 \cdot 10^{-4} \text{ Н/м}^2$  (рис. 1.4).

**Решение.** Определим кинематический коэффициент вязкости как  $\nu = f(t)$  [3, с. 16]:

$$\nu = \frac{0,0177}{1 + 0,0337t + 0,000221t^2} = \frac{0,0177 \cdot 10^{-4}}{1 + 0,0337 \cdot 9 + 0,000221 \cdot 81} = 0,014 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Динамический (абсолютный) коэффициент вязкости [3, с. 14]:

$$\mu = \nu \rho = 0,014 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 = 14 \cdot 10^{-4} \text{ (Н·с)/м}^2;$$

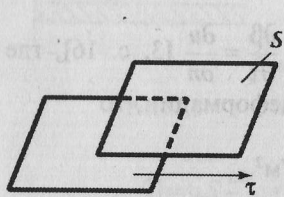


Рис. 1.4

градиент скорости [2, с. 14]

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\tau}{\mu} = \frac{28 \cdot 10^{-4}}{14 \cdot 10^{-4}} = 2 \text{ с}^{-1}.$$

Величину деформации сплошной среды определим из выражения [3, с. 16]

$$\frac{\partial \beta}{\partial \tau} = \frac{\partial u}{\partial n}, \text{ откуда } \partial \beta = \frac{\partial u \partial \tau}{\partial n} = 2 \cdot 0,1 = 0,2.$$

## ГЛАВА 2

### Основное уравнение гидростатики

**Задача 2.1.** Два горизонтальных цилиндрических трубопровода  $A$  и  $B$  содержат соответственно минеральное масло плотностью  $900 \text{ кг/м}^3$  и воду плотностью  $1000 \text{ кг/м}^3$ . Высоты жидкостей, представленные на рис. 2.1, имеют следующие значения:  $h_m = 0,2 \text{ м}$ ;  $h_{рт} = 0,4 \text{ м}$ ;  $h_b = 0,9 \text{ м}$ . Зная, что гидростатическое давление на оси в трубопроводе  $A$  равно  $0,6 \cdot 10^5 \text{ Па}$ , определить давление на оси трубопровода  $B$ .

**Решение.** Через точку  $C$  проведем плоскость сравнения  $O-O$ , для которой запишем равенство давлений:

$$p_m + \rho_m g h_m + \rho_{рт} g h_{рт} = \rho_b g h_b + p_b.$$

Тогда

$$p_b = p_m + \rho_m g h_m + \rho_{рт} g h_{рт} - \rho_b g h_b = 0,6 \cdot 10^5 + 900 \cdot 9,81 \cdot 0,2 + 13\,600 \cdot 9,81 \cdot 0,4 - 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,9 = 1,063 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

**Задача 2.2.** К всасывающей стороне цилиндра присоединен водяной вакуумметр с показанием  $h = 0,42 \text{ м}$ . Определить разрежение под поршнем (рис. 2.2).

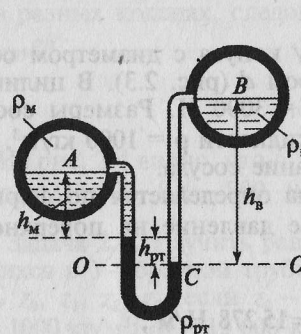


Рис. 2.1

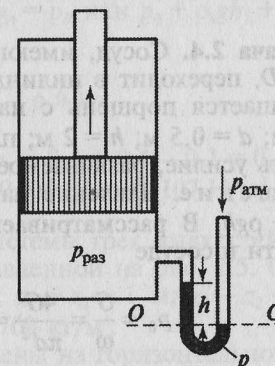


Рис. 2.2



Решение. Разрежение под поршнем определим по формуле

$$p_{\text{раз}} = p_{\text{атм}} - p_{\text{абс}},$$

где  $p_{\text{атм}}$  — атмосферное давление;  $p_{\text{абс}}$  — абсолютное давление в цилиндре,  $p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}} - \rho gh$ .

Тогда

$$p_{\text{раз}} = \rho gh = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,42 = 0,412 \cdot 10^4 \text{ Па.}$$

**Задача 2.3.** Избыточное давление воды в океане на глубине  $h = 300$  м равно  $31,5 \cdot 10^5$  Па. Требуется определить: плотность морской воды на этой глубине в общем виде; плотность морской воды на этой глубине в районах Северного полюса и экватора ( $g_{\text{пол}} = 9,831 \text{ кг/м}^3$ ,  $g_{\text{экв}} = 9,781 \text{ кг/м}^3$ ).

Решение. Плотность воды на глубине  $h = 300$  м определим следующим образом:

$$\rho = \frac{p_{\text{изб}}}{gh} = \frac{31,5 \cdot 10^5}{9,81 \cdot 300} = 1070 \text{ кг/м}^3.$$

Плотность воды в районе Северного полюса

$$\rho_{\text{пол}} = \frac{p_{\text{изб}}}{g_{\text{пол}} h} = \frac{31,5 \cdot 10^5}{9,831 \cdot 300} = 1068 \text{ кг/м}^3;$$

в районе экватора

$$\rho_{\text{экв}} = \frac{p_{\text{изб}}}{g_{\text{экв}} h} = \frac{31,5 \cdot 10^5}{9,781 \cdot 300} = 1073,5 \text{ кг/м}^3.$$

**Задача 2.4.** Сосуд, имеющий форму конуса с диаметром основания  $D$ , переходит в цилиндр диаметром  $d$  (рис. 2.3). В цилиндре перемещается поршень с нагрузкой  $G = 3000$  Н. Размеры сосуда:  $D = 1$  м;  $d = 0,5$  м;  $h = 2$  м; плотность жидкости  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Определить усилие, развиваемое на основание сосуда.

Решение. Давление на дне сосуда определяется по формуле  $p = p_0 + \rho gh$ . В рассматриваемом случае давление на поверхности жидкости в сосуда

$$p_0 = \frac{G}{\omega} = \frac{4G}{\pi d^2} = \frac{3000 \cdot 4}{3,14 \cdot 0,5^2} = 15278 \text{ Н/м}^2;$$

$$p = p_0 + \rho gh = 15278 + 1000 \cdot 9,8 \cdot 2 = 34900 \text{ Н/м}^2.$$

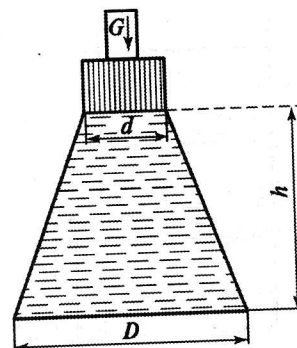


Рис. 2.3

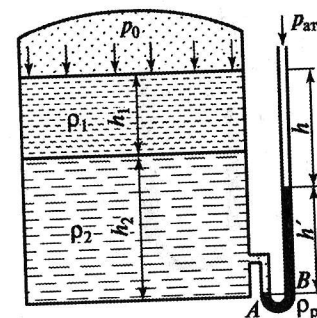


Рис. 2.4

Тогда усилие, развиваемое на основание сосуда, получим следующим образом:

$$P = p \omega_c = 34900 \cdot \frac{3,14 \cdot 1^2}{4} = 27396 \text{ Н.}$$

**Задача 2.5.** Вода плотностью  $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$  и минеральное масло плотностью  $\rho_1 = 800 \text{ кг/м}^3$ , находящиеся в закрытом резервуаре, сжимают воздух избыточным давлением  $p_0$  (рис. 2.4). Поверхность раздела минерального масла и воды находится на расстоянии  $h_1 = 0,3$  м от свободной поверхности. Показание U-образного ртутного манометра  $h' = 0,4$  м. Разница высот свободных поверхностей жидкостей в резервуаре и ртутном манометре  $h = 0,4$  м. Определить давление воздуха на свободной поверхности  $p_0$ .

Решение. Точки A и B U-образного ртутного манометра расположены на горизонтальной плоскости одной и той же жидкости, но в разных коленах, следовательно,  $p_A = p_B$  или  $p_0 + \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 = \rho_{\text{ртут}} gh'$ ;

$$p_0 = (\rho_{\text{ртут}} h' - \rho_1 h_1 - \rho_2 h_2)g.$$

Из рис. 2.4 видно, что  $h_2 = h + h' - h_1 = 0,4 + 0,4 - 0,3 = 0,5$  м, тогда  $p_0 = (13600 \cdot 0,4 - 800 \cdot 0,3 - 1000 \cdot 0,5)9,81 = 46107 \text{ Н/м}^2$ .

**Задача 2.6.** Изучить равновесие системы трех жидкостей, находящихся в U-образной трубке, представленной на рис. 2.5. Определить  $z_0, z_1, z_2, z_3$ , если  $z_0 - z_1 = 0,2$  м;  $z_1 + z_2 = 1$  м;  $z_3 - z_2 = 0,1$  м;  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_2 = 13600 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_3 = 700 \text{ кг/м}^3$ .

Решение. Точки A и B расположены на горизонтальной плоскости, следовательно,  $p_A = p_B$ ;  $(z_0 - z_1)\rho_0 = (z_2 - z_1)\rho_2 + (z_3 - z_2)\rho_3$ . Однако  $z_1 = 1 - z_2$ ;  $z_2 - z_1 = z_2 - 1 + z_2 = 2z_2 - 1$ , тогда



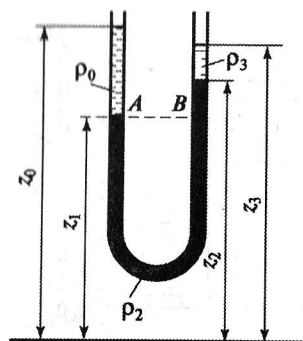


Рис. 2.5

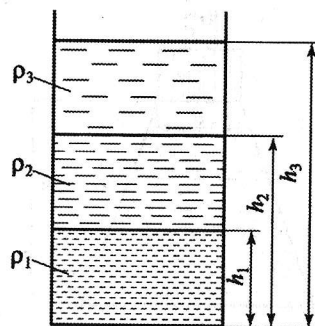


Рис. 2.6

$$0,2 \cdot 1000 = (2z_2 - 1)13\,600 + 0,1 \cdot 700; \quad 2z_2 = \frac{13\,870}{13\,600}; \quad z_2 = 0,51 \text{ м};$$

$$z_1 = 0,49 \text{ м}; \quad z_3 = 0,61 \text{ м}; \quad z_0 = 0,69 \text{ м}.$$

**Задача 2.7.** Несмешивающиеся жидкости с плотностями  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  и  $\rho_3$  находятся в сосуде (рис. 2.6). Определить избыточное давление на основание сосуда  $p_{\text{изб}}$ , если  $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_2 = 850 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_3 = 760 \text{ кг/м}^3$ ;  $h_1 = 1 \text{ м}$ ;  $h_2 = 3 \text{ м}$ ;  $h_3 = 6 \text{ м}$ .

**Решение.** Давление на дно определяется по формуле  $p_{\text{изб}} = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g (h_2 - h_1) + \rho_3 g (h_3 - h_2)$ , тогда

$$p_{\text{изб}} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 2 + 850 \cdot 9,81 \cdot 1 + 760 \cdot 9,81 \cdot 1 = 3,54 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2.$$

**Задача 2.8.** Разность давлений между двумя горизонтальными цилиндрическими сосудами, наполненными водой и газом (воздухом), измерена с помощью дифференциального манометра, наполненного спиртом ( $\rho_2$ ) и ртутью ( $\rho_3$ ). Зная давление воздуха над свободной поверхностью воды в одном из сосудов, определить давление газа  $p$ , если  $p_{\text{возд}} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$ ;  $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_2 = 800 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_3 = 13\,600 \text{ Н/м}^3$ ;  $h_1 = 200 \text{ мм}$ ;  $h_2 = 250 \text{ мм}$ ;  $h = 0,5 \text{ м}$ ;  $g = 10 \text{ м/с}^2$  (рис. 2.7).

**Решение.** Составим уравнение давлений по отношению к плоскости сравнения  $O-O$ :

$$p_{\text{возд}} + \rho_1 g (h + h_1) - \rho_3 g h_1 - \rho_2 g (h_2 - h_1) + \rho_2 g h_2 - \rho_3 g h_2 - p = 0.$$

Тогда

$$p = 2,5 \cdot 10^4 + 0,7 \cdot 10^4 - 2,72 \cdot 10^4 - 0,04 \cdot 10^4 + 0,2 \cdot 10^4 - 3,4 \cdot 10^4 = -2,76 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2.$$

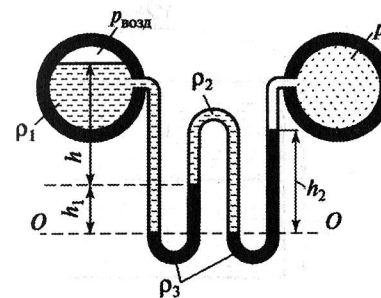


Рис. 2.7

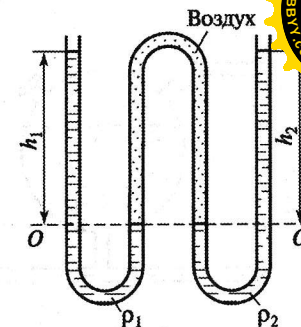


Рис. 2.8

**Задача 2.9.** Двойная U-образная трубка заполнена двумя жидкостями таким образом, что свободная поверхность во внутреннем ответвлении трубки находится на одном уровне (рис. 2.8). Рассчитать плотность  $\rho_2$ , если  $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $h_1 = 0,8 \text{ м}$ ;  $h_2 = 0,65 \text{ см}$ .

**Решение.** Запишем уравнение гидростатики для плоскости сравнения  $O-O$ :

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2;$$

$$\text{отсюда } \rho_2 = \frac{\rho_1 h_1}{h_2} = \frac{1000 \cdot 80}{65} = 1230 \text{ кг/м}^3.$$

**Задача 2.10.** Рассчитать избыточное давление на свободной поверхности минерального масла и абсолютное давление в точке  $M$ , если  $h = 2 \text{ м}$ ;  $z = 3,5 \text{ м}$ ;  $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$ ;  $p_{\text{атм}} = 10^5 \text{ Па}$ ;  $g = 10 \text{ м/с}^2$  (рис. 2.9).

**Решение.** Абсолютное давление масла в точке  $M$  определим по формуле

$$p_{\text{абс}} = \rho g z + p_{\text{атм}} = 850 \cdot 10 \cdot 3,5 + 10^5 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

Избыточное давление, действующее на свободную поверхность минерального масла, можно определить следующим образом:

$$p_{\text{изб}} = \rho g (z - h) = 850 \cdot 10 \cdot 1,5 = 12\,750 \text{ Н/м}^2 = 0,1275 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

**Задача 2.11.** Сосуд содержит две несмешивающиеся жидкости с плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$  (рис. 2.10). Давление над свободной поверхностью измеряется манометром. Определить избыточное давление на основание сосуда, если  $p_m = 102 \text{ Н/м}^2$ ;  $\rho_1 = 890 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_2 = 1280 \text{ кг/м}^3$ ;  $h_1 = 2,1 \text{ м}$ ;  $h_2 = 2,9 \text{ м}$ ;  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



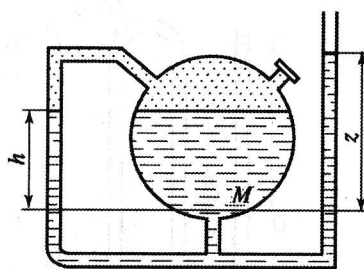


Рис. 2.9

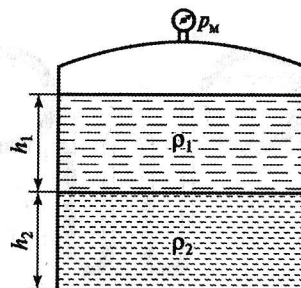


Рис. 2.10

Решение. Избыточное давление на основание сосуда

$$p_{\text{изб}} = p_M + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = 102 + 890 \cdot 10 \cdot 2,1 + 1280 \cdot 10 \cdot 2,9 = 55\,912 \text{ Н/м}^2.$$

**Задача 2.12.** В сообщающихся сосудах находятся две несмешивающиеся жидкости с плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Определить позицию свободных поверхностей жидкостей  $H_1$  и  $H_2$  по отношению к плоскости сравнения  $O-O$  (рис. 2.11), если  $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_2 = 1200 \text{ кг/м}^3$ ;  $h = 11 \text{ см}$ .

Решение. Запишем уравнение равновесия по отношению к плоскости сравнения  $O-O$ :

$$\rho_1 g H_1 = \rho_2 g (H_1 - h),$$

$$\text{откуда } H_1 = \frac{\rho_2 g h}{g(\rho_2 - \rho_1)} = \frac{1200 \cdot 11}{200} = 0,66 \text{ м};$$

$$H_2 = H_1 - h = 0,66 - 0,11 = 0,55 \text{ м}.$$

**Задача 2.13.** Определить объем воды и минерального масла в закрытом сосуде по данным пьезометра и индикатора уровня, если  $D = 0,4 \text{ м}$ ;  $a = 0,5 \text{ м}$ ;  $b = 1,6 \text{ м}$ ;  $\rho_m = 840 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_n = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $g = 10 \text{ м/с}^2$  (рис. 2.12).

Решение. Определим давление на поверхность воды:

$$p_{\text{изб}} = \rho g (b - a) = 1000 \cdot 10 \cdot 1,1 = 1,1 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2.$$

Определим силу тяжести, действующей на поверхность воды:

$$G = p_{\text{изб}} \omega = p_{\text{изб}} \frac{\pi D^2}{4} = 1,1 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,4^2}{4} = 0,138 \cdot 10^4 \text{ Н} = 1380 \text{ Н}.$$

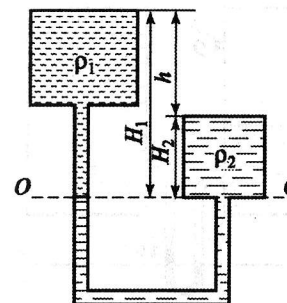


Рис. 2.11

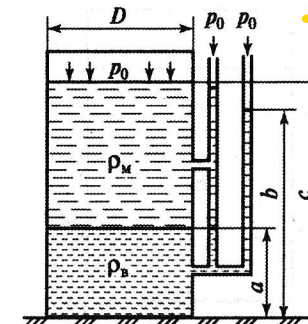


Рис. 2.12

Объем минерального масла, соответствующий силе тяжести  $G = \rho_m g V_m$ , определим по формуле

$$V_m = \frac{G}{\rho_m g} = \frac{1380}{840 \cdot 10} = 0,164 \text{ м}^3.$$

Объем воды

$$V_n = \omega a = \frac{3,14 \cdot 0,4^2}{4} \cdot 0,5 = 0,06 \text{ м}^3.$$

**Задача 2.14.** Показание манометра, расположенного на расстоянии  $h = 1 \text{ м}$  от дна резервуара,  $p_m = 5 \text{ Н/см}^2$ . Определить высоту свободной поверхности бензина  $H$  в резервуаре (рис. 2.13), если  $\rho_b = 850 \text{ кг/м}^3$ ;  $g \sim 10 \text{ м/с}^2$ .

Решение. Давление бензина на дно резервуара описывается формулой  $p_m + \rho_b g h = \rho_b g H$ , откуда

$$H = \frac{p_m + \rho_b g h}{\rho_b g} = \frac{50\,000 + 850 \cdot 10 \cdot 1}{850 \cdot 10} = 6,88 \text{ м}.$$

**Задача 2.15.** Два закрытых сосуда содержат воду. Свободные поверхности расположены по отношению к плоскости сравнения  $O-O$  на высотах  $h_1 = 1 \text{ м}$  и  $h_2 = 1,8 \text{ м}$  (рис. 2.14). Показание манометра  $p_1 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ , разница уровней ртути в дифференциальном манометре  $\Delta h = 200 \text{ мм}$ . Определить давление на свободную поверхность второго резервуара  $p_2$ .

Решение. Уравнение равновесия для плоскости сравнения  $O-O$  имеет вид  $p_2 = p_1 + \rho_w g h_1 - \rho_{\text{рт}} g \Delta h - \rho_w g (h_2 - \Delta h)$ . Подставив числовые значения, найдем



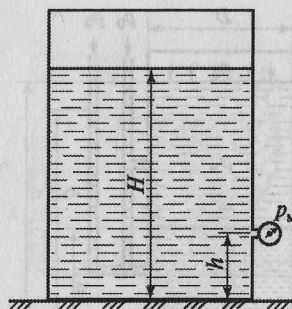


Рис. 2.13

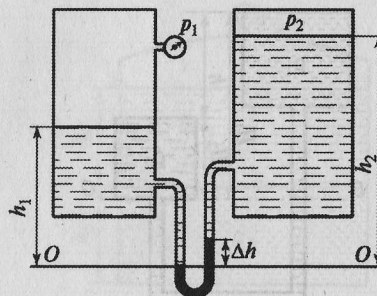


Рис. 2.14

$$p_2 = 1,2 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 1 - 13,6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,2 - 10^3 \cdot 10 \cdot 1,6 = 8,68 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2.$$

**Задача 2.16.** Какую силу нужно приложить к поршню 2, чтобы уравновесить действие силы  $P_1$ , действующей на поршень 1 диаметром  $d$  (рис. 2.15), если  $P_1 = 147 \text{ Н}$ ;  $D = 300 \text{ мм}$ ;  $d = 50 \text{ мм}$ ;  $h = 300 \text{ мм}$ ;  $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $g \sim 10 \text{ м/с}^2$ ?

**Решение.** Уравнение равновесия для плоскости сравнения  $O-O$  имеет вид

$$\frac{P_1}{\omega_1} = \frac{P_2}{\omega_2} + \rho gh,$$

$$\text{где } \omega_1 = \frac{\pi D^2}{4}; \omega_2 = \frac{\pi d^2}{4}.$$

$$\text{Отсюда } P_2 = \omega_2 \left( \frac{P_1}{\omega_1} - \rho gh \right) = \frac{3,14 \cdot 0,09}{4} \left( \frac{4 \cdot 147}{3,14 \cdot 0,025} - 0,3 \cdot 10^4 \right) = 5080 \text{ Н}.$$

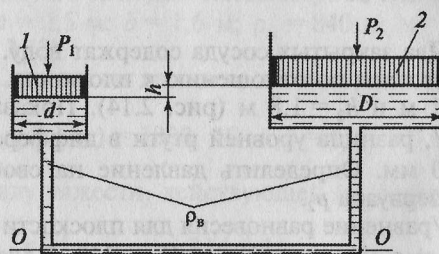


Рис. 2.15

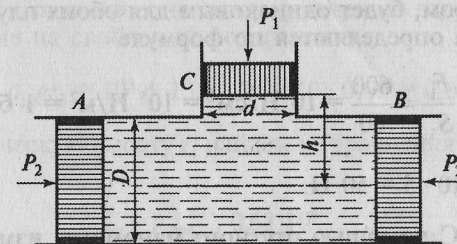


Рис. 2.16

**Задача 2.17.** Какая сила должна быть приложена к поршням  $A$  и  $B$  для уравновешивания системы поршней  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (рис. 2.16), если  $h = 80 \text{ см}$ ;  $D = 40 \text{ см}$ ;  $d = 5 \text{ см}$ ;  $P_1 = 72,64 \text{ Н}$ ;  $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ?

**Решение.** Сила  $P_2$ , которая должна быть приложена к площади большого поршня, определяется из условия равновесия системы поршней  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , т. е. баланс давления можно записать так:

$$\frac{P_2}{\omega_2} = \frac{P_1}{\omega_1} + \rho gh,$$

где  $\rho gh$  — давление, создаваемое погружением поршня на глубину  $h$ . Тогда

$$P_2 = P_1 \frac{\omega_2}{\omega_1} + \rho gh \omega_2 = 72,6 \frac{0,16}{0,0025} + 10^4 \cdot 0,8 \cdot 0,785 \cdot 0,16 = 5651,2 \text{ Н}.$$

**Задача 2.18.** Два плунжера  $A$  и  $B$ , находящиеся в горизонтальной плоскости, уравновешены (рис. 2.17). Определить показания манометра и силу  $F_2$ , если сила  $F_1 = 600 \text{ Н}$ , площади плунжеров соответственно  $S_1 = 60 \text{ см}^2$ ,  $S_2 = 5 \text{ см}^2$ .

**Решение.** Нахождение плунжеров в равновесии в горизонтальной плоскости означает, что по закону Паскаля давление, показы-

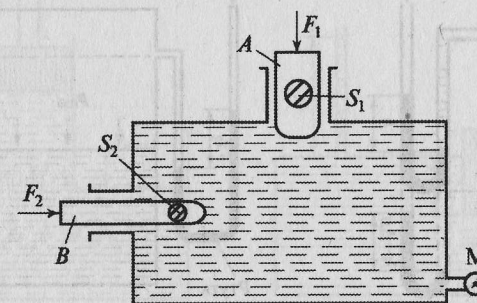


Рис. 2.17



ваемое манометром, будет одинаковым для обоих плунжеров. Показания манометра определяются по формуле

$$p_m = \frac{F_1}{S_1} = \frac{600}{60} = 10 \text{ Н/см}^2 = 10^5 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ бар},$$

тогда  $F_2 = pS_2 = 10 \cdot 5 = 50 \text{ Н}$ .

**Задача 2.19.** С помощью ртутного манометра измеряется гидростатическое давление в трубопроводе воды ( $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ ).

Манометр изготовлен из пластичного материала (резиновый шланг) и может растягиваться, увеличиваясь в размерах, например, на величину  $a$  (рис. 2.18). Найти величину  $\Delta h$  — изменение показания  $h$  ртутного манометра.

**Решение.** Запишем уравнение равновесия для левой и правой ветвей ртутного манометра (величина  $a$  резинового шланга составлена из высот ртутного и водяного столбов, имеющих одинаковую высоту  $\Delta h$  слева и справа ртутного манометра):

$$\rho_v a g = \rho_{рт} g \Delta h - \rho_v g \Delta h$$

или через относительную плотность [3, с. 10]

$$a = \delta \Delta h - \Delta h, \text{ тогда } \Delta h = \frac{a}{\delta - 1} = \frac{a}{12,6}.$$

**Задача 2.20.** Герметично закрытый стальной резервуар (рис. 2.19) содержит воду ( $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ ). Вентилятором на свободной поверхности создается избыточное давление, показание ртутного манометра ( $\rho_{рт} = 13\,600 \text{ кг/м}^3$ )  $z_2 = 500 \text{ мм}$ . Определить абсолютное давление на свободной поверхности жидкости в резервуаре и пьезометрическую высоту  $z_1$ .

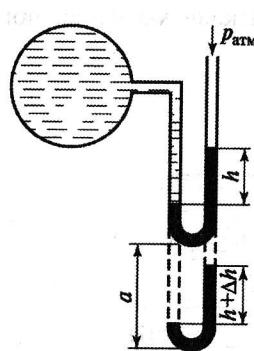


Рис. 2.18

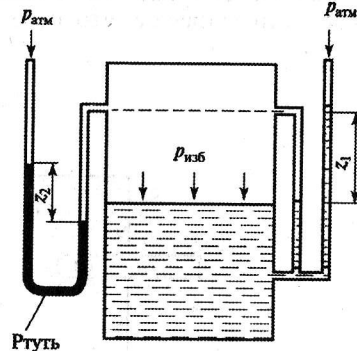


Рис. 2.19

**Решение.** Согласно основному уравнению гидростатики, абсолютное давление на свободной поверхности

$$p_{абс} = p_{атм} + \rho_{рт} g z_2 = 10^5 + 13,6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,05 = 0,68 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2.$$

Пьезометрическую высоту  $z_1$  найдем из уравнения  $p_{абс} = p_{атм} + \rho_v g z_1$ , откуда

$$z_1 = \frac{p_{абс} - p_{атм}}{\rho_v g} = \frac{0,68 \cdot 10^4}{10^4} = 0,68 \text{ м}.$$

**Задача 2.21.** Во избежание разрыва сплошности потока под поршнем в цилиндре (рис. 2.20) во время всасывания воды ( $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ ) требуется рассчитать максимальную высоту всасывания  $h_{\max вс}$ , если давление насыщенного пара  $p_e = 10 \text{ Н/м}^2$ .

**Решение.** Известно, что вакуумметрическое давление или разрежение показывает недостаток давления до атмосферного в данной точке [3, с. 28], а во избежание разрыва сплошности потока под поршнем в цилиндре во время всасывания необходимо определить максимально допустимое разрежение, т. е.

$$p_{\max раз} = p_{атм} - p_e = 100\,000 - 10 = 99\,990 \text{ Н/м}^2.$$

С другой стороны, по основному уравнению гидростатики  $p_{\max раз} = \rho_v g h_{\max вс}$ .

$$\text{Тогда } h_{\max вс} = \frac{p_{\max раз}}{\rho_v g} = \frac{99\,990}{1000 \cdot 10} = 9,999 \text{ м} \sim 10 \text{ м}.$$

**Задача 2.22.** Вследствие опускания поршня весом  $G$  в закрытый резервуар под действием силы  $P$  жидкость поднялась в пьезометре на высоту  $x$  (рис. 2.21). Определить величину  $x$ , если  $P = 300 \text{ Н}$ ;  $G = 200 \text{ Н}$ ;  $d = 0,1 \text{ м}$ ;  $h = 0,4 \text{ м}$ ;  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

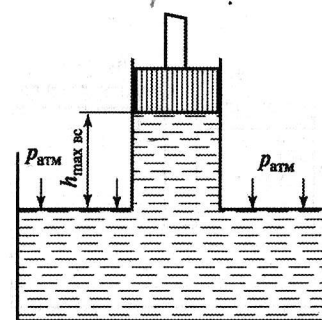


Рис. 2.20

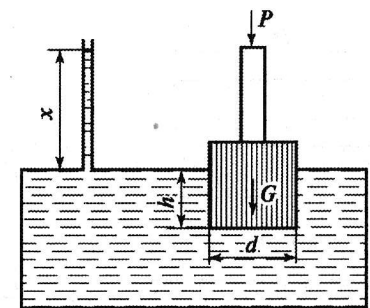


Рис. 2.21



Решение. Уравнение равновесия относительно плоскости сравнения, проведенной по верхней крышке закрытого резервуара, имеет вид

$$\rho g x = \left( P + G - \rho g \frac{\pi d^2}{4} h \right) \frac{4}{\pi d^2} = \frac{4(P+G)}{\pi d^2} - \rho g h.$$

Отсюда

$$x = \frac{4(P+G)}{\pi d^2 \rho g} - h = \frac{4(300+200)}{3,14 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,01} - 0,4 = 5,97 \text{ м.}$$

**Задача 2.23.** На зафиксированный на полу поршень опирается цилиндрический сосуд без дна, заполненный водой. Определить величины давления  $p_1$  и  $p_2$  (рис. 2.22), если вес сосуда  $G = 10^3 \text{ Н}$ ;  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $a = 0,8 \text{ м}$ ;  $D = 0,4 \text{ м}$ ;  $g \sim 10 \text{ м/с}^2$ .

Решение. Определим давление, создаваемое весом сосуда:

$$p_1 = \frac{4G}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,16} = \frac{10^3}{3,14 \cdot 0,04} = 7960 \text{ Н/м}^2.$$

Давление, создаваемое весом сосуда  $p_1$  и весом воды, находящейся в сосуде, найдем следующим образом:

$$p_2 = p_1 + \rho g a = 8000 + 0,8 \cdot 1000 \cdot 10 = 15\,960 \text{ Н/м}^2.$$

**Задача 2.24.** Система трех поршней в сообщающихся сосудах (рис. 2.23) находится в равновесии под действием трех сил  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  (с учетом веса поршней). Площади поршней соответственно  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ . Определить высоты  $h_1$  и  $h_2$ , если  $P_1 = 1300 \text{ Н}$ ;  $P_2 = 1000 \text{ Н}$ ;  $P_3 = 800 \text{ Н}$ ;  $S_1 = 0,4 \text{ м}^2$ ;  $S_2 = 0,6 \text{ м}^2$ ;  $S_3 = 0,9 \text{ м}^2$ ;  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

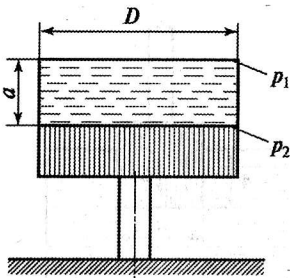


Рис. 2.22

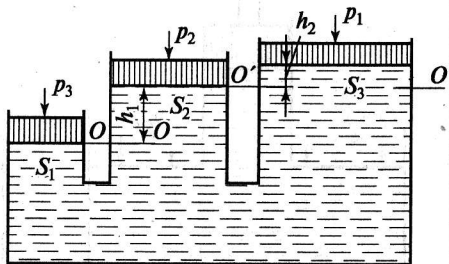


Рис. 2.23

Решение. Уравнение равновесия относительно плоскости сравнения  $O-O$ , проведенной через днище первого поршня, имеет вид

$$\frac{P_3}{S_1} = \frac{P_2}{S_2} + \rho g h_1.$$

Тогда

$$h_1 = \frac{P_3 S_2 - P_2 S_1}{S_1 S_2 \rho g} = \frac{800 \cdot 0,6 - 1000 \cdot 0,4}{0,4 \cdot 0,6 \cdot 10^4} = 3,3 \text{ см.}$$

Уравнение равновесия относительно плоскости сравнения  $O'-O'$ , проведенной через днище второго поршня:

$$\frac{P_2}{S_2} = \frac{P_1}{S_3} + \rho g h_2.$$

Тогда

$$h_2 = \frac{P_2 S_3 - P_1 S_2}{S_2 S_3 \rho g} = \frac{1000 \cdot 0,9 - 1300 \cdot 0,6}{0,6 \cdot 0,9 \cdot 10^4} = 2,2 \text{ см.}$$

**Задача 2.25.** В системе трех поршней (см. рис. 2.23) определить изменение сил  $P_2$  и  $P_3$  при заданных условиях (см. задачу 2.24).

Решение. Используем зависимость

$$\frac{P_2}{S_2} = \frac{P_1}{S_3} + \rho g h_2,$$

откуда  $P_2 = P_1 \frac{S_2}{S_3} + \rho g h_2 S_2 = 1300 \cdot 0,6/0,9 + 10^4 \cdot 0,022 \cdot 0,6 = 1000 \text{ Н.}$

Из уравнения

$$\frac{P_3}{S_1} = \frac{P_2}{S_2} + \rho g h_1$$

получим  $P_3 = P_2 \frac{S_1}{S_2} + \rho g h_1 S_1 = 1000 \cdot 0,4/0,6 + 10^4 \cdot 0,033 \cdot 0,4 = 798,6 \text{ Н.}$

**Задача 2.26.** Пьезометр и два жидкостных манометра присоединены к резервуару (рис. 2.24), наполненному бензином до отметки 2 м ( $\rho_6 = 700 \text{ кг/м}^3$ ). Определить показания манометра М и пьезометра



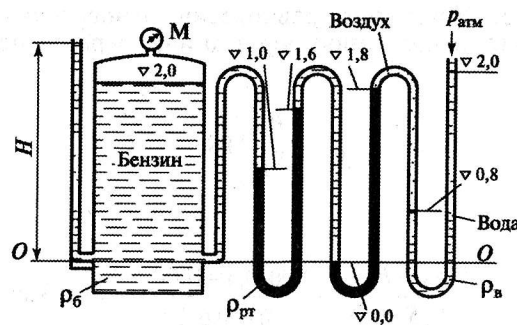


Рис. 2.24

ра  $H$  для уровней воды, ртути, указанных на рисунке в метрах. Плотностью воздуха можно пренебречь.

Решение. Уравнение равновесия относительно плоскости сравнения  $O-O$ , проведенной через место присоединения пьезометра, имеет вид

$$\rho_{\text{в}}gh(\nabla 2,0 - \nabla 0,8) + \rho_{\text{рт}}gh(\nabla 1,8) - \rho_{\text{в}}gh(\nabla 1,6) + \rho_{\text{рт}}gh(\nabla 1,6 - \nabla 1,0) + \rho_{\text{в}}gh(\nabla 1,0) = p_{\text{м}} + \rho_{\text{б}}gh(\nabla 2,0).$$

$$\text{Тогда } p_{\text{м}} = 10^4 \cdot 1,2 + 13,6 \cdot 10^4 \cdot 1,8 - 10^4 \cdot 1,6 + 13,6 \cdot 10^4 \cdot 0,6 + 0,7 \cdot 10^4 - 0,7 \cdot 10^4 \cdot 2 = 31,5 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2.$$

С другой стороны,  $\rho_{\text{б}}gH = p_{\text{м}} + \rho_{\text{бенз}}gh\nabla 2$ .

Тогда показание пьезометра

$$H = 2 + \frac{31,5 \cdot 10^4}{0,7 \cdot 10^4} = 2 + 45 = 47 \text{ м.}$$

**Задача 2.27.** Система двух поршней находится в равновесии (рис. 2.25). Определить разницу показаний пьезометров  $h$ , если  $D/d = 3$ ;  $H = 2$  м;  $\rho_1 = \rho_2 = \text{const}$ .

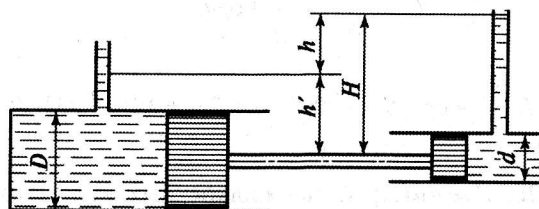


Рис. 2.25

Решение. Пусть  $H = h + h'$ . Система находится в равновесии, следовательно,

$$\frac{\pi d^2}{4} \rho g H = \frac{\pi D^2}{4} \rho g h',$$

$$\text{откуда } h' = \frac{H d^2}{D^2} = \frac{2}{9} = 0,222 \text{ м, тогда } h = 2 - 0,222 = 1,778 \text{ м.}$$

**Задача 2.28.** Определить давление пара в цилиндре поршневого парового насоса (рис. 2.26, золотниковая коробка, обеспечивающая возвратно-поступательное движение поршня в паровом цилиндре, не показана), необходимое для подачи воды на высоту  $H = 58$  м, если диаметры цилиндров  $d_1 = 0,3$  м;  $d_2 = 0,18$  м.

Решение. Суммарное давление, передаваемое по штоку от поршня парового цилиндра,

$$p = p_1 \omega_1.$$

В соответствии с законом Паскаля гидростатическое давление в корпусе насоса определяется по формуле

$$p_2 = \frac{p}{\omega_2} = \frac{p_1 \omega_1}{\omega_2}.$$

Искомое давление в паровом цилиндре

$$p_1 = p_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} = p_2 \frac{d_2^2}{d_1^2}.$$

Гидростатическое давление в корпусе насоса должно быть

$$p_2 = \rho g H, \text{ откуда } p_1 = \rho g H \frac{d_2^2}{d_1^2} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 58 \frac{0,18^2}{0,3^2} = 204,8 \cdot 10^3 \text{ Па.}$$

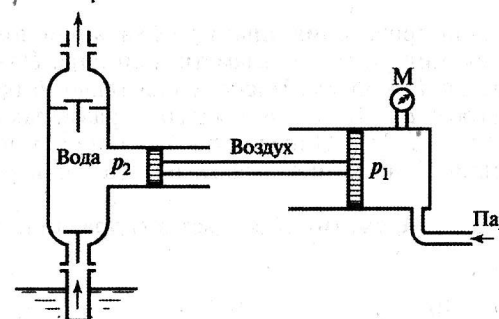


Рис. 2.26



**Задача 2.29.** Грунтовые воды, формирующие систему с нефтяным пластом, выходят на поверхность (рис. 2.27). Какова должна быть плотность глинистого раствора, применяемого при бурении ( $\rho_{\min}$ ), чтобы не было фонтанирования нефти при вскрытии пласта? Глубина скважины  $h = 2500$  м; расстояние между уровнем выхода подземных вод на поверхность и границей вода—нефть  $h_1 = 3200$  м; расстояние между уровнем выхода грунтовых вод на поверхность и устьем скважины  $h_2 = 600$  м; плотность подземных вод  $\rho_v = 1100$  кг/м<sup>3</sup>; плотность нефти  $\rho_n = 850$  кг/м<sup>3</sup>.

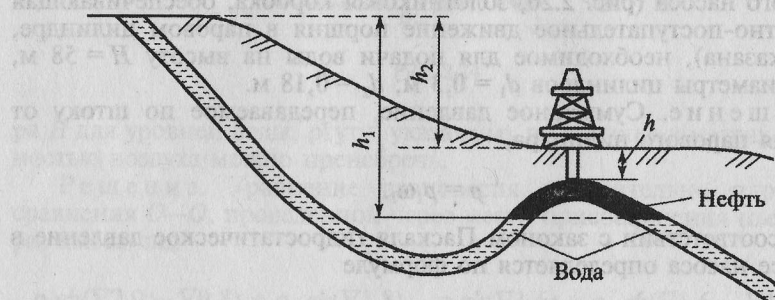


Рис. 2.27

**Решение.** Составим уравнение равновесия системы грунтовые воды—нефть:

$$\rho_v g h_1 = \rho_{\min} g h + \rho_n g (h_1 - h_2 - h).$$

Отсюда

$$\rho_{\min} = \frac{\rho_v g h_1 - \rho_n g (h_1 - h_2 - h)}{g h} = \frac{1100 \cdot 10 \cdot 3200 - 850 \cdot 10 \cdot 100}{10 \cdot 2500} = 1374 \text{ кг/м}^3.$$

**Задача 2.30.** Для проведения опыта по сжатию используют поршневой пресс, имеющий размеры: диаметр цилиндра  $D = 105$  мм, диаметр штока поршня  $d_1 = 55$  мм. Насос, управляющий прессом, имеет поршень диаметром  $d = 18$  мм и рычаги с размерами  $a = 100$  мм и  $b = 900$  мм (рис. 2.28). Определить давление  $p$  в гидравлической сети и усилие  $F$  на конце рычага насоса, если усилие сжатия  $Q = 10^5$  Н.

**Решение.** Усилие сжатия  $Q$  создает в гидравлической сети давление

$$p = \frac{Q}{S} = \frac{10^5}{\pi(D^2 - d^2)} = \frac{10^5}{3,14(0,105^2 - 0,055^2)} = 4 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2.$$

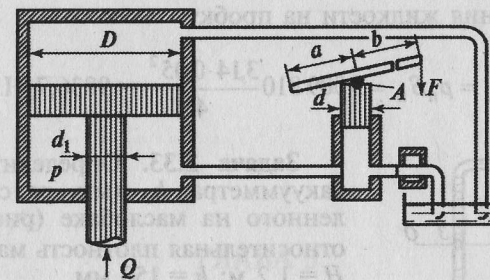


Рис. 2.28

Сила давления под поршнем диаметром  $d$ :

$$P = p \frac{\pi d^2}{4} = 4 \cdot 10^6 \frac{3,14}{4} \cdot 18^2 \cdot 10^{-6} = 1020 \text{ Н.}$$

Усилие, приложенное к рычагам пресса:

$$F(a + b) = Pa, \text{ откуда } F = \frac{1020 \cdot 0,1}{0,1 + 0,9} = 102 \text{ Н.}$$

**Задача 2.31.** Цилиндр диаметром  $d = 20$  см заполнен водой и закрыт сверху без зазора плавающим поршнем, на который положен груз массой 5 кг. На какую высоту поднимется вода в пьезометре, соединенном с поршнем?

**Решение.** Подъем жидкости в пьезометре связан с повышением давления зависимостью  $\Delta p = \rho g h$ . Повышение давления определяется силой тяжести  $G$ :

$$\Delta p = \frac{G}{S} = \frac{5 \cdot 9,81 \cdot 4}{3,14 \cdot 0,2^2} = 1562 \text{ Н/м}^2.$$

Тогда

$$h = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{1562}{9810} = 0,159 \text{ м.}$$

**Задача 2.32.** Определить давление воды на дно резервуара и на пробку, закрывающую отверстие в наклонной стенке резервуара. Давление на свободную поверхность жидкости  $p_0 = 5$  МПа;  $h = 2$  м; диаметр пробки  $d = 40$  мм;  $h_G = 1$  м.

**Решение.** Давление на дно сосуда складывается из давления на свободной поверхности и давления от погружения на глубину  $h$ :  $p = p_0 + \rho g h = 5 \cdot 10^6 + 9810 \cdot 2 = 5\,019\,620$  Н/м<sup>2</sup>. Давление на пробку складывается из давления на свободной поверхности и давления в центре тяжести пробки:  $p_n = 5 \cdot 10^6 + 9810 \cdot 1 = 5\,009\,810$  Н/м<sup>2</sup>.



Сила давления жидкости на пробку:

$$F_{\Pi} = p_{\Pi} S_{\Pi} = 5009810 \frac{3,14 \cdot 0,05^2}{4} = 9836,7 \text{ Н.}$$

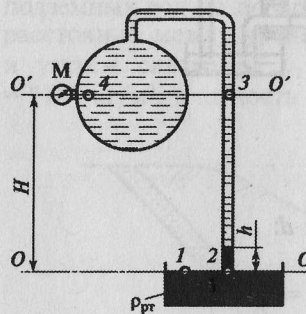


Рис. 2.29

**Задача 2.33.** Определить показание вакуумметра  $h_v$  (мм рт. ст.), установленного на маслобаке (рис. 2.29), если относительная плотность масла  $\rho_m = 0,85$ ;  $H = 1,2$  м;  $h = 150$  мм.

**Решение.** Проведем плоскости равного давления  $O-O$  и  $O'-O'$ . Тогда абсолютные давления  $p_1 = p_2$  и  $p_3 = p_4$ . Но  $p_1 = p_a$ , так как нижний резервуар открыт в атмосферу, а  $p_4 = p_a + p_b$ .

В соответствии с основным уравнением гидростатики  $p = p_0 + \rho gh$  имеем

$$p_2 = p_3 + \rho_m g(H - h) + \rho_{\text{рт}} gh.$$

Заменяя  $p_2$  и  $p_3$  их значениями, получим  $p_a = p_a - p_b + \rho_m g(H - h) + \rho_{\text{рт}} gh$ , откуда

$$p_b = \rho_m g(H - h) + \rho_{\text{рт}} gh = 850 \cdot 9,81(1,2 - 0,15) + 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,15 = 28800 \text{ Н/м}^2$$

или

$$h_b = \frac{p_b}{\rho_{\text{рт}} g} = \frac{28800}{13600 \cdot 9,81} = 0,216 \text{ м рт. ст.} = 216 \text{ мм рт. ст.}$$

## ГЛАВА 3

### Сила давления жидкости на стенку (плоскую и криволинейную)

**Задача 3.1.** Рассчитать манометрическое давление  $p_m$  и силу давления, действующую на верхнюю крышку сосуда, полностью заполненного водой (рис. 3.1), если вес сосуда  $G = 5 \cdot 10^4$  Н; диаметр сосуда  $D = 0,4$  м;  $S_2$  — площадь сечения верхней крышки; диаметр поршня, действующего на жидкость,  $d = 0,2$  м; площадь сечения поршня  $S_1 = \frac{3,14d^2}{4}$ .

**Решение.** Манометрическое давление создается только весом сосуда, т. е.

$$p_m = \frac{G}{S_1} = \frac{5 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 0,01} = 15,9 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2,$$

тогда сила давления, действующая на верхнюю крышку,

$$P = p_m S_2 = 15,9 \cdot 10^5 \frac{\pi D^2}{4} = 15,9 \cdot 10^5 \frac{3,14 \cdot 0,16}{4} = 19,97 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

**Задача 3.2.** Определить силу давления на вертикальную стенку  $ABCD$  сосуда, полностью заполненного водой (рис. 3.2), и положение центра давления, если  $L = 32$  м;  $l = 26$  м;  $h = 18$  м;  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Решение.** Сила давления на вертикальную стенку [3, с. 30] составит

$$P = (p_0 + \rho gh_g) S,$$

где  $S$  — площадь вертикальной стенки (в данном случае это трапеция),  $S = (L + l) \frac{h}{2} = (32 + 26)9 = 522 \text{ м}^2$ ;  $p_0$  — атмосферное давление на свободной поверхности воды;  $h_g$  — координата центра тяжести вертикальной стенки,



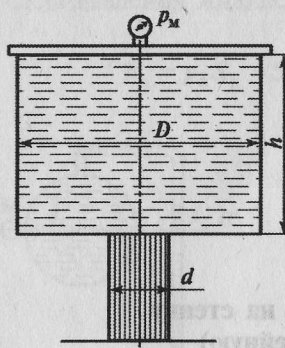


Рис. 3.1

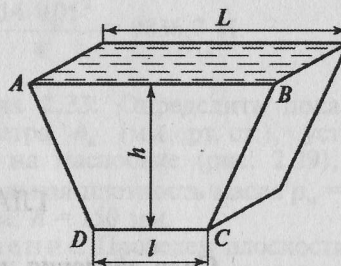


Рис. 3.2

$$h_g = \frac{h}{3} \frac{2l + L}{l + L} = \frac{18(52 + 32)}{3(26 + 32)} = 8,7 \text{ м.}$$

Сила давления на вертикальную стенку

$$P = \rho g h_g S = 10^4 \cdot 8,7 \cdot 522 = 454 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Положение центра давления вертикальной стенки — трапеции:

$$h_c = \frac{h}{2} \frac{3l + L}{2l + L} = \frac{9 \cdot 110}{84} = 11,8 \text{ м.}$$

**Задача 3.3.** Определить силы давления жидкости на стенки и основание открытого сосуда, если  $l = 5$  м;  $b = 3$  м;  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $h = 2$  м;  $\alpha = 60^\circ$ ;  $g = 10$  м/с<sup>2</sup> (рис. 3.3).

**Решение.** Для определения площади стенки найдем сторону  $L = l + 2h \operatorname{tg} 30^\circ = 7,3$  м, тогда площадь трапеции

$$S = (L + l) \frac{h}{2} = (7,3 + 5) \frac{2}{2} = 12,3 \text{ м}^2.$$

Координату центра тяжести трапеции определим следующим образом:

$$h_g = \frac{h}{3} \frac{2l + L}{l + L} = \frac{2}{3} \frac{10 + 7,3}{5 + 7,3} = 0,938 \text{ м,}$$

тогда сила давления жидкости на стенку

$$P_{\text{ст}} = \rho g h_g S = 10^3 \cdot 10 \cdot 0,938 \cdot 12 = 1,13 \cdot 10^5 \text{ Н}$$

и на основание сосуда —  $P_{\text{осн}} = \rho g h S_{\text{осн}} = 10^3 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 3 \cdot 10^5 \text{ Н.}$

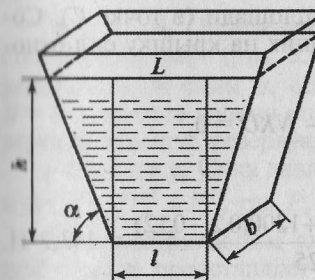


Рис. 3.3

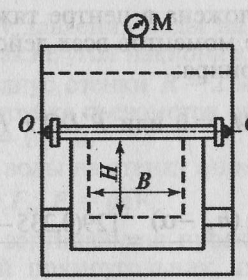


Рис. 3.4

**Задача 3.4.** Определить силу давления воды  $P'$  на крышку, перекрывающую прямоугольное отверстие в плоской стенке резервуара (рис. 3.4), вертикальную координату  $h_d$  точки ее приложения и усилие  $N$ , которое необходимо приложить к крышке в точке  $K$ , если размеры отверстия  $B = 30$  см,  $H = 20$  см, расстояние от верхней кромки отверстия до свободной поверхности воды  $a = 120$  мм, расстояние между точкой  $K$  и осью шарнира  $O-O$   $l = 250$  мм, показание манометра, установленного на верхней крышке резервуара,  $p_m = 0,2 \cdot 10^5$  Па.

**Решение.** Сила давления воды на крышку определяется по формуле  $P' = \rho g h_d F$ , где  $h_d$  — координата центра тяжести крышки,

$$h_d = a + \frac{H}{2} = 0,12 + \frac{0,2}{2} = 0,22 \text{ м.}$$

Тогда  $P' = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,22 \cdot 0,06 = 129 \text{ Н.}$

Площадь крышки  $F = BH = 0,3 \cdot 0,2 = 0,06 \text{ м}^2$ .

Найдем положение центра давления:

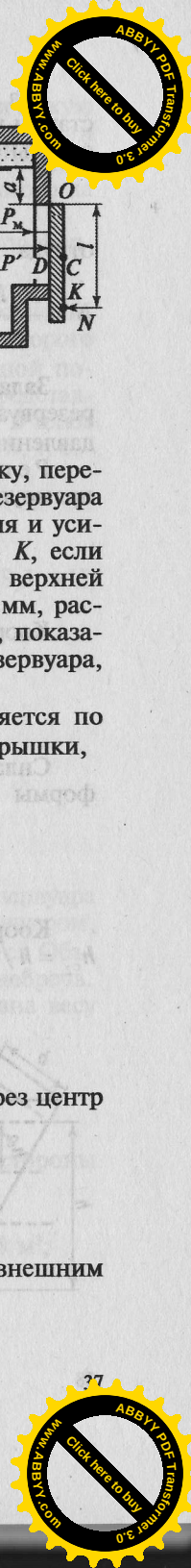
$$h_c = h_d + \frac{I_c}{h_d F} = 0,22 + \frac{0,0002}{0,22 \cdot 0,06} = 0,235 \text{ м,}$$

где  $I_c$  — момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести,

$$I_c = \frac{BH^3}{12} = \frac{0,3 \cdot 0,2^3}{12} = 0,0002 \text{ м}^4.$$

Определим силу давления на крышку  $P_m$ , создаваемую внешним давлением на свободную поверхность:

$$P_m = p_m F = 20\,000 \cdot 0,06 = 1200 \text{ Н.}$$





Эта сила приложена в центре тяжести площади (в точке С). Составим уравнение моментов всех действующих на крышку сил относительно оси шарнира:

$$\Sigma M_O = 0 \text{ или } P'DO + P_m CO - NKO = 0,$$

откуда

$$N = \frac{P'(h_c - \alpha) + P_m(h_d - \alpha)}{l} = \frac{129(0,235 - 0,12) + 1200(0,2 - 0,12)}{0,25} = 443,3 \text{ Н.}$$

**Задача 3.5.** Определить силы давления на боковые поверхности резервуара, заполненного бензином (рис. 3.5), и координаты центров давления, если  $\alpha = 60^\circ$ ;  $b = 1$  м;  $h = 4$  м;  $\rho = 750$  кг/м<sup>3</sup>;  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Решение.** Сила давления жидкости на боковую поверхность прямоугольной формы

$$P_1 = \rho g h_d S = 750 \cdot 10 \left( \frac{4}{\sin 60^\circ} \cdot \frac{1}{2} \right) \left( \frac{4}{\sin 60^\circ} \cdot 1 \right) = 8 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Координата центра давления поверхности прямоугольной формы

$$h_{c1} = \frac{2}{3} L = \frac{2}{3} \left( \frac{h}{\sin 60^\circ} \right) = \frac{2}{3} \left( \frac{4}{\sin 60^\circ} \right) = \frac{2}{3} 4,62 = 3,08 \text{ м.}$$

Сила давления жидкости на боковую поверхность треугольной формы

$$P_2 = \rho g h_d S_2 = 10 \cdot 750 \left( \frac{4}{\cos 60^\circ} \cdot 2 \right) \frac{4}{3} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Координата центра давления поверхности треугольной формы  $h_{c2} = h/2 = 2$  м.

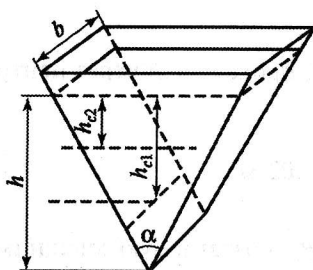


Рис. 3.5

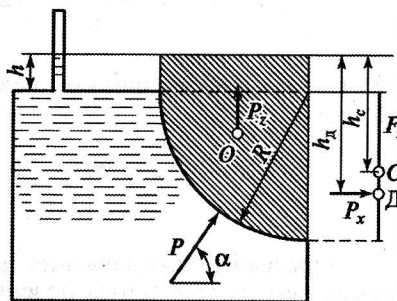


Рис. 3.6

**Задача 3.6.** Определить силу давления воды на цилиндрическую стенку резервуара (рис. 3.6), а также угол наклона к горизонту линии действия этой силы  $\alpha$ , если радиус стенки  $R = 2$  м, ширина стенки  $B = 3$  м, высота уровня воды в трубке пьезометра, установленного на верхней крышке резервуара,  $h = 0,5$  м.

**Решение.** Сила давления воды на стенку определяется по формуле  $P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}$ , где  $P_x = \rho g h_c F_c$ ;  $P_z = \rho g V$ .

В рассматриваемом случае вертикальная проекция криволинейной стенки представляет собой прямоугольник, площадь которого  $F_c = BR = 3 \cdot 2 = 6$  м<sup>2</sup>, расстояние центра тяжести от свободной поверхности  $h_c = h + R/2 = 0,5 + 2/2 = 1,5$  м, а тело давления представляет собой объем четверти цилиндра радиусом  $R$  и шириной  $B$  плюс объем параллелепипеда с площадью основания  $BR$  и высотой  $h$ , т. е.

$$V = \frac{1}{4} \pi R^2 B + BRh = \frac{1}{4} \pi \cdot 2^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 0,5 = 12,4 \text{ м}^3.$$

Таким образом,  $P_x = 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,5 \cdot 6 = 88\,290$  Н = 88,3 кН;  
 $P_z = 1000 \cdot 9,81 \cdot 12,4 \cdot 6 = 121\,644$  Н = 12,2 кН.

Тогда

$$P = \sqrt{88,3^2 + 12,2^2} = 151 \text{ кН.}$$

Угол наклона силы  $P$  к горизонту:

$$\alpha = \arctg \frac{P_z}{P_x} = \arctg \frac{12,2}{88,3} = \arctg 1,383 = 54^\circ 08'.$$

**Задача 3.7.** Определить силу давления на основание резервуара (рис. 3.7), а также силу, действующую на землю под резервуаром, если  $h = 3$  м;  $b = 3$  м;  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $l_1 = 6$  м;  $\alpha = 60^\circ$ ;  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Объяснить полученные результаты. Весом резервуара можно пренебречь.

**Решение.** Сила давления на основание резервуара равна весу воды в объеме  $W$ , тогда

$$G = \rho g W; W = \frac{h}{6} (l_1 b + (L + l_1)(l_1 + b) + Lb),$$

где  $W$  — объем усеченной пирамиды;  $L$  — верхний размер стороны пирамиды,

$$W = \frac{3}{6} (6 \cdot 3 + (9,5 + 6)6 + 9,5 \cdot 3) = \frac{1}{2} (18 + 93 + 28,5) = \frac{139,5}{2} = 69,75 \text{ м}^3;$$

$$L = l_1 + 2htg \frac{\alpha}{2} = 6 + 2 \cdot 3 \cdot 0,58 = 9,5 \text{ м.}$$



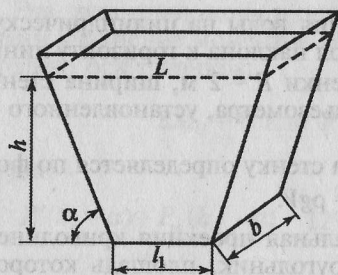


Рис. 3.7

Тогда  $G = 10^3 \cdot 10 \cdot 69,75 = 6,975 \cdot 10^5$  Н.

Сила, действующая на землю под резервуаром, определяется по основному уравнению гидростатики

$$P_f = \rho g h S = 10^3 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 18 = 5,4 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Сравнив  $G$  и  $P_f$ , увидим, что  $G > P_f$ . Это свойство жидкости, на первый взгляд противоречащее обычным представлениям, в чем и заключается гидравлический парадокс.

**Задача 3.8.** Определить силу  $F$ , необходимую для удержания вертикального панно (стенки) шириной  $b = 4$  м и высотой  $H = 5,5$  м (рис. 3.8) при глубине воды слева  $h_1 = 5$  м, справа  $h_2 = 2$  м;  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $g \sim 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Решение.** Запишем равенство моментов сил, действующих на стенку:

$$FH + P_2(h_2 - h_{c_2}) = P_1(h_1 - h_{c_1}).$$

Глубина центра тяжести вертикальной стенки:

$$\text{слева } h_{g_1} = \frac{1}{2} h_1 = 2,5 \text{ м;}$$

$$\text{справа } h_{g_2} = \frac{1}{2} h_2 = 1,0 \text{ м.}$$

Определим силы давления

$$P_1 = \rho g h_{g_1} S_1 = 10^3 \cdot 10 \cdot 2,5(4 \cdot 5) = 5 \cdot 10^5 \text{ Н;}$$

$$P_2 = \rho g h_{g_2} S_2 = 10^3 \cdot 10 \cdot 1(4 \cdot 2) = 0,8 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Координаты центра давления (стенка вертикальная прямоугольная):

$$h_{1c} = \frac{2}{3} h_1 = 3,33 \text{ м; } h_{2c} = \frac{2}{3} h_2 = 1,33 \text{ м.}$$

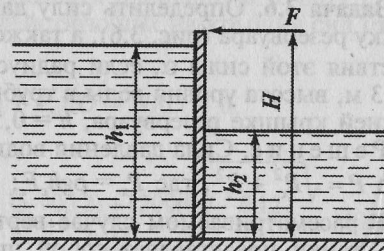


Рис. 3.8

Тогда

$$F = \frac{5 \cdot 10^5 (5 - 3,33) - 0,8 \cdot 10^5 (2 - 1,33)}{5,5} = 1,42 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

**Задача 3.9.** Резервуар, содержащий бензин ( $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>), разделен на две части плоской стенкой, имеющей квадратное отверстие, которое закрыто (рис. 3.9). Определить результирующую силу давления и момент сил давления по отношению к точке  $A$ , а также точку приложения этой результирующей силы. Исходные данные:  $p_1 = 0,15$  Н/см<sup>2</sup>;  $p_2 = 0,05$  Н/см<sup>2</sup>;  $a = 1$  м;  $g \sim 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Решение.** Определим силу давления жидкости, действующую слева от отверстия:

$$P_1 = p_1 S_1 + \rho g h_{g_1} S_1 = 0,15 \cdot 10^4 \cdot 1 + 900 \cdot 10 \cdot 0,71 \cdot 1 = 0,79 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Площадь квадратной стенки  $S_1 = a^2 = 1$  м<sup>2</sup>.

Глубина погружения центра тяжести квадратной стенки:

$$h_{g_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} a = 0,71 \text{ м.}$$

Глубина погружения центра давления квадратной стенки:

$$h_{c_1} = \frac{7\sqrt{2}}{12} a = 0,825 \text{ м.}$$

Определим силу давления жидкости, действующую справа от отверстия:

$$P_2 = p_2 S_2 + \rho g h_{g_2} S_2 = 0,05 \cdot 10^4 \cdot 1 + 900 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{6} \cdot \frac{1}{2} = 1560,7 \text{ Н.}$$

Площадь треугольной стенки  $S_2 = \frac{a^2}{2} = \frac{1}{2}$  м<sup>2</sup>.

Глубина погружения центра тяжести треугольной стенки:

$$h_{g_2} = \frac{a\sqrt{2}}{6} = \frac{1 \cdot 1,42}{6} = 0,2357 \text{ м.}$$

Глубина погружения центра давления треугольной стенки:

$$h_{c_2} = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{2}}{2} = 0,35 \text{ м.}$$



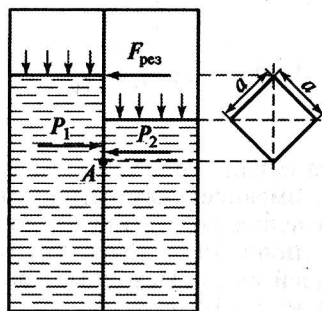


Рис. 3.9

Тогда момент сил давления по отношению к точке A:

$$P_1(a\sqrt{2} - 0,825) = P_2\left(\frac{a\sqrt{2}}{2} - 0,35\right) + F_{\text{рез}} a\sqrt{2},$$

где  $F_{\text{рез}}$  — результирующая сила давления,

$$F_{\text{рез}} = \frac{0,78 \cdot 10^4 (1,42 - 0,825) - 0,156 \cdot 10^4 (0,71 - 0,35)}{1,42} = 2939 \text{ Н.}$$

Точка приложения  $F_{\text{рез}}$  — верхняя точка квадратного отверстия.

**Задача 3.10.** Резервуар заполнен бензином ( $\rho_6 = 750 \text{ кг/м}^3$ ) на высоту  $H = 2 \text{ м}$ . На дне резервуара расположено отверстие  $a \times b = 0,5 \times 0,6 \text{ м}$ , закрытое трапом, которое вращается вокруг шарнира A (рис. 3.10). Вес трапа  $G = 120 \text{ Н}$ . Определить силу  $T_{\text{мин}}$  открытия трапа и расстояние  $x$  приложения этой силы.

**Решение.** Минимальная сила, которая необходима для открытия трапа, должна быть приложена к концу трапа на расстоянии  $a$  от шарнира A, тогда  $\Sigma m = 0$  или  $T_{\text{мин}}a - (G + P_{\text{ж}})a/2 = 0$ .

Тогда

$$T_{\text{мин}} = \frac{1}{2}(G + P_{\text{ж}}),$$

где  $P_{\text{ж}}$  — сила давления жидкости на трап,  $P_{\text{ж}} = pS = \rho g H a b = 4500 \text{ Н}$ .  
Отсюда

$$T_{\text{мин}} = \frac{4500 + 120}{2} = 2310 \text{ Н.}$$

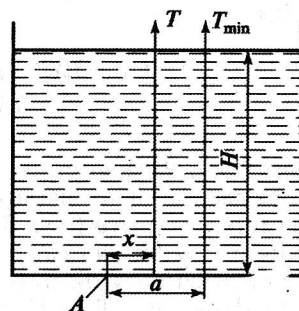


Рис. 3.10

Момент силы открытия трапа

$$Tx = G \frac{a}{2} + P \frac{a}{2} = 120 \cdot 0,25 + 4500 \cdot 0,25 = 30 + 1125 = 1155 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\text{отсюда } x = \frac{1155}{T_{\text{мин}}} = \frac{1155}{2310} = 0,5 \text{ м.}$$

**Задача 3.11.** Трубопровод диаметром  $d = 0,75 \text{ м}$  заканчивается заполненным нефтью ( $\rho = 860 \text{ кг/м}^3$ ) резервуаром и закрыт крышкой с 12 болтами (рис. 3.11). Свободная поверхность в резервуаре находится на расстоянии  $h_d = 7 \text{ м}$  от центра тяжести крышки. Напряжение на разрыв стали болтов  $[\sigma] = 7000 \text{ Н/см}^2$ . Определить силу давления жидкости на крышку, глубину центра давления и диаметр болтов, если  $D = d$ .

**Решение.** Определим силу давления жидкости на крышку:

$$P = \rho g h_d S = 860 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 0,44 = 26488 \text{ Н.}$$

Глубина центра давления определяется по формуле

$$h_c = h_d + e = h_d + \frac{I_x}{h_d S},$$

где  $I_x$  — момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести,

$$I_{Ox} = \frac{\pi d^4}{64}.$$

$$\text{Тогда } h_c = 7 + \frac{\pi d^4}{64 h_d S} = 7 + 0,01 = 7,01 \text{ м.}$$

$$\text{Суммарная площадь всех болтов } \Sigma S_6 = \frac{26488}{7000} = 3,784 \text{ см}^2, \text{ отсюда}$$

$$\text{площадь одного болта } S_6 = \frac{\Sigma S_6}{n} = \frac{3,784}{12} = 0,315 \text{ см}^2.$$

$$\text{Так как } S_6 = (\pi d^2)/4 = 0,785 d^2, \text{ то } d_6 = \sqrt{S_6 / 0,785} = 0,63 \text{ см.}$$

**Задача 3.12.** Определить силу давления на основание резервуаров, представленных на рис. 3.12, а также силу реакции земли. Резервуары заполнены бензином одинаковой плотности. Весом резервуаров можно пренебречь. Исходные данные:  $d = 1 \text{ м}$ ;  $d_1 = 0,5 \text{ м}$ ;  $D = 2 \text{ м}$ ;  $h_1 = 1 \text{ м}$ ;  $h_2 = 2 \text{ м}$ ;  $h_3 = 1,5 \text{ м}$ ;  $\rho = 700 \text{ кг/м}^3$ .

**Решение.** Силу давления на основание первого резервуара определим по основному уравнению гидростатики

$$P_1 = \rho g (h_1 + h_2) S = 700 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 0,785 = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$



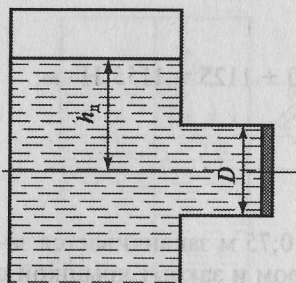


Рис. 3.11

Сила реакции земли равна весу жидкости в объеме тела (цилиндр плюс усеченный конус):

$$G_1 = \rho g \left( \frac{\pi D^2}{4} h_2 + \frac{\pi h_1}{3} (R^2 + r^2 + Rr) \right) =$$

$$= 700 \cdot 10 \left( 0,785 \cdot 16 + \frac{3,14}{3} (1 + 0,25 + 0,5) \right) = 10 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Сила давления на основание второго резервуара согласно основному уравнению гидростатики:

$$P_2 = \rho g (h_1 + h_2) \frac{\pi d^2}{4} = 700 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 0,785 \cdot 1 = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Сила реакции земли равна весу жидкости в объеме цилиндра:  $G_2 = \rho g W$ , где  $W = \frac{\pi d^2}{4} (h_1 + h_2)$ , тогда

$$G_2 = 700 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 0,785 \cdot 1 = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Сила давления на основание третьего резервуара:

$$P_3 = \rho g (h_1 + h_2) \frac{\pi d^2}{4} = 700 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 0,785 \cdot 1 = 1,65 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Сила реакции земли равна весу жидкости в объеме тела (два цилиндра диаметрами  $d_1$  и  $d$ ):

$$G_3 = \rho g \left( \frac{\pi d^2}{4} h_3 + \frac{\pi d_1^2}{4} (h_1 + h_2 - h_3) \right) =$$

$$= 10^4 \left( \frac{3,14 \cdot 1^2}{4} 1,5 + \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} (1 + 2 - 1,5) \right) = 1,47 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

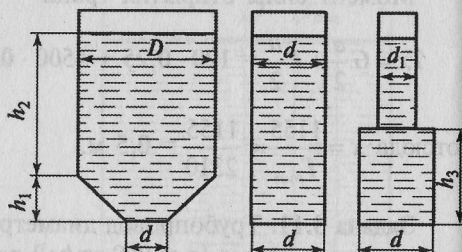


Рис. 3.12

**Задача 3.13.** Определить силу суммарного давления воды на плоский щит, перекрывающий канал, и усилие, которое необходимо приложить для подъема щита. Ширина канала  $b = 1,8$  м, глубина воды в нем  $h = 2,2$  м. Вес щита  $G = 15$  кН. Коэффициент трения щита по опорам  $f = 0,25$  (рис. 3.13).

**Решение.** Силу суммарного давления на щит определим по формулам

$$p = p_c \omega = \rho g h_s b h = \frac{\rho g h^2 b}{2}.$$

Построим эпюру избыточного гидростатического давления. В точке  $B$  гидростатическое давление  $p_B = \rho g h$ .

Отложим от точки  $B$  в направлении, перпендикулярном щиту, величину  $p_B$  (со стороны действия давления) и соединим начало полученного вектора (точку  $C$ ) с точкой  $A$ . Полученный треугольник  $ABC$  — эпюра гидростатического давления.

По эпюре гидростатического давления определим силу суммарного давления на щит, равную объему этой эпюры:

$$P = \omega_{ABC} b = \frac{AB \cdot BC}{2} b = \frac{\rho g h^2 b}{2}.$$

Полученная формула аналогична записанной ранее. Подставив в эту формулу заданные величины, найдем

$$P = \frac{1000 \cdot 9,81 \cdot 2,2^2 \cdot 1,8}{2} = 42,7 \cdot 10^3 \text{ Н} = 42,7 \text{ кН.}$$

Определим усилие, необходимое для подъема щита:

$$T = G + fP = 15 + 0,25 \cdot 42,7 = 25,6 \text{ кН.}$$

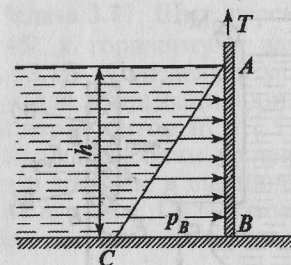


Рис. 3.13

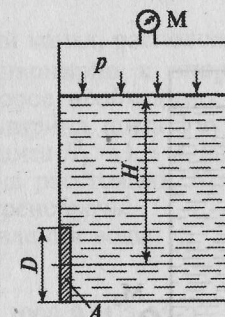


Рис. 3.14



**Задача 3.14.** Определить результирующую силу давления на плоскую поверхность  $A$  и положение точки ее приложения (рис. 3.14). Показание манометра на закрытом резервуаре, заполненном водой,  $p_m = 5000 \text{ Н/м}^2$ ;  $H = 4 \text{ м}$ ;  $D = 1 \text{ м}$ ;  $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $g \sim 10 \text{ м/с}^2$ .

**Решение.** Результирующую силу давления на плоскую поверхность  $A$  определим согласно основному уравнению гидростатики:

$$F = pS = (p_m + \rho g H)S = (5000 + 1000 \cdot 10 \cdot 4)0,785 \cdot 1 = 35\,325 \text{ Н.}$$

Координату центра давления или точки приложения результирующей силы можно определить следующим образом:

$$h_c = h_g + e = H + \frac{4\pi D^4}{64 \cdot 4\pi D^2} = 4 + \frac{4 \cdot 1}{8 \cdot 8 \cdot 4} = 4,015 \text{ м.}$$

**Задача 3.15.** Показание манометра  $M_1$   $p_1 = 5 \text{ Н/см}^2$ , показание манометра  $M_2$   $p_2 = 6 \text{ Н/см}^2$ ,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  и  $g \sim 10 \text{ м/с}^2$ . Определить позицию свободной поверхности от дна резервуара (рис. 3.15).

**Решение.** Согласно основному уравнению гидростатики,  $p_2 = p_1 + \rho g H$ , откуда

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{10^4}{10^3 \cdot 10} = 1 \text{ м.}$$

**Задача 3.16.** На плоской боковой поверхности резервуара имеется полусферическая крышка-трап (рис. 3.16). Высота жидкости над центром трапа  $H$ , показание вакуумметра, установленного на резервуаре,  $p_v$ . Определить результирующее давление на крышку трапа, если  $D = 0,6 \text{ м}$ ;  $H = 3,5 \text{ м}$ ;  $p_v = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ ;  $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $g \sim 10 \text{ м/с}^2$ .

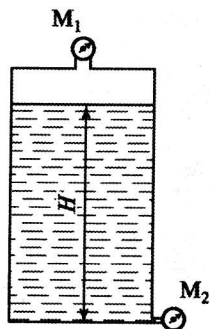


Рис. 3.15

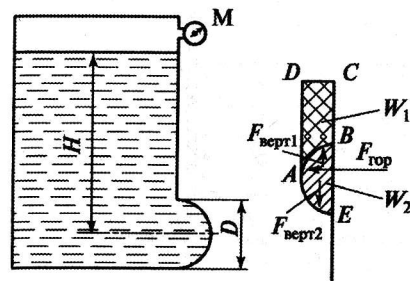


Рис. 3.16

**Решение.** Силу давления жидкости определим по [3, с. 34]

$$F = \sqrt{F_{\text{гор}}^2 + F_{\text{верт}}^2}.$$

В рассматриваемом случае вертикальная проекция трапа представляет собой круг диаметром  $D$ , тогда горизонтальная составляющая

$$F_{\text{гор}} = -(p_{\text{изб}} + \rho g h_g)S_{\text{верт}} = -(0,5 \cdot 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 3,5) \cdot \frac{3,14 \cdot 0,6^2}{4} = -24\,021 \text{ Н.}$$

Вертикальная составляющая равна разнице двух вертикальных составляющих тел давления с соответствующими объемами  $ADCE$  и  $ADCB$ , построенных на дугах  $EA$  и  $AB$ , т. е.  $W_2$  и  $W_1$ . В результате получим вес воды полусферы  $EAB$  диаметром  $D$ , т. е.

$$F_{\text{верт}} = F_{\text{верт}2} - F_{\text{верт}1};$$

$$F_{\text{верт}2} = -p_{\text{изб}}S_{\text{гор}} + \rho g W_2;$$

$$F_{\text{верт}1} = -p_{\text{изб}}S_{\text{гор}} + \rho g W_1.$$

Тогда

$$F_{\text{верт}} = -p_{\text{изб}}S_{\text{гор}} + \rho g W_2 + p_{\text{изб}}S_{\text{гор}} - \rho g W_1 = \rho g(W_2 - W_1) = \rho g \frac{\pi D^3}{12} = 10^4 \left( \frac{3,14}{12} \right) 0,216 = 565,2 \text{ Н.}$$

Таким образом, сила давления жидкости на крышку трапа

$$F = \sqrt{F_{\text{гор}}^2 + F_{\text{верт}}^2} = \sqrt{(-24\,021)^2 + (565,2)^2} = 24\,027,6 \text{ Н.}$$

**Задача 3.17.** Щит, перекрывающий канал, расположен под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту и закреплен шарнирно к опоре над водой (рис. 3.17). Определить усилие, которое необходимо приложить к тросу для открывания щита, если ширина щита  $b = 2 \text{ м}$ , глубина воды перед щитом  $H_1 = 2,5 \text{ м}$ , после щита  $H_2 = 1,5 \text{ м}$ . Шарнир расположен над высоким уровнем воды на расстоянии  $H_3 = 1 \text{ м}$ . Весом щита и трением в шарнире можно пренебречь.

**Решение.** Сила суммарного давления воды: слева

$$P_1 = p_c \omega = \rho g \frac{H_1}{2} b \frac{H_1}{\sin \alpha} = \frac{\rho g H_1^2 b}{2 \sin \alpha} = \frac{1000 \cdot 9,81 \cdot 2,5^2 \cdot 2}{2 \sin 45^\circ} = 86,7 \text{ кН;}$$



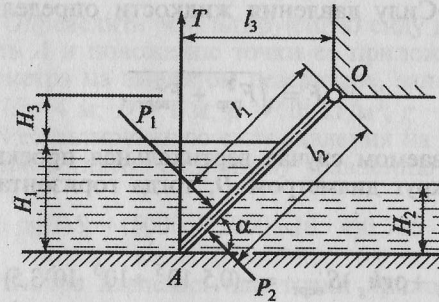


Рис. 3.17

справа

$$P_2 = \frac{\rho g H_2^2 b}{2 \sin \alpha} = \frac{1000 \cdot 9,81 \cdot 1,5^2 \cdot 2}{2 \sin 45^\circ} = 31,25 \text{ кН.}$$

Расстояние от шарнира до центров приложения сил давления:

$$l_1 = \frac{H_3}{\sin \alpha} + \frac{2H_1}{3 \sin \alpha} = \frac{1}{\sin 45^\circ} + \frac{2 \cdot 2,5}{3 \sin 45^\circ} = 3,77 \text{ кН;}$$

$$l_2 = \frac{H_1 + H_3 - H_2}{\sin \alpha} + \frac{2H_2}{3 \sin \alpha} = \frac{2,5 + 1 - 1,5}{\sin 45^\circ} + \frac{2 \cdot 1,5}{3 \sin 45^\circ} = 4,23 \text{ кН.}$$

Составим уравнение моментов сил относительно шарнира O:

$$M_O = -P_1 l_1 + P_2 l_2 + T l_3 = 0.$$

Так как  $\alpha = 45^\circ$ , то  $l_3 = H_1 + H_3$ .

Следовательно,

$$T = \frac{P_1 l_1 - P_2 l_2}{l_3} = \frac{86,7 \cdot 3,77 - 31,25 \cdot 4,23}{2,5 + 1} = 58,5 \text{ кН.}$$

**Задача 3.18.** Имеется цилиндрическая цистерна с бензином (рис. 3.18). Манометр показывает избыточное давление паров над свободной поверхностью. Определить силу давления на поверхность AB и координату центра давления, если  $D = 2,2 \text{ м}$ ;  $H = 2,4 \text{ м}$ ;  $r = 0,72 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $p_m = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ ;  $g \sim 10 \text{ м/с}^2$ .

**Решение.** Согласно основному уравнению гидростатики, сила давления жидкости на поверхность AB

$$P = (p_m + p_{изб})S,$$

где  $p_{изб}$  — избыточное давление паров над свободной поверхностью;  $S$  — площадь поверхности AB.

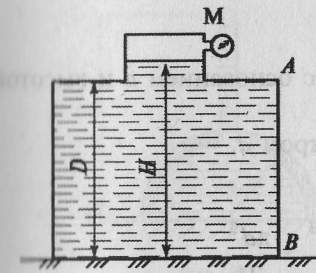


Рис. 3.18

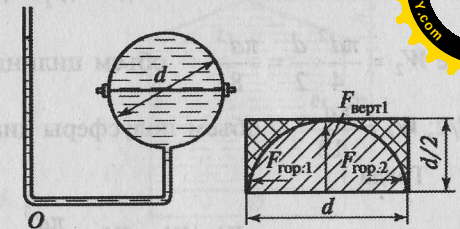


Рис. 3.19

Или

$$\begin{aligned} P &= \rho g h_g S + p_m S = 0,72 \cdot 10^4 \left( H - \frac{D}{2} \right) \frac{\pi D^2}{4} + p_m S = \\ &= 0,72 \cdot 10^4 \cdot 1,3 \cdot 0,785 \cdot 4,84 + 1,5 \cdot 10^5 \cdot 3,79 = \\ &= 0,356 \cdot 10^5 + 5,685 \cdot 10^5 = 6,041 \cdot 10^5 \text{ Н.} \end{aligned}$$

Определим эксцентриситет между центром тяжести и центром давления:

$$e = \frac{I_{Ox}}{H_g S} = \frac{\pi D^4 / 64}{1,3 \pi D^2 / 4} = \frac{D^2}{1,3 \cdot 16} = \frac{4,84}{20,8} = 0,23,$$

где  $I_{Ox}$  — момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести.

Тогда координата центра давления  $h_c = h_g + e = 1,3 + 0,23 = 1,53 \text{ м}$ , где  $h_g$  — координата центра тяжести.

**Задача 3.19.** Уровень жидкости в пьезометре находится на той же горизонтальной плоскости, что и верхняя точка сферического резервуара с жидкостью плотностью  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Две полусферы диаметром 2 м связаны болтами (рис. 3.19). Определить силу  $P$ , действующую на все болты, если  $P = F_{верт1} + F_{верт2}$ .

**Решение.** Рассмотрим две полусферы — верхнюю и нижнюю.

Горизонтальная составляющая силы давления жидкости на криволинейную стенку равна силе давления жидкости на ее вертикальную проекцию [3, с. 33]; в данном случае для верхней полусферы  $F_{гор1} = F_{гор2}$ . Тогда вертикальную составляющую силы давления, действующего на верхнюю полусферу, можно определить из уравнения

$$F_{верт1} = p_{O изб} S_{гор} + \rho g W,$$

где  $W$  — объем тела давления,



$$W = W_2 - W_1,$$

где  $W_2 = \frac{\pi d^2 d}{4 \cdot 2} = \frac{\pi d^3}{8}$  — объем цилиндра с основанием  $d$  и высотой  $d/2$ ;  $W_1 = \frac{\pi d^3}{12}$  — объем полусферы диаметром  $d$ .

Тогда

$$W = W_2 - W_1 = \frac{\pi d^3}{8} - \frac{\pi d^3}{12} = \frac{\pi d^3}{24}.$$

Так как уровень жидкости в пьезометре находится на одной горизонтальной плоскости с верхней точкой сферического резервуара, то

$$p_{\text{изб}} = 0; F_{\text{верт1}} = 10^4 W = 10^4 \left( \frac{\pi d^3}{8} - \frac{\pi d^3}{12} \right) = \frac{\pi d^3}{24} 10^4.$$

Для нижней полусферы  $\Sigma F_{\text{гор}} = 0$ ;  $F_{\text{гор1}} = F_{\text{гор2}}$ .  
Вертикальная составляющая силы давления в этом случае определится следующим образом:

$$\begin{aligned} F_{\text{верт2}} &= \rho g W = \rho g (W_1 + W_2) = \rho g \left( S_{\text{гор}} \frac{d}{2} + \frac{\pi d^3}{12} \right) = \\ &= \rho g \left( \frac{\pi d^3}{8} + \frac{\pi d^3}{12} \right) = \rho g \frac{\pi d^3 \cdot 5}{24}, \end{aligned}$$

тогда

$$\begin{aligned} P &= F_{\text{верт1}} + F_{\text{верт2}} = \left( \frac{\pi d^3}{24} + \frac{5\pi d^3}{24} \right) \rho g = \left( \frac{3,14 \cdot 2^3}{24} + \frac{5 \cdot 3,14 \cdot 2^3}{24} \right) 10^3 \cdot 9,8 = \\ &= 6,157 \cdot 10^4 \text{ Н.} \end{aligned}$$

**Задача 3.20.** Стальной полусферический резервуар радиусом  $R = 1$  м и массой  $m = 2550$  кг, расположенный на горизонтальной плоскости  $A-A$ , через пьезометр заполняется водой (рис. 3.20). При какой высоте  $x$  произойдет отрыв резервуара от плоскости  $A-A$ ?

**Решение.** Сила отрыва  $F$  должна превышать силу  $G = mg = 2550 \cdot 9,81 = 2500$  Н, т. е.  $F \geq G$ ,  $F \geq 2500$  Н.

Сила отрыва  $F = p_{\text{изб}} S_{\text{гор}} + \rho g W$ , где  $p_{\text{изб}} = \rho g (x - R)$ ;  $S_{\text{гор}} = \pi R^2$ ;  $W$  — объем тела давления,  $W = W_2 - W_1$ ;  $W_2$  — объем цилиндра высотой  $x$ ,  $W_2 = \pi R^2 x$ ;  $W_1$  — объем полусферы диаметром  $d$ ;  $x$  — высота пьезометра;  $R$  — радиус резервуара.

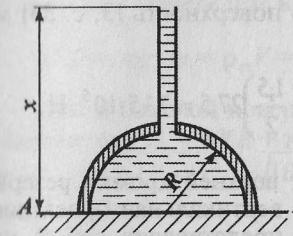


Рис. 3.20

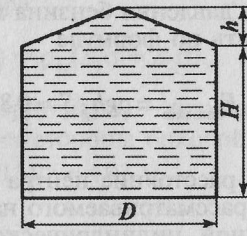


Рис. 3.21

Определим объем полусферы:

$$W_1 = \frac{\pi d^3}{12} = \frac{8\pi R^3}{12} = \frac{2\pi R^3}{3}.$$

Тогда

$$W = \pi R^2 x - \frac{2\pi R^3}{3}.$$

Так как  $G = 2550$  кг, то  $2500 = \rho g (x - R) \pi R^2 + \rho g \left( \pi R^2 x - \frac{2\pi R^3}{3} \right)$ ;

$$0,25 = 2\pi R^2 x - \frac{5}{3} \pi R^3.$$

Так как  $R = 1$  м, то  $x = \frac{0,25 + 1,67\pi}{2\pi} = 0,875$  м.

**Задача 3.21.** Резервуар наполнен бензином. Определить силы давления, действующие на основание, боковые поверхности и крышу, если  $D = 5$  м;  $h = 1,5$  м;  $H = 4$  м;  $\rho_6 = 0,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup> (рис. 3.21).

**Решение.** Согласно основному уравнению гидростатики сила давления бензина на основание резервуара

$$F_{\text{осн}} = \rho_6 g (H + h) S_{\text{осн}} = 0,8 \cdot 10^3 \cdot 9,81 (4 + 1,5) 3,14 \cdot 6,25 = 8,47 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Сила давления бензина на крышу резервуара равна силе тяжести жидкости в фиктивном теле давления  $W$  [3, с. 35]:

$$W = W_1 - W_2 = \pi R^2 h - \frac{\pi R^2}{3} h.$$

Тогда  $F_{\text{кр}} = \rho g W = \rho g W_1 - \rho g W_2 = 0,8 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 3,14 \cdot 6,25 \cdot 1,5 - 0,8 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot \frac{3,14}{3} \cdot 6,25 \cdot 1,5 = 1,54 \cdot 10^5 \text{ Н.}$



Силу давления бензина на боковую поверхность [3, с. 33] можно определить по формуле

$$F_{\text{бок. пов}} = \rho g h_g S = 0,8 \cdot 10^3 \cdot 10 \left( \frac{5}{2} + \frac{1,5}{2} \right) 27,5 = 7,15 \cdot 10^5 \text{ Н},$$

где  $h_g$  — расстояние центра тяжести от верхней кромки резервуара.

Для рассматриваемого нами случая вертикальная проекция криволинейной цилиндрической стенки представляет собой прямоугольник, площадь которого  $S = (H + h)D = (4 + 1,5)5 = 27,5 \text{ м}^2$ .

**Задача 3.22.** В стенке резервуара просверлен трап, который закрывается полусферической крышкой радиусом  $R = 0,1 \text{ м}$  и весом  $200 \text{ Н}$  (рис. 3.22). Какова должна быть высота  $H$  воды в резервуаре, чтобы крышка открылась?

**Решение.** Определим силу, действующую на крышку:

$$G = \rho g (HS_{\text{гор}} + W),$$

где  $W = \frac{\pi d^3}{12}$  — объем полусферы крышки трапа.

Отсюда

$$H = \frac{G - \rho g W}{\rho g S_{\text{гор}}} = \frac{200 - 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 2^3 \cdot 10^{-3}}{12}}{10^4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-2}} = \frac{200 - 20,9}{314} = 0,57 \text{ м}.$$

Крышка откроется при  $H > 0,57 \text{ м}$ .

**Задача 3.23.** Стальной резервуар в форме усеченного конуса не имеет дна и установлен на горизонтальной плоскости (рис. 3.23). На какую высоту  $x$  должна подняться жидкость, чтобы резервуар оторвался от горизонтальной плоскости под действием давления жидкости на боковую поверхность, если  $D = 2 \text{ м}$ ;  $d = 1 \text{ м}$ ;  $H = 4 \text{ м}$ ;  $\sigma = 3 \text{ мм}$ ;  $\rho_{\text{ст}} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ?

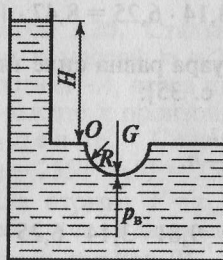


Рис. 3.22

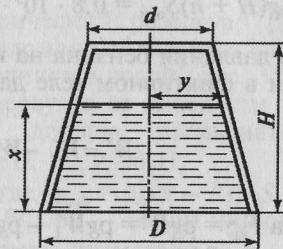


Рис. 3.23

**Решение.** Определим вес резервуара:

$$G = mg; m = \rho_{\text{ст}} V = \rho_{\text{ст}} (V_1 + V_2) = \rho_{\text{ст}} (S_1 \sigma + S_2 \sigma),$$

где  $V_1$  — объем боковой поверхности резервуара;  $S_1$  — площадь боковой поверхности  $S_1 = \pi l(R + r)$ ;  $l$  — длина стороны боковой поверхности,  $l = \sqrt{H^2 + (R - r)^2} = \sqrt{16 + (0,5)^2} = \sqrt{16,25} = 4,03 \text{ м}$ .

Зная  $l$ , найдем

$$S_1 = 3,14 \cdot 4,03 \cdot 1,5 = 19 \text{ м}^2 \text{ и } V_1 = S_1 \sigma = 19 \cdot 0,003 = 0,057 \text{ м}^3.$$

Теперь определим объем крышки резервуара:

$$V_2 = S_2 \sigma = 3,14 \cdot 0,25 \cdot 0,003 = 0,00236 \text{ м}^3,$$

где  $S_2$  — площадь крышки резервуара,  $S_2 = \pi D^2/4$ .

Тогда масса резервуара составит

$$m = \rho_{\text{ст}} (V_1 + V_2) = 7,8 \cdot 10^3 (0,057 + 0,00236) = 7,8 \cdot 10^3 \cdot 0,05936 = 463 \text{ кг},$$

а его вес  $G = mg = 4542 \text{ Н}$ .

Рассчитаем вертикальную составляющую силы давления жидкости на боковую поверхность:

$$P_z = \rho_{\text{в}} g W = \rho_{\text{в}} g (W_1 - W_2),$$

где  $W$  — объем тела давления жидкости, действующей на боковую поверхность;  $W_1$  — объем цилиндра диаметром  $D$  и высотой  $h$ ;  $W_2$  — объем усеченного конуса высотой  $x$ , радиусом у основания  $R$  и у вершины  $y$ ,

$$W_1 = \frac{\pi D^2}{4} x = 0,785 \cdot 4x = 3,14x; W_2 = \frac{\pi x}{3} (R^2 + y^2 + Ry).$$

Из подобия нижней и верхней трапеции (см. рис. 3.23) имеем

$$\frac{D}{2y} = \frac{2y}{d}; 4y^2 = Dd; y^2 = Rr; y = \sqrt{Rr},$$

откуда

$$W_2 = \frac{\pi x}{3} (R^2 + Rr + R\sqrt{Rr}) = \frac{3,14x}{3} (1 + 1 \cdot 0,5 + 1 \cdot \sqrt{0,5}) =$$

$$= 1,05(1,5 + 0,7)x = 2,31x;$$

$$p = \rho g (3,14x - 2,31x) = 0,83x \cdot 10^4 \text{ Н}.$$



Так как  $G = p$ , то  $4542 \text{ Н} = 0,83x \cdot 10^4 \text{ Н}$ , откуда  $x = 0,547 \text{ м}$ .

При высоте жидкости  $x > 0,55 \text{ м}$  под действием давления на боковую поверхность резервуар оторвется от горизонтальной плоскости.

**Задача 3.24.** Простейший ареометр (прибор для определения плотности жидкости), выполненный из круглого карандаша диаметром  $d = 8 \text{ мм}$  и прикрепленного к его основанию металлического шарика диаметром  $d_{\text{ш}} = 5 \text{ мм}$ , имеет вес  $G = 0,006 \text{ Н}$ . Определить плотность жидкости  $\rho$ , если ареометр цилиндрической частью погружается в нее на глубину  $h = 1,5 \text{ см}$ .

**Решение.** Вес ареометра уравнивается силой вытеснения, следовательно,

$$G = \rho g W_a = \rho g (W_{\text{ш}} + W) = \rho g \left( \frac{\pi d_{\text{ш}}^3}{6} + \frac{\pi d^2}{4} h \right),$$

откуда

$$\rho = \frac{G}{g \left( \frac{\pi d_{\text{ш}}^3}{6} + \frac{\pi d^2}{4} h \right)} = \frac{0,006}{9,81 \left( \frac{3,14 \cdot 0,005^3}{6} + \frac{3,14 \cdot 0,008^2}{4} \cdot 0,015 \right)} = 747 \text{ кг/м}^3.$$

**Задача 3.25.** Резервуар, состоящий из двух идентичных частей конической формы, полностью заполнен водой. Рассчитать силы, действующие на болты в горизонтальных плоскостях  $A-A$ ,  $B-B$  и  $C-C$  (рис. 3.24). Показание манометра на крышке ( $A-A$ )  $p_m = 5 \text{ Н/см}^2$ , масса крышки  $m_1 = 60 \text{ кг}$ , масса конической части  $m_2 = 90 \text{ кг}$ ;  $d_1 = 1,8 \text{ м}$ ;  $d_2 = 0,9 \text{ м}$ ;  $h = 1,2 \text{ м}$ .

**Решение.** Силу, действующую на болты в горизонтальной плоскости  $A-A$ , определим по формуле

$$F_{A-A} = P_1 - G_1,$$

где  $P_1$  — сила давления, действующая на крышку  $A-A$  (направлена вверх);  $G_1$  — вес крышки (направлен вниз). Найдем их значения:

$$P_1 = p_m S = 5 \cdot 10^4 \frac{\pi \cdot 1,8^2}{4} = 12,7 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$G_1 = m_1 g = 60 \cdot 10 = 600 \text{ Н}.$$

Отсюда  $F_{A-A} = 12,64 \cdot 10^4 \text{ Н}$ .

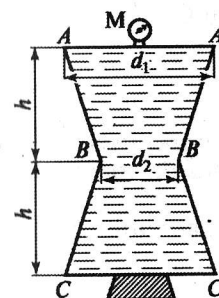


Рис. 3.24

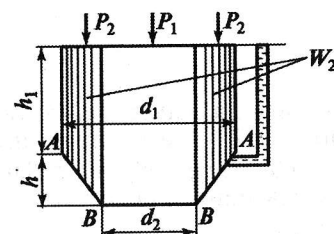


Рис. 3.25

Силу, действующую на болты в горизонтальной плоскости  $B-B$ , определим по формуле

$$F_{B-B} = F_{A-A} - P_2 - G_2,$$

где  $P_2$  — сила, действующая на коническую верхнюю поверхность массой  $m_2 = 90 \text{ кг}$  (направлена вниз);  $G_2$  — вес конической верхней части (направлен вниз).

Для расчета  $P_2$  нужно преобразовать манометрическое давление  $p_m$  в пьезометрическую высоту водяного столба:

$$h_1 = \frac{p_m}{\rho_w g} = \frac{5 \cdot 10^4}{10^3 \cdot 10} = 5 \text{ м}.$$

Зная пьезометрическую высоту, построим тело давления (рис. 3.25) и определим его объем:

$$W_2 = \frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_2^2) h_{\text{ср}} = \frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_2^2) \frac{h_1 + h_1 + h}{2} = \frac{\pi}{4} (1,8^2 - 0,9^2) \left( \frac{5 + 5 + 1,2}{2} \right) = 10,7 \text{ м}^3.$$

Найдем силу давления, действующую на плоскость  $B-B$ :

$$P_2 = \rho_w g W_2 = 10^3 \cdot 10 \cdot 10,7 = 10,7 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

Вес конической части  $G_2 = m_2 g = 90 \cdot 10 = 900 \text{ Н}$ .

Тогда сила, действующая на болты в плоскости  $B-B$ ,

$F_{B-B} = F_{A-A} - P_2 - G_2 = 126\,400 - 107\,000 - 900 = 18\,500 \text{ Н}$  (направлена вверх).



Сила, действующая на болты в плоскости  $C-C$ , определяется по формуле

$$F_{C-C} = F_{B-B} + P_3 - G_3,$$

где  $P_3$  — сила давления, действующая на внутреннюю коническую поверхность;  $G_3$  — вес внутренней конической оболочки массой  $m_2 = 90$  кг,  $G_3 = m_2 g = 90 \cdot 10 = 900$  Н.

Сила давления, соответствующая телу давления объемом  $W_3$ ,  $P_3 = \rho_v g W_3$ , а

$$W_3 = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)h_{cp} = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)\left(\frac{h_1 + h + h + h_1 + h}{2}\right) = \\ = \frac{\pi}{4}(1,8^2 - 0,9^2)\frac{5 + 1,2 + 1,2 + 5 + 1,2}{2} = 13 \text{ м}^3.$$

Тогда

$$P_3 = \rho_v g W_3 = 10^3 \cdot 10 \cdot 13 = 13 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

Окончательно сила, действующая на болты в плоскости  $C-C$ :

$$F_{C-C} = F_{B-B} + P_3 - G_3 = 18\,500 + 130\,000 - 900 = 147\,600 \text{ Н}.$$

Таким образом,

$$F_{A-A} = 12,64 \cdot 10^4 \text{ Н}; F_{B-B} = 1,85 \cdot 10^4 \text{ Н}; F_{C-C} = 14,76 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

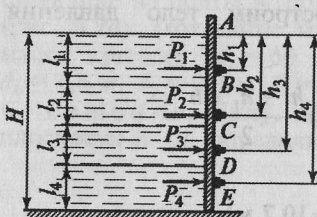


Рис. 3.26

Тогда

$$P = p_g S = \rho g \frac{H}{2} H b = \frac{1}{2} \rho g H^2 b.$$

По условию  $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = \frac{1}{4} P = \frac{1}{8} \rho g H^2 b$ .

В соответствии со схемой на рис. 3.26  $P_1$  может быть рас

как

$$P_1 = p_{gAB} S_{AB},$$

где  $p_{gAB}$  — гидростатическое давление в центре тяжести части  $AB$  стенки;  $S_{AB}$  — площадь поверхности этой части.

Тогда

$$P_1 = p_{gAB} S_{AB} = \rho g \frac{l_1}{2} l = \frac{1}{2} \rho g l_1^2 b.$$

Ясно, что сила давления  $P_1$  проходит через центр тяжести эпюры давления, т. е.

$$h_1 = \frac{2}{3} l_1, \text{ откуда } l_1 = \frac{3}{2} h_1.$$

Тогда

$$P_1 = \frac{1}{2} \rho g l_1^2 b = \frac{9}{8} \rho g h_1^2 b,$$

откуда

$$h_1 = \sqrt{\frac{8H^2}{72}} = \frac{1}{3} H = \frac{1,6}{3} = 2 \text{ м и } l_1 = \frac{3}{2} h_1 = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3 \text{ м}.$$

Аналогично найдем

$$P_2 = p_{gAB} S'_{BC} = b \rho g \left( l_1 + \frac{l_2}{2} \right) l_2 = \frac{1}{8} \rho g H^2 b,$$

откуда  $0,5l_2^2 + 0,3l_2^2 - 4,5 = 0$ . Отсюда  $l_2 = 1,2$  м.

В соответствии со схемой координата центра давления  $h_2$  силы давления  $P_2$  может быть найдена следующим образом [3, с. 30]:

$$h_2 = \frac{I_{Ox}}{h_{gBC} S_{BC}} + h_{gBC} = \frac{\frac{b l_{12}^3}{12}}{\left( l_1 + \frac{l_2}{2} \right) l_2} + \left( l_1 + \frac{l_2}{2} \right) = 3,63 \text{ м},$$

где  $I_{Ox}$  — момент инерции части  $BC$  стенки относительно оси, проходящей через центр тяжести.



Определим силу давления  $P_3$ :

$$P_3 = p_{g\ CD} S_{CD} = \rho g \left( l_1 + l_2 + \frac{l_3}{2} \right) l_3 = \frac{1}{8} \rho g H^2,$$

откуда  $l_3 = 0,96$  м.

Найдем координату  $h_3$  центра давления силы  $P_3$ :

$$h_3 = \frac{I_{Ox}}{h_{g\ CD} S_{CD}} + h_{g\ CD} = \frac{\frac{bl_3^3}{12}}{\left( l_1 + l_2 + \frac{l_3}{2} \right) l_3} + \left( l_1 + l_2 + \frac{l_3}{2} \right) = 4,7 \text{ м.}$$

Окончательно найдем

$$l_4 = H - (l_1 + l_2 + l_3) = 6 - 3 - 1,2 - 0,96 = 0,84 \text{ м.}$$

Координата центра давления силы  $P_4$ :

$$h_4 = \frac{I_{Ox}}{h_{g\ DE} S_{DE}} + h_{g\ DE} = \frac{\frac{bl_4^3}{12}}{\left( l_1 + l_2 + l_3 + \frac{l_4}{2} \right) l_2} + \left( l_1 + l_2 + l_3 + \frac{l_4}{2} \right) = 5,59 \text{ м.}$$

Итак  $h_1 = 3,0$  м;  $h_2 = 3,63$  м;  $h_3 = 4,7$  м;  $h_4 = 5,59$  м.

**Задача 3.27.** Резервуар  $A$  наполнен жидкостью плотностью  $\rho_{ж}$  (рис. 3.27). Внутри крышки-цилиндра  $B$  диаметром  $d = 10$  см имеется поршень, на который действует сила  $F$ . Жидкость находится в равновесии и расположена на высоте  $h_2$  от крышки-цилиндра. По показаниям ртутного манометра  $h_5 = 0,08$  м и зная высоты  $h_2 = 0,25$  м,  $h_3 = 0,4$  м,  $h_4 = 0,7$  м,  $h_5 = 0,08$  м и  $h_6 = 0,15$  м, определить: 1) показание пьезометра  $h_1$ ; 2) показание манометра  $C$ ; 3) силу  $F$ , действующую на поршень; 4) абсолютное давление жидкости под поршнем  $p_{абс}$ , если  $p_{атм} = 10^5$  Па;  $\rho_{ж} = 900$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{рт} = 13\,600$  кг/м<sup>3</sup>;  $d = 10$  см.

**Решение.** 1) Определим показание пьезометра  $h_1$ . Точки 1 и 2 принадлежат одной и той же поверхности сравнения, следовательно, давления равны друг другу:  $p_1 = p_2$ ;

$$p_1 = p_2 = p_{атм} + \rho_{рт} g h_5 = 10^5 + 13\,600 \cdot 9,8 \cdot 0,08 = 110662,4 \text{ Н/м}^2.$$

Помимо этого точки 3 и 4 принадлежат одной и той же поверхности сравнения, и  $p_3 = p_4$ , тогда  $p_3 = p_4 = p_2 - \rho_{ж} g h_6 = 110662,4 - 900 \cdot 9,81 \cdot 0,15 = 110662,4 - 1323 = 109339,4 \text{ Н/м}^2$ .

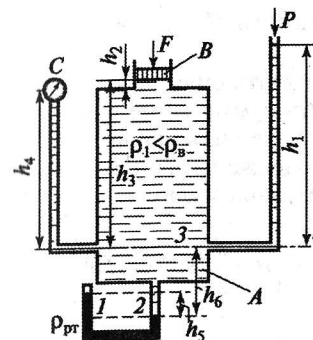


Рис. 3.27

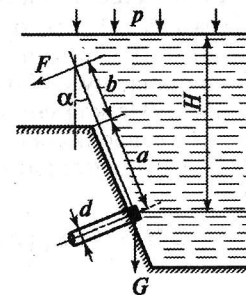


Рис. 3.28

Так как  $p_4 = p_{атм} + \rho_{ж} g h_1$ , то  $\rho_{ж} g h_1 = p_4 - p_{атм} = (109339,4 - 105) = 9339,4 \text{ Н/м}^2$ .

Отсюда

$$h_1 = \frac{9339,4}{900 \cdot 9,8} = 1,058 \text{ м.}$$

Манометр  $C$  находится на высоте  $h_4$  по отношению к точке 3, т. е.  $p_C = p_3 - \rho_{ж} g h_4 = 109339,4 - 900 \cdot 9,8 \cdot 0,7 = 109339,4 - 6174 = 103\,165 \text{ Н/м}^2$ , тогда его показание будет

$$p_m = p_C - p_{атм} = 103165,4 - 100\,000 = 3165,4 \text{ Н/м}^2.$$

Определим силу  $F$ , действующую на поршень. Известно, что  $p = F/S$  и  $F = pS$ , где  $p$  — давление, действующее на поршень;  $S$  — площадь поршня.

Найдем площадь поршня при  $d = 10$  см:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,1)^2}{4} = 0,00785 \text{ м}^2.$$

Давление под крышкой  $p_B = p_3 - \rho_{ж} g (h_3 + h_2) = 109339,4 - 900 \cdot 9,8 (0,4 + 0,25) = 109339,4 - 5733 = 103606,4 \text{ Н/м}^2$ . Тогда  $F = p_B S = 103606,4 \cdot 0,00785 = 813,31 \text{ Н}$ .

Определим абсолютное давление жидкости под поршнем. Так как сила  $F$ , действующая на цилиндр, является результирующей, то  $p_{абс} = p_B$ , следовательно,  $p_{абс} = 103606,4 \text{ Н/м}^2$ .

**Задача 3.28.** Бассейн, заполненный бензином ( $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>), опорожняется с помощью трубопровода, закрытого клапаном (рис. 3.28). Рассчитать силу  $F$ , необходимую для поднятия клапана, если вес клапана  $G = 29,4$  Н, диаметр трубопровода  $d = 0,4$  м, высота



жидкости по отношению к центру тяжести  $H = 3,5$  м, размеры рычага  $a = 0,55$  м и  $b = 1,3$  м;  $\alpha = 30^\circ$ .

**Решение.** Для того чтобы рассчитать силу  $F$ , необходимую для поднятия клапана, нужно рассмотреть сумму моментов сил относительно точки  $A$ . На клапан действуют две силы: сила тяжести клапана  $G$  и сила  $F_{\text{ж}}$  давления жидкости, содержащейся в бассейне. Сумма моментов сил относительно точки  $A$  равна нулю, т. е.

$$\Sigma M_A = 0; F_{\text{ж}} \left( e + a - \frac{d}{2} \right) + G \left( a - \frac{d}{2} \right) \sin \alpha = Fb;$$

$$F = \frac{F_{\text{ж}} \left( e + a - \frac{d}{2} \right) + G \left( a - \frac{d}{2} \right) \sin \alpha}{b}, \quad (3.1)$$

где  $e$  — эксцентриситет (расстояние между центром тяжести и центром давления).

Известно, что

$$F_{\text{ж}} = P_g S = (p_0 + \rho g H) S. \quad (3.2)$$

В данном случае  $p_0 = p_{\text{атм}}$ , тогда

$$e = \frac{\rho g \sin \alpha I_{Ox}}{\rho g H S} = \frac{\sin \alpha I_{Ox}}{SH}.$$

Так как сечение клапана круглое, то  $I_{Ox} = \frac{\pi d^4}{64}$  и

$$e = \frac{\frac{1}{2} \pi d^4}{3,5 \cdot 64 \pi d^2} = \frac{d^2}{32 \cdot 3,5} = \frac{0,4^2}{112} = 0,001428 \text{ м}. \quad (3.3)$$

Тогда на основании формул (3.1)—(3.3) получим

$$F = \frac{(10^5 + 900 \cdot 9,8 \cdot 3,5) \frac{3,14 \cdot 0,4^2}{4} (0,55 - 0,2 + 0,0014) + 29,4 \cdot 0,35 \cdot 0,5}{1,3} = 4447 \text{ Н}.$$

**Задача 3.29.** Закрытый резервуар содержит бензин (рис. 3.29) плотностью  $\rho = 950$  кг/м<sup>3</sup>. Напряжение насыщенного пара  $p_t = 70$  мм рт.ст. Имеются три полусферические крышки диаметром  $D = 0,35$  м. Зная высоты  $h = 0,8$  м,  $h_1 = 1$  м и  $h_2 = 1,8$  м, найти вертикальную и горизонтальную составляющие, а также равнодействующую силу, действующую на болты крышек; координату центра давления.

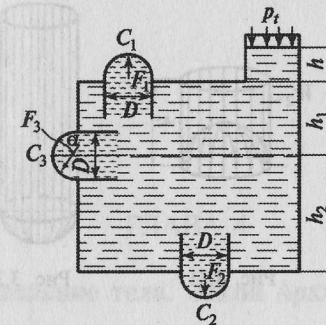


Рис. 3.29

**Решение.** Напряжение насыщенного пара равно избыточному давлению:  $p_t = p_{\text{изб}} = \rho g h = 70$  мм рт. ст. = 0,07 м рт. ст., откуда

$$h = \frac{p_{\text{изб}}}{\rho_{\text{рт}} g} = 0,07 \text{ м}.$$

Рассмотрим крышку резервуара  $C_1$  (рис. 3.30). Сумма проекций горизонтальных сил на ось  $X$   $\Sigma F_x = F_2 - F_3 = 0$ . Силы  $F_2$  и  $F_3$  равны по величине и противоположны по направлению, следовательно,  $F_{\text{гор}} = 0$ , тогда  $F_{\text{верт}} = p_{\text{изб}} S h + \rho g W$ , где  $W = W_2 - W_1$ ,  $W_2$  — объем цилиндра (рис. 3.31);  $W_1$  — объем полусферы крышки  $C_1$ ,

$$W_1 = \frac{\pi D^3}{12}; W_2 = \frac{\pi D^2}{4} h.$$

Тогда

$$F_{\text{верт}} = 9329,6 \frac{3,14 \cdot 0,35^2 \cdot 0,8}{4} + 950 \cdot 9,8 \left( 3,14 \frac{0,35^2}{4} - 3,14 \frac{0,35^2}{12} \right) = 1509,01 \text{ Н};$$

$$F_{\text{рав}} = \sqrt{F_{\text{верт}}^2 + F_{\text{гор}}^2} = F_{\text{верт}}.$$

Рассмотрим крышку  $C_2$  (рис. 3.32):  $F_{2\text{гор}} = 0$  (как и для крышки  $C_1$ );  $S_{\text{гор}} = \pi D^2/4$  (как и для крышки  $C_1$ ).

Тогда

$$F_{2\text{верт}} = p_{\text{изб}} S_{\text{гор}} + \rho g W; W = W_1 + W_2.$$

Здесь  $W_1 = S_{\text{гор}}(h_1 + h_2 + h)$ ;  $W_2 = \frac{\pi D^2}{12} h$ , тогда





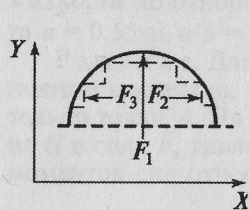


Рис. 3.30

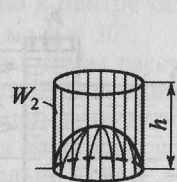


Рис. 3.31

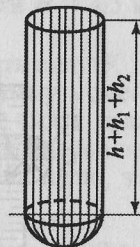


Рис. 3.32

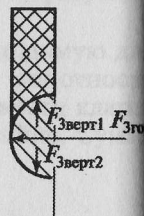


Рис. 3.33

$$F_{2\text{верт}} = 9329,6 \frac{3,14 \cdot 0,35^2}{4} + 950 \cdot 9,8 \left( \frac{3,14 \cdot 0,35^2}{4} (0,8 + 1 + 1,8) + \frac{3,14 \cdot 0,35^3}{12} \right) = 4217,5 \text{ Н};$$

$$F_2 = \sqrt{F_{2\text{верт}}^2 + F_{2\text{гор}}^2} = F_{2\text{верт}} = 4217,5 \text{ Н}.$$

Рассмотрим крышку  $C_3$ :

$$F_{3\text{гор}} = (p_{\text{изб}} + \rho g h_{g3}) S_{\text{верт}} = (9329,6 + 950 \cdot 9,8(0,8 + 1,0)) \frac{3,14 \cdot 0,35^2}{4} = 2504 \text{ Н}.$$

Согласно рис. 3.33,  $F_{3\text{верт}1}$  — вертикальная составляющая, действующая на верхнюю половину крышки;  $F_{3\text{верт}2}$  — вертикальная составляющая, действующая на нижнюю половину крышки. Из уравнения  $F_{3\text{верт}} = F_{3\text{верт}2} - F_{3\text{верт}1}$ , зная, что  $F_{3\text{верт}2} = p_{\text{изб}} S_{\text{гор}} + \rho g W_2$ , а

$$F_{3\text{верт}1} = p_{\text{изб}} S_{\text{гор}} + \rho g W_2 - p_{\text{изб}} S_{\text{гор}} - \rho g W_1 = \rho g (W_2 - W_1) = \rho g \frac{\pi D^3}{12},$$

$$\text{найдем } F_{3\text{верт}} = 950 \cdot 9,8 \frac{3,14 \cdot 0,35^2}{12} = 104,3 \text{ Н}.$$

Тогда

$$F_3 = \sqrt{F_{3\text{гор}}^2 + F_{3\text{верт}}^2} = \sqrt{2504^2 + 104,3^2} = \sqrt{628089} = 2506 \text{ Н}.$$

Для крышки  $C_1$  сила  $F_1$  приложена в точке  $C_1$ . Определим координату центра давления:  $h_{c1} = h - R = 0,8 - \frac{0,35}{2} = 0,8 - 0,175 = 0,625 \text{ м}.$

Для крышки  $C_2$  сила  $F_2$  приложена в точке  $C_2$ . Определим координату центра давления:  $h_{c2} = (h + h_1 + h_2) - R = 3,6 - \frac{0,35}{2} = 3,425 \text{ м}.$

## ГЛАВА 4

### Плавание тела. Закон Архимеда

**Задача 4.1.** В обычных условиях человек поднимает без труда стальную гиру массой  $m_1 = 30 \text{ кг}$ . Стальную гиру какой массы человек может поднять без труда под водой, если  $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_{\text{ст}} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ?

**Решение.** Согласно закону Архимеда:

$$W_1 = \frac{1}{\rho_{\text{в}} m_1}; W_2 = \frac{1}{\rho_{\text{ст}} m_2},$$

где  $W_1$  — объем стальной гири;  $W_2$  — объем воды в объеме стальной гири, причем  $W_1 = W_2$ , или  $\frac{1}{\rho_{\text{в}} m_1} = \frac{1}{\rho_{\text{ст}} m_2}$ .

Следовательно, масса воды в объеме стальной гири  $m_1 = \frac{m_1 \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{ст}}} = \frac{30 \cdot 1000}{7800} = 3,8 \text{ кг}$ , тогда масса гири, которую человек может поднять под водой, составит  $m = m_1 + m_2 = 30 + 3,8 = 33,8 \text{ кг}.$

**Задача 4.2.** Прямоугольная баржа размером  $l \times b \times H = 60 \times 8 \times 3,5 \text{ м}$  (рис. 4.1) наполнена песком относительной плотностью  $\rho_{\text{п}} = 2,0 \text{ кг/м}^3$  и весом  $G = 1440 \cdot 10^4 \text{ Н}$ . Определить осадку баржи  $h$ ; объем песка, который необходимо отгрузить с баржи, чтобы осадка не превышала  $h = 1,2 \text{ м}$  ( $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ ).

**Решение.** Согласно закону Архимеда:

$$G = P_A,$$

$$\text{где } G = \rho_{\text{п}} g W_{\text{п}}; P_A = \rho_{\text{в}} g W_6; W_6 = lbh.$$

Отсюда

$$h = \frac{W_6}{lb}.$$



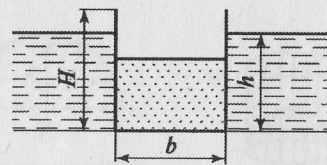


Рис. 4.1

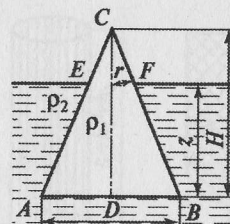


Рис. 4.2

Так как

$$W_6 = \frac{G}{\rho_b g},$$

то

$$h = \frac{G}{\rho_b g b} = \frac{1440 \cdot 10^4}{10^3 \cdot 10 \cdot 60 \cdot 8} = 3 \text{ м.}$$

Определим количество песка при  $h = 1,2$  м:

$$P_A = \rho_b g W_6' = 10^4 (60 \cdot 8 \cdot 1,2) = 576 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Так как  $G = P_A$  и  $G = \rho_n g W_n$ , то

$$W_n = \frac{576 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^4} = 288 \text{ м}^3.$$

**Задача 4.3.** Коническое тело с диаметром основания  $D$  и высотой  $H$  плавает в жидкости плотностью  $\rho_2$  (рис. 4.2). Плотность тела  $\rho_1$ . Определить глубину погружения конического тела  $z$ .

**Решение.** Погруженная в жидкость часть конуса объемом  $V_2$  представляет собой усеченный конус с радиусами нижнего круга  $R$ , верхнего круга  $r$ , высотой  $z$ , объемом  $V_2$ . Тогда по закону Архимеда

$$G = P_A; G = \rho_2 g V_2,$$

где  $V_1$  — объем всего конуса.

Тогда

$$P_A = \rho_2 g V_2, \text{ а } V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 H.$$

Объем подводной части составит

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi z (R^2 + r^2 + Rr).$$

Так как

$$\frac{1}{3} \rho_1 g \pi R^2 H = \frac{1}{3} \rho_2 g \pi z (R^2 + r^2 + Rr), \text{ то}$$

$$\rho_1 R^2 H = \rho_2 z (R^2 + r^2 + Rr). \quad (4.1)$$

Из подобия треугольников  $ABC$  и  $CEF$

$$\frac{r}{R} = \frac{H - z}{H},$$

откуда

$$r = \frac{R(H - z)}{H}. \quad (4.2)$$

Подставив (4.2) в (4.1), получим

$$\rho_1 R^2 H = \rho_2 z \left[ R^2 + \left( \frac{RH - Rz}{H} \right)^2 + \frac{R^2 H - R^2 z}{H} \right].$$

Отсюда

$$z = H \left( 1 - \sqrt[3]{1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}} \right) \text{ м.}$$

**Задача 4.4.** Свободная поверхность жидкости в резервуаре находится на расстоянии  $h'_1 + h'_2$  от его основания. После погружения цилиндра диаметром  $d$  расстояние до свободной поверхности стало равным  $h_1 + h'_1 + h'_2$ . Определить диаметр  $d$  цилиндра, если  $h_1 = 200$  мм;  $h_2 = 288$  мм;  $D = 60$  мм (рис. 4.3).

**Решение.** По закону Архимеда в результате погружения цилиндра на глубину  $h_1$  вес вытесненной воды равен весу воды в объеме погруженного тела, а Архимедова сила — весу воды, вытесненной погружением цилиндра, т. е.

$$G = P_A; G = \rho g W_1 = \rho g \frac{\pi d^2}{4} h_2;$$

$$P_A = \rho g W_2 = \rho g \left( \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right) h_1.$$

Тогда

$$\rho g \frac{\pi d^2}{4} h_2 = \rho g \left( \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right) h_1; D^2 h_1 = d^2 (h_1 + h_2).$$



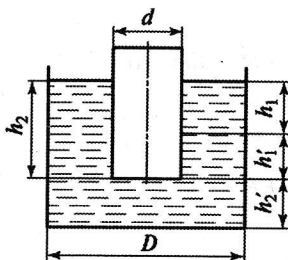


Рис. 4.3

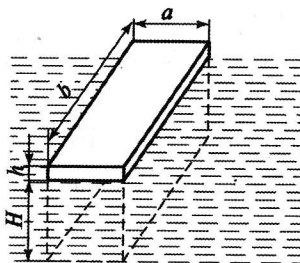


Рис. 4.4

Отсюда

$$d = \sqrt{\frac{D^2 h_1}{h_1 + h_2}} = \sqrt{\frac{3600 \cdot 200}{288 + 200}} = 38 \text{ мм.}$$

**Задача 4.5.** Лодка плывет по воде (рис. 4.4). Определить глубину погружения  $H$ . Сколько человек (массой 67,5 кг каждый) может разместиться в лодке при условии, что она не погрузится полностью (плотность лодки  $\rho_{\text{л}} = 700 \text{ кг/м}^3$ ;  $h = 0,3 \text{ м}$ ;  $a = 0,3 \text{ м}$ ;  $b = 5 \text{ м}$ ?

**Решение.** Согласно закону Архимеда,  $G = P_A$ , где

$$G = \rho_{\text{л}} g ((H + h)ab) = 700 \cdot 10 (H + 0,3) \cdot 0,3 \cdot 5 = 10\,500 (H + 0,3);$$

$$P_A = \rho_{\text{в}} g H ab = 0,7 \cdot 1000 \cdot 10 ((H + 0,3) 0,3 \cdot 5) = 15\,000 H,$$

откуда  $H = 0,7 \text{ м}$ .

Вес лодки с людьми составит

$$G_{\text{л}} + \Sigma G_{\text{чел}} = P_A;$$

$$\Sigma G_{\text{чел}} = P_A - G_{\text{л}} = [\rho_{\text{в}} g (ab(H + h))] - [\rho_{\text{л}} g (ab(H + h))] =$$

$$= 10^4 \cdot 1,5 - 0,7 \cdot 10^4 \cdot 1,5 = 45 \cdot 10^2 \text{ Н.}$$

Отсюда

$$n = \frac{\Sigma G_{\text{чел}}}{67,5g} = \frac{45 \cdot 10^2}{67,5 \cdot 10} = 6 \text{ чел.}$$

**Задача 4.6.** Понтон весом  $G_1 = 4 \cdot 10^4 \text{ Н}$  нагружен грузом  $G_2$  (рис. 4.5). Центр тяжести находится на расстоянии  $h = 0,45 \text{ м}$  от основания понтона. Размеры понтона: длина  $L = 8 \text{ м}$ , ширина  $l = 4 \text{ м}$ , высота  $H = 1 \text{ м}$ . Определить вес груза  $G_2$ .

66

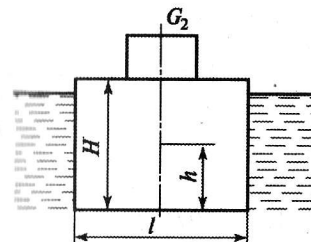


Рис. 4.5

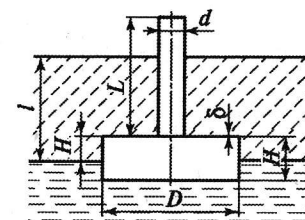


Рис. 4.6

**Решение.** Понтон находится в равновесии, следовательно, центр тяжести и центр водоизмещения совпадают, а значит,

$$P_A = \rho_{\text{в}} g W_1 = \rho_{\text{в}} g (Ll \cdot 2h) = 10^4 (32 \cdot 0,9) = 28,8 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$G_1 + G_2 = P_A; G_2 = P_A - G_1 = (28,8 - 4) 10^4 = 24,8 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

**Задача 4.7.** Поплавок, сделанный из меди, служит для указания уровня раздела воды и бензина. Определить диаметр  $D$  поплавка, если  $\delta = 1 \text{ мм}$ ;  $d = 3 \text{ мм}$ ;  $L = 2 \text{ м}$ ;  $\rho_{\text{мед}} = 9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_{\text{б}} = 860 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_{\text{в}} = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $l = 1 \text{ м}$ ;  $H = 10 \text{ см}$  (рис. 4.6).

**Решение.** На поплавок действуют две силы: вес  $G$  (направлен вниз) и выталкивающая сила Архимеда  $P_A$  (направлена вверх).

Так как поплавок находится в равновесии, эти две силы должны быть равны друг другу. Определим вес поплавка по формуле

$$G = \rho_{\text{мед}} g W,$$

где  $W$  — объем металла,

$$W = \frac{2\pi D^2 \delta}{4} + \frac{\pi}{4} (D^2 - (D - \delta)^2) (H - 2\delta) + \frac{\pi d^2}{4} L.$$

Выталкивающая сила состоит из двух составляющих

$$P_z = P'_z + P''_z,$$

где  $P'_z$  — выталкивающая сила со стороны бензина;  $P''_z$  — то же, со стороны воды. Тогда

$$P'_z = \rho_{\text{б}} g W' \text{ и } P''_z = \rho_{\text{в}} g W'',$$

где  $W'$  — объем бензина, вытесненный поплавком;  $W''$  — объем воды, вытесненный поплавком,

$$W' = \frac{\pi D H}{4} + \frac{\pi d^2}{4} \left( l - \frac{H}{2} \right) \text{ и } W'' = \frac{\pi D^2 H}{4} + \frac{\pi d^2}{4} \frac{H}{2},$$



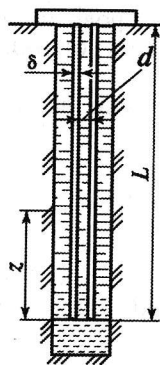


Рис. 4.11

**Задача 4.11.** Буровая скважина наполнена глинистым раствором плотностью  $\rho_p = 1,4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Определить координату  $z$  поперечного сечения, где напряжение  $[\sigma] = 0$ . Буровая штанга из стали имеет длину  $L = 800 \text{ м}$ , внутренний диаметр  $d = 156 \text{ мм}$ , толщина стенки трубы  $\delta = 7 \text{ мм}$ ,  $\rho_{ст} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  (рис. 4.11).

**Решение.** Найдем поперечное сечение штанги, при котором напряжение на разрыв  $[\sigma] = 0$ ,  $[\sigma] = [\sigma_1] - [\sigma_2]$ , где  $[\sigma_1]$  — напряжение, зависящее от силы тяжести;  $[\sigma_2]$  — напряжение, зависящее от выталкивающей силы Архимеда,

$$\sigma_1 = \frac{2\pi R \delta z \rho_{ст}}{2\pi R \delta} = \rho_{ст} z, \quad \sigma_2 = \frac{2\pi R \delta L \rho_p}{2\pi R \delta} = \rho_p L.$$

Так как  $[\sigma] = 0$ , то  $\sigma_1 = \sigma_2$ , или  $\rho_{ст} z = \rho_p L$ .

Тогда

$$z = \frac{\rho_p L}{\rho_{ст}} = \frac{1,4 \cdot 10^3 \cdot 800}{7,8 \cdot 10^3} = 143 \text{ м}.$$

**Задача 4.12.** Коническое тело с диаметром основания  $d = 0,4 \text{ м}$ , высотой  $h = 0,5 \text{ м}$  и массой  $m = 10 \text{ кг}$  плавает в воде (рис. 4.12). Какое количество воды необходимо залить в эту емкость для полного ее погружения?

**Решение.** Коническое тело находится в воде, тогда по закону Архимеда

$$G = P_A; \quad G = mg, \text{ или } G = 10 \cdot 10 = 100 \text{ Н},$$

т. е. выталкивающая сила соответствует  $P_A = 100 \text{ Н}$ .

При заполнении водой конического тела  $P_A = \rho_v g W$ , где  $W$  — объем конического тела, т. е.

$$W = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} 3,14 \cdot 0,2^2 \cdot 0,5 = 0,02 \text{ м}^3.$$

Тогда выталкивающая сила

$$P_A = \rho_v g W = 10^3 \cdot 10 \cdot 0,02 = 0,02 \cdot 10^4 = 200 \text{ Н}.$$

Следовательно, объем воды, который соответствует весу  $\Delta P_A = 200 - 100 = 100 \text{ Н}$  и при котором тело полностью погружается в воду, создает условие  $\Delta P_A = \Delta G$ , откуда

$$\Delta G = \rho_v g \Delta W \text{ и } \Delta W = \frac{\Delta G}{\rho_v g} = \frac{100}{10^3 \cdot 10} = 0,01 \text{ м}^3.$$

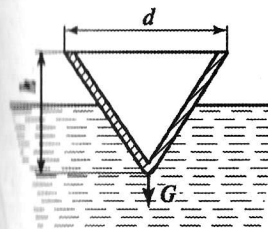


Рис. 4.12

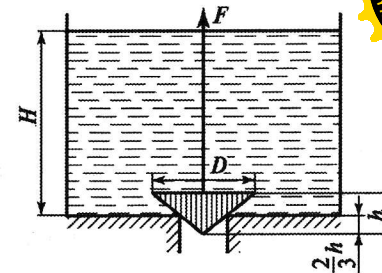


Рис. 4.13

**Задача 4.13.** Стальной конический клапан диаметром  $D$  и высотой  $h$  служит для закрытия отверстия круглой формы, куда он опускается на  $\frac{2}{3} h$  (рис. 4.13). Позиция свободной поверхности соответствует высоте  $H$ . Определить силу  $F$ , необходимую для открытия клапана, если  $D = 0,5 \text{ м}$ ;  $H = 5h$ ;  $\rho_{ст} = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_v = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $h = 0,5 \text{ м}$ .

**Решение.** Определим силы, действующие на клапан: сила веса

$$P_1 = \rho_{ст} g W = \rho_{ст} g \frac{1}{3} \pi R^2 h = 7,8 \cdot 10^3 \cdot 10 \frac{3,14}{3} (0,5 \cdot 0,25)^2 0,5 = 638 \text{ Н};$$

сила давления

$$P_2 = \rho_v g \left( H - \frac{1}{3} h \right) \pi R^2 = 10^3 \cdot 10 \frac{3,14 \cdot 0,5}{3} 3,14 \cdot 0,125^2 = 1145 \text{ Н};$$

сила Архимеда

$$P_A = \rho_v g W_2 = 10^3 \cdot 10 \cdot 0,0057 = 57 \text{ Н},$$

где  $W_2$  — объем усеченной пирамиды высотой  $h' = \frac{h}{3}$ ,

$$W_2 = \frac{\pi h}{3 \cdot 3} (R^2 + r^2 + Rr) = \frac{3,14 \cdot 0,5}{3 \cdot 3} (0,016 + 0,0064 + 0,01) = 0,0057 \text{ м}^3.$$

Теперь можно определить силу  $F$ , необходимую для открытия клапана:

$$F = P_1 + P_2 - P_A = 638 + 1145 - 57 = 1726 \text{ Н}.$$



## ГЛАВА 5

### Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли

**Задача 5.1.** Расход идеальной жидкости относительной плотности  $\delta = 0,860$  в расширяющемся трубопроводе с диаметрами  $d_1 = 480$  мм (сечение 1-1) и  $d_2 = 945$  мм (сечение 2-2) равен  $Q = 0,18$  м<sup>3</sup>/с (рис. 5.1). Разница в позициях центра сечений равна 2 м. Показание манометра в сечении 1-1 равно  $p_1 = 3 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>. Определить скорость жидкости в сечениях 1-1 и 2-2; давление  $p_2$  в сечении 2-2.

**Решение.** Сечение 1-1 проведем через место подключения манометра, а плоскость сравнения  $O-O$  расположим на уровне  $z_1$  и  $z_2$  от центров сечений 1-1 и 2-2, тогда

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = 0,995 \text{ м/с}; \quad v_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = 0,257 \text{ м/с}.$$

Относительная плотность жидкости  $\delta = \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{в}}}$ , откуда

$$\rho_{\text{ж}} = \rho_{\text{в}} \delta = 10^3 \cdot 0,860 = 860 \text{ кг/м}^3.$$

Используем уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h.$$

Предположив, что режим течения турбулентный ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ ), и пренебрегая потерями ( $\Delta h = 0$ ), получим

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 + \rho_{\text{ж}} g \Delta z + \frac{\rho_{\text{ж}}}{2} (v_1^2 - v_2^2) = \\ &= 3 \cdot 10^5 + 860 \cdot 10 \cdot 2 + \frac{860}{2} (0,995^2 - 0,257^2) = 3 \cdot 10^5 + 0,17 \cdot 10^5 + 0,004 \cdot 10^5 = \\ &= 3,174 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2. \end{aligned}$$

**Задача 5.2.** Сифон длиной  $l = l' + l'' = 25$  м и диаметром  $d = 0,4$  м (рис. 5.2) позволяет перетекать воде из одного резервуара в другой.

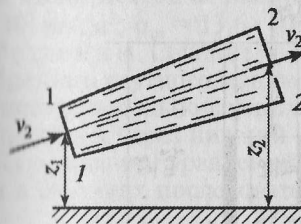


Рис. 5.1

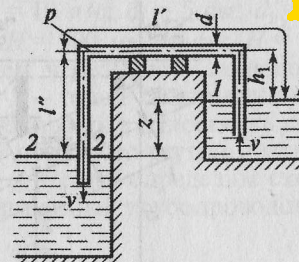


Рис. 5.2

Центральная часть сифона поднимается на высоту  $h_1 = 2$  м над свободной поверхностью жидкости. Разница уровней в резервуарах  $z = 2,5$  м. Коэффициент потери напора по длине  $\lambda = 0,02$ , коэффициенты местных потерь: входа  $\xi_1 = 0,5$ , выхода  $\xi_2 = 1$ , поворота трубопровода  $\xi_3 = 0,4$ . Определить расход воды в сифоне.

**Решение.** Сечения 1-1 и 2-2 проведем через свободные поверхности резервуаров, а плоскость сравнения — через сечение 2-2.

Используем уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \sum h.$$

Здесь

$$\sum h = h_{\text{тр}} + h_{\text{мест}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + (\xi_1 + \xi_2 + 2\xi_3) \frac{v^2}{2g} = 3,55 \frac{v^2}{2g};$$

$p_1 = p_2 = p_{\text{атм}}$ ;  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$  (предположим, что режим турбулентный). Тогда

$$z_1 = z_2 + \sum h; \quad \frac{(z_1 - z_2) 2g}{3,55} = v^2; \quad z_1 - z_2 = 2,5 \text{ м}.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{2,5 \cdot 19,6}{3,55}} = 3,7 \text{ м/с}; \quad Q = \frac{\pi d^2}{4} v = 0,785 \cdot 0,16 \cdot 3,7 = 0,467 \text{ м}^3/\text{с}.$$

**Задача 5.3.** Наклонный трубопровод состоит из четырех составных частей с диаметрами  $d_1 = 100$  мм;  $d_2 = 75$  мм;  $d_3 = 50$  мм;  $d_4 = 25$  мм (рис. 5.3). Дебит равен 0,01 м<sup>3</sup>/с, относительная плотность жидкости  $\delta = 0,95$ . Рассчитать давления  $p_1, p_2, p_3$  в соответствующих



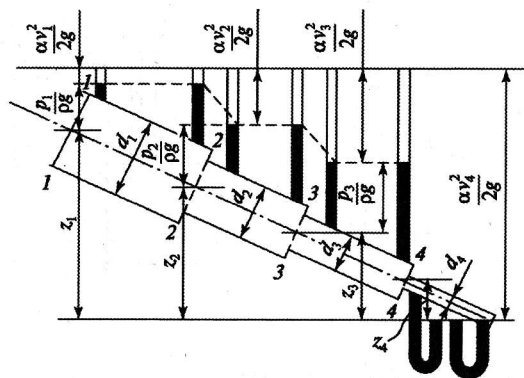


Рис. 5.3

поперечных сечениях, имеющих координаты центров  $z_1 = 5$  м,  $z_2 = 4$  м,  $z_3 = 3$  м. Потерями напора можно пренебречь.

**Решение.** Сечения 1-1, 2-2, 3-3, 4-4 проведем через места подключения дифманометров, а плоскость сравнения  $O-O$  расположим на уровне центра тяжести сечения 4-4. Используя уравнение Бернулли, найдем давления в сечениях 1-1, 2-2, 3-3, предположив, что режим течения турбулентный ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ ), и пренебрегая гидравлическими потерями:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_4 + \frac{p_4}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \sum h.$$

$$\text{Здесь } p_4 = p_{\text{атм}}; \sum h = 0; v = \frac{4Q}{\pi d^2}; z_4 = 0.$$

Тогда

$$p_1 = \frac{\rho}{2} Q^2 \left( \frac{4}{\pi} \right)^2 \left( \frac{1}{d_1^4} - \frac{1}{d_2^4} \right) - \rho g z_1 = 1,58 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2;$$

$$p_2 = \frac{\rho}{2} Q^2 \left( \frac{4}{\pi} \right)^2 \left( \frac{1}{d_4^4} - \frac{1}{d_2^4} \right) - \rho g z_2 = 1,659 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2;$$

$$p_3 = \frac{\rho}{2} Q^2 \left( \frac{4}{\pi} \right)^2 \left( \frac{1}{d_4^4} - \frac{1}{d_3^4} \right) - \rho g z_3 = 1,653 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

**Задача 5.4.** Последовательно соединенные трубопроводы с водой имеют U-образный ртутный манометр (рис. 5.4). Рассчитать давления и скорости воды в двух сечениях данных трубопроводов, пренеб-

регая всеми потерями напора, если  $Q = 10$  л/с;  $d_1 = 5$  см;  $d_2 = 10$  см,  $\rho_w = 10^3$  кг/см<sup>3</sup>;  $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $\Delta H = 700$  мм рт. ст.;  $H = 10$  м. **Решение.** Сечение 1-1 проведем через место подключения U-образного ртутного манометра, а 2-2 — после соединения во втором последовательно соединенном трубопроводе. Плоскость сравнения проведем через нижний уровень U-образного ртутного манометра. На основании уравнений расходов  $Q = \text{const}$  определим скорость воды в сечениях последовательно соединенных трубопроводов:

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = 5,1 \text{ м/с}; v_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = 1,27 \text{ м/с}.$$

На основании основного уравнения гидростатики, используя показания U-образного ртутного манометра, найдем давление воды в сечении 1-1:

$$p_{1.\text{изб}} = \rho_{\text{рт}} g \Delta h - \rho_w g H = 0,835 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

На основании уравнения Бернулли, составленного для сечений 1-1 и 2-2, предположив, что режим течения турбулентный ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ ), и пренебрегая гидравлическими потерями ( $\sum h = 0$ ), найдем

$$p_{2.\text{изб}} = p_{1.\text{изб}} + \frac{\rho_w}{2} (v_1^2 - v_2^2) = 0,903 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

**Задача 5.5** Через трубопровод диаметром  $d = 100$  мм движется вода с расходом  $Q = 8$  л/с (рис. 5.5). С помощью U-образного ртутного манометра между сечениями 1-1 и 2-2, расположенными на расстоянии  $l = 50$  м друг от друга, берется разность показаний  $h = 52$  мм. Относительная плотность ртути  $\delta = 13,6$ . Определить коэффициент потери напора на трение  $\lambda$ .

**Решение.** В соответствии с показаниями манометра и используя уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2, имеем

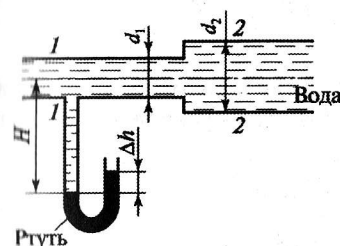


Рис. 5.4

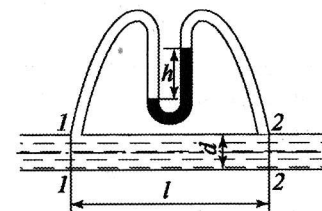


Рис. 5.5



$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h.$$

Так как трубопровод горизонтальный и постоянного диаметра, то  $z_1 = z_2$ ;  $v_1 = v_2$ , тогда

$$\Delta h = h \frac{(\rho_{\text{рт}} - \rho_1)}{\rho_1} = h(\delta - 1).$$

По формуле Дарси—Вейсбаха для определения гидравлических потерь по длине имеем

$$\Delta h = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

где  $v = \frac{Q}{\pi d^2/4}$ . Тогда

$$\lambda = \frac{h(\delta - 1)}{\frac{1}{d} \frac{Q^2}{2g \left(\frac{\pi d^2}{4}\right)^2}} = \frac{(13,6 - 1)0,052}{50 \frac{0,008^2}{0,12 \cdot 9,81(0,785 \cdot 0,01)^2}} = 0,0247.$$

**Задача 5.6.** Расходомер Вентури расположен в наклонном трубопроводе с диаметрами  $d_1 = 0,25$  м,  $d_2 = 0,1$  м (рис. 5.6). В двух сечениях ртутным манометром производится замер разности давлений. Зная разницу давлений  $h = 0,1$  м ртутного столба, определить расход воды ( $\rho_{\text{рт}} = 13\,600$  кг/м<sup>3</sup>).

**Решение.** Используем уравнение Бернулли для сечений 1—1 и 2—2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h.$$

Потерями напора пренебрежем. Считая режим течения турбулентным, положим  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ . С учетом этого уравнение Бернулли примет вид.

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \Delta z_{1-2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}. \quad (5.1)$$

Избыточное давление в сечениях 1—1 и 2—2 составит  $p = p_0 + \rho gh$ .

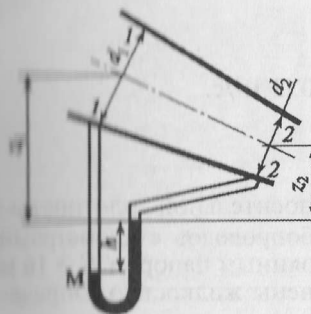


Рис. 5.6

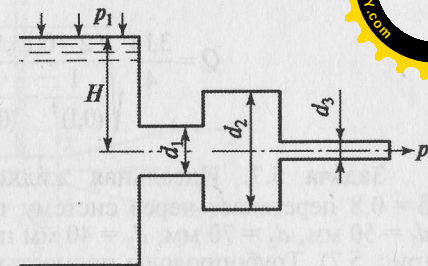


Рис. 5.7

Показание манометра

$$p_m = p_1 + \rho_b g(z_1 + h) = p_2 + \rho_b g z_2 + \rho_{\text{рт}} g h. \quad (5.2)$$

Так как скорость  $v = \frac{4Q}{\pi d^2}$ , то

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left[ \left( \frac{4Q}{\pi d_2^2} \right)^2 - \left( \frac{4Q}{\pi d_1^2} \right)^2 \right],$$

и также

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \Delta z_{1-2} = \left( \frac{\rho_{\text{рт}}}{\rho_b} - 1 \right) h. \quad (5.3)$$

С учетом уравнений (5.1) — (5.3) получим

$$\begin{aligned} \left( \frac{\rho_{\text{рт}}}{\rho_b} - 1 \right) h &= (\delta_{\text{рт}} - 1) h = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left[ \left( \frac{4Q}{\pi d_2^2} \right)^2 - \left( \frac{4Q}{\pi d_1^2} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{1}{2g} \left( \frac{4Q^2}{\pi} \right)^2 \left( \frac{1}{d_2^4} - \frac{1}{d_1^4} \right). \end{aligned}$$

Отсюда

$$Q = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2g(\delta_{\text{рт}} - 1)}{\frac{1}{d_2^4} - \frac{1}{d_1^4}}},$$

где  $\delta_{\text{рт}} = \frac{\rho_{\text{рт}}}{\rho_b}$ .



Тогда

$$Q = \frac{3,14}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 10(13,6-1)}{\frac{1}{(0,1)^4} - \frac{1}{(0,25)^4}}} = 0,12 \text{ м}^3/\text{с}.$$

**Задача 5.7.** Идеальная жидкость относительной плотностью  $\delta = 0,8$  перетекает через систему трех трубопроводов с диаметрами  $d_1 = 50 \text{ мм}$ ,  $d_2 = 70 \text{ мм}$ ,  $d_3 = 40 \text{ мм}$  под постоянным напором  $H = 16 \text{ м}$  (рис. 5.7). Трубопроводы полностью заполнены жидкостью. Определить расход жидкости  $Q$ .

**Решение.** Так как жидкость идеальна, потерями напора можно пренебречь. Тогда, используя уравнение Бернулли, определим расход жидкости:  $Q = \frac{\pi d_3^2}{4} \sqrt{2gH} = 22,2 \text{ л/с}$ .

Для проведения пьезометрической линии рассчитаем скоростной и пьезометрический напоры, т.е.

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left( \frac{4Q}{\pi d_1^2} \right)^2 = H \frac{d_3^4}{d_1^4} = 6,55 \text{ м}; \quad \frac{p_1}{\rho g} = H \left( 1 - \frac{d_3^4}{d_1^4} \right) = 9,45 \text{ м};$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = H \frac{d_3^4}{d_2^4} = 1,7 \text{ м}; \quad \frac{p_2}{\rho g} = H \left( 1 - \frac{d_3^4}{d_2^4} \right) = 14,3 \text{ м}.$$

Сложив напоры, убедимся в правильности решения, т.е.

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = H = 16 \text{ м}.$$

**Задача 5.8.** Вода протекает по водомеру Вентури, состоящему из трубы диаметром  $d_1 = 20 \text{ см}$ , в которую вставлен участок трубы диаметром  $d_2 = 10 \text{ см}$  (рис. 5.8). Пренебрегая сопротивлением, определить расход воды, если в пьезометрах  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  разность показаний  $h = 0,25 \text{ м}$ .

**Решение.** Составим уравнение неразрывности и уравнение Бернулли для сечений 1—1 и 2—2:

$$v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2; \quad z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

или

$$v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = v_2 \frac{\pi D_2^2}{4}; \quad h + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g},$$

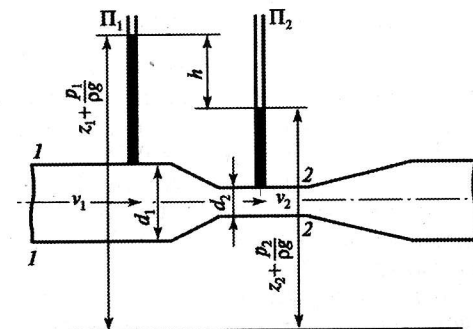


Рис. 5.8

$$\text{так как } \left( z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right) = h.$$

Преобразуя эти уравнения, получим

$$v_1 D_1^2 = v_2 D_2^2; \quad \text{откуда } v_1 = v_2 \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2; \quad (5.4)$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = h. \quad (5.5)$$

Подставив (5.4) в (5.5), получим

$$\frac{v_2^2 - v_2^2 \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^4}{2g} = h, \quad \text{или } \frac{v_2^2}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^4 \right] = h.$$

Отсюда

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^4}}.$$

Расход определим по формуле

$$Q = \omega_2 v_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^4}} = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,25}{1 - \left( \frac{0,1}{0,2} \right)^4}} = 0,018 \text{ м}^3/\text{с}.$$



В действительности расход будет несколько меньше вследствие потерь энергии, которыми пренебрегаем для упрощения решения.

**Задача 5.9.** Пренебрегая всеми потерями напора, определить высоту  $H$  и расход  $Q$  струи воды ( $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ ) начальным диаметром  $d = 25 \text{ м}$  при выходе из сопла длиной  $h = 0,25 \text{ м}$ . Выброс струи осуществляется вертикальной трубкой диаметром  $D = 500 \text{ мм}$  и длиной  $H_0 = 3 \text{ м}$ , которая подпитывается из резервуара с постоянным уровнем под избыточным давлением  $p_m = 5 \text{ Н/см}^2 = 5 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$  над свободной поверхностью (рис. 5.9).

**Решение.** Пренебрегая всеми потерями и записав уравнение Бернулли для свободной поверхности в резервуаре и окончания струи, получим

$$H = \frac{p_m}{\rho g} = \frac{5 \cdot 10^4}{10^3 \cdot 9,81} = 5,1 \text{ м}.$$

Расход струи воды определим с помощью формулы Торричелли [3, с. 109]

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2g(H - H_0 - h)} = \frac{3,14 \cdot 0,025^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,8(5,1 - 3 - 0,25)} = 2,9 \text{ л/с}.$$

**Задача 5.10.** Центробежный насос должен обеспечить расход  $Q = 0,1 \text{ м}^3/\text{с}$  и давление на выходе  $p_2 = 4,7 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$ . Всасывающая труба имеет диаметр  $d = 0,3 \text{ м}$  и длину  $L = 24 \text{ м}$ , а также фильтр на входе, имеющий местный коэффициент сопротивления  $\xi = 5$ . Всасывание воды осуществляется из открытого резервуара (рис. 5.10). Коэффициент потерь на трение  $\lambda = 0,02$ , коэффициент местных сопротивлений  $\xi_{\text{поворот}} = 0,2$ . Определить высоту всасывания  $H_{\text{вс}}$ .

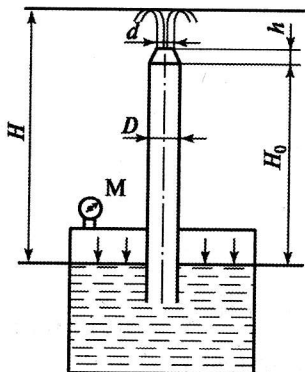


Рис. 5.9

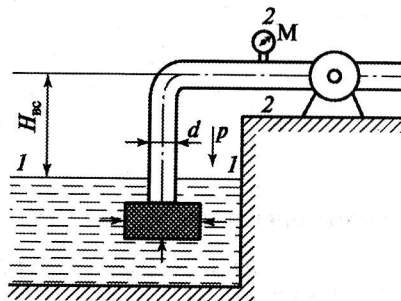


Рис. 5.10

**Решение.** На основании уравнения Бернулли, записанного для свободной поверхности воды 1-1 резервуара и сечения 2-2 на выходе из насоса, имеем

$$H_{\text{вс}} = \frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} - \left( \alpha + \lambda \frac{1}{d} + \xi + \xi_{\text{поворот}} \right) \frac{v^2}{2g}.$$

Положив  $\alpha = 1$  для турбулентного режима и  $\rho_v = 10^3 \text{ кг/м}^3$ , имеем

$$H_{\text{вс}} = \frac{p_{\text{атм}} - p_2}{\rho g} - \frac{\alpha + \lambda \frac{1}{d} + \xi + \xi_{\text{поворот}}}{\frac{\pi^2}{4} d^4 2g} Q^2 =$$

$$= \frac{10^5 - 4,7 \cdot 10^4}{10^4} - \frac{1 + 0,02 \frac{24}{0,3} + 5 + 0,2}{\left( \frac{3,14}{4} \right)^2 (0,3)^4 2 \cdot 9,81} 0,1^2 = 4,615 \text{ м}.$$

**Задача 5.11.** Горизонтальная часть эжектора расположена на высоте  $h = 2 \text{ м}$  от свободной поверхности жидкости в резервуаре. Диаметр горловины эжектора  $d = 20 \text{ мм}$ , а диаметр выходного сечения  $D = 60 \text{ мм}$  (рис. 5.11). Определить давление в минимальном сечении эжектора и максимальный расход при отсутствии расхода в трубке А.

**Решение.** Сечения 1-1 и 2-2 проводим по горловине эжектора и выходному отверстию, а плоскость сравнения — по осевой линии эжектора. На основании уравнения Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 имеем

$$\frac{p_{\text{атм}} - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left( \frac{4}{\pi} \right)^2 \left[ \frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4} \right] Q^2.$$

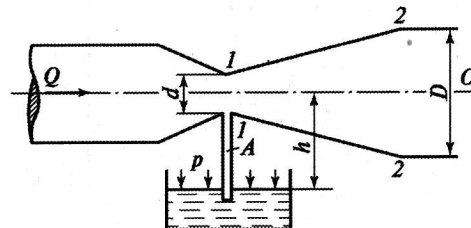


Рис. 5.11



С другой стороны, на основании уравнения гидростатики

$$p_1 = p_{\text{атм}} - \rho gh = 10^5 - 10^4 \cdot 2 = 8 \cdot 10^4$$

или

$$p_{\text{атм}} - p_1 = \rho gh.$$

Используя оба уравнения, получим

$$h = \frac{1}{2g} \left( \frac{4}{\pi} \right)^2 \left( \frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4} \right) Q^2.$$

Отсюда найдем максимальный расход, соответствующий отсутствию расхода в трубке А:

$$Q = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2gh}{\frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4}}} = \frac{3,14}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,8 \cdot 2}{\frac{1}{0,02^4} - \frac{1}{0,06^4}}} = 2 \text{ л/с.}$$

**Задача 5.12.** Два резервуара, содержащие воду (резервуар А закрыт, резервуар В открыт и связан с атмосферой), соединены с помощью трубопроводов с диаметрами  $d_1 = 70$  мм и  $d_2 = 100$  мм и длинами  $l_1 = 3$  м и  $l_2 = 5$  м (рис. 5.12). Разность уровней воды в резервуарах  $H = 5$  м. Предположим, что уровни 1—1 и 5—5 остаются постоянными. Определить расход воды  $Q$ , если  $p_m = 20 \text{ Н/см}^2 = 20 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$ ;  $\lambda = 0,02$ ;  $\xi_2 = 0,5$ ;  $\xi_3 = \left(1 - \frac{d_1^2}{d_2^2}\right)^2$ ;  $\xi_4 = 1$ .

**Решение.** Сечения 1—1 и 5—5 проходят по свободным поверхностям резервуаров А и В, а плоскость сравнения О—О по оси трубопроводов. Согласно уравнению Бернулли

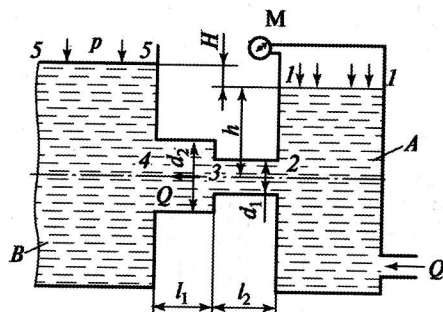


Рис. 5.12

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_5 + \frac{p_5}{\rho g} + \alpha_5 \frac{v_5^2}{2g} + \sum h.$$

В данном случае  $z_1 = h$ ;  $z_5 = h + H$ ;  $p_1 = p_{\text{атм}} + p_m$ ;  $p_5 = p_{\text{атм}}$ ;

$$\sum h = \lambda \frac{l_2}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} + \xi_2 \frac{v_1^2}{2g} + \xi_3 \frac{v_1^2}{2g} + \lambda \frac{l_1}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} + \xi_4 \frac{v_2^2}{2g}.$$

Предположим, что размеры резервуара настолько большие, что скорости изменения уровней равны нулю, т. е.  $v_1 = v_5 = 0$ .

Тогда

$$\frac{p_m}{\rho g} - H = \left( \lambda_1 \frac{l_2}{d_1} + \xi_2 + \xi_3 \right) \frac{v_1^2}{2g} + \left( \lambda \frac{l_1}{d_2} + \xi_4 \right) \frac{v_2^3}{2g}.$$

Скорости потока воды в первом и втором трубопроводах:

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2}; \quad v_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2},$$

тогда

$$Q = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2g \left( \frac{p_m}{\rho g} - H \right)}{\frac{\lambda \frac{l_2}{d_1} + \xi_2 + \xi_3}{d_1^4} + \frac{\lambda \frac{l_1}{d_2} + \xi_4}{d_2^4}}} = \frac{3,14}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \left( \frac{20 \cdot 10^4}{10^4} - 5 \right)}{0,02 \frac{5}{0,1} + 0,5 + \left( 1 - \frac{0,07^2}{0,1^2} \right)^2 + \frac{0,02 \frac{3}{0,1} + 1}{0,1^4}}} = 56,2 \text{ л/с.}$$

**Задача 5.13.** Течение воды осуществляется из резервуара с постоянным уровнем  $H = 16$  м через короткий трубопровод, состоящий из отрезков труб с диаметрами  $d_1 = 50$  мм и  $d_2 = 70$  мм (рис. 5.13). На конце трубопровода помещено запорное устройство с коэффициентом местных потерь  $\xi_v = 4$ . Другими потерями можно пренебречь. Определить расход воды  $Q$ .



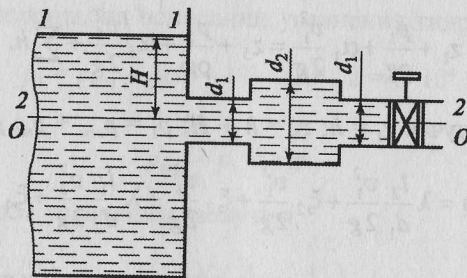


Рис. 5.13

Решение. Сечения 1—1 и 2—2 проводим по свободной поверхности резервуара и осевой линии трубопровода, плоскость сравнения — также по осевой линии трубопровода. Согласно уравнению Бернулли

$$H = \frac{v_1^2}{2g} + \xi_v \frac{v_2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g} (1 + \xi_v),$$

откуда

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \xi_v}}.$$

Тогда

$$Q = \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2gH}{1 + \xi_v}} = \frac{3,14 \cdot 0,25}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 16}{1 + 4}} = 15,5 \text{ л/с}.$$

**Задача 5.14.** Резервуары *A* и *B* с водой соединены горизонтальным трубопроводом, состоящим из отрезков труб с диаметрами  $d_1 = 100$  мм и  $d_2 = 60$  мм и имеющим кран с коэффициентом местных потерь  $\xi_v = 5$  (рис. 5.14). Другими потерями можно пренебречь. Разница в уровнях жидкости в резервуарах  $H = 3$  м. Определить расход жидкости в трубопроводе  $Q$ . Каким должен быть коэффициент местных потерь  $\xi_v$ , чтобы расход жидкости увеличился в два раза?

Решение. Сечения 1—1 и 2—2 проводим по свободной поверхности резервуаров, а плоскость сравнения — по оси трубопровода.

Предполагая, что размеры резервуаров настолько велики, что изменение скорости на свободных поверхностях равно нулю, применим уравнение Бернулли к сечениям 1—1 и 2—2, из которого следует, что  $p_1 = p_2$ ;  $v_1 = v_2 = 0$ ;  $z_1 - z_2 = H$ ;  $\Delta h = \xi \frac{v_{кр}^2}{2g}$ .

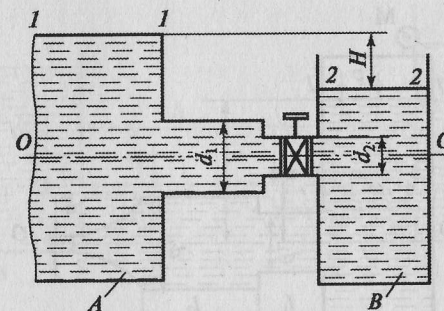


Рис. 5.14

Разность уровней воды в резервуарах составит

$$H = \xi_v \frac{v}{2g} = \xi_v \frac{Q^2}{2g \left( \frac{\pi d_2^2}{4} \right)^2},$$

откуда найдем расход жидкости в трубопроводе

$$Q = \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{\frac{2gH}{\xi_v}} = \frac{3,14 \cdot 3,6 \cdot 10^{-3}}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 3}{5}} = 9,7 \text{ л/с}.$$

Определим коэффициент местных потерь при двукратном увеличении расхода жидкости. Так как

$$Q^2 = f \left( \frac{1}{\xi_v} \right), \text{ то } \xi_v' = \frac{\xi_v}{4} = \frac{5}{4} = 1,25.$$

**Задача 5.15.** Согласно показанию манометра избыточное давление в закрытом резервуаре  $p_{изб} = 4 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup>. Ось трубопровода находится на глубине  $h = 5$  м от свободной поверхности (рис. 5.15). Коэффициенты местного сопротивления запорного крана  $\xi_{кр} = 4$ , сопла  $\xi_{сопла} = 0,06$ . Линейным сопротивлением трубопровода можно пренебречь. Определить расход воды  $Q$ , если  $d_1 = 10$  см;  $d_2 = 20$  см;  $d_3 = 8$  см.

Решение. Сечения 1—1 и 2—2 проведем по свободной поверхности резервуара и в выходном сечении трубопровода; по оси трубопровода проведем плоскость сравнения 0—0.

Применим уравнение Бернулли для свободной поверхности 1—1 и для сечения трубопровода 2—2:

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \alpha_0 \frac{v_0^2}{2g} = z_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \alpha_3 \frac{v_3^2}{2g} + \sum h. \quad (5.6)$$



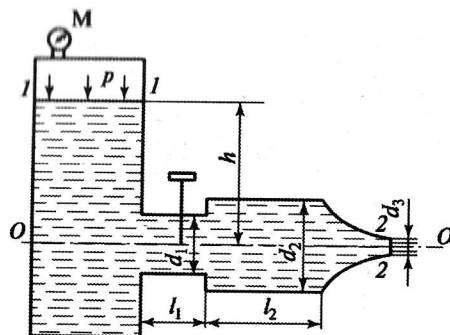


Рис. 5.15

Для поверхности 1—1:  $z_0 = h$ ;  $p_0 = \frac{p_m + p_{атм}}{\rho g}$ ;  $v_0 = 0$ .

Для сечения 2—2:  $z_3 = 0$ ;  $p_3 = p_{атм}$ ;  $v_3 = \frac{4Q}{\pi d_3^2}$ .

Так как местные сопротивления складываются из резкого расширения (переход от  $d_1$  к  $d_2$ ) и резкого сужения (переход от  $d_2$  к  $d_3$ ), то  $\xi_{расш} = \left(1 - \frac{d_1^2}{d_2^2}\right)^2$ , а  $\xi_{сопла} = 0,5$  ([10], с. 74).

Упростив уравнение (5.6) и решив его относительно расхода  $Q = \frac{\pi d_1^2}{4} v_1$ , получим

$$Q = \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2g \left( \frac{p_m + h}{\rho g} \right)}{(1 + \xi_{сопла}) \frac{d_1^4}{d_3^4} + \xi_{суж} + \xi_{кран} + \left(1 - \frac{d_1^2}{d_2^2}\right)}} =$$

$$= 3,14 \frac{0,1^2}{4} \sqrt{\frac{2 \left( \frac{4 \cdot 10^6 + 5}{10^3} \right)}{(1 + 0,5) \frac{0,1^4}{0,08^4} + 0,06 + 4 + \left(1 - \frac{0,1^2}{0,2^2}\right)}} = 0,00785 \sqrt{\frac{8000}{8,47}} = 241 \text{ л/с.}$$

**Задача 5.16.** Система из двух соединенных последовательно трубопроводов  $d_1 = 100$  мм и  $d_2 = 200$  мм,  $l_1 = 200$  м и  $l_2 = 300$  м соединяет резервуары A и B, имеющие свободные поверхности на уровнях  $H_1 = 100$  м и  $H_2 = 200$  м (рис. 5.16). Коэффициенты потерь на мест-

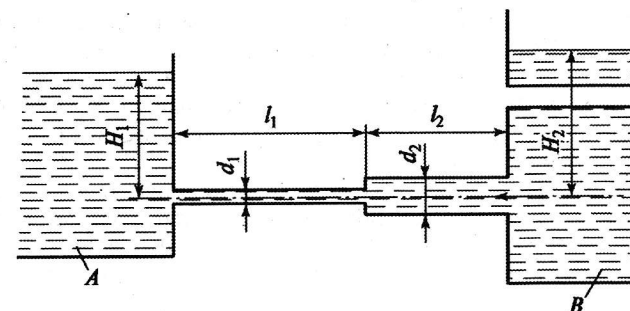


Рис. 5.16

ные сопротивления:  $\xi_1 = 0,5$ ;  $\xi_2 = 0,1$ ;  $\xi_3 = 0,6$ ; коэффициент трения на линейные сопротивления для сформировавшегося турбулентного режима [1, с. 61]  $\lambda = 0,02 + 0,5/d$ . Определить расход жидкости между резервуарами.

**Решение.** Учитывая большие размеры резервуаров, будем считать скорости изменения уровней свободных поверхностей равными нулю. Тогда согласно уравнению Бернулли для свободной поверхности и входа в трубопровод имеем

$$H_2 - H_1 = \left( \xi_3 + \lambda \frac{l_2}{d_2} \right) \frac{v_2^2}{2g} + \left( \xi_2 + \xi_1 + \lambda \frac{l_1}{d_1} \right) \frac{v_1^2}{2g},$$

где  $v_2 = \frac{4Q}{\pi d^2}$ .

Тогда на основании уравнения Бернулли

$$2g(H_2 - H_1) = \left( \xi_3 + \lambda \frac{l_2}{d_2} \right) \frac{16Q^2}{\pi^2 d_2^4} + \left( \xi_2 + \xi_1 + \lambda \frac{l_1}{d_1} \right) \frac{16Q^2}{\pi^2 d_1^4},$$

откуда

$$Q = \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2g(H_2 - H_1)}{\left[ \xi_3 + \left( 0,02 + \frac{0,5}{1000d_2} \right) \frac{l_2}{d_2} \right] \frac{d_1^4}{d_2^4} + \xi_2 + \xi_1 + \left( 0,02 + \frac{0,5}{1000d_1} \right) \frac{l_1}{d_1}}} =$$

$$= \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,8 \cdot 100}{\left[ 0,6 + \left( \frac{0,5}{1000 \cdot 0,2} + 0,02 \right) \frac{300}{0,2} \right] \frac{0,1^4}{0,2^4} + 0,1 + 0,5 + \left( 0,02 + \frac{0,5}{1000 \cdot 0,1} \right) \frac{200}{0,1}}} =$$

$$= 47,9 \text{ л/с.}$$



**Задача 5.17.** Жидкость вытекает из резервуара через трубопровод диаметром  $d = 100$  мм длиной  $l = 50$  м (рис. 5.17). Уровень свободной поверхности, находящийся на высоте  $H = 4$  м, остается постоянным. Рассчитать расход жидкости: в горизонтальном трубопроводе  $Q_1$ ; в наклонном трубопроводе  $Q_2$  ( $\Delta z = 2$  м). Местными потерями напора можно пренебречь.

**Решение.** Применим уравнение Бернулли для свободной поверхности и выхода из трубопровода. Плоскость сравнения проведем через центр выходного сечения трубопровода. Коэффициент потерь напора на трение рассчитаем по эмпирической формуле

$$\lambda = 0,02 + \frac{0,5}{d}.$$

Полагая, что режим течения турбулентный, т. е.  $\alpha = 1$ , учитывая большие размеры резервуара и считая скорость изменения уровня свободной поверхности равной нулю, можно записать

$$H + \Delta z = \left[ 1 + \left( 0,02 + \frac{0,5}{1000d} \right) \frac{l}{d} \right] \frac{1}{2g} \left( \frac{4}{\pi d^2} \right)^2 Q_2^2,$$

откуда

$$Q_2 = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2g(H + \Delta z)}{\left[ 1 + \left( 0,02 + \frac{0,5}{1000d} \right) \frac{l}{d} \right]}} = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81(4 + 2)}{\left[ 1 + \left( 0,02 + \frac{0,5}{1000 \cdot 0,1} \right) \frac{50}{0,1} \right]}} = 23,15 \text{ л/с}.$$

На основании уравнения Бернулли запишем

$$H = \left[ 1 + 0,02 \left( \frac{0,05}{1000d} \right) \frac{l}{d} \right] \frac{1}{2g} \left( \frac{4}{\pi d^2} \right)^2 Q_1^2,$$

откуда

$$Q_1 = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2gH}{\left[ 1 + \left( 0,02 + \frac{0,5}{1000d} \right) \frac{l}{d} \right]}} = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 4}{\left[ 1 + \left( 0,02 + \frac{0,5}{1000 \cdot 0,1} \right) \frac{50}{0,1} \right]}} = 18,9 \text{ л/с}.$$

**Задача 5.18.** Определить, на какую высоту  $h_{\text{вак}}$  поднимется вода в трубке, один конец которой присоединен к суженной части трубы, а другой опущен в воду (рис. 5.18). Расход воды в трубе  $Q = 0,025 \text{ м}^3/\text{с}$ , избыточное давление  $p_1 = 49 \cdot 10^3$  Па, диаметры  $d_1 = 100$  мм и  $d_2 = 50$  мм.

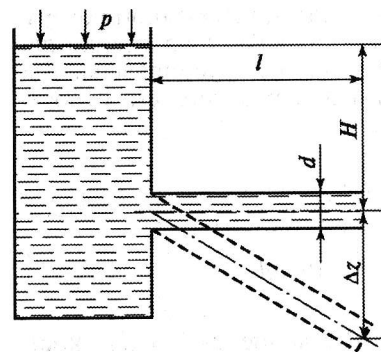


Рис. 5.17

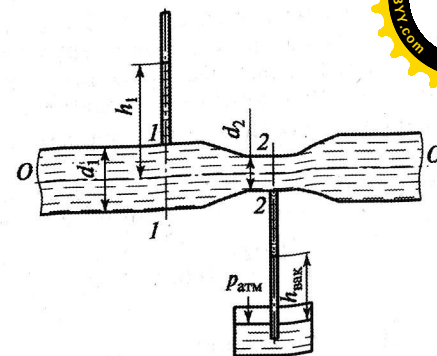


Рис. 5.18

**Решение.** Уравнение Бернулли для сечений 1—1 и 2—2 при  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$  (потерями напора пренебрегаем) имеет вид

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Учитывая, что

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} \text{ и } v_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2},$$

после преобразований получим

$$\begin{aligned} \frac{p_2}{\rho g} &= \frac{p_1}{\rho g} + \frac{4^2 Q^2}{2g\pi^2} \left( \frac{1}{d_1^4} - \frac{1}{d_2^4} \right) = \frac{49 \cdot 10^3}{1000 \cdot 9,81} + \frac{16 \cdot 0,025^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 3,14^2} \left( \frac{1}{0,1^4} - \frac{1}{0,05^4} \right) = \\ &= -2,76 \text{ м}. \end{aligned}$$

Полученная отрицательная высота — вакуумметрическая высота, на которую и поднимется вода в трубке.

**Задача 5.19.** Вертикальный трубопровод, соединяющий основание резервуара с атмосферой, имеет следующие параметры:  $h = 5$  м;  $l_1 = 4$  м;  $l_2 = 10$  м;  $l_3 = 3$  м;  $d_1 = 100$  мм;  $d_2 = 150$  мм (рис. 5.19). Коэффициент потерь напора на линейные сопротивления для сформировавшегося турбулентного режима определен по эмпирической формуле  $\lambda = 0,02 + \frac{0,5}{d}$ . Рассчитать расход жидкости в трубопроводе и давление в точке В. Потерями на местные сопротивления можно пренебречь.



Решение. Сечения 1—1 и 2—2 проводим по свободной поверхности резервуара и в конце трубопровода, плоскость сравнения для определения расхода проводим также на конце трубопровода. Для этих сечений применим уравнение Бернулли и решим его относительно скорости  $v_2$  в трубопроводе. Тогда

$$Q = \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{\frac{2g(h+l_1+l_2+l_3)}{\left(0,02 + \frac{0,5}{1000d_1}\right) \frac{l_1+l_2}{d_1} \frac{d_2^4}{d_1^4} + \left(0,02 + \frac{0,5}{1000d_2}\right) \frac{l_3}{d_2} + 1}} = 84 \text{ л/с.}$$

Для определения давления в точке  $B$  сечение 2—2 и плоскость сравнения проведем через эту точку. Применив уравнение Бернулли, получим

$$\begin{aligned} p_{B \text{ изб}} &= \rho g(h+l_1) - \left(1 + \left(0,02 + \frac{0,5}{1000d_1}\right) \frac{l_1}{d_1}\right) \frac{\rho}{2} \frac{1}{\left(\frac{\pi d_1^2}{4}\right)^2} Q^2 = \\ &= 10^3 \cdot 9,8 \cdot 9 - \left(1 + \left(0,02 + \frac{0,5}{0,1 \cdot 1000}\right) \frac{4}{0,1}\right) \frac{10^3}{2} \frac{1}{\left(\frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4}\right)^2} 0,084^2 = \\ &= 65,4 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2. \end{aligned}$$

**Задача 5.20.** Определить расход воды  $Q$  в трубе диаметром  $d_1 = 250$  мм, имеющей плавное сужение до диаметра  $d_2 = 125$  мм, если показания пьезометров: до сужения  $h_1 = 50$  см; в сужении  $h_2 = 30$  см. Температура воды  $20^\circ\text{C}$  (рис. 5.20).

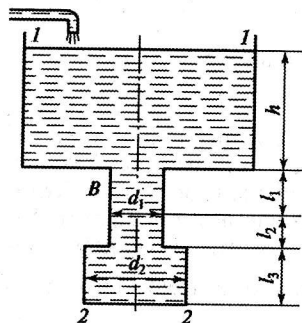


Рис. 5.19

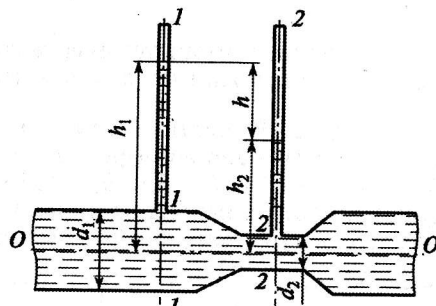


Рис. 5.20

Решение. Составим уравнение Бернулли для сечений 1—1 и 2—2, приняв за плоскость сравнения ось трубы:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\text{пот}}^{1-2}.$$

Учитывая, что  $z_1 = z_2 = 0$ , пренебрегая в первом приближении потерями напора, т. е. принимая  $h_{\text{пот}}^{1-2} = 0$ , и полагая  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , получим

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}.$$

Из уравнений неразрывности течения имеем  $\omega_1 v_1 = \omega_2 v_2$ . Поскольку  $\omega_1 = \pi d_1^2/4$ ;  $\omega_2 = \pi d_2^2/4$ , то  $v_2 = v_1 d_1^2/d_2^2$ .

Обозначим

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = h_1 - h_2 = h,$$

тогда уравнение Бернулли примет вид

$$h = \frac{v_1^2}{2g} \left( \frac{d_1^4}{d_2^4} - 1 \right),$$

откуда

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}}.$$

Расход воды в трубе определим по формуле

$$Q = \omega_1 v_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}}.$$

В действительности расход воды будет меньше вследствие потерь напора, которыми пренебрегли. С учетом этих потерь формула для определения расхода примет вид

$$Q = \mu \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}},$$

где  $\mu$  — коэффициент, учитывающий уменьшение расхода вследствие потерь напора; в первом приближении примем  $\mu = 0,98$ ; найдем числовое значение расхода

$$Q = 0,98 \frac{3,14 \cdot 0,25^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 0,2}{0,25^4/0,125^4 - 1}} = 0,024 \text{ м}^3/\text{с}.$$



**Задача 5.21.** Трубопровод диаметром  $d = 25$  мм служит для транспортирования воды, которая выливается наружу (рис. 5.21). Показание манометра, установленного в начале трубопровода,  $p_m = 5$  бар.

Трубопровод состоит из участков:  $l_1 = 15$  м,  $l_2 = 4$  м и  $l_3 = 6$  м. Коэффициент потерь напора по длине  $\lambda = 0,05$ , коэффициент местных потерь трубопровода (поворот)  $\xi_{пов} = 0,5$ . Определить расход воды  $Q$  в трубопроводе.

**Решение.** Сечения 1—1 и 2—2 проведем во входном и выходном сечениях трубопровода, плоскость сравнения — центральная ось трубопровода. Положив режим течения турбулентным, т. е.  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ , запишем уравнение Бернулли для входного и выходного сечений трубопровода:

$$\frac{p_m}{\rho g} = \left( \lambda \frac{l_1 + l_2 + l_3}{d} + 2\xi_{пов} + 1 \right) \frac{Q^2}{2g \left( \frac{\pi d^2}{4} \right)^2},$$

тогда расход воды

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2p_m}{\rho \left( \lambda \frac{l_1 + l_2 + l_3}{d} + 2\xi_{пов} + 1 \right)}} =$$

$$= \frac{3,14 \cdot 0,025^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^5}{10^3 \left( 0,05 \frac{(15+4+6)}{0,025} + 2 \cdot 0,5 + 1 \right)}} = 2 \text{ л/с.}$$

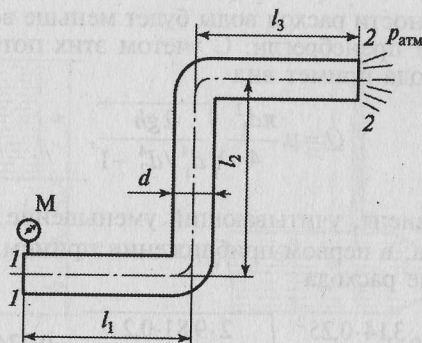


Рис. 5.21

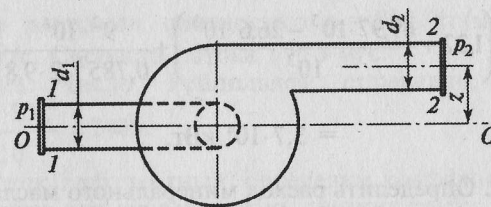


Рис. 5.22

**Задача 5.22.** Имеется центробежный насос производительностью  $Q = 9000$  л/с, состоящий из всасывающего и нагнетательного трубопроводов. На входе во всасывающий трубопровод диаметром  $d_1 = 30$  см давление составляет  $p_1 = 200$  мм рт. ст., в нагнетательном трубопроводе диаметром  $d_2 = 20$  см, находящемся на высоте  $z = 1,22$  м над осью всасывающего трубопровода, давление  $p_2 = 7$  Н/см<sup>2</sup>. Определить гидравлическую мощность насоса.

**Решение.** Сечения 1—1 и 2—2 проводим во входном и выходном сечениях, плоскость сравнения — ось всасывающего трубопровода. Согласно уравнению Бернулли для входного и выходного сечений насоса имеем

$$H_n = z + \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g},$$

где  $H_n$  — напор в насосе, м.

Режим течения турбулентный, т. е.  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ , тогда гидравлическую мощность определим по формуле

$$N = \rho g Q H_n,$$

где  $Q$  — производительность насоса, м<sup>3</sup>/с.

По данным определим:

$$\frac{p_{1 \text{ изб}}}{\rho g} = \frac{p_{\text{рт}} g h_{\text{рт}}}{\rho_B g} = \frac{13,6 \cdot 0,2}{1} = 2,72 \text{ м;}$$

$$\frac{p_{2 \text{ изб}}}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} = \frac{7 \cdot 10^4}{10^3 \cdot 9,8} = 7,14 \text{ м.}$$

Гидравлическая мощность насоса

$$N = \rho_B g Q \left[ z + \frac{p_2 - p_1}{\rho_B} + \frac{Q^2}{\left( \frac{\pi}{4} \right)^2 2g} \left( \frac{1}{d_2^4} - \frac{1}{d_1^4} \right) \right] =$$



$$= 10^3 \cdot 9,8 \cdot 9 \cdot 10^3 \left( 1,22 + \frac{69,97 \cdot 10^3 - 26,6 \cdot 10^3}{10^3} \right) + \frac{9^2 \cdot 10^6}{0,785^2 \cdot 2 \cdot 9,8} \left( \frac{1}{0,2^4} - \frac{1}{0,3^4} \right) =$$

$$= 3,7 \cdot 10^4 \text{ кВт.}$$

**Задача 5.23.** Определить расход минерального масла, движущегося по трубе диаметром  $d = 12$  мм, изогнутой под прямым углом. Показания манометров, поставленных перед коленом и после него, составляют соответственно  $p_1 = 10$  МПа и  $p_2 = 9,96$  МПа.

**Решение.** Сечения 1—1 и 2—2 проводим в местах присоединения манометров, плоскость сравнения — центральная ось трубы.

По формуле для определения потерь напора в колене имеем  $\Delta p = \xi \frac{v^2}{2} \rho$ , откуда

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\xi \rho}} = \frac{4Q}{\pi d^2}.$$

Найдем  $\Delta p = p_1 - p_2 = 10 - 9,96 = 0,04$  МПа, а по таблице [10]  $\xi = 1,5$  и  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>.

Тогда расход масла

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\xi \rho}} = \frac{3,14(1,2 \cdot 10^{-2})^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^4}{1,5 \cdot 900}} = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

**Задача 5.24.** Определить расход жидкости через зазор между цилиндром и поршнем, если  $d_1 = 20,04$  см,  $d_2 = 20$  см, длина сопряжения  $l = 15$  см. Поршень неподвижный. Перепад давления  $\Delta p = 20$  МПа, вязкость жидкости  $\mu = 170 \cdot 10^{-4}$  Н · с/м<sup>2</sup>.

**Решение.** Определим радиальный зазор между цилиндром и поршнем:  $\delta = \frac{d_1 - d_2}{2} = \frac{20,04 - 20}{2} = 0,02$  см, ширина зазора  $B = \pi d = 3,14 \cdot 20 = 62,8$  см.

Тогда расход жидкости при отсутствии эксцентриситета [4, с. 37]

$$Q = \frac{\Delta p \delta^3 B}{12\mu l} = \frac{20 \cdot 10^6 (2 \cdot 10^{-4})^3 62,8 \cdot 10^{-2}}{12 \cdot 170 \cdot 10^{-4} \cdot 15 \cdot 10^{-2}} = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

При максимальном значении эксцентриситета расход через щель увеличивается в 2,5 раза, т. е.  $Q' = 2,5 Q = 8,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ .

**Задача 5.25.** Рассчитать потери давления в прямом трубопроводе длиной  $L = 40$  м и внутренним диаметром  $d = 16$  мм при дви-

жении в нем жидкости плотностью  $\rho = 890$  кг/м<sup>3</sup> и вязкостью  $\nu = 20 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с. Скорость потока  $v = 3$  м/с.

**Решение.** Число Рейнольдса определим по формуле  $Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{3 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-6}} = 2400$ .

Так как поток турбулентный, определим коэффициент потерь по формуле Блазиуса для гидравлически гладких труб:

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{2400}} = 0,045.$$

Потери давления найдем по формуле Дарси—Вейсбаха:

$$\Delta p = \lambda \frac{L v^2}{d} \rho = 0,045 \frac{40 \cdot 3^2 \cdot 890}{0,016 \cdot 2} = 451 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2.$$

**Задача 5.26.** Определить повышение давления в трубе диаметром  $d = 5$  см с толщиной стенки  $\delta = 2$  мм при гидравлическом ударе. Скорость потока в трубе  $v = 7$  м/с. Модуль упругости жидкости  $E_* = 2700$  МПа, плотность жидкости  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>. Модуль упругости материала трубы  $E_t = 2 \cdot 10^5$  МПа.

**Решение.** Приведенный модуль упругости жидкости [4, с. 61]

$$E_n = \frac{E_*}{1 + E_* \frac{d}{\delta E_t}} = \frac{2700 \cdot 10^6}{1 + 2700 \cdot 10^6 \frac{5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6}} = 2699 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2.$$

Скорость распространения ударной волны [4, с. 61]

$$c = \sqrt{\frac{E_n}{\rho}} = \sqrt{\frac{2699 \cdot 10^6}{900}} = 1732 \text{ м/с}.$$

Повышение давления в трубе при гидравлическом ударе найдем по формуле Жуковского:

$$p = \rho c v = 900 \cdot 1732 \cdot 7 = 109 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

**Задача 5.27.** Определить давление струи жидкости на неподвижную, наклонную к горизонту на угол  $15^\circ$  стенку. Струя вытекает из конически сходящейся насадки диаметром 1 мм с давлением 20 МПа. Плотность жидкости  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>.

**Решение.** Сила давления струи определяется по формуле  $F = Q \rho v \sin \gamma$ .



Расход жидкости через насадку

$$Q = \mu S \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = 0,96 \frac{3,14(1 \cdot 10^{-3})^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 10^6}{900}} = 1,58 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Определим скорость выходящей из насадки струи:

$$v = \phi \sqrt{\frac{2p}{\rho}} = 0,97 \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 10^6}{900}} = 204,5 \text{ м/с}.$$

Тогда сила давления струи на наклонную стенку

$$F = \rho Q v \sin \gamma = 900 \cdot 1,58 \cdot 10^{-4} \cdot 204,5 \cdot 0,26 = 7,6 \text{ Н}.$$

**Задача 5.28.** Определить изменение заключенного в стальном цилиндре объема жидкости, находящейся под атмосферным давлением при его увеличении на 20 МПа. Длина цилиндра 1 м, внутренний диаметр  $d = 100$  мм, толщина стенки цилиндра  $\delta = 1$  мм;  $E_m = 1700 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ ;  $E_{ст} = 2 \cdot 10^5 \text{ МН/м}^2$ .

**Решение.** Определим объем жидкости в цилиндре:  $V = \frac{\pi d^2}{4} l = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \cdot 1 = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ .

Приведенный модуль упругости жидкости

$$E_n = \frac{E_m}{1 + E_m \frac{d}{\delta E_{ст}}} = \frac{1700 \cdot 10^6}{1 + 1700 \cdot 10^6 \frac{0,1}{10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6}} = 9,2 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2.$$

Тогда изменение объема жидкости

$$\Delta V = \frac{V}{E_n} \Delta p = \frac{7,85 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^6}{9,2 \cdot 10^8} = 17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

**Задача 5.29.** Имеются два трубопровода с диаметрами  $d_1 = 100$  мм и  $d_2 = 50$  мм. Вязкость жидкости в трубопроводах соответственно  $\nu_1 = 23 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  и  $\nu_2 = 9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Скорость жидкости в трубопроводе большего диаметра  $v_1 = 7$  м/с. При какой скорости жидкости в трубопроводе меньшего диаметра потоки будут подобны?

**Решение.** Условие подобия потоков — равенство чисел Рейнольдса, т. е.  $R_1 = R_2 = \frac{v_1 d_1}{\nu_1} = \frac{v_2 d_2}{\nu_2}$ , откуда искомая скорость составит

$$v_2 = \frac{v_1 d_1 \nu_2}{\nu_1 d_2} = \frac{7 \cdot 0,1 \cdot 9 \cdot 10^{-6}}{23 \cdot 10^{-6} \cdot 0,05} = 5,48 \text{ м/с}.$$

**Задача 5.30.** Определить мощность, расходуемую потоком воды на участке трубопровода длиной  $l = 10$  м (рис. 5.23), если угол наклона трубопровода  $\beta = 30^\circ$ , диаметр большой трубы  $D = 0,2$  м, диаметр малой трубы  $d = 0,1$  м, расход воды  $Q = 0,05 \text{ м}^3/\text{с}$ , разность уровней ртути в дифференциальном манометре  $h = 0,4$  м, движение воды турбулентное.

**Решение.** Сечения 1-1 и 2-2 проведем через места подключения дифманометра, а плоскость сравнения  $O-O$  расположим на уровне центра тяжести второго сечения. Используя уравнение Бернулли, найдем потери напора между рассматриваемыми сечениями:

$$H_{\text{пот } 1-2} = \left( \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right) + \left( \frac{p_1}{\rho g} + \frac{p_2}{\rho g} \right) + (z_1 - z_2).$$

В данном случае  $z_2 = 0$ , а  $z_1 = -l \sin \beta = -10 \cdot 0,5 = -5$  м (для сечений, расположенных ниже плоскости сравнения, значение  $z$  считается отрицательным).

Абсолютные давления  $p_1$  и  $p_2$  в центрах тяжести сечений определим через абсолютные давления  $p_3$  и  $p_4$ , действующие на поверхность ртути в дифманометре. Известно, что в плоских живых сечениях давление распределяется по гидростатическому закону, поэтому  $p_4 = p_1 + \rho g(x + h)$  и  $p_3 = p_2 + \rho g(x + z_1)$ .

Дифманометр измеряет разность давлений, на которую высота столба  $x$  не оказывает влияния. В самом деле,

$$\Delta p = p_4 - p_3 = p_1 - p_2 + \rho g(h - z_1) = \rho_{рт} g h.$$

Разность пьезометрических напоров

$$\left( \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} \right) = h \left( \frac{\rho_{рт}}{\rho} - 1 \right) + z_1 = 0,4 \left( \frac{13600}{1000} - 1 \right) + 5 = 10,04 \text{ м}.$$

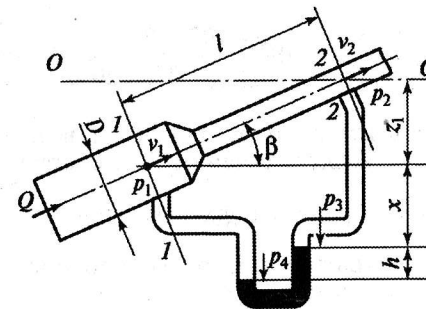
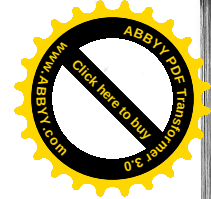


Рис. 5.23





Скорость потока воды в первом и втором сечениях

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,05}{3,14 \cdot 0,2^2} = 1,59 \text{ м/с}; v_2 = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,05}{3,14 \cdot 0,1^2} = 6,37 \text{ м/с}.$$

При турбулентном движении можно принять коэффициент Кориолиса  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ . Тогда разность скоростных напоров

$$\left( \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \right) = \left( \frac{1,59^2}{2 \cdot 9,81} - \frac{6,37^2}{2 \cdot 9,81} \right) = -1,49 \text{ м}.$$

Таким образом, потери напора

$$H_{\text{пот}1-2} = -1,94 + 10,04 - 5 = 3,1 \text{ м},$$

расходуемая потоком мощность

$$N_{\pi} = N_{\text{пот}1-2} = \rho g H Q = 1000 \cdot 9,81 \cdot 3,1 \cdot 0,05 = 1520 \text{ Вт} = 1,52 \text{ кВт}.$$

**Задача 5.31.** По трубопроводу (см. рис. 5.23) движется сжатый воздух. Абсолютное давление воздуха  $p_1 = 0,4 \text{ МН/м}^2$ , температура  $t = 20^\circ\text{С}$ , расход  $Q_0 = 0,5 \text{ м}^3/\text{с}$  (расход, приведенный к нормальным атмосферным условиям). Показание дифманометра  $h = 0,4 \text{ м}$ . Определить мощность, расходуемую воздушным потоком на участке длиной  $l = 10 \text{ м}$  при изотермическом процессе.

**Решение.** Сечения 1—1 и 2—2 проведем в тех же местах, что и в предыдущей задаче. Выражение для определения потери давления между сечениями 1—1 и 2—2 имеет вид

$$\Delta p_{\text{пот}1-2} = \left( \frac{\rho_0 \alpha_1 v_1^2}{2} - \frac{\rho_0 \alpha_2 v_2^2}{2} \right) + 2,3 p_1 \frac{\rho_0}{\rho_1} \lg \frac{p_1}{p_2} + (\rho_0 g z_1 - \rho_0 g z_2).$$

В нашем случае  $z_2 = 0$ ;  $z_1 = -5 \text{ м}$  и  $\rho_0 g z_1 = -1,29 \cdot 9,81 \cdot 5 = -63 \text{ Н/м}^2$ . Плотность воздуха в сечении 1—1

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{p_1 T_0}{p_0 T_1} = 1,29 \frac{0,4 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 10^6} \frac{273}{273 + 20} = 4,8 \text{ кг/м}^3.$$

Если пренебречь изменением плотности воздуха по высоте, то абсолютное давление воздуха сечения 2—2 составит

$$p_2 = p_1 - \rho_{\text{рт}} g h + \rho_1 g (x + h) - \rho_1 g (x + z_1).$$

По сравнению с плотностью ртути плотность воздуха весьма мала, поэтому можно считать, что

$$p_2 = p_1 - \rho_{\text{рт}} g h = 0,4 \cdot 10^6 - 13\,600 \cdot 9,81 \cdot 0,4 = 0,346 \text{ МН/м}^2.$$

Плотность воздуха в сечении 2—2:

$$\rho_2 = 1,29 \frac{0,364 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 10^6} \frac{273}{273 + 20} = 4,51 \text{ кг/м}^3.$$

Тогда скорости воздуха в сечениях 1—1 и 2—2 соответственно будут:

$$v_1 = \frac{4 \rho_0 Q_0}{\rho_1 \pi D^2} = \frac{4 \cdot 1,29 \cdot 0,5}{4,8 \cdot 3,14 \cdot 0,2^2} = 4,3 \text{ м/с}; v_2 = \frac{4 \cdot 1,29 \cdot 0,5}{4,51 \cdot 3,14 \cdot 0,1^2} = 19,8 \text{ м/с}.$$

Разность скоростных напоров

$$\frac{\rho_0 \alpha_1 v_1^2}{2} - \frac{\rho_0 \alpha_2 v_2^2}{2} = \frac{1,29 \cdot 1 \cdot 4,3^2}{2} - \frac{1,29 \cdot 1 \cdot 19,8^2}{2} = -240 \text{ Н/м}^2,$$

а потеря давления

$$\Delta p_{\text{пот}1-2} = -240 + 2,3 \cdot 1,29 \frac{0,4 \cdot 10^6}{4,8} \lg \frac{0,4}{0,364} - 63 = 15\,270 \text{ Н/м}^2$$

и потерянная мощность

$$N_{\pi} = \Delta p_{\text{пот}1-2} Q_0 = 15\,270 \cdot 0,5 = 7635 \text{ Вт} = 7,7 \text{ кВт}.$$

Из расчета видно, что величина изменения скоростного и геометрического напоров в общем балансе очень мала, поэтому ею обычно пренебрегают.

Потерю давления с достаточной для практики точностью определяют по упрощенному уравнению

$$\Delta p_{\text{пот}1-2} = 2,3 p_1 \frac{\rho_0}{\rho_1} \lg \frac{p_1}{p_2}.$$

В данном примере вычисленная по этому уравнению потеря давления составляет  $15\,600 \text{ Н/м}^2$ , что дает расхождение с прежним результатом не более 2 %.





## ГЛАВА 6

### Режим течения жидкости в трубах. Гидравлические потери

**Задача 6.1.** Определить критическую скорость, отвечающую переходу от ламинарного режима к турбулентному в трубе диаметром  $d = 0,03$  мм при движении воды, воздуха и глицерина при температуре  $25^\circ\text{C}$ .

**Решение.** Из формулы Рейнольдса найдем

$$v_{\text{кр}} = \frac{Re_{\text{кр}} v}{d} = \frac{2320v}{d}.$$

Для воды из [1] найдем  $v = 0,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , тогда

$$v_{\text{кр}} = \frac{2320 \cdot 0,9 \cdot 10^{-6}}{0,03} = 0,07 \text{ м/с};$$

для воздуха  $v = 16,15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , тогда

$$v_{\text{кр}} = \frac{2320 \cdot 16,15 \cdot 10^{-6}}{0,03} = 1,25 \text{ м/с};$$

для глицерина  $v = 4,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ , тогда

$$v_{\text{кр}} = \frac{2320 \cdot 4,1 \cdot 10^{-4}}{0,03} = 31,7 \text{ м/с}.$$

**Задача 6.2.** Определить число Рейнольдса и режим движения воды в водопроводной трубе диаметром  $d = 300$  мм при расходе  $Q = 0,136 \text{ м}^3/\text{с}$  и температуре воды  $10^\circ\text{C}$ .

**Решение.** Определим живое сечение потока

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,3^2}{4} = 0,071 \text{ м}^2.$$

Тогда средняя скорость движения воды в трубе

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{0,136}{0,071} = 1,92 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{1,92 \cdot 0,03}{1,306 \cdot 10^{-6}} = 441\,000,$$

где  $\nu = 1,306 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  [1].

Режим движения воды турбулентный, поскольку

$$Re = 441\,000 > Re_{\text{кр}} = 2320.$$

**Задача 6.3.** Применяемые в водоснабжении и канализации трубы имеют минимальный диаметр  $d = 12$  мм, максимальный диаметр  $d = 3500$  мм. Расчетные скорости движения воды в них составляют  $v = 0,5 \dots 4$  м/с. Определить минимальное и максимальное значения числа Рейнольдса и режим течения воды в этих трубопроводах.

**Решение.** Температура воды в системах водоснабжения и канализации может изменяться в пределах  $0 \dots 30^\circ\text{C}$ , кинематические вязкости по таблицам [1] составляют  $\nu_0 = 1,78 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  и  $\nu_{30} = 0,81 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Минимальное число Рейнольдса при  $d = 0,012$  м,  $v = 0,5$  м/с и  $\nu_0 = 1,78 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  составит

$$Re_{\text{min}} = \frac{vd}{\nu} = \frac{0,5 \cdot 0,012}{1,78 \cdot 10^{-6}} = 3370,$$

а максимальное число Рейнольдса будет

$$Re_{\text{max}} = \frac{4 \cdot 3,5}{0,81 \cdot 10^{-6}} = 17\,284\,000.$$

Так как  $Re_{\text{min}} = 3370 > Re_{\text{кр}} = 2320$ , то в трубопроводах систем водоснабжения и канализации режим движения воды всегда турбулентный.

**Задача 6.4.** Конденсатор паровой турбины, установленный на тепловой электростанции, оборудован 8186 охлаждающими трубками  $d = 0,025$  м. В нормальных условиях работы через конденсатор в час проходит  $13\,600 \text{ м}^3$  циркуляционной воды с температурой  $12,5 \dots 13^\circ\text{C}$ . Будет ли при этом обеспечен турбулентный режим движения в трубках?

**Решение.** Определим секундный расход воды:

$$\text{через конденсатор } Q = \frac{13\,600}{3600} = 3,78 \text{ м}^3/\text{с};$$



через каждую трубку  $q = \frac{3,78}{8166} = 0,000462 \text{ м}^3/\text{с}$ .

Площадь сечения трубки

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,025^2}{4} = 0,00049 \text{ м}^2.$$

Скорость движения воды в трубке

$$v = \frac{q}{\omega} = \frac{0,000462}{0,00049} = 0,945 \text{ м/с},$$

а кинематическая вязкость воды согласно таблицам [1]  $\nu = 1,23 \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Определим число Рейнольдса, характеризующее поток в трубках,

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{0,945 \cdot 0,025}{1,23 \cdot 10^{-6}} = 19\,200 > 2320.$$

Таким образом, режим движения воды в трубках турбулентный.

**Задача 6.5.** Как изменится число Рейнольдса при изменении диаметра трубопровода от меньшего к большему и при сохранении постоянного расхода жидкости  $Q = \text{const}$ ?

**Решение.** Число Рейнольдса определяется по формуле  $Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{4Qd}{\pi d^2 \nu} = \frac{4Q}{\pi d \nu}$ , из которой следует, что  $Re$  уменьшится во столько раз, во сколько раз увеличится диаметр трубы.

**Задача 6.6.** По трубопроводу диаметром  $d = 100 \text{ мм}$  транспортируется нефть. Определить критическую скорость, соответствующую переходу ламинарного движения в турбулентное, и возможный режим движения нефти.

**Решение.** Определим критическое число Рейнольдса:

$$Re_{кр} = \frac{v_{кр} d}{\nu} = 2000,$$

тогда

$$v_{кр} = \frac{Re_{кр} \nu}{d} = \frac{2000 \nu}{d}.$$

Согласно таблицам [3] для нефти  $\nu = 8,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . С учетом исходных данных получим

$$v_{кр} = \frac{2000 \cdot 8,1 \cdot 10^{-6}}{0,1} = 0,16 \text{ м/с}.$$

В нефтепроводе редко возможна скорость движения меньше допустимой, поэтому движение нефти в трубе диаметром  $d = 100 \text{ мм}$  может происходить преимущественно при турбулентном режиме.

**Задача 6.7.** Горизонтальный отстойник для осветления сточных вод представляет собой прямоугольный резервуар шириной  $b = 6,0 \text{ м}$  и глубиной  $h = 2,5 \text{ м}$ . Температура воды  $20^\circ\text{C}$ . Определить среднюю скорость и режим движения сточной жидкости, если ее расчетный расход  $Q = 0,08 \text{ м}^3/\text{с}$ . При какой скорости движения жидкости в отстойнике будет наблюдаться ламинарный режим движения жидкости?

**Решение.** Определим скорость движения воды в отстойнике:

$$v = \frac{Q}{hb} = \frac{0,08}{2,5 \cdot 6} = 0,0053 \text{ м/с} = 5,3 \text{ мм/с}.$$

Число Рейнольдса

$$Re = \frac{vR}{\nu},$$

где  $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  по таблицам [1];  $R$  — гидравлический радиус отстойника,

$$R = \frac{\omega}{X} = \frac{2,5 \cdot 6}{2,5 \cdot 2 + 6} = \frac{15}{11} = 1,364 \text{ м}.$$

Здесь  $\omega$  — живое сечение отстойника;  $X$  — смоченный периметр. Тогда

$$Re = \frac{0,0053 \cdot 1,364}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 7156 > 500 \dots 600 \text{ (для открытых русл [1])}.$$

Режим течения жидкости в отстойнике турбулентный. Критическую скорость, при которой движение жидкости переходит от ламинарного к турбулентному, можно определить с помощью выражения

$$R_{кр} = \frac{v_{кр} R}{\nu},$$

откуда

$$v_{кр} = \frac{Re_{кр} \nu}{R} = \frac{600 \cdot 1,01 \cdot 10^{-6}}{1,364} = 0,00044 \text{ м/с} = 0,44 \text{ мм/с}.$$

В отстойниках расчетная скорость принимается равной  $5 \dots 10 \text{ мм/с}$  [1], т. е. движение жидкости всегда является турбулентным.



**Задача 6.8.** Определить скорость, соответствующую переходу ламинарного режима движения жидкости в турбулентный, если диаметр трубопровода  $d = 100$  мм, кинематический коэффициент вязкости жидкости  $\nu = 1,01 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

**Решение.** Запишем уравнение Рейнольдса:

$$Re_{кр} = \frac{v_{кр} d}{\nu}; \quad \nu = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Известно, что

$$Re_{кр} = 2320,$$

тогда

$$v_{кр} = \frac{Re_{кр} \nu}{d} = \frac{2320 \cdot 1,01 \cdot 10^{-6}}{0,1} = 0,0234 \text{ м/с}.$$

Итак, при  $v < 0,0234$  м/с режим течения жидкости ламинарный, при  $v > 0,0234$  м/с — турбулентный.

**Задача 6.9.** Уточнить режим течения воды в трубопроводе диаметром  $d = 100$  мм при расходе  $Q = 4$  л/с. Коэффициент кинематической вязкости  $\nu = 1,01 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

**Решение.** Определим число Рейнольдса по формуле

$$Re = \frac{vd}{\nu}, \text{ где } v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,1^2} = 0,51 \text{ м/с},$$

тогда

$$Re = \frac{0,51 \cdot 0,1}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^4,$$

следовательно, режим течения воды турбулентный.

**Задача 6.10.** Определить коэффициент кинематической вязкости, соответствующий переходу ламинарного режима в турбулентный в трубопроводе диаметром  $d = 0,203$  мм при расходе нефти  $Q = 0,1$  м<sup>3</sup>/с.

**Решение.** Критическое число Рейнольдса

$$Re_{кр} = \frac{vd}{\nu}.$$

$$\text{Здесь } Re_{кр} = 2320 \text{ и } v = \frac{4Q}{\pi d^2},$$

тогда

$$\nu = \frac{vd}{Re_{кр}} = \frac{4 \cdot 0,1 \cdot 0,203}{3,14 \cdot 0,203^2 \cdot 2320} = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}.$$

**Задача 6.11.** Средняя скорость течения нефти в трубопроводе диаметром  $d = 200$  мм  $v = 0,8$  м/с. Коэффициент кинематической вязкости  $\nu = 1,3 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с. Определить начальный интервал образования ламинарного течения.

**Решение.** Согласно теории формирования ламинарного режима [2, с. 74], можно рассчитать начальную длину  $l$  трубопровода, находящуюся в интервале  $0,03 Red < l < 0,07 Red$ , после прохождения которой максимальная скорость течения практически достигает своей окончательной величины.

Число Рейнольдса составит

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{0,8 \cdot 0,2}{1,3 \cdot 10^{-4}} = 1230,$$

$$\text{тогда } l_1 = 0,03 Red = 0,03 \cdot 1230 \cdot 0,2 = 7,4 \text{ м}; \quad l_2 = 0,07 \cdot 1230 \cdot 0,2 = 17,22 \text{ м}.$$

Итак,

$$7,4 \text{ м} < l < 17,22 \text{ м}.$$

**Задача 6.12.** Трубопровод  $d = 100$  мм транспортирует нефть плотностью  $\rho = 920$  кг/м<sup>3</sup> и коэффициентом кинематической вязкости  $\nu = 1,3 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с. Определить расход нефти, соответствующий переходу ламинарного режима в турбулентный.

**Решение.** Величина расхода нефти, соответствующая переходу ламинарного режима в турбулентный, пропорциональна критической скорости, т. е.  $Q_{кр} = v_{кр} \omega$ , но

$$v_{кр} = \frac{Re_{кр} \nu}{d},$$

откуда объемный расход нефти

$$Q_{кр} = \frac{Re_{кр} \nu}{d} \omega = \frac{2320 \nu \pi d^2}{4d} = 1821 \nu d = 2,36 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с};$$

массовый критический расход

$$M_{кр} = \rho Q_{кр} = 2,36 \cdot 10^{-2} \cdot 920 = 27,71 \text{ кг/с};$$

весовой критический расход

$$G_{кр} = \rho g Q_{кр} = 920 \cdot 9,81 \cdot 2,36 \cdot 10^{-2} = 213 \text{ Н/с}.$$



**Задача 6.13.** По трубопроводу диаметром  $d = 75$  мм транспортируется нефть плотностью  $\rho = 850$  кг/м<sup>3</sup> с коэффициентом динамической вязкости  $\mu = 0,03$  Н · с/м<sup>2</sup>. Скорость течения  $v = 1$  м/с. Определить гидравлический уклон  $i$ .

**Решение.** Гидравлический уклон определяется по формуле [2, с. 58]  $i = \Delta h/l$ .

В соответствии с формулой Дарси—Вейсбаха

$$\Delta h = \lambda \frac{l v^2}{d 2g},$$

тогда  $i = \lambda \frac{1 v^2}{d 2g}$ .

Поскольку  $Re = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{1 \cdot 0,075 \cdot 850}{0,03} = 2125$ ,  $Re > Re_{кр} = 2320$ , рассматриваемый режим ламинарный, и  $\lambda = 64/Re$ , тогда

$$i = \frac{64}{Re} \frac{1 v^2}{d 2g} = \frac{64 \cdot 1 \cdot 1^2}{2125 \cdot 0,075 \cdot 2 \cdot 9,81} = 0,02.$$

**Задача 6.14.** По трубопроводу диаметром  $d = 203$  мм и длиной  $l = 10\,000$  мм под напором 2,7 атм транспортируется нефть плотностью  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup> с коэффициентом кинематической вязкости  $\nu = 1,46 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с. Разность между входным и выходным сечениями трубопровода  $z_1 - z_2 = 50$  м. Определить весовой расход нефти  $G$ .

**Решение.** Используем уравнение Бернулли для входного и выходного сечений трубопровода:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + a_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + a_2 \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h.$$

Согласно данным, где

$$z_1 - z_2 = 50 \text{ м}; p_1 - p_2 = 2,7 \text{ атм} = 2,7 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2,$$

имеем

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{2,7 \cdot 10^5}{900 \cdot 9,81} = 30 \text{ м}.$$

Предположим, что течение ламинарное, т. е.  $v_1 = v_2$  ( $d = \text{const}$ ) и  $\Delta h = \lambda \frac{l v^2}{d 2g}$ , тогда

$$\lambda = \frac{64}{Re}; \Delta h = \frac{64 \nu l v^2}{v d^2 2g} = \frac{64 \nu l v}{1 g d^2}.$$

Следовательно,

$$50 + 30 = \frac{64 \cdot 1,46 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,203^2} v,$$

откуда

$$v = \frac{80}{115,5} = 0,69 \text{ м/с}.$$

$$\text{Весовой расход нефти } G = \rho g v \omega = 900 \cdot 9,81 \cdot 0,69 \frac{\pi}{4} 0,203^2 = 197 \text{ Н/с}.$$

**Задача 6.15.** Зная, что весовой расход нефти плотностью  $\rho = 930$  кг/м<sup>3</sup> с коэффициентом кинематической вязкости  $\nu = 4,5 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с, транспортируемой трубопроводом диаметром  $d = 156$  мм и длиной  $l = 5000$  мм, равен  $G = 2 \cdot 10^6$  Н/ч, рассчитать величину потерь напора по длине и гидравлический уклон.

**Решение.** Режим течения нефти определяется по числу Рейнольдса  $Re = vd/\nu$ . Здесь

$$v = \frac{Q}{\omega}, \text{ а } Q = \frac{G}{\rho g} = \frac{2 \cdot 10^6}{930 \cdot 10 \cdot 3600} = 0,06 \text{ м}^3/\text{с},$$

тогда

$$v = \frac{0,06 \cdot 4}{3,14 \cdot 0,156^2} = 3,14 \text{ м/с}.$$

Так как

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{3,14 \cdot 0,156}{4,5 \cdot 10^{-4}} = 1090,$$

то режим течения ламинарный и  $\lambda = 64/1090 = 0,059$ .

Потери напора по длине в соответствии с формулой Дарси—Вейсбаха составят

$$\Delta h = \lambda \frac{l v^2}{d 2g} = 0,059 \frac{5000}{0,156} \frac{3,14^2}{2 \cdot 9,81} = 950 \text{ м};$$

гидравлический уклон

$$i = \frac{\Delta h}{L} = \frac{950}{5000} = 0,19.$$



**Задача 6.16.** Определить весовой расход  $G$  нефти, имеющей плотность  $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$  и коэффициент кинематической вязкости  $\nu = 0,13 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ , если давление на входе и выходе из трубопровода диаметром  $d = 203 \text{ мм}$  и длиной  $l = 24\,000 \text{ м}$  соответственно  $p_1 = 105 \text{ Н/см}^2$  и  $p_2 = 10 \text{ Н/см}^2$ .

**Решение.** Предположим, что режим течения турбулентный и труба гидравлически гладкая, тогда по формуле Блазиуса

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}} = \frac{0,3164\nu^{0,25}}{\nu^{0,25} d^{0,25}}.$$

По формуле Дарси—Вейсбаха

$$\frac{\Delta P}{\rho g} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g} = \frac{0,3164\nu^{0,25} v^{1,75} l}{d^{1,25} 20},$$

откуда

$$v^{1,75} = \frac{20\Delta P d^{1,25}}{0,3164\nu^{0,25} \rho l g} = \frac{2(105-10)0,203^{1,25} \cdot 10^4}{0,3164(0,13 \cdot 10^{-4})^{0,25} \cdot 850 \cdot 24 \cdot 10^3} = 0,67 \text{ м/с}.$$

Тогда

$$G = \rho g Q = \rho g v \frac{\pi d^2}{4} = \frac{0,67 \cdot 850 \cdot 9,81 \cdot 3,14 \cdot 0,203^2}{4} = 180,4 \text{ Н/с}.$$

Проверка: предполагалось, что режим течения турбулентный и трубопровод гидравлически гладкий, следовательно,

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{0,67 \cdot 0,203}{0,13 \cdot 10^{-4}} = 10\,460 < 100\,000,$$

что возможно.

**Задача 6.17.** Определить потери напора по длине в трубопроводе диаметром  $d = 100 \text{ мм}$  длиной  $l = 1000 \text{ м}$ , по которому транспортируется нефть относительной плотностью  $\delta = 0,813$  и коэффициентом кинематической вязкости  $\nu = 1,34 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

**Решение.** Предположим, что режим течения турбулентный и трубопровод гидравлически гладкий, следовательно, число Рейнольдса не превышает  $100\,000$  [3]. Тогда скорость, соответствующая этому числу для рассматриваемого трубопровода, будет

$$v = \frac{\text{Rev}}{d} = \frac{100\,000 \cdot 1,34 \cdot 10^{-6}}{0,1} = 1,34 \text{ м/с}.$$

Коэффициент гидравлических потерь по длине для данного случая определяется по формуле Блазиуса

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{100\,000}} = 0,018.$$

Тогда потери напора по длине определим по формуле Дарси—Вейсбаха:

$$\Delta h = \lambda \frac{l v^2}{d 2g} = 0,018 \frac{1000 \cdot 1,34^2}{0,1 \cdot 2 \cdot 9,81} = 16,47 \text{ м}.$$

**Задача 6.18.** Определить потери напора по длине при равномерном движении жидкости по трубопроводу со средней скоростью  $v_{\text{ср}} = 0,4 \text{ м/с}$ , если коэффициент кинематической вязкости жидкости  $\nu = 0,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ , диаметр трубопровода  $d = 100 \text{ мм}$ , его длина  $l = 1000 \text{ м}$ .

**Решение.** Определим режим течения жидкости:

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{0,4 \cdot 0,1}{0,4 \cdot 10^{-4}} = 1000 < \text{Re}_{\text{кр}},$$

т. е. режим течения ламинарный, тогда

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{1000} = 0,064.$$

Потери напора по длине определим по формуле Дарси—Вейсбаха:

$$\Delta h = \lambda \frac{l v^2}{d 2g} = 0,064 \frac{1000 \cdot 0,16}{0,1 \cdot 20} = 5,12 \text{ м}.$$

**Задача 6.19.** Жидкость с коэффициентом кинематической вязкости  $\nu = 0,1 \text{ см}^2/\text{с}$  течет по наклонному трубопроводу диаметром  $d = 20 \text{ мм}$  и длиной  $l = 20 \text{ м}$  под действием постоянного напора  $H = 1 \text{ м}$  (рис. 6.1). Рассчитать минимальный угол наклона трубопровода  $\alpha$ , при котором режим течения жидкости будет ламинарным. Местными потерями напора можно пренебречь.

**Решение.** Для ламинарного режима течения должно выполняться условие

$$0 < \text{Re} < \text{Re}_{\text{кр}}, \text{ или } 0 < \frac{vd}{\nu} < 2320.$$



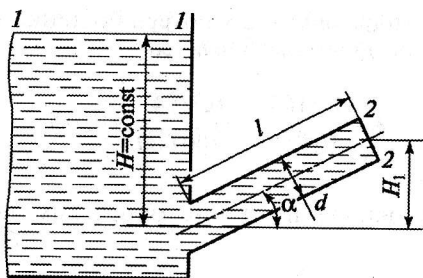


Рис. 6.1

Тогда

$$0 < \frac{v \cdot 0,02}{0,1 \cdot 10^{-4}} < 2320, \text{ откуда } 0 < v \leq 1,16 \text{ м/с.}$$

Рассмотрим два сечения: сечение 1—1, проведенное по свободной поверхности жидкости в резервуаре, и сечение 2—2 в месте выхода струи жидкости из трубопровода.

Определим скорость, соответствующую напору  $H = 1$  м, для чего запишем уравнение Бернулли для сечений 1—1 и 2—2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + H_{\text{пот } 1-2}.$$

Подставив в нее  $v_1 = 0$ ;  $p_1 = p_2 = p_{\text{атм}}$ ;  $z_1 = H$ ;  $z_2 = H_1$ ;  $H_{\text{пот } 1-2} = H_{\text{дл}} = \lambda \frac{l v_2^2}{d 2g}$ , получим

$$H - H_1 = \alpha \frac{v_2^2}{2g} + \lambda \frac{l v_2^2}{d 2g}. \quad (6.1)$$

Если предположить, что трубопровод горизонтальный и режим течения ламинарный, то  $\alpha = 2$  и  $\lambda = \frac{64}{2300}$ , тогда  $v_2 = 0,82$  м/с.

Как видим,  $0 < v_2 < 1,16$ . Определим высоту, соответствующую линейным потерям и скорости  $v_2 = 0,82$  м/с:

$$\Delta H = \lambda \frac{l v_2^2}{d 2g} = \frac{64 \cdot 20 \cdot 0,82^2}{2300 \cdot 0,02 \cdot 20} = 0,93 \text{ м.} \quad (6.2)$$

Скоростной напор

$$\alpha \frac{v_2^2}{2g} = 2 \frac{0,6724}{2 \cdot 9,81} = 0,067 \text{ м.}$$

Решив уравнение (6.1) с помощью уравнений (6.2), получим

$$H_1 = H - \alpha \frac{v_2^2}{2g} - \Delta H = 1 - 0,93 - 0,067 = 0,003 \text{ м;}$$

$$\sin \alpha = \frac{H_1}{l} = \frac{0,03}{20} = 0,0015 \text{ и } \alpha = 0^\circ 01'.$$

**Задача 6.20.** Из резервуара по горизонтальному трубопроводу диаметром  $d = 20$  мм длиной  $l = 10$  м вытекает масло (рис. 6.2). Марка масла АМГ-10, температура  $30^\circ\text{C}$ . Определить высоту масла  $H$  в резервуаре, если его расход составляет  $M_c = 0,3$  кг/с. Местными сопротивлениями можно пренебречь.

**Решение.** Проведем по оси трубопровода плоскость сравнения  $O-O$  и два сечения: 1—1 по свободной поверхности масла в резервуаре и 2—2 по струе масла в месте ее выхода из трубопровода. Составим для этих сечений уравнение Бернулли:

$$\frac{a_1 v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{a_2 v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + H_{\text{пот } 1-2}.$$

Подставив в это уравнение  $v_1 = 0$ ,  $v_2 = v$ ,  $p_1 = p_2 = p_{\text{атм}}$ ,  $z_1 = H$ ,  $z_2 = 0$  и  $H_{\text{пот } 1-2} = H_{\text{дл}} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g}$ , получим

$$\frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} + H = \frac{a v^2}{2g} + \frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} + \lambda \frac{l v^2}{d 2g},$$

откуда

$$H = \frac{a v^2}{2g} + \lambda \frac{l v^2}{d 2g}.$$

По прилож. 2 определим, что для масла АМГ-10 при  $t = 20^\circ\text{C}$  плотность  $\rho = 850$  кг/м<sup>3</sup>, а вязкость при  $t = 50^\circ\text{C}$   $\nu_{50} = 1,84$  °Е (в ус-

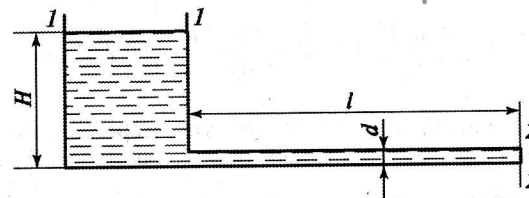


Рис. 6.2



ловных градусах вязкости или градусах Энглера). По формулам [3, с. 10, 15, 16]

$$p_t = \frac{\rho_0}{1 + \beta_t \Delta t}; \quad v = \left( 0,0731^\circ \text{E} - \frac{0,0631}{^\circ \text{E}} \right) 10^{-4}; \quad v_t = v_{50} \left( \frac{50}{t} \right)^n$$

найдем  $\rho$  и  $v$  при  $t = 30^\circ \text{C}$  [3, с. 10, 15]:

$$\rho_{30} = \frac{\rho_{20}}{1 + \beta_t \Delta t} = \frac{850}{1 + 0,0007 \cdot 10} = 844 \text{ кг/м}^3;$$

$$v_{50} = \left( 0,0731^\circ \text{E}_{50} - \frac{0,0631}{^\circ \text{E}_{50}} \right) 10^{-4} = \left( 0,0731 \cdot 1,84 - \frac{0,0631}{1,84} \right) 10^{-4} = 0,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$v_{30} = v_{50} \left( \frac{50}{30} \right)^n = 0,1 \cdot 10^{-4} \left( \frac{50}{30} \right)^{1,73} = 0,242 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Определим среднюю скорость масла в трубе:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4M_c}{\pi d^2 \rho} = \frac{4 \cdot 0,3}{\pi \cdot 0,02^2 \cdot 844} = 1,13 \text{ м/с};$$

число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{1,13 \cdot 0,02}{0,242 \cdot 10^{-4}} = 935.$$

Так как  $\text{Re} = 935 < \text{Re}_{\text{кр}} = 2320$ , режим движения ламинарный, следовательно, коэффициент Кориолиса составит  $a = 2$ , а коэффициент Дарси найдем следующим образом:

$$\lambda = \frac{64}{vd/\nu} = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{935} = 0,0685.$$

Подставив эти значения в полученное выше уравнение для  $H$ , получим

$$H = \frac{2 \cdot 1,13^2}{2 \cdot 9,81} + 0,0685 \frac{10}{0,02} \frac{1,13^2}{2 \cdot 9,81} = 2,37 \text{ м}.$$

**Задача 6.21.** Рассчитать кинетическую энергию в поперечном сечении ламинарного потока в трубопроводе радиусом  $R$ , если изменение скорости происходит согласно уравнению  $v = v_0 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$  [2].

**Решение.** При одинаковых средних скоростях величина кинетической энергии для ламинарного режима в два раза больше, для турбулентного потока [3], т. е.

$$E_k = 2\rho Q \frac{\bar{v}^2}{2},$$

где  $\bar{v}$  — средняя скорость.

Для ламинарного режима  $\bar{v} = v_0/2$  (где  $v_0$  — максимальная скорость) [3].

Тогда

$$Q = \pi r^2 v_0 \text{ или } E_k = 2\rho \pi R^2 \frac{v_0^3}{8} = \frac{1}{4} \rho \pi R^2 v_0^3.$$

**Задача 6.22.** Весовой расход нефти плотностью  $\rho = 880 \text{ кг/м}^3$  с кинематической вязкостью  $\nu = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$  в горизонтальном трубопроводе диаметром  $d = 156 \text{ мм}$  длиной  $l = 2000 \text{ м}$  составляет  $G = 12 \cdot 10^6 \text{ Н/сут.}$  Определить давление  $p_1$  на входе в трубопровод, если давление на выходе  $p_2 = 15 \text{ Н/см}^2$ .

**Решение.** Определим режим течения нефти в данном трубопроводе:

$$Q = \frac{G}{\rho g 24 \cdot 3600} = \frac{12 \cdot 10^6}{880 \cdot 10 \cdot 24 \cdot 3600} = 0,016 \text{ м}^3/\text{с};$$

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{3,14 \cdot 0,024^2} = 0,796 \text{ м/с}; \quad \text{Re} = \frac{0,796 \cdot 0,156}{1,1 \cdot 10^{-4}} = 1129 < \text{Re}_{\text{кр}},$$

следовательно, режим течения в трубопроводе ламинарный и

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{1129} = 0,056.$$

Составим уравнение Бернулли для начала и конца рассматриваемого трубопровода:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + a_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + a_2 \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h_{1-2}.$$

Трубопровод горизонтальный постоянного диаметра, следовательно,  $z_1 = z_2$ ,  $v_1 = v_2$  или

$$p_1 = \rho g \left( \frac{p_2}{\rho g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \right) = p_2 + \lambda \rho \frac{l}{d} v^2 = 15 \cdot 10^4 + 0,05 \cdot 880 \frac{2000}{0,156} \frac{0,796^2}{2} = 15 \cdot 10^4 + 17,87 \cdot 10^4 = 32,87 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2 = 32,87 \text{ Н/см}^2.$$



**Задача 6.23.** Распределение скорости в поперечном сечении потока жидкости с коэффициентом динамической вязкости  $\mu = 0,05 \text{ Н·с/м}^2$  соответствует выражению  $v = 20y - 0,5y^2$ . Определить тангенциальное напряжение трения  $\tau_{\max}$ .

**Решение.** Согласно гипотезе Ньютона

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dy}$$

Определим градиент скорости по заданному выражению его распределения:

$$dv = 20dy - 2 \cdot 0,5ydy = 20dy - ydy.$$

Максимальное тангенциальное напряжение находится в центре потока, т. е. когда  $y = 0$  (для ламинарного потока), следовательно,  $dv_{\max} = 20dy$ ;  $\frac{dv_{\max}}{dy} = 20$ , тогда

$$\tau_{\max} = \mu \frac{dv_{\max}}{dy} = 0,05 \cdot 20 = 1 \text{ Н/м}^2 = 1 \text{ Па}.$$

**Задача 6.24.** Определить силу трения, действующую на боковую поверхность трубопровода  $S = 100 \text{ м}^2$  и  $d = 40 \text{ см}$ .

**Решение.** Возьмем жидкость с коэффициентом динамической вязкости  $\mu = 0,05 \text{ Н·с/м}^2$  и градиентом скорости  $\frac{du}{dy} = 20 \text{ с}^{-1}$ . Предположим, что режим течения ламинарный, тогда  $(p_1 - p_2)\pi r^2 - 2\pi r l \tau = 0$  или  $\tau = \frac{p_{\text{тр}} r}{2l}$ , откуда  $p_{\text{тр}} = \frac{2\tau}{r}$ , где  $l = \frac{S}{\pi d} = \frac{100}{3,14 \cdot 0,4} = 80 \text{ м}$ .

По формуле Ньютона  $\tau = \mu \frac{du}{dy} = 0,05 \cdot 20 = 1 \text{ Н/м}^2$ , тогда

$$p_{\text{тр}} = \frac{2 \cdot 80 \cdot 1}{0,2} = 800 \text{ Н/м}^2.$$

Сила трения, действующая на боковую поверхность трубопровода, составит

$$P = p_{\text{тр}} S_{\text{тр}} = 800 \cdot 100 = 8 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

**Задача 6.25.** Определить потери напора на трение во всасывающем трубопроводе насоса длиной  $l = 20 \text{ м}$ , диаметром  $d = 0,2 \text{ м}$ . Расход жидкости, проходящей через всасывающую трубу,  $Q = 0,06 \text{ м}^3/\text{с}$ . Трубопровод имеет три поворота ( $\xi = 0,2$ ), всасывающий клапан

( $\xi_{\text{кл}} = 5$ ). Определить эквивалентную длину, соответствующую местным сопротивлениям.

**Решение.** Определим режим течения во всасывающем трубопроводе:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,06}{3,14 \cdot 0,04} = 1,91 \text{ м/с},$$

тогда

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{1,91 \cdot 0,2}{1 \cdot 10^{-4}} = 3820 > Re_{\text{кр}}.$$

Предположим, что жидкость имеет коэффициент кинематической вязкости  $\nu = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ . Режим течения турбулентный, а трубопровод гидравлически гладкий, т. е. по формуле Блазиуса

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} = \frac{0,3164}{7,86} = 0,04.$$

Потери напора во всасывающем трубопроводе

$$\begin{aligned} \Delta H &= \Delta H_{\text{тр}} + \Delta H_{\text{м.пот}} = \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2g} = \\ &= \left( 0,04 \frac{20}{0,2} + (3 \cdot 0,2 + 5) \right) \frac{1,91^2}{20} = \frac{9,6 \cdot 3,65}{20} = 1,75 \text{ м}. \end{aligned}$$

Эквивалентная длина, соответствующая местным сопротивлениям, составит

$$\Delta H_{\text{экв}} = \sum \xi \frac{v^2}{2g} = (3 \cdot 0,2 + 5) \frac{1,91^2}{20} = \frac{5,6 \cdot 3,65}{20} = 1,02 \text{ м}.$$

**Задача 6.26.** Центробежный насос транспортирует бензин из резервуара А в резервуар В (рис. 6.3). Уровень бензина в резервуаре А  $H = 20 \text{ м}$ . Определить высоту всасывания насоса, высоту нагнетания и давление, измеряемое в выходном сечении насоса. Исходные данные: расход бензина  $Q = 6,13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ , диаметр трубопровода  $d = 0,05 \text{ м}$ ;  $\rho = 810 \text{ кг/м}^3$ ;  $\nu = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , коэффициенты потери напора на местные сопротивления: входа  $\xi_{\text{вх}} = 0,5$ ; крана  $\xi_{\text{кр}} = 0,17$ ; задвижки  $\xi = 2$ ; выхода  $\xi_{\text{вых}} = 1$ ;  $l_1 = 6,5 \text{ м}$ ;  $l_2 = 116 \text{ м}$ .

**Решение.** Проведем плоскость сравнения по центральной оси трубопровода, сечение 1-1 — по свободной поверхности первого резервуара, сечение 2-2 — по центральной оси центробежного насоса



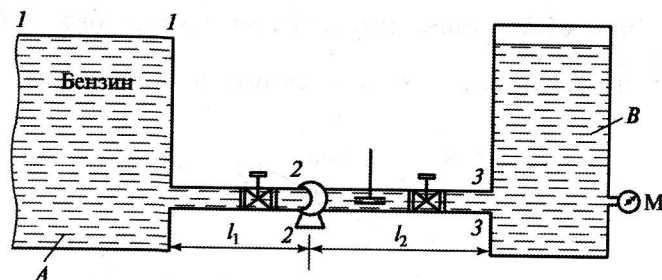


Рис. 6.3

Определим высоту всасывания насоса. Запишем уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + a_1 \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + a_2 \frac{v_2^2}{2g} + h_{1-2},$$

где  $z_1 = H$ ;  $p_1 = p_{\text{атм}}$ ;  $v_1 = 0$ ,  $z_2 = 0$ .

Потери напора складываются из потерь напора по длине и сумме потерь на местные сопротивления, т. е.  $h_{1-2} = h_{\text{тр}} + h_{\text{м.пот}}$ .

Здесь

$$h_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}; \quad h_{\text{м.пот}} = (\xi_{\text{вх}} + \xi_{\text{кр}}) \frac{v^2}{2g},$$

$$\text{где } v_2 = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 6,13 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,05^2} = 3,12 \text{ м/с.}$$

$$\text{Определим режим течения: } Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{3,12 \cdot 0,05}{2,7 \cdot 10^{-6}} = 57\,777, \text{ т. е. ре-}$$

жим течения турбулентный.

Предположим, что трубопровод гидравлически гладкий, т. е. по формуле Блазиуса

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{57\,777}} = \frac{0,3164}{15,5} = 0,02,$$

тогда высота всасывания

$$\begin{aligned} h_{\text{вс}} &= \frac{p_2}{\rho g} = H - a_2 \frac{v_2^2}{2g} - \left( \lambda \frac{l}{d} + \xi_{\text{вх}} + \xi_{\text{кр}} \right) \frac{v^2}{2g} = \\ &= 20 - 1 \cdot \frac{3,12^2}{20} - \left( 0,02 \cdot \frac{6,5}{0,05} + 0,5 + 0,17 \right) \frac{3,12^2}{20} = \\ &= 20 - 0,468 - (2,6 + 0,67) 0,468 = 17,93 \text{ м.} \end{aligned}$$

Высоту нагнетания определим по показанию манометра, который фиксирует давление на уровне выхода в резервуар В:

$$H_{\text{наг}} = \frac{p_{\text{м}}}{\rho g} = \frac{3,5 \cdot 10^4}{810 \cdot 9,81} = 4,4 \text{ м.}$$

Для определения избыточного давления в выходном сечении запишем уравнение Бернулли для сечения 2-2 и свободной поверхности резервуара В:

$$z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} = z_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \alpha_3 \frac{v_3^2}{2g} + h_{2-3},$$

где  $z_2 = 0$ ;  $P_2 = P_{\text{изб.вых}}$ ;  $z_3 = H_{\text{наг}}$ ;  $P_3 = 0$ ;  $h_{3-3} = h_{\text{тр}} + h_{\text{м.пот}}$ :

$$h_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}; \quad h_{\text{м.п}} = h_{\text{зад}} + h_{\text{кр}} + h_{\text{вых}} = (\xi + \xi_{\text{кр}} + \xi_{\text{вых}}) \frac{v^2}{2g}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} P_{\text{изб.вых}} &= \rho g \left[ H_{\text{наг}} + \alpha_3 \frac{v_3^2}{2g} + \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \frac{v_3^2}{2g} - \alpha_3 \frac{v_3^2}{2g} \right] = \\ &= 8100 \left[ 4,4 + \left( 0,02 \cdot \frac{11,6}{0,05} + 2 + 0,17 + 1 \right) \frac{3,12^2}{20} \right] = 0,6 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2. \end{aligned}$$

**Задача 6.27.** Расход воды при температуре 10 °С в горизонтальной трубе кольцевого сечения, состоящей из двух концентрических оцинкованных стальных труб (при кольцевом расстоянии между трубами  $K_s = 0,15$  мм),  $Q = 0,0075$  м³/с. Внутренняя труба имеет наружный диаметр  $d = 0,075$  м, а наружная труба имеет внутренний диаметр  $D = 0,1$  м. Определить потери напора на трение на длине трубы  $l = 300$  м.

Решение. Площадь живого сечения

$$\omega = \frac{\pi}{4} (0,1^2 - 0,075^2) = 0,0034 \text{ м}^2.$$

Смоченный периметр живого сечения

$$x = \pi(0,075 + 0,1) = 3,14 \cdot 0,175 = 0,55 \text{ м.}$$

Эквивалентный диаметр

$$d_{\text{э}} = 4R = \frac{4\omega}{x} = \frac{4 \cdot 0,0034}{0,55} = 2,48 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$



Относительная шероховатость

$$\frac{K_s}{d_s} = \frac{1,5 \cdot 10^{-4}}{2,48 \cdot 10^{-2}} = 0,0059.$$

Средняя скорость течения

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{0,0075}{0,0034} = 2,2 \text{ м/с.}$$

Коэффициент кинематической вязкости при  $t = 10^\circ \text{C}$   $\nu = 1,31 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  [3], тогда число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{vd_s}{\nu} = \frac{2,2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{1,31 \cdot 10^{-6}} = 42\,000 > \text{Re}_{\text{кр}}.$$

Коэффициент гидравлического трения по формуле А.Д. Альтшуля

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{K_s}{d_s} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} = 0,11 \left( 0,0059 + \frac{68}{42\,000} \right)^{0,25} = 0,0324.$$

Потери напора на трение по длине найдем по формуле Дарси—Вейсбаха:

$$h_f = \lambda \frac{l}{d_s} \frac{v^2}{2g} = 0,0324 \frac{300 \cdot 2,2^2}{2,48 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 9,8} = 96,8 \text{ м.}$$

**Задача 6.28.** Определить потери напора на трение в трубопроводе диаметром  $d = 250 \text{ мм}$  длиной  $l = 1000 \text{ м}$ , с абсолютной шероховатостью стен  $\Delta = 0,15 \text{ мм}$ , служащего для транспортирования нефти весовым расходом  $G = 2 \cdot 10^6 \text{ Н/ч}$ , плотностью  $\rho = 880 \text{ кг/м}^3$  и коэффициентом кинематической вязкости  $\nu = 0,3 \text{ см}^2/\text{с}$ .

**Решение.** Определим режим течения нефти:

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu}, \quad v = \frac{4Q}{\pi d^2}.$$

Отсюда

$$Q = \frac{G}{\rho g} = \frac{2 \cdot 10^6}{880 \cdot 10 \cdot 3600} = 0,063 \text{ м}^3/\text{с},$$

тогда

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,063}{3,14 \cdot 0,0625} = 1,28 \text{ м/с},$$

следовательно,

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{1,28 \cdot 0,25}{0,3 \cdot 10^{-4}} = 10\,700 > \text{Re}_{\text{кр}}.$$

Режим турбулентный, трубопровод гидравлически гладкий, тогда потери напора на трение по формуле Дарси—Вейсбаха составят

$$\Delta h_{\text{тр}} = \frac{\Delta p}{\rho g} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Определим коэффициент трения [3]:  
по формуле Блазиуса

$$\lambda_1 = \frac{0,3164}{(10\,700)^{0,25}} = \frac{0,3164}{10,17} = 0,031;$$

по формуле Никурадзе

$$\lambda_2 = \frac{1}{\left( 1,74 + 2 \lg \frac{d}{2\Delta} \right)^2} = \frac{1}{(1,74 + 2 \cdot 2,92)^2} = 0,017.$$

$$\text{Тогда } \Delta h_1 = 0,031 \frac{1000 \cdot 1,28^2}{0,25 \cdot 20} = 10,16 \text{ м; } \Delta h_2 = 0,017 \frac{1000 \cdot 1,28^2}{0,25 \cdot 20} = 5,57 \text{ м.}$$

**Задача 6.29.** Сложный горизонтальный трубопровод, состоящий из двух параллельных ветвей (рис. 6.4), транспортирует воду с расходом  $Q = 20 \text{ л/с}$ . Рассчитать расходы  $Q_1$  и  $Q_2$  в параллельных ветвях, если  $l_1 = 30 \text{ м}$ ;  $l_2 = 50 \text{ м}$ ;  $d_1 = 35 \text{ мм}$ ;  $d_2 = 50 \text{ мм}$ ; коэффициенты потерь напора на трение  $\lambda_1 = 0,04$  и  $\lambda_2 = 0,02$ ; коэффициент местных потерь  $\xi_{\text{кр}} = 1,6$ .

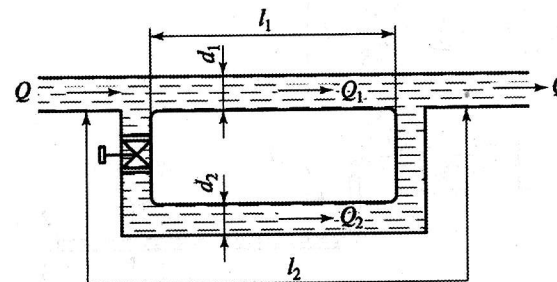


Рис. 6.4



Решение. Применяя уравнения неразрывности и равенства потерь напора в параллельных ветвях [3, с. 96], получим  $Q = Q_1 + Q_2$ ,  $Q_2 = Q - Q_1$ ;

$$\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{Q_1^2}{2g} = \lambda_2 \left( \frac{l_2}{d_2} + \xi_{кр} \right) \frac{Q_2^2}{2g}$$

или

$$0,04 \cdot \frac{30}{0,035} \frac{Q_1^2}{20} \frac{\pi \cdot 0,035^2}{4} = 0,02 \left( \frac{50}{0,05} + 1,6 \right) \frac{(0,02 - Q_1)^2}{20} \frac{\pi \cdot 0,050^2}{4},$$

откуда  $Q_1 = 5,8$  л/с,  $Q_2 = 14,2$  л/с.

**Задача 6.30.** Определить показание манометра  $p_{м.атм}$ , если расход воды, проходящей по трубопроводу (рис. 6.5), составляет  $Q = 30$  м³/ч. Длина трубопровода  $l = 120$  м, высота  $h = 710$  мм, диаметр труб  $d = 100$  мм, шероховатость  $\Delta = 0,5$  мм, степень открывания задвижки Лудло  $h/d = 0,7$ , радиус закругления отводов  $R = 200$  мм.

Решение. Проводим в потоке два сечения 1—1 и 2—2, а также плоскость сравнения O—O. Для этих сечений составим уравнение Бернулли:

$$\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + H_{пот 1-2}.$$

Подставив в это уравнение значения  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ ;  $v_1 = v_2 = v$ ;  $p_1 = p_{атм} + p_m$ ;  $p_2 = p_{атм}$ ;  $z_1 = 0$ ;  $z_2 = -h$  и  $H_{пот 1-2} = H_{дл} + H_m =$   
 $= \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \sum \xi \frac{v^2}{2g}$ , получим

$$\frac{\alpha v^2}{2g} + \frac{p_{атм} + p_m}{\rho g} + 0 = \frac{\alpha v^2}{2g} + \frac{p_{атм}}{\rho g} - h + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \sum \xi \frac{v^2}{2g},$$

откуда  $p_m = \rho g \left[ \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2g} - h \right]$ .

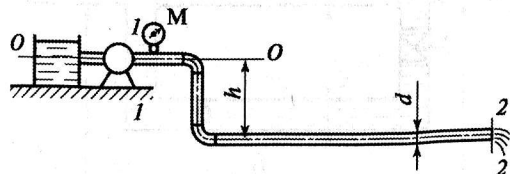


Рис. 6.5

Определим среднюю скорость воды в трубопроводе:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,00833}{\pi \cdot 0,1^2} = 1,06 \text{ м/с.}$$

Найдем число Рейнольдса

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{1,06 \cdot 0,1}{0,01 \cdot 10^{-4}} = 106 \text{ 000.}$$

Ввиду того что полученное значение  $Re > Re_{кр} = 2320$ , режим движения воды по трубопроводу турбулентный.

Так как  $Re > 500 \frac{d}{\Delta}$ ;  $106 \text{ 000} > 500 \frac{0,1}{0,0005} = 100 \text{ 000}$ , то имеет место

зона квадратичного сопротивления и коэффициент Дарси может быть вычислен по формуле Никурадзе [3, с. 78]:

$$\lambda = \frac{1}{\left( 1,74 + 2 \lg \frac{d}{2\Delta} \right)^2} = \frac{1}{\left( 1,74 + 2 \lg \frac{0,1}{2 \cdot 0,0005} \right)^2} = 0,0304.$$

Из таблиц [3] находим значения коэффициентов местных сопротивлений: при  $\frac{R}{d} = \frac{0,2}{0,1} = 2$   $\xi_{отв} = 0,3$ ; при  $\frac{h}{d} = 0,7$   $\xi_3 = 1,5$ , следовательно,  $\sum \xi = 2\xi_{отв} + \xi_3 = 2 \cdot 0,3 + 1,5 = 2,1$ .

Подставив найденные значения  $v$ ,  $\lambda$  и  $\sum \xi$  в полученное выше уравнение для  $p_m$ , получим

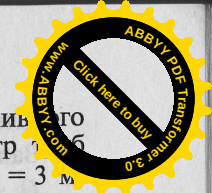
$$p_m = 1000 \cdot 9,81 \left[ \left( 0,0304 \frac{120}{0,1} + 2,1 \right) \frac{1,06^2}{2 \cdot 9,81} - 0,71 \right] = 14 \text{ 700 Н/м}^2 = 0,15 \text{ атм.}$$

**Задача 6.31.** Для ограничения расхода воды в водопроводной линии установлена диафрагма. Избыточные давления в трубе до и после диафрагмы постоянны и равны соответственно  $p_1 = 6,37 \cdot 10^4$  Па и  $p_2 = 2,05 \cdot 10^4$  Па. Диаметр трубы  $D = 0,076$  м. Определить необходимый диаметр отверстия диафрагмы  $d$  с таким расчетом, чтобы расход в линии был равен  $Q = 0,0059$  м³/с.

Решение. Потеря напора в диафрагме

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{6,37 \cdot 10^4 - 2,05 \cdot 10^4}{998,2 \cdot 9,8} = 4,4 \text{ м.}$$





Скорость воды в трубопроводе

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,0059}{3,14 \cdot 0,076^2} = 1,3 \text{ м/с.}$$

Из формулы Вейсбаха  $h = \frac{\xi v^2}{2g}$ , откуда

$$\xi_{\text{диафр}} = \frac{2gh}{v^2} = \frac{2 \cdot 9,8 \cdot 4,4}{1,3^2} = 51.$$

Этому значению коэффициента сопротивления  $\xi_{\text{диафр}}$  соответствует отношение площадей сечения,  $n = \frac{d^2}{D^2}$ , которое можно определить по формуле [1, с. 75]:

$$\xi_{\text{диафр}} = \left( \frac{1}{n\epsilon} - 1 \right)^2 = 51,$$

где  $\epsilon$  — коэффициент сжатия струи [1, с. 74],  $\epsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1-n}$ .

Таким образом,

$$\left[ \frac{1}{n \left( 0,57 + \frac{0,043}{1,1-n} \right)} - 1 \right]^2 = 51$$

или

$$\frac{1}{n \left( 0,57 + \frac{0,043}{1,1-n} \right)} = 7,14 + 1 = 8,14.$$

Решим это уравнение:

$$4,64n^2 - 6,1n + 0,75 = 0;$$

$$n^2 - 1,32n + 0,16 = 0.$$

Получим  $n_1 = 1,18$  (не удовлетворяет);  $n_2 = 0,135$ .

Определим необходимый диаметр отверстия диафрагмы:

$$d = D\sqrt{n} = 0,076\sqrt{0,135} = 0,028 \text{ м.}$$

**Задача 6.32.** Построить характеристику шахтного водоотлива в трубопроводе (рис. 6.6), если его длина  $l = 350$  м, диаметр  $d = 250$  мм, шероховатость  $\Delta = 1$  мм, высота всасывания  $H_{\text{вс}} = 3$  м, высота нагнетания  $H_{\text{н}} = 277$  м, сумма коэффициентов местных сопротивлений  $\sum \xi = 26$ .

**Решение.** Уравнение напорной характеристики рассматриваемого трубопровода имеет вид [3]

$$H = Hr + aQ^2,$$

где  $Hr = H_{\text{вс}} + H_{\text{н}} = 3 + 277 = 280$  м.

Коэффициент Дарси найдем по формуле Никурадзе:

$$\lambda = \frac{1}{\left( 1,74 + 2 \lg \frac{d}{2\Delta} \right)^2} = \frac{1}{\left( 1,74 + 2 \lg \frac{0,25}{2 \cdot 0,002} \right)^2} = 0,0352,$$

затем вычислим эквивалентную длину трубопровода [3, с. 85]:

$$l_{\text{экв}} = \frac{\sum \xi}{\lambda} d = \frac{26}{0,0352} \cdot 0,25 = 184 \text{ м.}$$

Тогда сопротивление трубопровода

$$a = \frac{l + l_{\text{экв}}}{k^2} = \frac{350 + 184}{0,416} = 1283,65 \text{ с}^2/\text{м}^5,$$

где  $k^2 = 0,416 \text{ м}^6/\text{с}^2$  — квадрат расходной характеристики (из таблицы обобщенных параметров для труб  $d = 250$  мм и  $\Delta = 1$  мм [3, прилож. IV]).

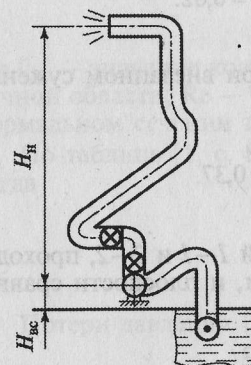


Рис. 6.6

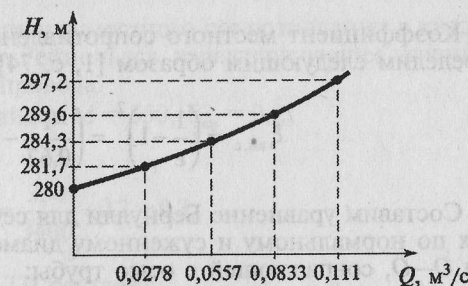


Рис. 6.7





Следовательно,  $H = 280 + 139Q^2 = 280 + 0,000107Q_r^2$ .

Задаваясь значениями расхода, вычислим  $H$ :

|                                     |     |        |        |        |       |
|-------------------------------------|-----|--------|--------|--------|-------|
| $Q_r$ , м <sup>3</sup> /ч . . . . . | 0   | 100    | 200    | 300    | 400   |
| $Q$ , м <sup>3</sup> /с . . . . .   | 0   | 0,0278 | 0,0557 | 0,0833 | 0,111 |
| $H$ , м . . . . .                   | 280 | 281,7  | 284,3  | 289,6  | 297,2 |

По этим данным построим характеристику трубопровода (рис. 6.7).

**Задача 6.33.** Вода течет по горизонтальной трубе, внезапно сужающейся с  $d_1 = 0,2$  м до  $d_2 = 0,1$  м. Расход воды  $Q = 0,02$  м<sup>3</sup>/с. Определить, какую разность уровней ртути  $h_{рт}$  покажет дифференциальный ртутный манометр, включенный в месте изменения сечения трубы. Температура воды 20 °С.

**Решение.** Определим скорость воды: в широком сечении трубы

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 0,02}{3,14 \cdot 0,2^2} = 0,64 \text{ м/с};$$

в узком сечении трубы

$$v_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,02}{3,14 \cdot 0,1^2} = 2,55 \text{ м/с}.$$

Степень сужения трубопровода [1, с. 75]

$$n = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2} = 0,5^2 = 0,25.$$

Коэффициент сжатия струи найдем по формуле [1, с. 74]

$$\varepsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - n} = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - 0,25} = 0,62.$$

Коэффициент местного сопротивления при внезапном сужении определим следующим образом [1, с. 74]:

$$\xi_{вн.с} = \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 = \left( \frac{1}{0,62} - 1 \right)^2 = 0,37.$$

Составим уравнение Бернулли для сечений 1—1 и 2—2, проходящих по нормальному и суженному диаметрам, и плоскости сравнения  $O-O$ , совпадающей с осью трубы:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + \xi_{вн.с} \frac{v_2^2}{2}.$$

Разность пьезометрических напоров

$$H = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} + \xi_{вн.с} \frac{v_2^2}{2g} = \frac{2,55^2}{19,6} - \frac{0,64^2}{19,6} + 0,37 \frac{2,55^2}{19,6} = 0,434 \text{ м}.$$

Величина столба ртутного манометра

$$h_{рт} = \frac{H\rho}{\rho_{рт} - \rho} = \frac{0,434 \cdot 998,2}{13\,550 - 998,2} = 34,5 \text{ мм рт. ст.}$$

**Задача 6.34.** Недалеко от конца трубопровода диаметром  $d = 0,15$  м, транспортирующего вязкую жидкость ( $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu = 1 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с), имеется задвижка Лудло. Определить пьезометрическое давление перед задвижкой при расходе  $Q = 0,04$  м<sup>3</sup>/с, если степень открытия задвижки  $n = 0,75$ . В конце трубопровода давление равно атмосферному.

**Решение.** Найдем скорость течения жидкости в трубе:

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,04}{3,14 \cdot 0,15^2} = 2,27 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса, характеризующее течение в трубопроводе, составит

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{4Q}{\pi d \nu} = \frac{4 \cdot 0,04}{3,14 \cdot 0,15 \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = 3400.$$

Определим коэффициент местного сопротивления [1, с. 80]:

$$\xi = \frac{A}{Re} + \xi_{кв},$$

где  $\xi_{кв}$  — значение коэффициента местного сопротивления в квадратичной области;  $Re$  — число Рейнольдса, характеризующее течение в нормальном сечении трубопровода.

По таблице [1, с. 80] найдем  $A = 350$ ,  $\xi_{кв} = 0,2$ , тогда

$$\xi = \frac{350}{3400} + 0,2 \sim 0,3.$$

Потери давления [1, с. 73] составят

$$\Delta p_m = \xi \rho \frac{v^2}{2} = 0,3 \cdot 900 \frac{2,27^2}{2} = 696 \text{ Па}.$$





**Задача 6.35.** Вода течет по горизонтальной трубе, внезапно расширяющейся с  $d_1 = 0,1$  м до  $d_2 = 0,15$  м. Расход воды  $Q = 0,03$  м<sup>3</sup>/с. Определить: а) потери напора при внезапном расширении трубы; б) разность давлений в узком и широком сечениях трубы; в) потери напора и разность давлений при изменении движения (из широкой трубы в узкую); г) разность давлений при постепенном расширении трубы (считая потери напора пренебрежимо малыми).

**Решение.** а) Найдем потери напора при внезапном расширении трубопровода по формуле Борда

$$h_{\text{вн.р}} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

Здесь

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{0,03 \cdot 4}{3,14 \cdot 10^{-2}} = 3,82 \text{ м/с}; v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 v_1 = \left(\frac{0,1}{0,15}\right)^2 3,82 = 1,7 \text{ м/с},$$

тогда

$$h_{\text{вн.р}} = \frac{(3,82 - 1,7)^2}{2 \cdot 9,81} = 0,23 \text{ м}.$$

б) Из уравнения Бернулли найдем разность давлений в узком и широком сечениях трубы:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{\text{вн.р}}; \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h_{\text{вн.р}}$$

или

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho(v_1^2 - v_2^2)}{2} - h_{\text{вн.р}} \rho g = \frac{998,2(3,82^2 - 1,7^2)}{2} - 0,22 \cdot 998,2 \cdot 9,8 = 3688 \text{ Па}.$$

в) При изменении направления движения воды на обратное, т. е. из широкой трубы в узкую, скорость в сжатом сечении составит

$$v_{\text{сж}} = \frac{\omega_1}{\omega_{\text{сж}}} v_1 = \frac{v_1}{\epsilon}$$

Степень сжатия потока

$$n = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{0,1^2}{0,15^2} = 0,446.$$

Коэффициент сжатия струи определим по формуле [1]

$$\epsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - n} = 0,64.$$

Потери напора при внезапном сужении трубопровода

$$h_{\text{вн.с}} = \frac{(v_{\text{сж}} - v_1)^2}{2g} = \frac{v_1^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} - 1\right)^2}{2g} = \frac{v_1^2 \left(\frac{1}{\epsilon} - 1\right)^2}{2g} = \frac{3,82^2 \left(\frac{1}{0,64} - 1\right)^2}{2 \cdot 9,8} = 0,23 \text{ м}.$$

Разность давлений найдем из выражения

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} h_{\text{вн.с}} = 0,595 + 0,23 = 0,82 \text{ м, т. е. } p_2 - p_1 = 8000 \text{ Па}.$$

г) Разность давлений при постепенном расширении трубы определим следующим образом:

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \frac{11,7}{2 \cdot 9,81} = 0,596 \text{ м, тогда } p_2 - p_1 = 5840 \text{ Па}.$$

**Задача 6.36.** Две горизонтальные трубы с диаметрами  $d_1 = 0,075$  м и  $d_2 = 0,1$  м соединены фланцами, между которыми поставлена тонкая пластинка с отверстием диаметром  $d = 0,05$  м, центр которого совпадает с осью трубы. Ртутный U-образный манометр присоединен с помощью наполненных водой трубок на таком расстоянии выше и ниже отверстий, где течение можно считать выровненным. Отсчет по манометру  $H = 349$  мм рт. ст. при расходе воды  $Q = 0,014$  м<sup>3</sup>/с. Считая, что потери напора происходят только при расширении струи ниже отверстия, определить коэффициент сжатия струи в отверстии.

**Решение.** Потери напора найдем по формуле Борда:

$$h = \frac{(v_{\text{сж}} - v_2)^2}{2g} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_{\text{сж}}} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g} = \xi \frac{v_2^2}{2g} = \xi \frac{Q^2}{2g\omega_2^2}.$$

Поскольку расход воды известен, можно записать

$$Q = \omega_1 v_1 = \epsilon \omega v_{\text{сж}} = \omega_2 v_2 = 0,014 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Проводим сечения 1—1 и 2—2 в месте присоединения наполненных водой трубок U-образного ртутного манометра и плоскость сравнения по центральной оси горизонтальных трубопроводов. Тогда из уравнения Бернулли  $\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2} + h_{1-2}$  получим

$$h_{1-2} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right) + (\delta_{\text{рт}} - 1) h_{\text{рт}},$$

где  $\delta_{\text{рт}} = \frac{\rho_{\text{рт}}}{\rho_{\text{в}}}$  — относительная плотность ртути.





Сравнив последнее выражение для  $p_{1-2}$  с выражением, найденным из формулы Борда, получим

$$\xi = \left( \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 - 1 \right) + (\delta_{\text{пр}} - 1) h_{\text{пр}} 2g \left( \frac{\omega_2}{Q} \right)^2$$

или

$$\xi = \left( \left( \frac{0,1^2}{0,075^2} \right) - 1 \right) + 12,6 \cdot 0,349 \cdot 2 \cdot 9,8 \left( \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4 \cdot 0,014} \right)^2 = 27,8.$$

Поскольку по [1, с. 74]  $\xi = \left( \frac{\omega_2}{\epsilon \omega} - 1 \right)^2 = \left( \frac{0,1^2}{0,05^2 \epsilon} - 1 \right)^2 = 27,8$ , полу-

чим  $\epsilon = 0,645$ .

**Задача 6.37.** Определить потери давления при движении масла в радиаторе (рис. 6.8), если расход масла  $Q = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ . Диаметр коллектора радиатора  $d_0 = 0,03 \text{ м}$ , диаметр трубок  $d_{\text{тр}} = 0,01 \text{ м}$ , длина  $l_{\text{тр}} = 1 \text{ м}$ . Плотность масла  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , кинематическая вязкость  $\nu = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ .

**Решение.** Скорость течения масла в коллекторе

$$v = \frac{4Q}{\pi d_0^2} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{3,14 \cdot 0,03^2} = 0,28 \text{ м/с}.$$

Найдем потери давления в трубках по длине и потери на местные сопротивления. Все четыре трубки находятся в одинаковых условиях, следовательно, расход масла в каждой из них составит

$$Q_{\text{тр}} = \frac{1}{4} Q = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Скорость течения масла в трубке

$$v_{\text{тр}} = \frac{4Q_{\text{тр}}}{\pi d_{\text{тр}}^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{3,14 \cdot 0,01^2} = 0,63 \text{ м/с}.$$

Определим режим течения в трубках по числу Рейнольдса:

$$\text{Re}_{\text{тр}} = \frac{v_{\text{тр}} d_{\text{тр}}}{\nu} = \frac{0,63 \cdot 0,01}{6,5 \cdot 10^{-5}} = 97 < \text{Re}_{\text{кр}},$$

т. е. режим течения ламинарный.

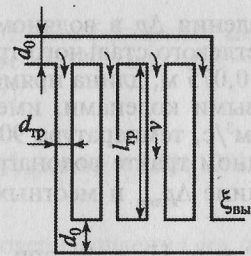


Рис. 6.8

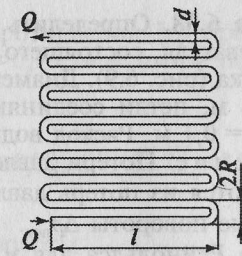


Рис. 6.9

Потери давления по длине найдем по формуле для определения потерь напора по длине при ламинарном движении в круглых трубках:

$$\Delta p_{\text{л}} = \frac{32 \rho \nu l_{\text{тр}} v_{\text{тр}}}{d_{\text{тр}}^2} = \frac{32 \cdot 900 \cdot 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 0,63}{0,01^2} = 1,18 \cdot 10^4 \text{ Па} = 11,8 \text{ кПа}.$$

Потери давления из-за местных сопротивлений определим по формуле

$$\Delta p_{\text{л}} = \Delta p_{\text{м.вх}} + \Delta p_{\text{м.вых}} = \xi_{\text{вх}} \rho \frac{v_{\text{тр}}^2}{2} + \xi_{\text{вых}} \rho \frac{v_{\text{тр}}^2}{2}.$$

Коэффициент местных сопротивлений вычислим по формуле [1, с. 80]

$$\xi = \frac{A}{\text{Re}} + \xi_{\text{кв}},$$

где  $\xi_{\text{кв}}$  — значение коэффициента местного сопротивления в квадратичной области.

По таблице [1, с. 80] находим для входа в трубки  $\xi_{\text{вх.кв}} = 0,5$  и  $A = 30$ , для выхода из трубок  $\xi_{\text{вых.кв}} = 1$  и  $A = 30$ . Тогда

$$\xi_{\text{вых}} = \frac{30}{97} + 1 = 1,31; \quad \xi_{\text{вх}} = \frac{30}{97} + 0,5 = 0,81,$$

следовательно,

$$\Delta p_{\text{м}} = 1,31 \cdot 900 \frac{0,28^2}{2} + 0,81 \frac{0,28^2}{2} = 0,07 \text{ кПа}.$$

Общие потери давления в радиаторе составят

$$\Delta p_{\text{пот}} = \Delta p_{\text{л}} + \Delta p_{\text{м}} = 11,8 + 0,07 = 11,87 \text{ кПа}.$$



**Задача 6.38.** Определить потери давления  $\Delta p$  в водяном тракте водонагревателя, состоящего из шестипетлевого стального трубчатого змеевика (рис. 6.9). Диаметр труб  $d = 0,075$  м, длина прямого участка  $l = 3$  м, петли соединяются круговыми коленами, имеющими радиус  $R = 0,1$  м. Расход воды  $Q = 0,01$  м<sup>3</sup>/с, температура 90 °С.

**Решение.** Потери давления в водяном тракте водонагревателя складываются из потерь давления по длине  $\Delta p_{\text{лин}}$  и местных потерь на плавные повороты  $\Delta p_{\text{пов}}$ .

Число Рейнольдса для  $v = 0,33 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с [1, с. 9] при средней скорости воды

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,01}{3,14 \cdot 0,075^2} = 2,27 \text{ м/с,}$$

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{2,27 \cdot 0,075}{0,33 \cdot 10^{-6}} = 5,15 \cdot 10^5.$$

Принимая для стальных труб [1, с. 56]  $k_s = 0,03$  мм, найдем  $k_s/d = 4 \cdot 10^{-4}$ . Змеевик работает в переходной области сопротивления [1, с. 61], тогда коэффициент гидравлического трения определим по формуле [1, с. 58]

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_s}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{3 \cdot 10^{-5}}{7,5 \cdot 10^2} + \frac{68}{5,15 \cdot 10^5} \right)^{0,25} = 0,017.$$

Потери давления по длине найдем по формуле Дарси—Вейсбаха, приняв  $\rho = 965,3$  кг/м<sup>3</sup>:

$$\Delta p_{\text{лин}} = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{v^2}{2} = 0,017 \frac{6 \cdot 3 \cdot 965,3 \cdot 2,27^2}{7,5 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = 1,01 \cdot 10^4 \text{ Па} = 10,1 \text{ кПа.}$$

Потери давления на плавные повороты вычислим по формуле Вейсбаха

$$\Delta p_m = \xi \rho \frac{v^2}{2},$$

где  $v$  — средняя скорость в сечении, как правило, расположенном ниже по течению за данным сопротивлением.

Местные потери давления на плавный поворот

$$\Delta p_{\text{пов}} = n \xi_{180^\circ} \rho \frac{v^2}{2},$$

где  $n$  — число плавных поворотов;  $\xi_{180^\circ}$  — коэффициент местного сопротивления при плавном повороте на 180°,  $\xi_{180^\circ} = \xi_{90^\circ} a$  (примем

$a = 1,33$ ). Коэффициент местного сопротивления  $\xi_{90^\circ}$  при плавном повороте на 90° при  $d/R = 0,075/0,1 = 0,75$  определим по формуле [1, с. 79]

$$\xi_{90^\circ} = 0,2 + 0,001(100\lambda)^8 \sqrt{\frac{d}{R}} = 0,2 + 0,001 \cdot 1,7^8 \sqrt{0,75} = 0,26,$$

тогда потери давления на плавные повороты

$$\Delta p_{\text{пов}} = \frac{11 \cdot 0,26 \cdot 1,33 \cdot 965,3 \cdot 2,27^2}{2} = 9460 \text{ Па.}$$

Общие потери давления в водяном тракте водонагревателя составят

$$\Delta p = \Delta p_{\text{лин}} + \Delta p_{\text{пов}} = 10\,100 + 9460 = 19\,560 \text{ Па.}$$

**Задача 6.39.** Насос забирает из водоема воду температурой 20 °С в количестве  $Q = 50$  л/с. Определить максимальную высоту расположения горизонтального вала насоса над свободной поверхностью воды  $H_{\text{max}}$  (рис. 6.10), если давление в трубе перед насосом  $p_2 = 0,3 \cdot 10^5$  Па. На всасывающей чугунной трубе диаметром  $d = 0,25$  м и длиной  $l = 50$  м имеются заборная сетка, плавный поворот радиусом  $R = 0,5$  м и регулирующая задвижка, открытая на 45% площади проходного сечения.

**Решение.** Составим уравнение Бернулли для сечений 1—1, проведенного по уровню свободной поверхности водоема, и 2—2 перед насосом:

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + p_1 + \rho g z_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + p_2 + \rho g z_2 + \Delta p_{\text{пот}},$$

где  $v_1$  — средняя скорость течения воды на свободной поверхности водоема;  $p_1$  — атмосферное давление;  $v_2$  — средняя скорость течения воды во всасывающей трубе;  $\Delta p_{\text{пот}}$  — сумма потерь давления по длине и местных потерь.

Учитывая, что  $z_1 = 0$ ,  $v_1 \sim 0$ , и принимая плоскость сечения 1—1 в качестве плоскости сравнения, найдем

$$p_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + p_2 + \rho g H_1 + \Delta p_{\text{пот}}.$$

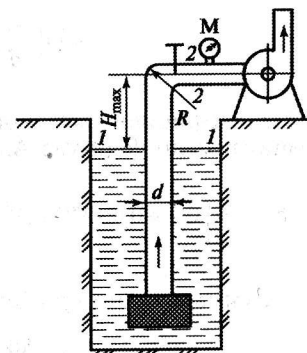


Рис. 6.10



Высота расположения насоса над уровнем воды в водоеме

$$H_1 = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} - \frac{v_2^2}{2g} - \frac{\Delta p_{\text{пот}}}{\rho g}.$$

Средняя скорость течения воды во всасывающей трубе

$$v_2 = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{3,14 \cdot 0,25^2} = 1,02 \text{ м/с}.$$

Суммарные потери давления

$$\Delta p_{\text{пот}} = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{v_2^2}{2} + \sum \xi \rho \frac{v_2^2}{2} = \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \rho \frac{v_2^2}{2}.$$

Здесь  $\sum \xi = \xi_{\text{заб}} + \xi_{\text{пов}} + \xi_3$ , где  $\xi_{\text{заб}} = 5$  — коэффициент местного сопротивления на входе во всасывающую трубу, определяется по таблице [1, с. 239];  $\xi_{\text{пов}}$  — коэффициент местного сопротивления на плавном повороте трубопровода;  $\xi_3$  — коэффициент местного сопротивления задвижки.

Число Рейнольдса при  $v = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  (по таблице) составит

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{1,02 \cdot 0,25}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 25 \cdot 10^4.$$

Для чугунных труб абсолютная шероховатость  $k_s = 1 \text{ мм}$ , относительная шероховатость  $\frac{k_s}{d} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{0,25} = 4 \cdot 10^{-3}$ .

По графику Никурадзе всасывающий трубопровод работает в квадратичной зоне сопротивления, тогда коэффициент гидравлического трения

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_s}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{10^{-3}}{0,25} \right)^{0,25} = 0,0278.$$

Коэффициент местного сопротивления на плавный поворот  $\xi_{\text{пов}}$  вычислим по формуле Альтшуля:

$$\xi_{\text{пов}} = \left( 0,2 + 0,001(100\lambda)^8 \sqrt{\frac{d}{R}} \right) = 0,2 + 0,001(100 \cdot 0,0278)^8 \sqrt{\frac{0,25}{0,5}} = 2,72.$$

Суммарные потери давления при плотности воды  $\rho = 998,2 \text{ кг/м}^3$ :

$$\Delta p_{\text{пов}} = \left( 0,0278 \frac{50}{0,25} + 5 + 2,72 + 5 \right) 998,2 \frac{1,02^2}{2} = 9492 \text{ Па},$$

тогда

$$H_1 = \frac{10^5(1-0,3)}{998,2 \cdot 9,8} - \frac{1,02^2}{2 \cdot 9,8} - \frac{9492}{998,2 \cdot 9,8} = 6,13 \text{ м},$$

т. е. высота расположения насоса не должна превышать 6,13 м.

**Задача 6.40.** Определить расход воды, проходящей по сложному трубопроводу (рис. 6.11), если высота уровня воды в резервуаре  $H = 20 \text{ м}$ , абсолютная шероховатость труб  $\Delta = 0,5 \text{ мм}$ , длины трубопроводов  $l_1 = 80 \text{ м}$ ,  $l_2 = 240 \text{ м}$ ,  $l_3 = 260 \text{ м}$ , диаметры труб  $d_1 = 250 \text{ мм}$ ,  $d_2 = 100 \text{ мм}$ ,  $d_3 = 125 \text{ мм}$ . Местными сопротивлениями можно пренебречь.

Решение. В самотечном трубопроводе потери напора равны разности отметок входного и выходного сечений, т. е.  $H_{\text{пот}} = H$ .

Потери напора при последовательно-параллельном соединении трубопроводов могут быть вычислены по формуле [3, с. 97]

$$H_{\text{пот}} = \left[ a_1 + \frac{1}{\left( \frac{1}{\sqrt{a^2}} + \frac{1}{\sqrt{a^3}} \right)^2} \right] Q^2.$$

Так как местными сопротивлениями пренебрегаем, сопротивления отдельных простых трубопроводов можно найти по одной из формул:

$$a = A_{\text{дл}} l \text{ либо } a = \frac{l}{k^2},$$

где  $A_{\text{дл}}$  — обобщенный параметр; при расчетах трубопроводов его значение берут из таблиц в зависимости от диаметра и шероховатости труб;  $k$  — расходная характеристика трубопровода,  $\text{м}^3/\text{с}$ , принимается по таблице [3].

Тогда

$$Q = \sqrt{\frac{H}{a_1 + \frac{1}{\left( \frac{1}{\sqrt{a^2}} + \frac{1}{\sqrt{a^3}} \right)^2}}} = \sqrt{\frac{H}{A_{\text{дл}1} l_1 + \frac{1}{\left( \frac{1}{\sqrt{A_{\text{дл}2} l_2}} + \frac{1}{\sqrt{A_{\text{дл}3} l_3}} \right)^2}}}.$$

Величины удельного сопротивления по длине  $A_{\text{дл}}$  для различных участков находим по таблицам в зависимости от  $d$  и  $\Delta$  (см. прилож. 4).



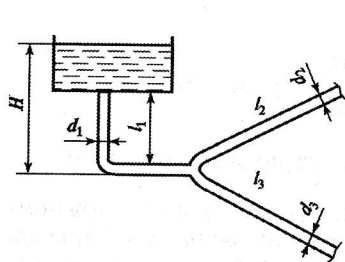


Рис. 6.11

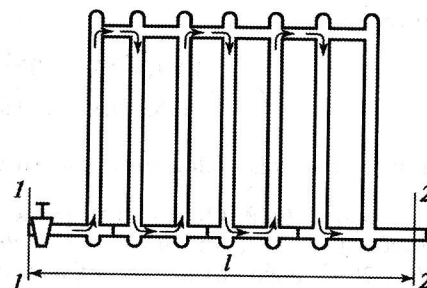


Рис. 6.12

Окончательно найдем

$$Q = \frac{20}{\sqrt{1,98 \cdot 80 + \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{252 \cdot 240}} + \frac{1}{\sqrt{80 \cdot 260}}\right)^2}}} = 0,0488 \text{ м}^3/\text{с} = 176 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

**Задача 6.41.** Расход горячей воды температурой 95 °С в радиаторе водяного отопления составляет  $Q = 0,001 \text{ м}^3/\text{с}$ . Определить потери давления между сечениями 1—1 и 2—2 (рис. 6.12), если диаметр подводящих трубопроводов  $d = 0,0125 \text{ м}$ , а общая их длина  $l = 5 \text{ м}$ .

**Решение.** Суммарные потери давления составят  $\Delta p_{\text{пот}} = \Delta p_{\text{л}} + \Delta p_{\text{м}}$ , где  $\Delta p_{\text{л}}$  — потери давления по длине;  $\Delta p_{\text{м}}$  — местные потери.

Средняя скорость течения воды в трубопроводе

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,001}{3,14(0,0125)^2} = 8,15 \text{ м/с}.$$

Определим число Рейнольдса при  $v = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$  [1]:

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{8,15 \cdot 0,0125 \cdot 10^{-2}}{0,3 \cdot 10^{-6}} = 3,4 \cdot 10^5.$$

Абсолютная шероховатость стальной трубы по таблице [1, с. 56]  $k_s = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ , относительная шероховатость

$$\frac{k_s}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,0125} = 4 \cdot 10^{-3}.$$

Трубопроводы работают в переходной зоне сопротивления. Коэффициент гидравлического трения определим по формуле [1]

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_s}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} = 0,11 \left( 4 \cdot 10^{-3} + \frac{68}{3,4 \cdot 10^5} \right)^{0,25} = 0,028.$$

Потери давления по длине при плотности воды  $\rho = 961,9 \text{ кг/м}^3$ :

$$\Delta p_{\text{л}} = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{v^2}{2} = 0,028 \frac{5}{0,0125} 961,9 \frac{8,15^2}{2} = 3,45 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Местные потери давления складываются из потерь на поворот в пробковом кране и радиаторе. Для поворота  $\xi_{90} = 1,4$ , для крана  $\xi_{\text{кр}} = 0,4$ , для радиатора  $\xi_{\text{р}} = 2$  (см. прилож. 5). Эти значения коэффициентов местных сопротивлений, рекомендованные для зоны квадратичного сопротивления, учитывают по формуле  $\xi = A/\text{Re} + \xi_{\text{кр}}$  [1].

Из таблицы [1] имеем для поворота под углом 90°  $A = 400$ , для пробкового крана  $A = 150$ , для радиатора приблизительно принимаем  $A = 150$ ;  $\xi_{\text{р}} = 500 \cdot 2 = 1000$ .

Сумма коэффициентов местных сопротивлений

$$\sum \xi = 2 \left( 1,4 + \frac{400}{3,4 \cdot 10^5} \right) + \left( 0,4 + \frac{150}{3,4 \cdot 10^5} \right) + \left( 2 + \frac{1000}{3,4 \cdot 10^5} \right) = 5,6.$$

Потери давления на местные сопротивления [3] составят

$$\Delta p_{\text{м}} = \sum \xi \rho \frac{v^2}{2} = \frac{5,6 \cdot 961,9 \cdot 8,15^2}{2} = 8,3 \cdot 10^4 \text{ Па},$$

а суммарные потери давления  $\Delta p_{\text{пот}} = (34,5 + 8,3) 10^4 = 42,8 \cdot 10^4 \text{ Па}$ .

**Задача 6.42.** Определить длину начального участка  $l_n$  стального трубопровода диаметром  $d = 0,2 \text{ м}$ . Расход воды  $Q = 0,15 \text{ м}^3/\text{с}$ , температура 20 °С.

**Решение.** Длина начального участка при турбулентном течении в трубопроводе может быть определена из формулы [1, с. 64]

$$\frac{l_n}{d} = 2,45 \sqrt{\lambda},$$

где  $\lambda$  — коэффициент гидравлического трения для стабилизированного течения.

Для определения  $\lambda$  необходимо найти относительную шероховатость и число Рейнольдса:



при  $k_3 = 5 \cdot 10^{-5}$  [1, с. 56]:  $\frac{k_3}{d} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,2} = 2,5 \cdot 10^{-4}$ ;

при  $v = 1,01 \cdot 10^{-6}$  м/с,  $v = \frac{4 \cdot 0,15}{3,14 \cdot 0,2^2} = 4,8$  м/с:

$$Re = \frac{vd}{v} = \frac{4,8 \cdot 0,2}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 0,97 \cdot 10^6.$$

По диаграмме [1, с. 58] определим, что трубопровод работает в области квадратичного трения, тогда по формуле

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_3}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,2} \right)^{0,25} = 0,0138.$$

Длина начального участка

$$l_n = \frac{d \cdot 2,45}{\sqrt{\lambda}} = \frac{0,2 \cdot 2,45}{\sqrt{0,0138}} = 4,2 \text{ м.}$$

Рассматривая вход в трубу как местное сопротивление, найдем длину участка влияния местного сопротивления по формуле  $l_{вх} = 30d = 30 \cdot 0,2 = 6$  м, что несколько больше найденной длины начального участка.

**Задача 6.43.** Насос с подачей  $Q = 0,01$  м<sup>3</sup>/с забирает воду из колодца, сообщающегося с водоемом чугунной трубой диаметром  $d = 150$  мм длиной  $l = 100$  мм (рис. 6.13). На входе во всасывающую трубу установлена сетка. Температура воды в водоеме 20 °С. Найти перепад уровней воды  $\Delta h$  в водоеме и колодце.

**Решение.** Запишем уравнение Бернулли для сечений 1—1 и 2—2, принимая уровень воды в колодце 2—2 за плоскость сравнения:

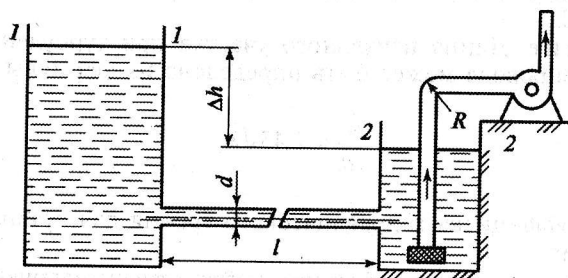


Рис. 6.13

$$p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g \Delta h = p_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \Delta p_{\text{пот}}.$$

Учитывая, что  $p_1 = p_2$  и  $v_1 \sim v_2 = 0$ , получим  $\Delta p_{\text{пот}} = \rho g \Delta h$ . Потери давления в трубе [2]

$$\Delta p_{\text{пот}} = \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \rho \frac{v^2}{2}.$$

Скорость течения жидкости в трубе

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,01}{3,14 \cdot 0,15^2} = 0,565 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса при  $v = 1,01 \cdot 10^{-6}$  м/с из таблицы [1]:

$$Re = \frac{vd}{v} = \frac{0,565 \cdot 0,15}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 8,4 \cdot 10^4.$$

Абсолютная шероховатость чугунной трубы  $k_3 = 1$  мм =  $10^{-3}$  м; относительная шероховатость  $k_3/d = 10^{-3}/0,15 = 6,7 \cdot 10^{-3}$ .

Коэффициент гидравлического трения вычислим по формуле для труб, работающих в квадратичной зоне сопротивления [1, с. 58]:

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_3}{d} \right)^{0,25} = 0,0316.$$

Местные потери давления складываются из потерь давления на вход в трубу и на выход из нее (см. прилож. 5),  $\xi_{вх} = 6$ ,  $\xi_{вых} = 1$ .

Перепад уровней воды в водоеме и колодце

$$\Delta h = \frac{\Delta p_{\text{пот}}}{\rho g} = \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2g} = \left( 0,0316 \cdot \frac{100}{0,15} + 7 \right) \frac{0,565^2}{2 \cdot 9,81} = 0,46 \text{ м.}$$

**Задача 6.44.** В стальном трубопроводе системы горячего водоснабжения диаметром  $d = 0,0125$  м длиной  $l = 100$  м движется вода со скоростью  $v = 0,5$  м/с. Температура воды 50 °С. На трубопроводе имеются два поворота на угол  $\alpha = 90^\circ$  и пробковый кран. Определить потери давления и сравнить с результатами расчета, выполненного в предположении квадратичного закона сопротивления.

**Решение.** Суммарные потери давления  $\Delta p_{\text{пот}}$  складываются из потерь на трение по длине  $\Delta p_{\text{д}}$  и потерь в местных сопротивлениях  $\Delta p_{\text{м}}$ .



Число Рейнольдса при  $v = 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{0,5 \cdot 0,0125}{0,55 \cdot 10^{-6}} = 11,4 \cdot 10^3.$$

Для стального трубопровода абсолютная шероховатость  $k_s = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$  [1, с. 56], относительная шероховатость  $k_s/d = (5 \cdot 10^{-5})/0,0125 = 4 \cdot 10^{-3}$ .

Коэффициент гидравлического трения найдем по формуле [1, с. 58]

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_s}{d} + \frac{68}{\sqrt{\text{Re}}} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,0125} + \frac{68}{11,4 \cdot 10^3} \right)^{0,25} = 0,035.$$

Потери давления на трение по длине трубопровода при  $\rho = 988,1 \text{ кг/м}^3$  составят

$$\Delta p_{\text{л}} = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{v^2}{2} = 0,035 \frac{100}{1,25 \cdot 10^{-2}} 988,1 \frac{0,5^2}{2} = 3,45 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Коэффициент местных сопротивлений для поворота на угол  $90^\circ$  определим по формуле  $\xi = A/\text{Re} + \xi_{\text{кв}}$ , где  $\xi_{\text{кв}} = 1,4$ ;  $A = 400$ . Для пробкового крана  $\xi_{\text{кв}} = 0,4$ ;  $A = 150$  (см. прилож. 5).

Сумма коэффициентов местных сопротивлений

$$\sum \xi = 2 \left( \frac{400}{11,4 \cdot 10^3} + 1,4 \right) + \frac{150}{11,4 \cdot 10^3} + 0,4 = 3,28.$$

Местные потери давления

$$\Delta p_{\text{м}} = \sum \xi \rho \frac{v^2}{2} = 3,28 \cdot 988,1 \frac{0,5^2}{2} = 405 \text{ Па}.$$

Суммарные потери давления составят

$$\Delta p_{\text{пот}} = \Delta p_{\text{л}} + \Delta p_{\text{м}} = 3,56 \cdot 10^4 + 405 = 3,6 \cdot 10^4 \text{ Па} = 36 \text{ кПа}.$$

Если считать, что трубопровод работает в области квадратичного сопротивления, то [1, с. 58]

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_s}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{5 \cdot 10^{-5}}{1,25 \cdot 10^{-2}} \right)^{0,25} = 0,028.$$

Тогда

$$\Delta p_{\text{л}} = 0,028 \frac{100}{1,25 \cdot 10^{-2}} 988,1 \frac{0,5^2}{2} \sim 2,77 \cdot 10^4 \text{ Па}; \sum \xi = 2 \cdot 1,4 + 0,4 = 3,2 \text{ Па};$$

$$\Delta p_{\text{м}} = 3,2 \cdot 988,1 \frac{0,5^2}{2} = 395 \text{ Па}; \Delta p_{\text{ном}} = 2,77 \cdot 10^4 + 395 = 2,81 \cdot 10^4 \text{ кПа}.$$

Таким образом, потери давления, рассчитанные в предположении квадратичного закона сопротивления, на 14 % ниже реальных потерь напора.

**Задача 6.45.** Определить потери давления  $\Delta p_{\text{м}}$  на преодоление местных сопротивлений при движении воды в стальном трубопроводе диаметром  $d = 0,025 \text{ м}$  при повороте трубы на угол  $\alpha = 90^\circ$  без вставки и со вставкой. Найти наименьшую длину вставки  $l_{\text{вс}}$ , при которой отсутствует взаимное влияние двух местных сопротивлений. Скорость воды  $v = 5 \text{ м/с}$ , температура  $20^\circ \text{C}$ .

**Решение.** Потери давления при повороте трубы на угол  $90^\circ$  без вставки (а) и со вставкой (б) найдем по формулам

$$\Delta p_{(a)} = \xi_{90^\circ} \rho \frac{v^2}{2}; \Delta p_{(б)} = 2 \xi_{135^\circ} \rho \frac{v^2}{2}.$$

Приняв  $\nu = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , найдем число Рейнольдса для потока воды в трубе:

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{5 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 12,4 \cdot 10^4 > \text{Re}_{\text{кр}}.$$

Относительная шероховатость при  $k_s = 5 \cdot 10^{-5}$  [1, с. 56]  $k_s/d = (5 \cdot 10^{-5})/(2,5 \cdot 10^{-3}) = 2 \cdot 10^{-3}$ .

Коэффициент гидравлического трения трубопровода определим по формуле [1, с. 58]

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_s}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{1}{500} + \frac{68}{12,4 \cdot 10^4} \right)^{0,25} = 0,0275.$$

Коэффициент местного сопротивления при резком повороте на угол  $90^\circ$  (по таблице)  $\xi_{90^\circ} = 1,3$ . Коэффициент местного сопротивления при резком повороте на угол  $135^\circ$  найдем по формуле

$$\xi_{135^\circ} = \xi_{90^\circ} (1 - \cos \alpha) = 1,3(1 - \cos 135^\circ) = 1,3 \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0,17.$$



Два поворота на угол  $\alpha = 135^\circ$  не влияют друг на друга, если расстояние между ними больше  $l_{вс}$ .

Из отношения [1, с. 80]

$$\frac{l_{вл}}{d} = \frac{12}{\sqrt{\lambda}} - 50 = \frac{12}{\sqrt{0,0248}} - 50 = 26,4$$

определим  $l_{вл} = 26d = 26,4 \cdot 0,025 = 0,65$  м.

Таким образом, если расстояние между двумя поворотами на угол  $\alpha = 135^\circ$  больше, чем  $l_{вл} = 0,65$  м, местные сопротивления не будут оказывать влияния друг на друга.

В этом случае

$$\frac{\Delta p_{90^\circ}}{\Delta p_{135^\circ}} = \frac{\xi_{90^\circ}}{2\xi_{135^\circ}} = \frac{1,3}{2 \cdot 0,17} = 3,8,$$

т. е. вставка может снизить потери давления примерно в 4 раза.

**Задача 6.46.** Определить потери давления при движении воды в стальном трубопроводе диаметром  $d = 0,1$  м длиной  $L = 200$  м, состоящем из секций с длинами  $l = 10$  м, сваренных электродуговой сваркой с толщиной выступа стыка над внутренней поверхностью трубопровода  $\delta = 3$  мм. Сравнить с потерями давления в том же трубопроводе без учета стыков, если расход воды  $Q = 0,05$  м<sup>3</sup>/с, температура 20 °С.

**Решение.** Потери давления в сварном трубопроводе складываются из потерь по длине и потерь в сварных стыках:

$$\Delta p_{\text{пот}} = \left( \lambda \frac{L}{d} + \xi_{\text{ст}} \right) \rho \frac{v^2}{2}.$$

Скорость воды

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,05}{\pi \cdot 0,01} = 6,37 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса при  $v = 1,01 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с (см. прилож. 2):

$$\text{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{6,37 \cdot 0,1}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 6,37 \cdot 10^5.$$

Абсолютная шероховатость стальной трубы  $k_s = 5 \cdot 10^{-5}$  [1, с. 56]; относительная шероховатость  $k_s/d = (5 \cdot 10^{-5})/0,1 = 5 \cdot 10^{-4}$ .

Коэффициент гидравлического трения определим по формуле [1, с. 58]

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_s}{d} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} = 0,11 \left( 5 \cdot 10^{-4} + \frac{68}{63,5 \cdot 10^4} \right)^{0,25} = 0,0173.$$

Коэффициент местного сопротивления сварного стыка [1, с. 76]:

$$\xi_{\text{ст}} = 14 \left( \frac{\delta}{d} \right)^3 = 14 \left( \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0,1} \right)^3 = 0,07,$$

число стыков  $n = L/l = 200/10 = 20$ .

При плотности воды  $\rho = 988,2$  кг/м<sup>3</sup> потери давления составят

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{пот}} &= \lambda \frac{L}{d} \rho \frac{v^2}{2} + n \xi_{\text{ст}} \rho \frac{v^2}{2} = 0,0173 \frac{200}{0,1} 988,2 \frac{6,37^2}{2} + 20 \cdot 0,07 \cdot 988,2 \frac{6,37^2}{2} = \\ &= 6,9 \cdot 10^5 + 0,3 \cdot 10^5 = 7,2 \cdot 10^5 \text{ Па} = 720 \text{ кПа}. \end{aligned}$$

Потери давления в том же трубопроводе без учета стыков составят  $\Delta p_1 = 7,2 \cdot 10^5$  Па = 720 кПа. Таким образом, в рассматриваемом случае сварные стыки увеличивают потери давления на 4 %.

**Задача 6.47.** Определить предельно допустимую скорость течения воды в отводе, если давление воды в трубопроводе перед отводом  $p_1 = 1,2 \cdot 10^5$  Па. Температура воды 80 °С, критическое число кавитации для отвода  $x_{\text{кр}} = 2$  [1, с. 81].

**Решение.** Плотность воды при температуре 80 °С  $\rho = 971,8$  кг/м<sup>3</sup> [1]. Давление насыщенных паров воды  $p_{\text{н.п}} = 4,7 \cdot 10^4$  Па.

Предельно допустимую скорость течения воды в отводе определим по формуле [1, с. 82]

$$v_{\text{пр}} \leq \sqrt{\frac{2(p_1 - p_{\text{н.п}})}{\rho x_{\text{кр}}}} = \sqrt{\frac{2(1,2 \cdot 10^5 - 4,7 \cdot 10^4)}{971,8 \cdot 2}} = 8,6 \text{ м/с}.$$

**Задача 6.48.** Определить предельно допустимую бескавитационную скорость движения воды в стальном трубопроводе  $v_{\text{пр}}$  перед регулирующим клапаном при температуре воды 20 °С, если коэффициент местного сопротивления клапана  $\xi = 1$ . Диаметр трубопровода  $d = 0,05$  м, расстояние от входа в трубопровод до клапана  $l = 10$  м, давление на входе в трубопровод  $p_0 = 10^5$  Па.

**Решение.** Предельно допустимую скорость в трубопроводе перед регулирующим устройством найдем по формуле [1, с. 82]

$$v_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_{\text{н.п}})}{\rho x_{\text{кр}}}},$$

где  $p_1$  — давление непосредственно перед регулирующим клапаном. Критическое число кавитации  $x_{\text{кр}}$  определим по формуле [1, с. 82]

$$x_{\text{кр}} = \xi + 2\sqrt{\xi} = 1 + 2\sqrt{1} = 3.$$

Давление перед местным сопротивлением  $p_1 = p_0 - \Delta p_{\text{л}}$ .



Потери на трение по длине вычислим по формуле Дарси—Вейсбаха

$$\Delta p_{\text{л}} = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{v_{\text{пр}}^2}{2}.$$

Таким образом, для определения двух неизвестных  $p_1$  и  $v_{\text{пр}}$  имеем два уравнения:

$$v_{\text{пр}}^2 = \frac{2(p_1 - p_{\text{н.п}})}{x_{\text{кр}} \rho},$$

$$p_1 = p_0 - \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{v_{\text{пр}}^2}{2}.$$

Подставив значение  $p_1$  из второго уравнения в первое, найдем

$$v_{\text{пр}}^2 = 2 \left( \frac{p_0 - p_{\text{н.п}}}{x_{\text{кр}} \rho} - \lambda \frac{l}{d} \frac{v_{\text{пр}}^2}{2 x_{\text{кр}}} \right) \text{ и } v_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{2(p_0 - p_{\text{н.п}})}{x_{\text{кр}} \rho} \frac{1}{1 + \lambda \frac{l}{d} \frac{1}{x_{\text{кр}}}}}.$$

Предположив, что имеет место квадратичный закон сопротивления,  $k_s = 10^{-4}$ , определим [1, с. 58]

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{k_s}{d} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{10^{-4}}{0,05} \right)^{0,25} = 0,023.$$

Следовательно, при плотности воды  $\rho = 998,2 \text{ кг/м}^3$  [1, с. 6] и давлении насыщенных паров  $p_{\text{н.п}} = 0,024 \cdot 10^5 \text{ Па}$  [1, с. 229]

$$v_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{2(10^5 - 0,024 \cdot 10^5)}{3 \cdot 998,2} \frac{1}{1 + 0,023 \frac{10}{0,05} \frac{1}{3}}} = 5,07 \text{ м/с}.$$

Определим область сопротивления трубопровода. По формуле [1, с. 59] при  $v = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  найдем  $\frac{v_{\text{пр}} k_s}{v} = \frac{5,07 \cdot 10^{-4}}{1,01 \cdot 10^{-6}} = 502 > 500$

[1, с. 58], из чего следует, что трубопровод работает в области квадратичного сопротивления.

## ГЛАВА 7

### Гидромашины и гидропривод технологических машин

**Задача 7.1.** Определить расход жидкости через зазор между цилиндрическими деталями, если  $d_1 = 20,04 \text{ см}$ ,  $d_2 = 20 \text{ см}$ , длина сопряжения  $l = 15 \text{ см}$ . Поршень неподвижный. Перепад давления  $\Delta p = 20 \text{ МПа}$ , динамическая вязкость жидкости  $\mu = 170 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2$ .

**Решение.** Ширина радиального зазора составит

$$\delta = \frac{d_1 - d_2}{2} = \frac{20,02 - 20}{2} = 0,02 \text{ см}.$$

Ширина зазора  $B = \pi d = 3,14 \cdot 20 = 62,8 \text{ см}$ .

Расход жидкости в зазоре между пластинками определяется по формуле [4, с. 37]

$$Q = Sv = \frac{\Delta p \delta^3 B}{12 \mu l}.$$

Кольцевые щели образуются двумя соосно расположенными цилиндрическими поверхностями, например цилиндр—поршень. Так как расход изменяется пропорционально зазору в парах цилиндр—поршень, важно обеспечить между ними возможно меньшие зазоры.

При максимальном значении эксцентриситета расход через щель увеличивается в 2,5 раза по сравнению с концентричным зазором:  $Q_s = 2,5Q$  [4, с. 38].

Тогда при отсутствии эксцентриситета

$$Q = \frac{\Delta p \delta^3 B}{12 \mu l} = \frac{20 \cdot 10^6 (2 \cdot 10^{-3})^3 62,8 \cdot 10^{-2}}{12 \cdot 170 \cdot 10^{-4} \cdot 15 \cdot 10^{-2}} = 32,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с},$$

расход при полном эксцентриситете

$$Q' = 2,5Q = 82 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с} = 8,2 \text{ л/с}.$$

**Задача 7.2.** Определить давление струи жидкости на неподвижную стенку, наклоненную к горизонту на  $15^\circ$ . Струя вытекает из ко-



нического насадка диаметром 1 мм с давлением 20 МПа. Плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ .

Решение. Сила давления струи [4, с. 52]  $F_\gamma = Q\rho v \sin \gamma$ .

Расход через насадок [4, с. 47]

$$Q = \mu S \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = 0,96 \frac{3,14 \cdot (1 \cdot 10^{-3})^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 10^6}{900}} = 1,58 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Скорость выходящей из насадка струи [4, с. 47]

$$v = \gamma \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = 0,97 \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 10^6}{900}} = 205 \text{ м/с},$$

тогда сила давления струи на стенку составит

$$F_\gamma = 900 \cdot 1,58 \cdot 10^{-4} \cdot 205 \cdot 0,26 = 75,8 \text{ Н}.$$

Сила давления струи, перпендикулярной стенке,

$$F = \frac{F_\gamma}{\sin \gamma} = \frac{75,8}{0,26} = 292 \text{ Н}.$$

**Задача 7.3.** Определить изменение заключенного в стальном цилиндре объема индустриального масла, находящегося под атмосферным давлением, при увеличении давления до 20 МПа. Длина цилиндра 1 м, внутренний диаметр  $d = 100 \text{ мм}$ , толщина стенки цилиндра  $\delta = 1 \text{ мм}$ , модуль упругости масла  $E_{\text{ж}} = 1700 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ , модуль упругости материала трубы  $E_{\text{т}} = 2 \cdot 10^5 \text{ МН/м}^2$ .

Решение. Определим объем масла в цилиндре:

$$V = \frac{\pi d^2}{4} l = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Приведенный модуль упругости индустриального масла [4, с. 6]

$$E_{\text{п}} = \frac{E_{\text{ж}}}{1 + E_{\text{ж}} \frac{d}{\delta E_{\text{т}}}} = \frac{1700 \cdot 10^6}{1 + 1700 \cdot 10^6 \cdot \frac{100}{2} \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-6}} = 9,2 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2.$$

Изменение объема жидкости

$$\Delta V = kV\Delta p,$$

где  $k$  — коэффициент сжимаемости [4, с. 6],  $k = \frac{\Delta V}{V} \Delta p$ ;  $k = \frac{1}{E_{\text{п}}}$ .

Тогда

$$\Delta V = \frac{V}{E_{\text{п}}} \Delta p = \frac{7,85 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^6}{9,2 \cdot 10^8} = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

**Задача 7.4.** Имеются два трубопровода диаметром  $d_1 = 100 \text{ мм}$  и  $d_2 = 50 \text{ мм}$ . Кинематическая вязкость жидкостей, протекающих по трубопроводам,  $\nu_1 = 23 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  и  $\nu_2 = 9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . Скорость жидкости в трубопроводе большего диаметра составляет  $v_1 = 7 \text{ м/с}$ . При какой скорости в малом трубопроводе потоки будут подобны?

Решение. Условия подобия потоков — равенство критериев Рейнольдса  $Re_1 = Re_2$  или

$$\frac{v_1 d_1}{\nu_1} = \frac{v_2 d_2}{\nu_2}.$$

Отсюда искомая скорость

$$v_2 = \frac{v_1 d_1 \nu_2}{\nu_1 d_2} = \frac{7 \cdot 0,1 \cdot 9 \cdot 10^{-6}}{23 \cdot 10^{-6} \cdot 0,05} = 5,47 \text{ м/с}.$$

**Задача 7.5.** Определить основные рабочие параметры силового цилиндра по следующим данным: рабочая нагрузка  $F = 8000 \text{ Н}$ , максимальная скорость перемещения поршня  $v = 0,5 \text{ м/с}$ , время разгона поршня с 0 до 0,5 м/с,  $\Delta t = 0,1 \text{ с}$  и  $p = 3 \text{ МПа}$ .

Решение. Сила инерции в период разгона определяется по формуле

$$F_{\text{и}} = \frac{F}{g\Delta t} (v - 0) = \frac{8000 \cdot 0,5}{9,81 \cdot 0,1} = 4077 \text{ Н}.$$

При постоянном ускорении длина пути разгона составит

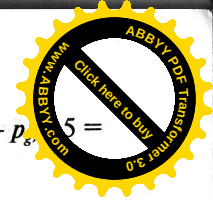
$$L = \frac{Fv^2}{F_{\text{и}} 2g} = \frac{8000 \cdot 0,5^2}{4077 \cdot 2 \cdot 9,81} = 2,5 \text{ см}.$$

Общее усилие на поршне  $F_{\text{п}} = F + F_{\text{и}} = 8000 + 4077 = 12\,077 \text{ Н}$ , тогда диаметр цилиндра будет

$$D = \sqrt{k \frac{4F_{\text{п}}}{\pi p}} = \sqrt{1,5 \frac{4 \cdot 12\,077 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 3 \cdot 10^6}} = 8,8 \text{ см},$$

где  $k$  — коэффициент потерь; примем  $k = 1,5$  [4].





Сила трения в цилиндре определяется по формуле [4]

$$R_{тр} = f\pi Dbp_k,$$

где  $f$  — коэффициент трения (примем  $f = 0,2$ );  $b$  — ширина уплотнения (примем  $b = 4$  см);  $p_k$  — величина давления на контактную поверхность (примем  $p_k = 2,2$  Н/см<sup>2</sup>), тогда  $R_{тр} = 0,2 \cdot 3,14 \cdot 8,8 \cdot 4 \cdot 2,2 = 48,6$  Н.

Требуемая подача насоса

$$Q_n = S_n v = 56,4 \cdot 0,5 \cdot 100 = 28,2 \cdot 10^2 \text{ см}^3/\text{с}.$$

Мощность гидроцилиндра при статической нагрузке

$$N = Fv = 8000 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 4 \text{ кВт}.$$

Мощность, расходуемая на трение, составит

$$N_{тр} = R_{тр}v = 48,6 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 24,3 \cdot 10^{-3} \text{ кВт}.$$

Коэффициент полезного действия цилиндра

$$\eta = \frac{N}{N + N_{тр}} = \frac{4}{4 + 0,023} = 0,99.$$

**Задача 7.6.** Определить площадь рабочего окна дросселя, установленного в напорной линии магистрали, давление в которой  $p_n = 10$  МПа. Давление на сливе  $p_c = 0,5$  МПа. Расход жидкости через дроссель  $Q = 800$  см<sup>3</sup>/с, плотность жидкости  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>.

**Решение.** Расход жидкости через отверстие определяется по формуле [4, с. 158]  $Q = \mu S \sqrt{2gH}$ , где  $\mu$  — коэффициент расхода жидкости через отверстие, в данном случае  $\mu \sim 0,7$ ;  $S$  — площадь рабочего окна отверстия (дросселя);  $2gH$  — скорость течения жидкости через окно дросселя.

Отсюда

$$S = \frac{Q}{\mu \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p}} = \frac{800 \cdot 10^{-6}}{0,7 \sqrt{\frac{2}{900} 10^6 (10 - 0,5)}} = 7,86 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2,$$

где  $\Delta p$  — перепад давления на дросселе.

**Задача 7.7.** Давление в напорной линии золотника  $p_n = 20$  МПа, давление нагрузки  $p_g = 18$  МПа. Расход рабочей жидкости через золотник  $Q = 30$  л/мин (золотник четырехщелевой, рабочая жидкость — минеральное масло). Определить основные размеры золотника.

**Решение.** Определим секундный расход масла через золотник:

$$Q = \frac{30 \cdot 10^3}{60} = 500 \text{ см}^3/\text{с}.$$

Перепад давления на рабочих окнах составит  $\Delta p = (p_n - p_g) = (20 - 18) \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^6$  Па.

Площадь рабочего окна [4, с. 158]

$$S = \frac{Q}{\mu \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p}} = \frac{500 \cdot 10^{-6}}{0,7 \sqrt{\frac{2}{900} \cdot 2 \cdot 10^6}} = 0,15 \text{ см}^2;$$

ширина рабочего окна при ходе плунжера  $x = 2$  мм будет

$$b = \frac{S}{x} = \frac{0,15}{0,002} = 75 \text{ мм}.$$

**Задача 7.8.** Спроектировать радиально-поршневой насос на подачу 1,7 л/с и рабочее давление 20 МПа, если  $\eta_0 = 0,96$  и  $n_n = 1470$  об/мин.

**Решение.** Теоретическая подача насоса [4, с. 91]  $Q_{н.т} = Q_n / \eta_0 = 1,7 / 0,96 = 1,77$  л/с.

Рабочий объем насоса определяется по принятой частоте вращения вала насоса, т. е.

$$q_n = \frac{Q_{н.т}}{n_n} = \frac{1,77 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{1470} = 7,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Приняв число поршней  $z = 5$ , найдем объем одного поршня:

$$V_n = \frac{q_n}{z} = \frac{7,2 \cdot 10^{-6}}{5} = 1,44 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3,$$

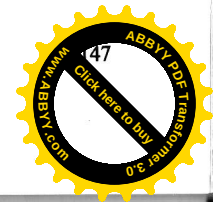
тогда диаметр поршня при  $e = 0,6$  [4, с. 101] составит

$$d = \sqrt{\frac{4V_n}{\pi \cdot 2e}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,44 \cdot 10^{-6}}{\pi \cdot 2 \cdot 0,6}} = 0,44 \text{ мм}.$$

Длина поршня  $l = 2(e + d) = 2(0,6 + 0,44) = 2,08$  мм; диаметр оси ротора  $D_0 = 5 \cdot d = 2,2$  мм; диаметр ротора  $D_p = D_0 + 2 \cdot l = 2,2 + 2 \cdot 2,08 = 6,36$  мм; внутренний диаметр статора  $D_c = D_p + 2 \cdot e = 6,36 + 2 \cdot 0,6 = 7,56$  мм.

Диаметр распределительного канала при числе каналов  $m = 2$  и скорости потока  $v = 3$  м/с определим следующим образом [4, с. 101]:

$$d = \sqrt{\frac{4Q_{н.т}}{\pi m v}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,77 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 2 \cdot 3}} = 0,44 \text{ мм}.$$





Теоретическая мощность насоса при заданном давлении эквивалентна теоретической подаче и определяется из выражения

$$N_{н.т} = Q_{н.т} p, \text{ откуда } N_{н.т} = 1,77 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^6 = 35,4 \text{ кВт.}$$

Приводная мощность насоса определяется из выражения [4, с. 86]

$$N_{п} = \frac{N_{н.т}}{\eta_0},$$

где  $\eta_0$  — полный КПД насоса, тогда  $N_{п} = \frac{35,4}{0,96} = 36,9 \text{ кВт.}$

**Задача 7.9.** Рассчитать основные размеры аксиального роторно-поршневого насоса по следующим данным: полезная подача  $Q_n = 2,35 \text{ л/с}$ , рабочее давление  $20 \text{ МПа}$ , частота вращения вала  $n_n = 1460 \text{ об/мин}$ ;  $z = 7$ ;  $\eta_0 = 0,98$ , максимальный угол наклона диска  $\gamma = 18^\circ$ .

**Решение.** Определим теоретическую подачу насоса:

$$Q_{н.т} = \frac{Q}{\eta_0} = \frac{2,35}{0,98} = 2,4 \text{ л/с,}$$

тогда рабочий объем насоса [4, с. 109] составит

$$q_n = \frac{Q_{н.т}}{n_n} = \frac{2,4 \cdot 10^{-3} \cdot 60}{1460} = 98,6 \text{ см}^3.$$

Из формулы для определения рабочего объема насоса [4, с. 109]

$$q_n = Shz = \frac{\pi d^2}{4} z D \tan \gamma$$

найдем

$$Sh = \frac{Q_{н.т}}{zn} = \frac{1,44 \cdot 10^{-3}}{7 \cdot 1460} = 14,09 \text{ см}^3.$$

Диаметр цилиндра при  $h/\alpha = 2$ , где  $\alpha = h/d = 1...2$  [4, с. 109]; определим диаметр насоса [4, с. 100]:

$$d = \sqrt[3]{\frac{4q_n}{\pi z \alpha}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 99}{3,14 \cdot 7 \cdot 2}} = 2,1 \text{ см.}$$

При ходе поршня  $h = 2\alpha = 42 \text{ мм}$  диаметр осевой окружности блока [4] составит

$$D = \frac{h}{\tan \gamma} = \frac{42}{0,36} = 116 \text{ мм.}$$

Теоретическую мощность насоса определим по формуле  $N_{н.т} = Q_{н.т} p = 144 \cdot 16,7 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 48,4 \text{ кВт.}$

Наружный диаметр блока в соответствии с принятыми соотношениями [4] будет  $D_6 = D + 1,6d = 116 + 1,6 \cdot 21 = 149 \text{ мм.}$

**Задача 7.10.** Определить давление  $p_1$ , которое нужно приложить к поршню силового цилиндра (рис. 7.1) для создания силы вдоль штока  $P = 7850 \text{ Н}$ . Силы трения поршня в цилиндре и штока в сальнике равны 10 % от полного давления на поршень. Избыточное давление по левую сторону поршня  $p_2 = 9,81 \text{ Н/см}^2$ ;  $D = 100 \text{ мм}$ ;  $d = 30 \text{ мм}$ .

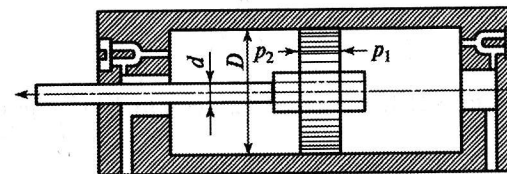


Рис. 7.1

**Решение.** Сила давления справа  $p_1 \frac{\pi D^2}{4}$  должна преодолеть силу  $P = 7850 \text{ Н}$ , силу  $p_2 \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$  и силу трения, равную  $0,1 \left( p_1 \frac{\pi D^2}{4} - p_2 \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} \right)$  [4], т. е.

$$p_1 \frac{\pi D^2}{4} = P + p_2 \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} + 0,1 \left( p_1 \frac{\pi D^2}{4} - p_2 \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} \right).$$

Отсюда

$$p_1 = \frac{4P}{0,9\pi D^2} + \frac{p_2(D^2 - d^2)}{D^2} = \frac{4 \cdot 800}{0,9 \cdot 3,14 \cdot 10^2} + \frac{1(10^3 - 3^2)}{10^2} = 1,20 \text{ МН/м}^2.$$

**Задача 7.11.** Определить основные размеры шестеренного насоса по следующим данным:  $Q = 60 \text{ л/мин}$ ;  $p = 2 \text{ МПа}$ ;  $n = 1450 \text{ мин}^{-1}$ ; число зубьев  $z = 14$ ;  $\eta_0 = 0,92$ .

**Решение.** Определим теоретическую подачу насоса:  $Q_{н.т} = \frac{Q_n}{\eta_0} = \frac{60}{0,92} = 65 \text{ л/мин.}$





Модуль зацепления определяется по эмпирическому выражению [4]:  $m = 0,5\sqrt{65} = 4$  мм. Диаметр начальной окружности шестерни  $D = mz = 4 \cdot 14 = 56$  мм.

Ширину шестерни найдем из формулы подачи [4, с. 119]:

$$b = \frac{Q}{2\pi m^2 z n} = \frac{65 \cdot 10^3}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,4^2 \cdot 14 \cdot 1450} = 3,2 \text{ см.}$$

Рабочий объем насоса определим из выражения

$$q = \frac{Q_{н.т}}{n} = \frac{65 \cdot 10^3}{1450} = 45 \text{ см}^3.$$

Полезная мощность насоса  $N_n = Qp = 60 \cdot 16,7 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2$  кВт. Приводная мощность [4, с. 86]

$$N_{н.п} = \frac{N_n}{\eta_o \eta_d},$$

где  $\eta_o$  — объемный КПД;  $\eta_d$  — механический КПД приводного двигателя, тогда

$$N_{н.п} = \frac{2}{0,92 \cdot 0,95} = 2,56 \text{ кВт.}$$

**Задача 7.12.** Рассчитать основные параметры гидромотора, работающего с частотой  $n = 24 \text{ с}^{-1}$  и моментом  $M = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

Решение. Определим момент, при котором гидромотор работает с КПД  $\eta = 0,94$  и давлением 10 МПа:

$$M_{тр} = \frac{M}{\eta} = \frac{100}{0,94} = 106,4 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Рабочий объем гидромотора определим по установленному рабочему давлению [3, с. 127]:

$$q = \frac{2\pi M_{тр}}{P} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 106,4}{10} = 68 \text{ см}^3.$$

Расход гидромотора  $Q_m = qn = 68 \cdot 24 = 1632 \text{ см}^3/\text{с}$ .  
Необходимая подача насоса

$$Q_n = \frac{Q_m}{\eta_o} = \frac{1610}{0,96} = 1700 \text{ см}^3/\text{с}.$$

Мощность гидромотора [4] составит  $N_m = 2\pi M_{тр} n = 6,3 \cdot 106,4 \cdot 24 = 16,3 \text{ кВт}$  или  $N_m = Q_m p = 1632 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 16,3 \text{ кВт}$ .

**Задача 7.13.** Определить основные рабочие параметры силосного цилиндра по следующим данным: рабочая нагрузка  $F = 10000 \text{ Н}$ , максимальная скорость перемещения поршня  $v = 0,6 \text{ м/с}$ , время разгона поршня с 0 до 0,6 м/с;  $\Delta t = 0,1 \text{ с}$ ;  $p = 5 \text{ МПа}$ .

Решение. Сила инерции в период разгона

$$F_n = \frac{F}{g\Delta t}(v-0) = \frac{10000 \cdot 0,6}{9,81 \cdot 0,1} = 6116 \text{ Н.}$$

При постоянном ускорении путь разгона составит

$$L = \frac{Fv^2}{F_n 2g} = \frac{10000 \cdot 0,6^2}{6116 \cdot 2 \cdot 9,81} = 3 \text{ см.}$$

Общее усилие на поршне  $F_n = F + F_n = 16116 \text{ Н}$ .

Диаметр цилиндра

$$D = \sqrt{k \frac{4F_n}{\pi p}} = \sqrt{1,5 \cdot \frac{4 \cdot 16116 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 5 \cdot 10^6}} = 7,8 \text{ см,}$$

где  $k = 1,5$  — коэффициент потерь [4].

Сила трения в цилиндре в общем случае зависит от коэффициента трения  $f$ , диаметра цилиндра  $D$ , ширины в уплотнениях и величины  $p_k$  давления на контактную поверхность. При расчете цилиндра можно принимать  $f = 0,1 \dots 0,2$ ;  $p_k = p_1$ ;  $b \sim 0,5D$  [4], тогда  $F_{тр} = f\pi Dbp_k = 0,2 \cdot 3,14 \cdot 7,8 \cdot 4 \cdot 2,2 = 46,6 \text{ Н}$ .

Требуемая подача насоса  $Q_n = S_n v = 47,8 \cdot 0,6 \cdot 100 = 28,6 \cdot 10^2 \text{ см}^3/\text{с} = 0,286 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}$ .

Мощность гидроцилиндра при статической нагрузке составит  $N = Fv = 10000 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3} = 6 \text{ кВт}$ , а мощность, расходуемая на трение,  $N_{тр} = F_{тр} v = 43,1 \cdot 0,6 \cdot 10^3 = 25,86 \cdot 10^{-3} \text{ кВт}$ . Коэффициент полезного действия цилиндра будет  $\eta = \frac{N}{N + N_{тр}} = \frac{6}{6 + 0,028} = 0,99$ .

**Задача 7.14.** Определить основные размеры шарикового предохранительного клапана по следующим исходным данным: расход рабочей жидкости  $Q = 400 \text{ см}^3/\text{с}$ , давление открытия клапана  $p_0 = 5 \text{ МПа}$ , перепад давления  $p = 1,0 \text{ Н/см}^2$  (рабочая жидкость — минеральное масло).

Решение. Площадь рабочих окон клапана определяется по формуле [4, с. 174]

$$S = \frac{Q}{K\sqrt{\Delta p}},$$

где  $K = \mu \sqrt{\frac{2}{\rho}}$ ; значение  $\Delta p$  предварительно выбирается наименьшим



из настраиваемых давлений работы клапана;  $\mu$  — коэффициент расхода (принимается равным 0,7), тогда

$$S = \frac{400}{0,7 \sqrt{\frac{2}{900} \cdot 10^6 \cdot 100}} = 0,12 \text{ см}^2.$$

Диаметр подводящего канала при скорости 3 м/с составит

$$d_k = \sqrt{\frac{4Q}{\pi v}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 400}{3,14 \cdot 300}} = 1,3 \text{ см}.$$

Диаметр шарика  $D = 1,8$  см,  $d_k = 1,3$  см; необходимое усилие в пружине  $R_n = p_0 S_k = 5 \cdot 1,34 = 6,7$  Н; максимальный диаметр опоры шарика  $d = d_k + 1$  мм = 1,31 см; площадь опоры шарика  $S_{ш} = 0,24 \text{ см}^2$ .

Давление клапана на опорную поверхность  $p = \frac{R_n}{S_{ш}} = \frac{6,7}{0,24} = 2,8 \text{ Н/см}^2 = 0,28 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

Высота подъема шарика [4, с. 175]  $h = \frac{d_k^2}{4 \sin 60^\circ} = \frac{1,3^2}{4 \cdot 0,71} = 0,59 \text{ см}$ .

Жесткость пружины при предварительном сжатии на 8 мм составит

$$c = \frac{R_n}{0,8} = \frac{6,7}{0,8} = 8,4 \text{ Н/см} = 837,5 \text{ Н/м}.$$

Давление, при котором клапан закроется,

$$p_3 = \frac{ch}{S_k - 0,5S} = \frac{8,4 \cdot 0,59}{1,34 - 0,5 \cdot 0,12} = 3,6 \text{ Н/см}^2.$$

Перепад давления при работе клапана составляет  $\Delta p = 5 - 3,6 = 1,4 \text{ Н/см}^2$ .

**Задача 7.15.** Определить площадь рабочего окна дросселя, установленного в напорной линии магистрали, давление в которой  $p_n = 10$  МПа. Давление на сливе  $p_c = 0,5$  МПа, расход через дроссель  $Q = 800 \text{ см}^3/\text{с}$ .

**Решение.** Площадь рабочего окна дросселя определяется по формуле [4, с. 158]

$$S = \frac{Q}{\mu \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p}},$$

где  $\mu$  — коэффициент расхода (0,6...0,7);  $\Delta p$  — перепад давления (не более 0,5 % от максимального значения рабочего давления).

Тогда

$$S = \frac{800}{0,7 \sqrt{\frac{2}{900} \cdot 10^6 (1 - 0,5)}} = 0,08 \text{ см}^2.$$

**Задача 7.16.** Давление в напорной линии золотника  $p_n = 10$  МПа, давление нагрузки  $p_g = 9$  МПа. Расход рабочей жидкости через золотник  $Q = 15$  л/мин (золотник четырехщелевой, рабочая жидкость — минеральное масло). Определить основные размеры золотника.

**Решение.** Определим секундный расход жидкости через золотник:

$$Q_c = \frac{15 \cdot 10^3}{60} = 25 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Перепады давления на рабочих окнах  $\Delta p = (p_n - p_0)0,5 = (10 - 9)0,5 = 0,5 \text{ МПа}$ .

Площадь рабочих окон определяется по формуле

$$S = \frac{Q_c}{\mu \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p}},$$

где  $\mu = 0,6...0,7$ .

Тогда

$$S = \frac{250 \cdot 10^{-6}}{0,7 \sqrt{\frac{2}{900} \cdot 10^6 \cdot 0,5}} = 0,08 \text{ см}^2.$$

Ширина рабочего окна при ходе плунжера  $x = 2$  мм составит

$$b = \frac{S}{x} = \frac{0,08}{0,2} = 0,4 \text{ см}.$$

**Задача 7.17.** Имеется гидропривод нераздельного исполнения с регулируемым насосом и нерегулируемым гидромотором. Параметры насоса:  $Q_n = 3$  л/с;  $p_n = 10$  МПа;  $\eta_n = 0,9$ . Параметры гидромотора:  $M_m = 140$  Н·м;  $\eta_m = 7$  об/мин. Определить основные параметры гидропривода.

**Решение.** Определим рабочий объем гидромотора:

$$q_m = \frac{Q_n}{\eta_m} = \frac{3 \cdot 10^3}{7} = 429 \text{ см}^3.$$



Теоретическая подача насоса составит

$$Q_{н.т} = \frac{Q_n}{\eta_n} = \frac{3 \cdot 10^3}{0,9} = 3333 \text{ см}^3/\text{с}.$$

Утечка в насосе и гидромоторе определяется по формулам [4, с. 85]

$$Q_n = Q_{н.т}(1 - \eta_n); Q_m = Q_n(1 - \eta_m),$$

или  $Q_n = 333(1 - 0,9) = 33 \text{ см}^3/\text{с}$ ;  $Q_m = 3000(1 - 0,9) = 300 \text{ см}^3/\text{с}$ .  
Объем утечек [3, с. 84]

$$\Delta Q = a_n p_n,$$

где  $a_n$  — коэффициент утечек,

$$a_n = \frac{\Delta Q}{p_n} = \frac{33 \cdot 10^4}{10 \cdot 10^6} = 0,33 \text{ см}^5/(\text{с} \cdot \text{Н});$$

$$a_m = \frac{\Delta Q_m}{p_m} = \frac{300}{10 \cdot 10^2} = 0,3 \text{ см}^5/(\text{с} \cdot \text{Н}),$$

а коэффициент утечек в гидросистеме

$$a = a_n + a_m = 0,63 \text{ см}^5/(\text{с} \cdot \text{Н}).$$

Найдем коэффициент момента гидромотора [4, с.124]:

$$k_m = \frac{M_m}{p_m} = \frac{140 \cdot 10^4}{10 \cdot 10^6} = 14 \text{ см}^3.$$

Составим уравнение механической характеристики гидропривода:

$$n_m = \frac{Q_{н.т}}{q_m} - \frac{a M_m}{k_m q_m},$$

где  $a = (a_n + a_m)$  — коэффициент утечек в гидросистеме;  $\frac{a}{k_m} M_m$  — суммарные утечки в насосе и гидромоторе;  $\frac{a}{k_m} \frac{M_m}{q_m}$  — снижение частоты вращения гидромотора, вызванное утечками жидкости.

Тогда

$$n_m = \frac{Q_{н.т}}{q_m} u_n - \frac{a M_m}{k_m q_m} = \frac{3300}{429} u_n - \frac{0,63 \cdot 140 \cdot 10^2}{14 \cdot 429}; n_m = 7,7 u_n - 0,0501 M_m,$$

где  $u_n$  — параметр регулирования насоса.

Подставив в это уравнение значения момента от нуля до максимального, получим зависимость частоты вращения гидромотора от нагрузки для любого заданного параметра регулирования насоса. Новой является характеристика при  $u_n = 1$ , тогда частота вращения гидромотора будет максимальной и при заданной нагрузке равной  $n_m = 7,8 \cdot 1 - 0,0001 \cdot 14 \cdot 10^2 = 7,66 \text{ об/с}$ .

Минимальной частота вращения гидромотора будет при  $u_{n \min}$ , который находится из условия [4, с. 91]

$$u_{n \min} = \frac{\Delta Q_n}{Q_{н.т}} \text{ или } u_{n \min} = \frac{a M_m}{k_m Q_{н.т}} = \frac{0,63 \cdot 140 \cdot 10^2}{14 \cdot 3333} = 0,19,$$

тогда  $n_m = 7,8 \cdot 0,19 - 1,4 = 0,082 \text{ об/с}$ .

**Задача 7.18.** Определить характеристики гидропривода с дроссельным регулированием. Дроссель включен последовательно на входе. Максимальная подача насоса  $Q_n = 1 \text{ л/с}$ . Нагрузка на шток поршня  $F = 17,5 \cdot 10^3 \text{ Н}$ . Площадь поршня  $S_n = 50 \text{ см}^2$ . Давление настройки сливного клапана  $p_k = 4 \text{ МПа}$ .

**Решение.** Определим максимальное проходное сечение дросселя при перепаде давления без нагрузки:

$$S_{др} = \frac{1000}{0,7 \sqrt{\frac{2}{900} 10^2 \cdot 4 \cdot 10^3}} = 1,5 \text{ см}^2.$$

Перепад давления на дросселе с учетом нагрузки определяется по формуле [3, с. 202]

$$\Delta p = p_n - \frac{F}{S_n}.$$

Скорость поршня цилиндра в зависимости от нагрузок определяется согласно уравнению [4]

$$v = 0,7 \cdot 1,5 u_{др} \cdot 4,7 \sqrt{400 - 0,02 F}, \text{ или } v = 4,935 u_{др} \sqrt{400 - 0,02 F}.$$

Подставив в это уравнение различные значения нагрузки на поршень для каждого параметра регулирования дросселя, получим графики механической характеристики. Максимальная скорость поршня будет при максимальном параметре регулирования дросселя  $u_{др} = S_o S_{др}$  (где  $S_o$  — открываемая площадь проходного сечения дросселя):

$$v_{\max} = 4,935 \sqrt{400 - 350} = 35 \text{ см/с}.$$

Скорость поршня при отсутствии нагрузки ( $F = 0$ ) составит  $v = 4,95 \sqrt{400} = 99 \text{ см/с}$ .

Остановка поршня произойдет при нагрузке  $F_{\max} = 400/0,02 = 20 \cdot 10^3 \text{ Н}$ .



**Задача 7.19.** Определить потери давления на трение при протекании масла по трубопроводу с внутренним диаметром 25,4 мм, длиной 15,2 м, при скорости 6,1 м/с и при температуре масла 49 °С.

Решение. Коэффициент кинематической вязкости масла в трубопроводе равен 110 сСт [4]. Определим число Рейнольдса:

$$\text{Re} = 1000 \frac{vD}{\nu} = \frac{6,1 \cdot 25,4}{110} = 1410.$$

Так как  $Re < 2000$ , шероховатость трубопровода не влияет на величину потерь, т. е.

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1410} = 0,045,$$

**следовательно,**

$$p_{\text{н}} = \frac{5,1 \lambda v^2 \eta}{d} = \frac{5,1 \cdot 0,045 \cdot 15,2 \cdot 37,2 \cdot 0,88}{254} = 4,4959 \text{ кг/см}^2 = 4,5 \cdot 10^5 \text{ Па [4].}$$

**Задача 7.20.** Определить потери давления на трение при протекании масла температурой  $38^\circ\text{C}$  по стальному трубопроводу внутренним диаметром  $50,8$  мм, длиной  $30,5$  м при скорости  $9,14$  м/с.

Решение. Коэффициент вязкости масла при температуре 39 °C равен 32 сСт [4].

Определим число Рейнольдса:

$$\text{Re} = 1000 \frac{vD}{\nu} = \frac{1000 \cdot 9,14 \cdot 50,8}{32} = 14509,75.$$

При относительной шероховатости  $\varepsilon/D = 0,0009$  коэффициент сопротивления  $\lambda = 0,03$ .

Тогда потери давления на трение составят

$$p_{\pi} = \frac{5,1 \cdot 0,03 \cdot 30,5 \cdot 83,5 \cdot 0,88}{50,8} = 6,75 \text{ кгс/см}^2 = 6,75 \cdot 10^5 \text{ Па [4].}$$

**Задача 7.21.** В гидравлической сети насос с подачей 37,8 л/мин поддерживает циркуляцию масла, имеющего вязкость 110 сСт при температуре 49 °С и плотность  $\rho = 880 \text{ кг/м}^3$ . Внутренние диаметры трубопроводов и их длины приведены на рис. 7.2. Провести гидравлический расчет сети.

Решение. 1. Линия всасывания: внутренний диаметр 25,4 мм, подача насоса 37,8 л/мин.

Определим скорость движения масла

$$v = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{0,0378}{60 \cdot 0,785 \cdot (0,0254)^2} = 1,24 \text{ м/с.}$$

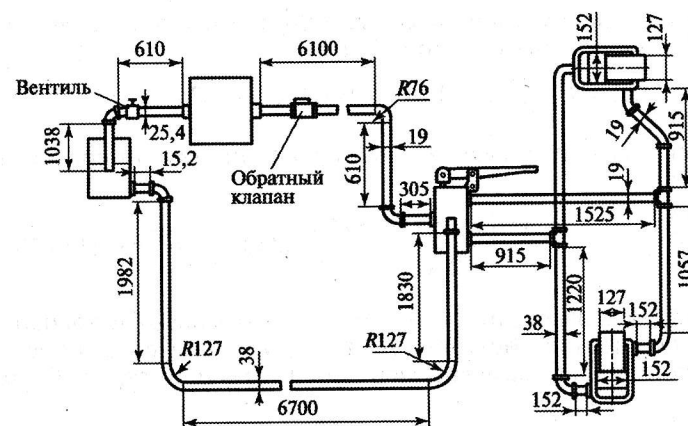


Рис. 7.2

Число Рейнольдса составит

$$Re = \frac{1000 \cdot v \cdot D}{\nu} = \frac{1,25 \cdot 25,4 \cdot 1000}{110} = 290,$$

тогда коэффициент сопротивления  $\lambda = 64/290 = 0,22$ .

**Расчет потерь.** Длина прямого участка трубопровода  $L = 1,68$  м, коэффициент сопротивления на входе в трубопровод  $\xi = 0,5$ . Формула Дарси—Вейсбаха для течения в прямых трубопроводах аналогична по виду математическим выражениям для определения потерь напора в коленах, клапанах и соединениях. Вместо того чтобы подсчитывать потери в каждом отдельном элементе гидравлической сети, целесообразно выразить отдельные компоненты потерь в соединениях и т. п. через равное им сопротивление эквивалентной длины прямого трубопровода. Для этого приравняем формулу Дарси—Вейсбаха с выражением для потери напора в соответствующем элементе к формуле Вейсбаха:

$$\lambda \frac{L_3}{D} \frac{v^2}{2g} = \xi \frac{v^2}{2g}.$$

Отсюда найдем величину эквивалентной длины прямого участка:

$$L_3 = \frac{\xi}{\lambda} D = \frac{0,5 \cdot 0,0254}{0,22} = 0,06 \text{ м};$$

для колена  $\xi = 0,72$ , тогда  $L_3 = 0,083$  м;

для вентиля  $\xi = 0,3$ , тогда  $L_3 = 0,034$  м.



Полная длина трубопровода на линии всасывания с учетом всех гидравлических сопротивлений будет

$$L_{\text{п}} = L + \sum L_s = 1,68 + 0,06 + 0,083 + 0,034 = 1,86 \text{ м.}$$

Теперь можно определить полную величину потерь на линии всасывания:

$$p_{\text{п}} = \rho g \lambda \frac{L v^2}{D 2g} = \frac{5,1 \cdot 1,86 \cdot 0,22 \cdot 1,57 \cdot 0,88}{25,4} = 0,113 \text{ кг/см}^2 = 0,113 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

2. Линия нагнетания. Считаем, что управляющий клапан находится в положении обратного хода, при котором подача насоса направлена в полость возврата гидроцилиндра. Диаметр трубопровода 19 мм. Тогда

$$v = \frac{0,0378}{60 \cdot 0,785(0,019)^2} = 2,22 \text{ м/с;}$$

$$\text{Re} = \frac{2,23 \cdot 19 \cdot 1000}{110} = 383; \lambda = \frac{64}{383} = 0,167.$$

*Расчет потерь.* Длина прямого участка трубопровода до тройника:  $L_s = 8,54 \text{ м}$ , для обратного клапана  $\xi = 16,5$ , тогда

$$L_s = \frac{16,5}{0,166} \cdot 0,019 = 1,877 \text{ м;}$$

для изогнутого участка трубопровода  $\xi = 0,3$ , тогда  $L_s = 0,034 \text{ м}$ ;

для прямого колена  $\xi = 1,2$ ,  $L_s = 0,137 \text{ м}$ ;

для тройника  $\xi = 1,5$ ,  $L_s = 0,17 \text{ м}$ .

Полная длина участка трубопровода до тройника

$$L = 8,54 + 1,91 + 0,034 + 0,137 + 0,17 = 10,79 \text{ м.}$$

Определим полные потери на линии нагнетания, за исключением клапана управления:

$$p_{\text{п}} = \frac{5,1 \cdot 0,167 \cdot 10,79 \cdot 4,95 \cdot 0,88}{19} = 2,1 \text{ кг/см}^2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

3. Параллельные участки трубопровода. Условия течения ясно говорят о том, что в этих участках поток жидкости ламинарный. Все проходные площади трубопроводов равны, т. е.  $F = F_1 = F_2$ .

Отсюда

$$v_1 = \frac{L_2 v}{L_1 - L_2} = \frac{1,22 \cdot 2,23}{2,13} = 1,27 \text{ м/с; Re}_1 = 220; \lambda = 0,29;$$

$$v_2 = \frac{L_1 v}{L_1 - L_2} = \frac{0,914 \cdot 2,23}{2,13} = 0,96 \text{ м/с; Re}_2 = 165; \lambda = 0,388.$$

*Расчет потерь.* Длина первого прямого участка  $L_1 = 0,914 \text{ м}$ ;

для двух колен под  $45^\circ$   $\xi = 0,263$ ,  $L_s = 0,034 \text{ м}$ ;

для выхода  $\xi = 1$ ,  $L_s = 0,068 \text{ м}$ .

Полная длина первого участка  $L_{s1} = 1,016 \text{ м}$ .

Длина второго участка  $L_2 = 1,22 \text{ м}$ ;

для колена под  $90^\circ$   $\xi = 1,2$ ,  $L_s = 0,059 \text{ м}$ ;

для выхода  $\xi = 1$ ,  $L_s = 0,048 \text{ м}$ .

Полная длина второго участка  $L_{s2} = 1,33 \text{ м}$ .

Определим исправленные значения скоростей и коэффициентов трения:

$$v_1 = \frac{1,33 \cdot 2,23}{2,346} = 1,26 \text{ м/с; Re}_1 = 218; \lambda_1 = 0,294;$$

$$v_2 = \frac{1,016 \cdot 2,23}{2,346} = 0,965763 \text{ м/с; Re}_2 = 167; \lambda_2 = 0,32.$$

В случае когда поток жидкости, поступающий из коллекторного трубопровода, разделяется на несколько потоков в параллельных трубопроводах, величину сопротивления можно определить по формуле Дарси—Вейсбаха, представленной в виде

$$p_{\text{п}} = \Phi v^2,$$

где  $\Phi$  — коэффициент, равный  $5,1 \lambda \frac{L}{D} \rho$ .

Тогда полные потери давления на участке с параллельными трубопроводами определяются следующим образом:

$$\Phi_1 = \frac{5,1 L e_1}{D \lambda \rho} = 5,1 \frac{1,016}{19,0} (0,294 \cdot 0,88) = 0,07;$$

$$\Phi_2 = \frac{5,1 L e_2}{D \lambda \rho} = 5,1 \frac{1,33}{19,0} (0,382 \cdot 0,88) = 0,12;$$

$$\Phi = \left( \frac{\sqrt{\Phi_1 \Phi_2}}{\sqrt{\Phi_1} + \sqrt{\Phi_2}} \right)^2 = \left( \frac{\sqrt{0,07 \cdot 0,12}}{\sqrt{0,07} + \sqrt{0,12}} \right)^2 = 0,0225;$$

$$p_{\text{п}} = \Phi v^2 = 2,23^2 \cdot 0,0225 = 0,112 \text{ кг/см}^2 = 0,112 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$



4. Ответвления трубопроводов диаметром 38 мм.  
Скорость движения масла в трубопроводе

$$v = \frac{0,0378}{60 \cdot 0,785(0,038)^2} = 0,56 \text{ м/с.}$$

В этом случае имеет место ламинарный режим течения, следовательно,

$$v_1 = \frac{L_2 v}{L_1 + L_2} = \frac{1,83 \cdot 1,37}{2,60} = 0,96 \text{ м/с; } Re_1 = 337; \lambda_1 = 0,19;$$

$$v_2 = \frac{L_1 v}{L_1 + L_2} = \frac{1,83 \cdot 1,22}{2,60} = 0,858 \text{ м/с; } Re_2 = 297; \lambda_2 = 0,215.$$

*Расчет потерь.* Длина первого прямого участка трубопровода  $L_1 = 1,22 \text{ м}$ ;

$$\text{для одного поворота } \xi = 0,3; L_3 = \frac{0,3}{0,19} \cdot 0,038 = 0,06 \text{ м};$$

$$\text{для входа } \xi = 0,5; L_3 = 0,1 \text{ м.}$$

Общая длина  $L_{31} = 1,38 \text{ м}$ .

Длина второго прямого участка трубопровода  $L_2 = 1,37 \text{ м}$ ;

$$\text{для колена } 90^\circ \xi = 1,2; L_{\text{кр}} = \frac{1,2}{0,215} \cdot 0,038 = 0,212 \text{ м};$$

$$\text{для входа } \xi = 0,5; L_3 = 0,088 \text{ м.}$$

Общая длина  $L_{32} = 1,67 \text{ м}$ .

Исправленные значения скоростей и коэффициентов трения:

$$v_1 = \frac{1,7 \cdot 1,83}{3,05} = 1,00 \text{ м/с; } Re_1 = 350; \lambda_1 = 0,182;$$

$$v_2 = \frac{1,38 \cdot 1,83}{3,05} = 0,828 \text{ м/с; } Re_2 = 285; \lambda_2 = 0,225.$$

Тогда

$$\Phi_1 = 5,1 \cdot \frac{1,38}{38} \cdot 0,182 \cdot 0,88 = 0,0296; \Phi_2 = 5,1 \cdot \frac{1,67}{38} \cdot 0,225 \cdot 0,88 = 0,0444;$$

$$\Phi = \left( \frac{\sqrt{0,0296 \cdot 0,0444}}{\sqrt{0,0296} + \sqrt{0,0444}} \right)^2 = 0,0091.$$

Полные потери давления на трассе составят

$$p_n = 0,0091 \cdot 1,83^2 = 0,03 \text{ кг/см}^2 = 0,03 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

5. Линия возврата:  $v = 1,83 \text{ м/с}$ ;  $Re = 640$ ;  $\lambda = 0,1$ .

*Расчет потерь.* Длина прямого участка трубопровода равна 11 м.

$$\text{для тройника } \xi = 1,5; L_3 = \frac{1,5}{0,1} \cdot 0,038 = 0,57 \text{ м};$$

$$\text{для двух поворотов } \xi = 0,3; L_3 = 0,23 \text{ м};$$

$$\text{для двух колен } 90^\circ \xi = 1,2; L_3 = 0,914 \text{ м};$$

$$\text{для выхода } \xi = 1; L_3 = 0,38 \text{ м.}$$

Общая длина  $L_3 = 13,7 \text{ м}$ .

Полные потери на линии возврата составят

$$p_n = \frac{5,1 \cdot 0,1 \cdot 13,7 \cdot 3,35 \cdot 0,88}{38} = 0,542 \text{ кг/см}^2 = 0,542 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

6. Клапан управления. Размер клапана соответствует диаметру возвратной линии 38 мм. Так как стандартные клапаны изготавливают с одинаковыми присоединительными размерами, возникает необходимость в использовании переходника на линию диаметром 19 мм. Это ведет к внезапному расширению и сужению потока. Проходные площади в клапанах равны 6,45 см<sup>2</sup>. Принимаем коэффициент сопротивления  $\xi_k = 16,5$  для любого направления потока через клапан. В этом случае, чтобы определить полные потери клапана, необходимо учесть следующие величины: диаметр участка трубопровода  $D = 19 \text{ мм}$ ; скорость движения масла на входе в трубопровод  $v = 2,23 \text{ м/с}$ ; скорость на входе в клапан  $v = \frac{0,0378}{60 \cdot 0,000645} = 0,98 \text{ м/с}$ ; скорость на выходе

$v = 2,23 \text{ м/с}$ .

Тогда потери на внезапное расширение составят

$$h_n = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \text{ или } p_n = \frac{\rho}{10} h_n = \frac{0,088(v_1 - v_2)^2}{2g} = 0,007 \text{ кг/см}^2 = 0,007 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

потери на вихреобразование в клапане будут

$$p_n = \rho z \frac{v^2}{2g} = \frac{0,088 \cdot 16,5 \cdot 0,96}{2 \cdot 9,8} = 0,07 \text{ кг/см}^2 = 0,07 \cdot 10^5 \text{ Па,}$$

а потери на внезапное сужение —

$$p_n = z \frac{v^2}{2g},$$

где  $v$  — скорость в патрубке с меньшим диаметром; величина коэффициента  $z$  зависит от отношения диаметров  $D_1/D_2$ , в данном случае  $z = 0,28$ . Тогда



$$p_n = \frac{0,088 \cdot 0,25 \cdot 5}{2 \cdot 9,8} = 0,0056 \text{ кг/см}^2 = 560 \text{ Па.}$$

Таким образом, общая величина потерь в клапане на участке трубопровода диаметром  $D = 38$  мм составит  $p_n = 0,83 \cdot 10^5$  Па, скорость на входе  $v = 1,83$  м/с, скорость в клапане  $v = 3,23$  м/с.

Тогда потери на внезапное сужение будут

$$p_{п1} = \frac{\rho g z v^2}{2g} = \frac{0,088 \cdot 0,2 \cdot 10,4}{2 \cdot 9,81} = 0,0093 \cdot 10^5 \text{ Па,}$$

потери на вихреобразование

$$p_g = \frac{\rho z v^2}{2g} = \frac{0,088 \cdot 16,5 \cdot 10,4}{2 \cdot 9,81} = 0,769 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

и потери на внезапное расширение

$$p_{п2} = \frac{\rho}{10} h_n = \frac{0,088 \cdot (3,23 - 1,83)^2}{2 \cdot 9,81} = 0,00879 \text{ кг/см}^2 = 879 \text{ Па.}$$

Итак, полная величина потерь  $p_n = p_{п1} + p_g + p_{п2} = 0,763 \text{ кг/см}^2 = 0,763 \cdot 10^5 \text{ Па.}$

Полный перепад давления в системе, который должен обеспечить насос, равен сумме всех потерь, т. е. потерь на всасывание ( $0,013 \cdot 10^5$  Па), нагнетание ( $2,03 \cdot 10^5$  Па), ответвления ( $0,112 \cdot 10^5$  Па), обратном ответвлении ( $0,03 \cdot 3,26 = 0,0978 \cdot 10^5$  Па), обратной линии ( $0,535 \cdot 3,26 = 1,7441 \cdot 10^5$  Па), входе в клапан ( $0,0825 \cdot 10^5$  Па), выходе из клапана ( $0,736 \cdot 3,26 = 2,49 \cdot 10^5$  Па), т. е.  $(0,013 + 2,03 + 0,112 + 0,0978 + 1,7441 + 0,0825 + 2,49) \cdot 10^5 = 11,47 \cdot 10^5$  Па.

Тогда полный перепад давления в системе, создаваемый насосом, составит  $666\,718 \text{ Па} \sim 0,67 \text{ МПа}$ . В эту величину не входят потери в самом насосе, определяемые величиной КПД насоса.

При вычислениях не была учтена величина скоростного напора насоса, так как в общем скоростной напор не является потерей удельной энергии, а представляет собой энергию, переданную жидкости, и, следовательно, может быть учтен, однако обычно скоростной напор теряется безвозвратно на вихреобразование при входе жидкости в гидроцилиндры.

**Задача 7.22.** Для объемной гидропередачи технологической машины, гидравлическая схема которой изображена на рис. 7.3, необходимо выбрать насос и гидромотор, если нагрузочный момент на валу  $M_g = 5700 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , а скорость вращения должна изменяться в пределах  $10 \dots 80 \text{ мин}^{-1}$ .

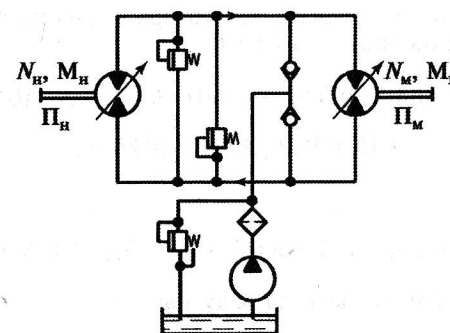


Рис. 7.3

**Решение.** Рабочее давление жидкости принимаем согласно ряду и типу гидромашин (см. прилож. 7, 8):  $p_{раб} = 160 \text{ кг/см}^2 = 16 \text{ МН/м}^2$ .

Для данного параметра выберем радиальный роторно-поршневой гидромотор с рабочим объемом  $q_g = 2,5 \text{ л/об}$  (см. прилож. 8).

Определим максимальный и минимальный расходы рабочей жидкости, потребляемой гидромотором:

$$Q_{g \min} = \frac{q_g n_{g \min}}{\eta_g} = \frac{2,5 \cdot 10}{0,98} = 25,5 \text{ л/мин} = 0,425 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с};$$

$$Q_{g \max} = \frac{q_g n_{g \max}}{\eta_g} = \frac{2,5 \cdot 80}{0,98} = 204 \text{ л/мин} = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Подача насоса равна расходу, т. е.  $Q_n = Q_g$ . Так как  $p_{раб} = 160 \text{ кг/см}^2$  и  $Q_{g \max} = Q_n = 204 \text{ л/мин}$ , выберем регулируемый аксиальный роторно-поршневой насос с рабочим объемом  $q = 0,16 \text{ л/об}$  и расчетной подачей  $Q_{н,р} = 212 \text{ л/мин}$  при синхронной скорости вращения ротора  $n_c = 1500 \text{ мин}^{-1}$  (см. прилож. 8).

Действительная подача с учетом скольжения ротора асинхронного электродвигателя составит

$$Q_n = Q_{н,р} \frac{n}{n_c} = 212 \frac{1450}{1500} = 205 \text{ л/мин.}$$

Перепад давлений в гидромоторе при  $M_g = 5700 \text{ Н} \cdot \text{м}$

$$p_g = \frac{2\pi M_g \eta_g}{0,0025 \cdot 0,94} = 14,9 \cdot 10^6 \text{ МН/м}^2 = 149 \text{ кг/см}^2.$$

Давление, развиваемое насосом, больше давления в моторе на величину потерь в гидромагистрали. Чтобы не повторять ранее пр...



веденных расчетов по определению потерь давления в гидросети, зададимся ориентировочно, что при  $Q_{\max}$

$$\Delta p_c = (0,01 \dots 0,02) p_g = (0,01 \dots 0,02) 14,9 \cdot 10^6 = \\ = (0,149 \dots 0,298) 10^6 \text{ МН/м}^2,$$

тогда

$$p_n = p_g + \Delta p_c = (14,9 + 0,2) 10^6 = 15,1 \cdot 10^6 \text{ МН/м}^2.$$

Максимальная мощность на валу насоса

$$N_{n \max} = \frac{p_n Q_{\max}}{\eta_n} = \frac{15,1 \cdot 10^6 \cdot 204}{0,88 \cdot 60} = 58,4 \text{ кВт.}$$

Параметры регулирования насоса:

при  $n_g = 10 \text{ мин}^{-1}$

$$u_n = \frac{Q_{g \min}}{Q_n} = \frac{25,5}{205} = 0,124;$$

при  $n_g = 80 \text{ мин}^{-1}$

$$u_n = \frac{Q_{g \max}}{Q_n} = \frac{204}{205} = 0,995.$$

## ГЛАВА 8<sup>1</sup>

### Расчет газопроводов и пневмодвигателей

**Задача 8.1.** Найти потребное давление в ресивере  $p_{01}$ , если весовой расход газа  $G$ , давление среды на выходе из газопровода  $p$  и размеры газопровода  $l$  и  $d$ .

**Решение.** 1. При адиабатном процессе зададимся средней температурой газа в газопроводе ( $T_{cp} \sim 0,9 T_{01}$ ), по ней определим среднее значение вязкости  $\mu$ . По  $G$ ,  $d$  и  $\mu$  найдем число Рейнольдса, а затем — коэффициент  $\lambda$  и приведенную длину  $\bar{l} = \frac{\lambda l}{d}$ .

Далее на основании уравнений

$$\frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{k}{k-1} \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2} = \frac{k}{k-1} \frac{p_0}{\rho_0}$$

и

$$\frac{k}{k-1} RT_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{k}{k-1} RT_2 + \frac{v_2^2}{2} = \frac{k}{k-1} RT_2 \quad (8.1)$$

составим уравнение для потока от ресивера до конечного сечения газопровода:

$$\frac{k}{k-1} RT_{01} = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}, \quad (8.2)$$

где

$$\rho = \frac{4G}{\pi d^2 g v}.$$

<sup>1</sup> Приведены два варианта решения задач: для адиабатного и изотермического течений в газопроводах. В первом варианте задана температура в ресивере  $T_0$ , во втором — температура вдоль газопровода, равная температуре окружающей среды ( $T = T_1 = \text{const}$ ). Будем считать, что во всех случаях свойства газа ( $k$ ,  $R$ ,  $\mu$ ) заданы.



Исключив из уравнения (8.2)  $\rho g$ , решим его как квадратное уравнение относительно  $v$ . Затем из уравнения

$$v_{кр} = a_{кр} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} \frac{p_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0} \quad (8.3)$$

определим  $a_{кр}$  и  $M = \frac{v}{a_{кр}}$ .

Обратимся к графику на рис. 8.1 и по  $\bar{l}$  и  $\bar{M}$  определим  $\frac{p}{p_{01}}$ , затем

$p_{01}$ . Если при расчете оказалось, что расчетная точка находится ниже кривой  $AB$ , то в конечном сечении  $\bar{M} = 1$  и  $v = a_{кр}$ . Отношение давлений  $\frac{p}{p_{01}}$  определяется точкой пересечения кривой  $AB$  на рис. 8.1 с

вертикалью, соответствующей значению  $\bar{l}$ . В этом случае давление в конечном сечении газопровода будет больше давления среды, куда вытекает газ, следовательно, нам неизвестно.

Для определения  $p_{01}$  при этом поступаем следующим образом: по указанной точке пересечения на графике определим  $\bar{M}_1$ , затем  $v_1 = a_{кр} \bar{M}_1$  и  $\rho = \frac{4G}{\pi d^2 g v}$ .

Далее из уравнения (8.1), записанного для ресивера и начального сечения, получим

$$T_1 = T_{01} - \frac{k-1}{kR} \frac{v_1^2}{2},$$

а из уравнения состояния

$$p_1 = \frac{\rho_1 R T_1}{g}.$$

Используя известное из термодинамики уравнение идеальной адиабаты, найдем искомое давление в ресивере:

$$p_{01} = p \left( \frac{T_{01}}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

При ламинарном режиме течения, когда коэффициент  $\lambda$  существенно меняется при изменении числа  $Re$ , можно определить температуру и провести уточнение расчета.

2. При изотермическом режиме по температуре  $T = T_1$  найдем  $\mu$ , затем  $Re$ ,  $\lambda$  и  $l$ . По  $T$  и  $p$  по уравнению состояния определим  $\rho$ , затем скорость в конечном сечении газопровода

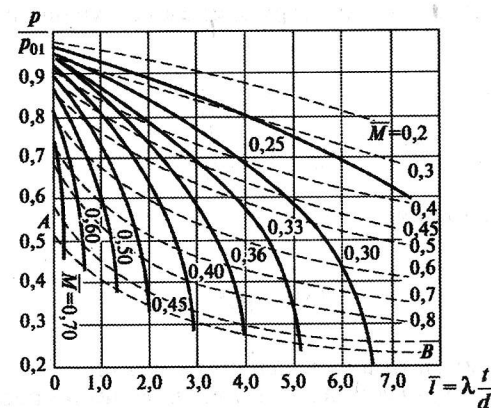


Рис. 8.1

$$v = \frac{4G}{\pi d^2 \rho g}.$$

По формуле

$$v_{кр} = \sqrt{k \frac{p}{\rho}} = a \quad (8.4)$$

определяем  $a$  и далее  $M = \frac{v}{a}$ . После этого по графику на рис. 8.1 по  $\bar{l}$

и  $\bar{M}$  найдем  $\frac{p}{p_{01}}$ , а следовательно, и  $p_{01}$ .

Если расчетная точка на рис. 8.1 оказалась ниже кривой  $AB$ , то  $\bar{M} = 0,845$  и расчет выполняется так, как в предыдущем случае при  $M = 1$ . Различие состоит лишь в том, что температура  $T_1$  известна, а  $T_{01}$  неизвестна.

**Задача 8.2.** Найти весовой расход газа  $G$  при давлении в ресивере  $p_{01}$ , давлении среды на выходе из газопровода  $p$  и размерах газопровода  $l$  и  $d$ .

**Решение.** 1. При адиабатном процессе зададимся значением коэффициента  $\lambda = 0,02 \dots 0,03$  в предположении турбулентного режима течения. Определим приведенную длину газопровода  $\bar{l}$  и по отношению  $p/p_{01}$  с помощью графика на рис. 8.1 найдем  $\bar{M}_1$ . Далее по формуле (8.3) определим  $a_{кр}$ , затем  $v_1 = a_{кр} \bar{M}_1$ . Из уравнения (8.1), записанного для ресивера и начального сечения газопровода, определим

$$T_1 = T_{01} - \frac{k-1}{kR} \frac{v_1^2}{2}.$$



Используя известное из термодинамики уравнение идеальной адиабаты

$$\frac{\rho_1}{\rho_{01}} = \left( \frac{T_1}{T_{01}} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

и уравнение состояния

$$\rho_{01} = \frac{p_{01}}{RT_{01}},$$

определим плотность газа в начальном сечении.

Искомый расход газа в первом приближении определим по формуле

$$G = \rho_1 g \frac{\pi d^2}{4}.$$

Далее по  $G$  и  $T_{cp}$  следует определить число Рейнольдса, проверить режим течения и по  $Re$  подсчитать коэффициент  $\lambda$ . После этого тем же путем можно определить расход газа во втором приближении, а если необходимо, то и в третьем и т.д., но обычно достаточно двух-трех значений.

2. При изотермическом процессе также зададимся коэффициентом  $\lambda$ , определим  $\bar{l}$  и по  $\frac{p}{p_{01}}$  с помощью графика на рис. 8.2 найдем число  $M$ . По формуле (8.4) определим  $a$ , далее  $v = aM$ . По  $T$  и  $p$  из

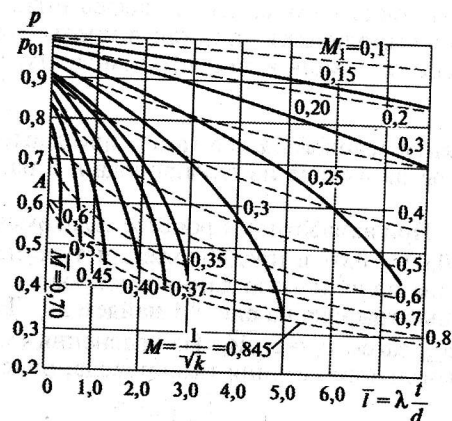


Рис. 8.2

уравнения состояния найдем  $\rho$ , затем искомый расход газа в первом приближении:

$$G = \rho g \frac{\pi d^2}{4}.$$

Далее уточняем решение, т. е. подсчитываем  $Re$  и  $\lambda$ , и повторяем расчет в том же порядке до получения достаточной сходимости.

Если при решении данной задачи расчетная точка на рис. 8.1 или 8.2 оказалась ниже кривой  $AB$ , то, как и в задаче 8.1, это означает, что расход  $G$  определяется по точке пересечения кривой  $AB$  с вертикалью, соответствующей значению  $\bar{l}$ .

**Задача 8.3.** Найти диаметр газопровода  $d$ , если весовой расход газа  $G$ , давление в ресивере  $p_{01}$ , давление в среде на выходе из газопровода  $p$ , длина газопровода  $l$ .

**Решение.** В обоих случаях (при адиабатном и изотермическом процессах) решение проводим следующим способом. Задаемся рядом значений диаметра  $d$  (3—4 значения). При этом целесообразно приблизительно определить диаметр, соответствующий  $l_{кр}$ , при котором заданное отношение давлений  $p/p_{01}$  обеспечивает предельную скорость на выходе из газопровода (если  $p/p_{01} < 0,528$ ), и использовать это значение в качестве одного из тех, которыми мы задаемся. Далее для каждого из значений диаметра решаем первую задачу, т. е. находим  $p_{01}$  для адиабатного и изотермического течений или лишь для одного из них. Затем строим кривую зависимости  $p_{01}$  от  $d$  и по ней по заданному  $p_{01}$  находим необходимый диаметр и выбираем ближайший, больший стандартный диаметр.

Приближенная формула для расчета газопроводов в предположении изотермического течения может быть получена из уравнения

$$\lambda \frac{l}{d} = RT \left( \frac{1}{v_1^2} - \frac{1}{v^2} \right) - 2 \ln \frac{v}{v_1} \quad (8.5)$$

с использованием соотношения

$$\frac{G}{S} = v_1 \rho_1 g = v_2 \rho_2 g = v \rho g = \text{const} \quad (8.6)$$

и уравнений состояния и изотермы. Сначала решим уравнение (8.5) относительно  $v_1$ , затем выполним преобразования и выразим весовой расход газа:

$$G = \frac{\pi d^2}{4} \rho_1 g v_1 = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{(p_1^2 - p^2)}{\left( \lambda \frac{l}{d} + 2 \ln \frac{p_1}{p} \right) RT}}, \quad (8.7)$$

где  $T$  — постоянная температура в газопроводе.



Полученной формулой можно пользоваться в тех случаях, когда известно, что в конце газопровода число  $M = 0,845$ , а также когда задано давление в начальном сечении газопровода  $p_1$ . Если же последнее неизвестно, то при малых скоростях газа в начальном сечении можно приближенно принять  $p_1 = p_{01}$ , т. е. пренебречь падением давления от ресивера до начального сечения газопровода.

Задачу по определению начального давления  $p_1$  при заданных  $G$  и  $p$  с помощью формулы (8.7) можно решать лишь методом подбора. Но если приведенная длина  $\frac{\lambda l}{d}$  достаточно велика по сравнению с величиной  $2\ln(p_1/p)$ , то последней можно пренебречь, тогда из (8.7) получим

$$p_1^2 = p^2 + \frac{16}{\pi^2 d^4} \lambda \frac{l}{d} RTG^2.$$

Следует помнить, что здесь и выше  $R$  — газовая постоянная в системе единиц СИ,  $p$  — давление в Н/м<sup>2</sup>.

**Задача 8.4.** Определить удельную энергию воздуха при изотермическом и адиабатном процессах расширения, если начальное абсолютное давление воздуха  $p_1 = 0,4$  МН/м<sup>2</sup>, конечное абсолютное давление  $p_2 = 0,1$  МН/м<sup>2</sup>, начальная температура  $t_1 = 20$  °С.

**Решение.** Удельная энергия воздуха при изотермическом процессе [3, с. 265] составит

$$E_{\text{уд.из}} = 2,3 p_1 \frac{p_0}{p_1} \lg \frac{p_1}{p_2} = 2,3 \cdot 0,4 \cdot 10^6 \cdot 0,27 \lg \frac{0,4}{0,1} = 149\,000 \text{ Дж/м}^3.$$

Плотность воздуха при начальных условиях

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{p_1}{p_0} \frac{T_0}{T_1} = 1,29 \frac{0,4}{0,1} \frac{273}{273+20} = 4,8 \text{ кг/м}^3. \quad (8.8)$$

$$\text{Отношение плотностей } \frac{\rho_0}{\rho_1} = \frac{1,29}{4,8} = 0,27.$$

Удельная энергия воздуха при адиабатном процессе

$$E_{\text{уд.ад}} = \frac{k}{k-1} p_1 \frac{p_0}{p_1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] = \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 0,4 \cdot 10^6 \cdot 0,27 \left[ 1 - \left( \frac{0,1}{0,4} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} \right] = 123\,624 \text{ Дж/м}^3.$$

Конечная температура воздуха

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = (20+273) \cdot \left( \frac{0,1}{0,4} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 197 \text{ К} = -75 \text{ °С}.$$

Полученная температура ниже предельной ( $-40$  °С), что приведет к обмерзанию выхлопных окон. Следовательно, нужно работать с неполным расширением воздуха, т. е. доводить давление в конце расширения не до  $p_2 = 0,1$  МН/м<sup>2</sup>, а до  $p_2 = 0,45 p_1 = 0,45 \cdot 0,4 = 0,18$  МН/м<sup>2</sup>.

**Задача 8.5.** По данным предыдущего примера определить выходную мощность пневмодвигателя, крутящий момент и удельный расход воздуха, если  $Q_g = 0,2$  м<sup>3</sup>/с;  $n_g = 600$  мин<sup>-1</sup>;  $\eta_{\text{ад}} = 0,35$ .

**Решение.** Используя расчетные зависимости [3, с. 267], найдем

$$N_{g \text{ вых}} = E_{\text{уд.ад}} Q_g \eta_{\text{ад}} = 123\,000 \cdot 0,2 \cdot 0,35 = 8610 \text{ Вт} = 8,6 \text{ кВт};$$

$$M_g = \frac{30 N_{g \text{ вых}}}{\pi n_g} = \frac{30 \cdot 8610}{3,14 \cdot 600} = 137 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$Q_{\text{уд}} = \frac{Q_g}{N_{g \text{ вых}}} = \frac{0,2}{8,6} = 0,023 \frac{\text{м}^3/\text{с}}{\text{кВт}}.$$

**Задача 8.6.** Сравнить по данным предыдущих примеров удельную энергию пневмодвигателя, работающего без расширения воздуха, с удельной энергией пневмодвигателя с полным расширением воздуха при изотермическом и адиабатном процессах.

**Решение.** Удельная энергия пневмодвигателя без расширения воздуха определяется по формуле [3, с. 269]

$$E_{\text{уд}} = \frac{p_0}{\rho_1} (p_1 - p_2) = 0,27 (0,4 - 0,1) 10^6 = 81\,000 \text{ Дж/м}^3.$$

Найдем соотношение между удельными работами:

$$\frac{E_{\text{уд}}}{E_{\text{уд.из}}} = \frac{81\,000}{149\,000} = 0,54 \text{ и } \frac{E_{\text{уд}}}{E_{\text{уд.ад}}} = \frac{81\,000}{123\,000} = 0,66.$$

**Задача 8.7.** Определить расход воздуха шестеренного косозубого пневмодвигателя К0,25, если начальное абсолютное давление сжатого воздуха  $p_1 = 0,5$  МН/м<sup>2</sup>, конечное абсолютное давление при выхлопе  $p_2 = 0,12$  МН/м<sup>2</sup>, начальная и конечная температуры воздуха  $t_1 = t_2 = 20$  °С, скорость вращения ротора  $n_g = 3000$  мин<sup>-1</sup>, относи-



тельная величина вредного пространства  $m_0 = 0,15$ , коэффициент утечек  $\eta_y = 0,9$ .

Решение. Расход воздуха [3, с. 275] определяется по формуле

$$Q_g = q_g \frac{n_g}{60} \left[ k_n \frac{\rho_1}{\rho_0} + m_0 \left( \frac{\rho_1}{\rho_0} - \frac{\rho_2}{\rho_0} \right) \right] \frac{1}{\eta_y}, \quad (8.9)$$

где  $q_g$  — рабочий объем (цифра после буквы в обозначении марки пневмодвигателя),  $q_g = 0,25 \text{ дм}^3 = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ ;  $k_n$  — коэффициент наполнения шестеренных косозубых пневмодвигателей,  $k_n = 1$ ;  $\rho_1$  — начальная плотность воздуха по (8.8),

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{p_1 T_0}{p_0 T_1} = 1,29 \frac{0,5}{0,1} \frac{273}{273+20} = 6 \text{ кг/м}^3;$$

$\rho_2$  — конечная плотность воздуха,

$$\rho_2 = 1,29 \frac{0,12}{0,1} \frac{273}{273+20} = 1,44 \text{ кг/м}^3.$$

Тогда по (8.9)

$$Q_g = 0,25 \cdot 10^{-3} \frac{3000}{60} \left[ 1 \frac{6}{1,29} + 0,15 \left( \frac{6}{1,29} - \frac{1,45}{1,29} \right) \right] \frac{1}{0,9} = 0,072 \text{ м}^3/\text{с} = 4,3 \text{ м}^3/\text{мин}.$$

**Задача 8.8.** Определить диаметры пневмоцилиндра и трубопроводов, если нагрузка  $F = 12 \text{ кН}$ , ход  $0,6 \text{ м}$ , время рабочего хода  $t = 15 \text{ с}$ , эквивалентная длина трубопровода  $L_s = 85 \text{ м}$ , КПД цилиндра  $\eta = 0,8$ , температура  $T = 15^\circ\text{C}$ , давление воздуха в узле  $p_y = 0,56 \text{ МПа}$ . Как уменьшится мощность привода, если давление в узле уменьшится на 10 %?

Решение. Максимальная энергоотдача пневмопривода обеспечивается при нагрузке, равной 60 % нагрузки торможения, значит, уравнение сил можно записать в виде  $F = 0,6 p_y S \eta$  [4, с. 304], тогда рабочая площадь поршня составит

$$S = \frac{12000}{0,6 \cdot 0,56 \cdot 10^6 \cdot 0,8} = 0,0446 \text{ м}^2,$$

а диаметр цилиндра

$$d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,0446}{3,14}} = 0,24 \text{ м}.$$

Объем воздуха, необходимый для выполнения рабочего хода, найдем по формуле

$$V = Sh = 0,0446 \cdot 0,6 = 0,0268 \text{ м}^3.$$

С учетом времени рабочего хода массовый расход воздуха будет

$$Q_m = \frac{V\rho}{t} = \frac{0,0268 \cdot 0,531}{1,5} = 0,0095 \text{ кг/с},$$

где плотность воздуха в цилиндре определяется соотношением

$$\rho_{\text{ц}} = \frac{p_{\text{ц}} + p_{\text{атм}}}{gRT} = \frac{0,6 + 0,5 + 0,1}{9,8 \cdot 287 \cdot 288} 10^6 = 0,538 \text{ кг/м}^3.$$

Определим среднюю плотность воздуха в трубопроводе:

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{p_y + p_{\text{ц}} + 2p_a}{2gRT} = \frac{0,56 + 0,33 + 0,2}{2 \cdot 9,8 \cdot 287 \cdot 288} 10^6 = 0,673 \text{ кг/м}^3.$$

Потери давления рассчитываются согласно формуле [4, с. 300]

$$\Delta p = 0,017 \frac{L_s Q_m^2}{\rho d^{5,33}},$$

откуда диаметр воздухопровода

$$d = \sqrt[5,33]{\frac{0,017 L_s Q_m^2}{\rho_{\text{ср}} (p_y - p_{\text{ц}})}} = \sqrt[5,33]{\frac{0,017 \cdot 85 \cdot 0,0095^2}{0,673 (0,56 - 0,33) 10^6}} = 0,02 \text{ м}.$$

Если давление в узле падает на 10 %, перепад давления и средняя плотность составят:

$$\Delta p = ((0,9 \cdot 0,56) - 0,33) 10^6 = 0,173 \cdot 10^6;$$

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{(0,9 \cdot 0,56 + 0,33) + 0,2}{2 \cdot 9,8 \cdot 287 \cdot 288} \cdot 10^6 = 0,638 \text{ кг/м}^3,$$

откуда массовый расход определим следующим образом:

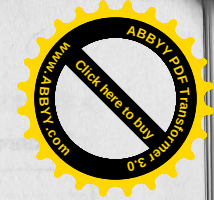
$$Q_m = \sqrt{\frac{d^{5,33} \rho_{\text{ср}} \Delta p}{0,017 L_s}} = \sqrt{\frac{0,02^{5,33} \cdot 0,638 \cdot 0,173 \cdot 10^6}{0,017 \cdot 85}} = 0,0082 \text{ кг/с}.$$



Поскольку нагрузка одинаковая, отношение мощностей будет равно отношению массовых расходов, а мощность привода при пониженном давлении составит

$$N_{\text{ж}} = N \frac{Q_{m1}}{Q_m} = N \frac{0,0082}{0,0095} = 0,863 N,$$

т. е. уменьшение мощности будет 13,7 %.



## Приложения

### ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Плотность, вязкость, коэффициенты объемного расширения и сжатия некоторых жидкостей

(при  $p_{\text{атм}} = 101\,325 \text{ Н/м}^2$  или  $B = 760 \text{ мм рт. ст.}$  и  $T = 293 \text{ К}$  или  $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ )

| Наименование жидкости | Плотность $\rho$ , $\text{кг/м}^3$ | Динамический коэффициент вязкости $\mu \cdot 10^3$ , $\text{Н} \cdot \text{с/м}^2$ | Кинематический коэффициент вязкости $\nu \cdot 10^6$ , $\text{м}^2/\text{с}$ | Коэффициент объемного расширения $\beta_t \cdot 10^3$ , $\text{град}^{-1}$ | Коэффициент объемного сжатия $\beta_p \cdot 10^3$ , $\text{м}^2/\text{МН}$ |
|-----------------------|------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| Вода                  | 998,2                              | 1,00                                                                               | 1,006                                                                        | 0,20                                                                       | 0,49                                                                       |
| Этиловый спирт        | 790                                | 1,20                                                                               | 1,52                                                                         | 1,10                                                                       | 0,78                                                                       |
| Ртуть                 | 13 546                             | 1,54                                                                               | 0,114                                                                        | 0,18                                                                       | 0,039                                                                      |
| Глицерин              | 1260                               | 1490                                                                               | 11 800                                                                       | 0,49                                                                       | 0,25                                                                       |
| Керосин               | 820                                | 2,05                                                                               | 2,5                                                                          | 0,96                                                                       | 0,77                                                                       |
| Воздух                | 1,2                                | 0,0179                                                                             | 14,9                                                                         | —                                                                          | —                                                                          |
| Метан                 | 0,668                              | 0,0111                                                                             | 16,6                                                                         | —                                                                          | —                                                                          |

Примечания: 1. Значения  $\rho$ ,  $\mu$  и  $\nu$  для воздуха и метана приведены при относительной влажности  $\phi = 0,5$ . 2. При выполнении технических расчетов можно принимать следующие значения плотности воды и ртути:  $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_{\text{рт}} = 13\,600 \text{ кг/м}^3$ .





# ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Техническая характеристика некоторых рабочих жидкостей гидроприводов

| Наименование<br>жидкости       | $\rho$ , кг/м <sup>3</sup><br>при<br>$t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ | Вязкость<br>при $t = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$<br>и атмосферном<br>давлении |                    | $t_{\text{заст}}\text{ }^{\circ}\text{C}$<br>(не<br>выше) | $t_{\text{вспл}}\text{ }^{\circ}\text{C}$<br>(не ниже) | Предел<br>рабочих<br>температур,<br>$^{\circ}\text{C}$ | ГОСТ    |
|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|---------|
|                                |                                                                       | сСт                                                                           | $^{\circ}\text{E}$ |                                                           |                                                        |                                                        |         |
| Масло индуст-<br>риальное «12» | 876...891                                                             | 10...14                                                                       | 1,86...2,26        | -30                                                       | 165                                                    | -30... +40                                             | 1707—51 |
| То же, «20»                    | 881...901                                                             | 17...23                                                                       | 2,60...3,31        | -20                                                       | 170                                                    | 0... +90                                               | 1707—51 |
| » «30»                         | 886...916                                                             | 27...33                                                                       | 3,81...4,59        | -15                                                       | 180                                                    | 10... +50                                              | 1707—51 |
| » «45»                         | 890...930                                                             | 38...52                                                                       | 5,24...7,07        | -10                                                       | 190                                                    | 10... +60                                              | 1707—51 |
| » «50»                         | 890...930                                                             | 42...58                                                                       | 5,76...7,86        | -20                                                       | 200                                                    | 10... +70                                              | 1707—51 |
| Масло турбин-<br>ное «22»      | 901                                                                   | 20...23                                                                       | 2,9...3,2          | -15                                                       | 180                                                    | 5... +50                                               | 32—53   |
| То же, «30»                    | 904                                                                   | 28...32                                                                       | 3,9...4,4          | -10                                                       | 180                                                    | 10... +50                                              | 32—53   |
| » «46»                         | 920                                                                   | 44...48                                                                       | 6,0...6,5          | -10                                                       | 195                                                    | 10... +50                                              | 32—53   |
| Масло вере-<br>тенное АУ       | 880...896                                                             | 12...14                                                                       | 2,05...2,26        | -45                                                       | 163                                                    | -40... +60                                             | 1642—50 |
| Масло транс-<br>форматорное    | 896                                                                   | 9,6                                                                           | 1,8                | -45                                                       | 135                                                    | -30... +90                                             | 982—56  |
| АМГ-10                         | 850                                                                   | 10                                                                            | 1,84               | -70                                                       | 92                                                     | -50... +60                                             | 6974—62 |

# ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Соотношения между единицами измерения:

а) давления

| Единицы                     | Н/м <sup>2</sup>  | кгс/см <sup>2</sup><br>(атм) | кгс/м <sup>2</sup> | мм вод. ст.       | м вод. ст.          | мм рт. ст.            | бар                   |
|-----------------------------|-------------------|------------------------------|--------------------|-------------------|---------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 Н/м <sup>2</sup>          | 1                 | $10,2 \cdot 10^{-6}$         | 0,102              | 0,102             | $102 \cdot 10^{-7}$ | $7,50 \cdot 10^{-3}$  | $10^{-5}$             |
| 1 кгс/см <sup>2</sup> (атм) | $98,1 \cdot 10^3$ | 1                            | $10^4$             | $10^4$            | $10^2$              | 735,6                 | 0,981                 |
| 1 кгс/м <sup>2</sup>        | 9,81              | $10^{-4}$                    | 1                  | 1                 | 10                  | $7,356 \cdot 10^{-2}$ | $10^{-5}$             |
| 1 мм вод. ст.               | $98,1 \cdot 10^3$ | 0,1                          | $10^3$             | 1                 | $10^{-3}$           | $73,56 \cdot 10^{-3}$ | $98,1 \cdot 10^{-3}$  |
| 1 м вод. ст.                | 133,3             | $1,36 \cdot 10^{-3}$         | 13,6               | 13,6              | $10^3$              | 73,56                 | $1,333 \cdot 10^{-3}$ |
| 1 бар                       | $10^5$            | 1,02                         | $10,2 \cdot 10^3$  | $10,2 \cdot 10^3$ | 10,2                | 750                   | 1                     |

б) кинематической вязкости:  $1 \text{ м}^2/\text{с} = 10^4 \text{ см}^2/\text{с} (\text{Ст}) = 10^6 \text{ мм}^2/\text{с} (\text{сСт})$ ;

в) динамической вязкости:  $1 \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2 = 0,102 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{м}^2 = 10 \text{ дин} \cdot \text{с}/\text{см}^2 (\text{П})$ ;  $1 \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{м}^2 = 9,81 \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2 = 98,1 \text{ дин} \cdot \text{с}/\text{см}^2 (\text{П})$ ;  $1 \text{ дин} \cdot \text{с}/\text{см}^2 (\text{П}) = 0,1 \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2 = 10,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{с}/\text{м}^2$ .

# ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Обобщенные параметры для расчета трубопроводов  
(при квадратичном законе сопротивления)

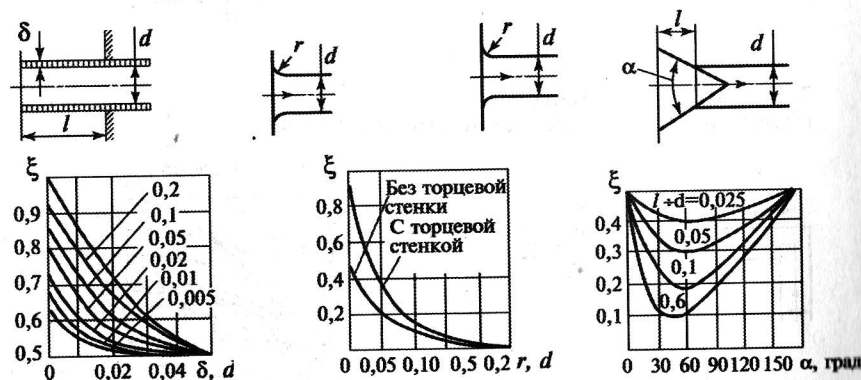
| Внутренний диаметр<br>труб $d$ , мм | Абсолютная шероховатость труб   |                                           |                                 |                                           |                                 |                                           | $A_m$ , $\text{с}^2/\text{м}^6$ |
|-------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------------|
|                                     | $\Delta = 0,2 \text{ мм}$       |                                           | $\Delta = 0,5 \text{ мм}$       |                                           | $\Delta = 1,0 \text{ мм}$       |                                           |                                 |
|                                     | $K^2$ , $\text{м}^6/\text{с}^2$ | $A_{\text{дл}}$ , $\text{с}^2/\text{м}^6$ | $K^2$ , $\text{м}^6/\text{с}^2$ | $A_{\text{дл}}$ , $\text{с}^2/\text{м}^6$ | $K^2$ , $\text{м}^6/\text{с}^2$ | $A_{\text{дл}}$ , $\text{с}^2/\text{м}^6$ |                                 |
| 50                                  | 0,000132                        | 7570                                      | 0,000100                        | 10 000                                    | 0,0000776                       | 13 900                                    | 13 200                          |
| 75                                  | 0,00113                         | 886                                       | 0,000863                        | 1160                                      | 0,000686                        | 1460                                      | 2610                            |
| 100                                 | 0,00516                         | 194                                       | 0,00397                         | 252                                       | 0,00319                         | 313                                       | 826                             |
| 125                                 | 0,0160                          | 62,6                                      | 0,0125                          | 80,0                                      | 0,0105                          | 95,2                                      | 338                             |
| 150                                 | 0,0434                          | 23,1                                      | 0,0341                          | 29,3                                      | 0,0276                          | 36,2                                      | 163                             |
| 200                                 | 0,197                           | 5,08                                      | 0,155                           | 6,45                                      | 0,128                           | 7,81                                      | 51,5                            |
| 250                                 | 0,634                           | 1,58                                      | 0,504                           | 1,98                                      | 0,416                           | 2,40                                      | 21,1                            |
| 300                                 | 1,65                            | 0,607                                     | 1,41                            | 0,709                                     | 1,09                            | 0,917                                     | 10,2                            |
| 400                                 | 7,41                            | 0,135                                     | 5,98                            | 0,167                                     | 4,97                            | 0,201                                     | 3,23                            |
| 500                                 | 23,7                            | 0,0422                                    | 19,3                            | 0,0518                                    | 16,1                            | 0,0620                                    | 1,32                            |

Примечание.  $K$  — расходная характеристика трубопровода;  $A_{\text{дл}}$  — удельное сопротивление по длине;  $A_m$  — удельное местное сопротивление.

# ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Значения коэффициентов местных сопротивлений  
(при квадратичном законе сопротивлений)

1. Вход в трубу



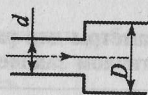
2. Выход из трубы (в резервуар больших размеров или в атмосферу)

$\xi = 1,0$



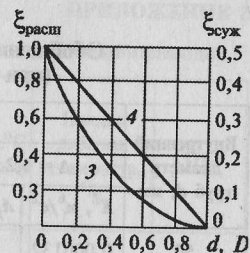
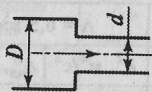
### 3. Внезапное расширение

$$\xi = \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right]^2$$



### 4. Внезапное сужение

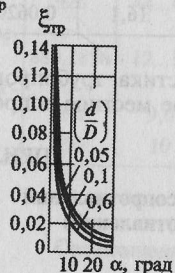
$$\xi = 0,5 \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right]$$



### 5. Плавное расширение



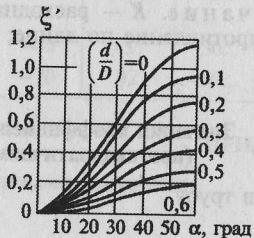
$$\xi = \xi' + \xi_{тр}$$



### 6. Плавное сужение



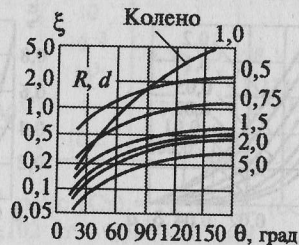
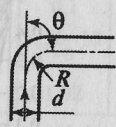
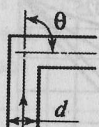
$$\xi = \xi' \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right] \xi_{тр}$$



### 7. Колено

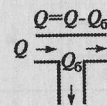
### 8. Отвод

(При относительной шероховатости труб > 0,0005)

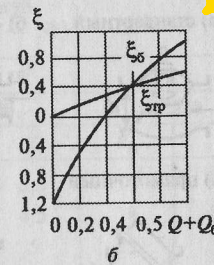
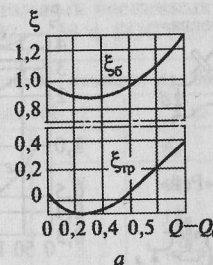
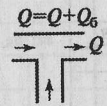


### 9.

#### а) Разделение потока



#### б) Слияние потоков

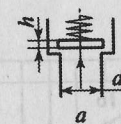
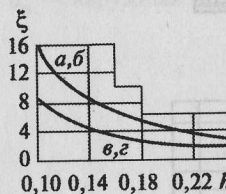


$$H_{пот\ б} = \xi_б \frac{v^2}{2g}; H_{пот\ тр} = \xi_{тр} \frac{v^2}{2g},$$

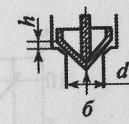
$$\text{где } v = \frac{4Q}{\pi d^2}.$$

Индекс «б» относится: к потоку в боковом отверстии, индекс «тр» — к транзитному потоку

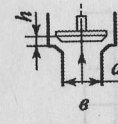
### 10. Клапаны



а) Тарельчатый



б) Конусный с конусообразной опорной поверхностью

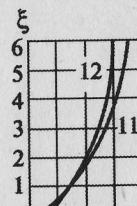
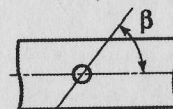


в) Конусный с плоской нижней опорной поверхностью



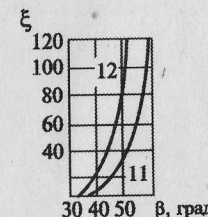
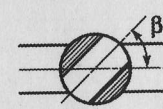
г) Шаровой с шаровой опорной поверхностью

### 11. Клапан дроссельный



0 10 20 30 β, град

### 12. Кран пробочный



30 40 50 β, град



Размеры стальных бесшовных труб  
(по ГОСТ 8732 – 58 и ГОСТ 8734 – 58)

| $d_y$ | Условное давление $p$ , Па · 10 <sup>5</sup> |          |        |          |        |          |        |          |
|-------|----------------------------------------------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|----------|
|       | до 64                                        |          | до 100 |          | до 200 |          | до 320 |          |
|       | $d_n$                                        | $\delta$ | $d_n$  | $\delta$ | $d_n$  | $\delta$ | $d_n$  | $\delta$ |
| 6     | 8                                            | 1        | 10     | 2        | 14     | 3,5      | 14     | 3,5      |
| 8     | 10                                           | 1        | 14     | 3        | 18     | 4,5      | 18     | 4,5      |
| 10    | 12                                           | 1        | 18     | 3        | 22     | 5        | 22     | 5        |
| 13    | 14                                           | 1        | 20     | 3,5      | 25     | 5        | 25     | 5        |
| 15    | 18                                           | 1,4      | 22     | 3,5      | 28     | 6        | 28     | 6        |
| 20    | 22                                           | 1,4      | 28     | 3,5      | 34     | 6        | 34     | 6        |
| 25    | 28                                           | 2        | 34     | 4        | 42     | 7        | 42     | 8        |
| 32    | 38                                           | 2,5      | 42     | 4        | 50     | 7        | 50     | 8        |
| 40    | 45                                           | 3        | 50     | 4        | 60     | 8        | 60     | 10       |
| 50    | 57                                           | 3,5      | 60     | 5        | 76     | 10       | 76     | 12       |

Примечания: 1. Для  $d_y$  до 25 мм применяются трубы по ГОСТ 8734 – 58; свыше – по ГОСТ 8732 – 58. 2. Размеры в мм:  $d_y$  – условный проход;  $d_n$  – наружный диаметр трубы;  $\delta$  – толщина стенки.



## 13. Вентили:

а) стандартный



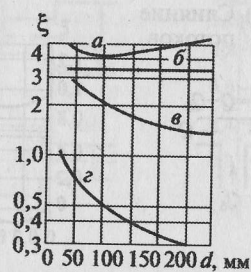
б) «Косва»



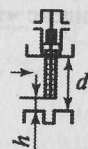
в) прямооточный



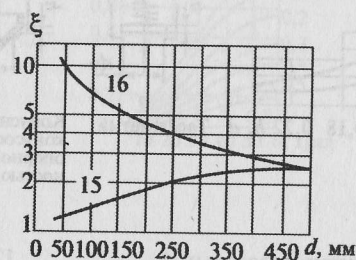
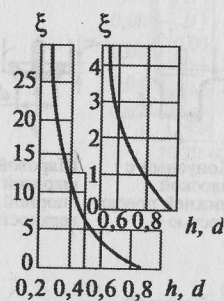
г) «Рей»



## 14. Задвижка Лудло



## 15. Обратный клапан

16. Приемное устройство  
(сетка с обратным клапаном)



## ПРИЛОЖЕНИЕ 7

## Параметрический ряд и ряд типоразмеров насосов гидропривода технологических машин

| Главный параметр — наибольший рабочий объем, л/об | Подача насоса, л/мин, при номинальной скорости вращения, об/мин |      |      |      | Давление нагнетания насоса (без подпора на входе), Па · 10 <sup>5</sup> |         |           |         |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|------|------|------|-------------------------------------------------------------------------|---------|-----------|---------|
|                                                   |                                                                 |      |      |      | Серия 100                                                               |         | Серия 250 |         |
|                                                   | 750                                                             | 1000 | 1500 | 3000 | рабочее                                                                 | пиковое | рабочее   | пиковое |
| 0,0025                                            | —                                                               | —    | 3,35 | 6,7  | —                                                                       | —       | —         | 400     |
| 0,004                                             | —                                                               | —    | 5,3  | 10,6 | 100                                                                     | —       | 160       | 400     |
| 0,0063                                            | —                                                               | —    | 8,5  | 17   | 100                                                                     | 160     | 160       | 400     |
| 0,010                                             | —                                                               | —    | 13,2 | 26,5 | 100                                                                     | 160     | 160       | 400     |
| 0,016                                             | —                                                               | —    | 21,2 | 42,5 | 100                                                                     | 160     | 160       | 400     |
| 0,025                                             | —                                                               | —    | 33,5 | 67   | 100                                                                     | 160     | 160       | 400     |
| 0,040                                             | —                                                               | —    | 53   | 106  | 100                                                                     | 160     | 160       | 400     |
| 0,063                                             | —                                                               | —    | 85   | 170  | 100                                                                     | 160     | 160       | 400     |
| 0,100                                             | —                                                               | —    | 132  | 265  | 100                                                                     | 160     | 160       | 400     |
| 0,16                                              | —                                                               | —    | 212  | —    | 100                                                                     | 160     | 160       | 400     |
| 0,25                                              | —                                                               | 224  | 335  | —    | 100                                                                     | 160     | 160       | 400     |
| 0,40                                              | —                                                               | 355  | —    | —    | 100                                                                     | 160     | 160       | 400     |
| 0,63                                              | —                                                               | 560  | —    | —    | 100                                                                     | 160     | 160       | 400     |
| 1,0                                               | —                                                               | 900  | —    | —    | 100                                                                     | 160     | 160       | —       |
| 1,6                                               | 1060                                                            | —    | —    | —    | 100                                                                     | 160     | —         | —       |
| 2,5                                               | 1700                                                            | —    | —    | —    | 100                                                                     | 160     | —         | —       |
| 4,0                                               | 2650                                                            | —    | —    | —    | 100                                                                     | 160     | —         | —       |
| 6,3                                               | 4250                                                            | —    | —    | —    | 100                                                                     | 160     | —         | —       |

## ПРИЛОЖЕНИЕ 8

## Параметрический ряд и ряд типоразмеров гидромоторов привода технологических машин

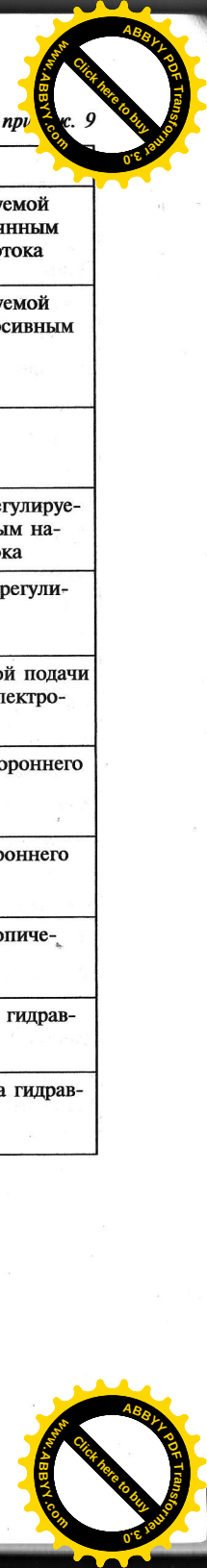
| Главный параметр — рабочий объем, л/об | Момент крутящий, Н · м, на валу при перепадах давлений, Па · 10 <sup>5</sup> , не менее |         |           |         | Рекомендуемый верхний предел скорости вращения выходного вала, мин <sup>-1</sup> |         |                  |                     |
|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------|---------|----------------------------------------------------------------------------------|---------|------------------|---------------------|
|                                        | Серия 100                                                                               |         | Серия 160 |         | Серия 250                                                                        |         | Тип гидромоторов |                     |
|                                        | рабочий                                                                                 | пиковый | рабочий   | пиковый | рабочий                                                                          | пиковый | пластинчатый     | радиально-поршневой |
| 0,063                                  | —                                                                                       | —       | —         | —       | 23,6                                                                             | 37,5    | —                | 300                 |
| 0,10                                   | —                                                                                       | —       | 23,6      | 37,5    | 37,5                                                                             | 60      | —                | 300                 |
| 0,16                                   | 23,6                                                                                    | 37,5    | 37,5      | 60      | 60                                                                               | 95      | 250              | 300                 |
| 0,25                                   | 37,5                                                                                    | 60      | 60        | 95      | 95                                                                               | 150     | 250              | 250                 |
| 0,40                                   | 60                                                                                      | 95      | 95        | 150     | 150                                                                              | 236     | 250              | 250                 |
| 0,63                                   | 95                                                                                      | 150     | 150       | 236     | 236                                                                              | 375     | 200              | 20                  |
| 1,0                                    | 150                                                                                     | 236     | 236       | 375     | 375                                                                              | 600     | 200              | 20                  |
| 1,6                                    | 236                                                                                     | 375     | 375       | 600     | 600                                                                              | 950     | 100              | 150                 |
| 2,5                                    | 375                                                                                     | 600     | 600       | 950     | 950                                                                              | 1500    | 100              | 150                 |
| 4,0                                    | 600                                                                                     | 950     | 950       | 1500    | 1500                                                                             | 2360    | 100              | 100                 |
| 6,3                                    | 950                                                                                     | 1500    | 1500      | 2360    | 2360                                                                             | 3750    | 50               | 100                 |
| 10                                     | 1500                                                                                    | 2360    | 2360      | 3750    | 3750                                                                             | 6000    | 50               | 50                  |
| 16                                     | 2360                                                                                    | 3750    | 3750      | 6000    | 6000                                                                             | 9500    | 25               | 50                  |
| 25                                     | 3750                                                                                    | 6000    | 6000      | 9500    | —                                                                                | —       | 25               | 25                  |
| 40                                     | 6000                                                                                    | 9500    | —         | —       | —                                                                                | —       | 25               | 25                  |



Условные обозначения на гидро- и пневмосхемах

| Схема | Тип                               | Схема | Тип                                                        |
|-------|-----------------------------------|-------|------------------------------------------------------------|
|       | Линия всасывания, напора, слива   |       | Влаго- или маслоотделитель с ручным спуском конденсата     |
|       | Линия управления                  |       | Фильтр-влагоотделитель с ручным спуском конденсата         |
|       | Дренажная линия                   |       | Сепаратор (водоотделитель)                                 |
|       | Соединение линий                  |       | Маслораспылитель                                           |
|       | Несоединяющиеся линии             |       | Охладитель жидкости или воздуха                            |
|       | Трубопровод гибкий                |       | Нагреватель жидкости или воздуха                           |
|       | Направление потока жидкости       |       | Глушитель шума                                             |
|       | Направление потока воздуха (газа) |       | Заборник воздуха из атмосферы                              |
|       | Удаление воздуха из гидросети     |       | Запорное устройство                                        |
|       | Механическая связь                |       | Клапан обратный                                            |
|       | Фильтр для жидкости или воздуха   |       | Клапан предохранительный                                   |
|       | Клапан редукционный               |       | Бак закрытый с внутренним давлением выше атмосферного      |
|       | Дроссель нерегулируемый           |       | Аккумулятор гидравлический или пневматический (ресивер)    |
|       | Дроссель регулируемый             |       | Манометр                                                   |
|       | Золотник напорный                 |       | Насос постоянной подачи и с постоянным направлением потока |

| Схема | Тип                                                                                                  | Схема | Тип                                                           |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---------------------------------------------------------------|
|       | Распределитель четырехлинейный двухпозиционный с ручным управлением                                  |       | Насос с регулируемой подачей и постоянным направлением потока |
|       | Распределитель четырехлинейный двухпозиционный с управлением от электромагнита и пружинным возвратом |       | Насос с регулируемой подачей и реверсивным потоком            |
|       | Гидрозамок двусторонний                                                                              |       | Компрессор                                                    |
|       | Бак открытый                                                                                         |       | Гидромотор нерегулируемый с постоянным направлением потока    |
|       | Бак закрытый под атмосферным давлением                                                               |       | Гидромотор с регулируемым потоком                             |
|       | Пневмомотор нерегулируемый с постоянным направлением потока                                          |       | Насос постоянной подачи с приводом от электромотора           |
|       | Пневмомотор нерегулируемый с реверсивным потоком                                                     |       | Цилиндр одностороннего действия                               |
|       | Насос шестеренный                                                                                    |       | Цилиндр двустороннего действия                                |
|       | Насос пластинчатый                                                                                   |       | Цилиндр телескопический                                       |
|       | Насос радиальный роторно-поршневой                                                                   |       | Делитель потока гидравлический                                |
|       | Насос аксиальный роторно-поршневой                                                                   |       | Сумматор потока гидравлический                                |





# ПРИЛОЖЕНИЕ 10

## Величины, применяемые в гидравлике

| Наименование                    | Обозначение     | Определяющее уравнение                  | Единицы измерения    |
|---------------------------------|-----------------|-----------------------------------------|----------------------|
| Длина                           | $L$             | —                                       | м                    |
| Масса                           | $M$             | —                                       | кг                   |
| Время                           | $T$             | —                                       | с                    |
| Площадь                         | $L^2$           | $s = a^2$                               | $m^2$                |
| Объем                           | $L^3$           | $V = a^3$                               | $m^3$                |
| Скорость                        | $LT^{-1}$       | $v = s/t$                               | м/с                  |
| Ускорение                       | $LT^{-2}$       | $a = \Delta v / \Delta t$               | м/с <sup>2</sup>     |
| Частота периодического процесса | $T^{-1}$        | $w = 1/T$                               | Гц                   |
| Частота вращения                | $T^{-1}$        | $n = 1/T$                               | с <sup>-1</sup>      |
| Угловая скорость                | $T^{-1}$        | $w = \varphi/t$                         | рад/с                |
| Угловое ускорение               | $T^{-2}$        | $\varepsilon = \Delta w / \Delta t$     | р · д/с <sup>2</sup> |
| Сила, вес                       | $LMT^{-2}$      | $F = ma$                                | Н                    |
| Плотность                       | $L^{-3}M$       | $\rho = m/V$                            | кг/м <sup>3</sup>    |
| Удельный объем                  | $L^3M^{-1}$     | $v = V/mv$                              | м <sup>3</sup> /кг   |
| Давление                        | $L^{-1}MT^{-2}$ | $p = F/S$                               | Па                   |
| Импульс (количество движения)   | $LMT^{-1}$      | $p = m$                                 | кг · м/с             |
| Работа, энергия                 | $L^2MT^{-2}$    | $A = FS$                                | Дж                   |
| Мощность                        | $L^2MT^{-2}$    | $N = A/t$                               | Вт                   |
| Момент инерции                  | $L^2M$          | $J = Mr^2$                              | кг · м <sup>2</sup>  |
| Жесткость                       | $MT^{-2}$       | $k = F/\Delta l$                        | Н/м                  |
| Модуль упругости                | $L^{-1}MT^{-2}$ | $E = \sigma/\varepsilon$                | Па                   |
| Динамическая вязкость           | $L^{-1}MT^{-1}$ | $\eta = \frac{F}{dv/dl \cdot \Delta S}$ | Па · с               |
| Кинематическая вязкость         | $L^2T^{-2}$     | $\nu = \eta/\rho$                       | м <sup>2</sup> /с    |
| Объемный расход                 | $L^3T^{-1}$     | $Q = V/t$                               | м <sup>3</sup> /с    |
| Массовый расход                 | $MT^{-1}$       | $Q_m = \Delta m / \Delta t$             | кг/с                 |

## Кратные единицы СИ, рекомендованные к применению

| Наименование                | Единица           | Кратные и дольные единицы от единиц СИ  |
|-----------------------------|-------------------|-----------------------------------------|
| Длина                       | м                 | км, мм, мкм                             |
| Масса                       | кг                | Мг, мг, г, мкг                          |
| Время                       | с                 | кс, мс, мкс                             |
| Площадь                     | м <sup>2</sup>    | мм <sup>2</sup>                         |
| Объем                       | м <sup>3</sup>    | мм <sup>3</sup>                         |
| Частота                     | Гц                | МГц, кГц                                |
| Плотность                   | кг/м <sup>3</sup> | Мг/м <sup>3</sup>                       |
| Сила, вес                   | Н                 | МН, кН, мН, мкН                         |
| Давление                    | Па                | МПа, кПа, мПа                           |
| Динамическая вязкость       | Па · с            | МПа · а                                 |
| Кинематическая вязкость     | м <sup>2</sup> /с | мм <sup>2</sup> /с                      |
| Работа и энергия            | Дж                | МДж, кДж, мДж                           |
| Мощность                    | Вт                | МВт, кВт, мВт                           |
| Теплота                     | Дж                | МДж, кДж, мДж                           |
| Тепловой поток              | Вт                | кВт                                     |
| Теплоемкость                | Дж/К              | кДж/К                                   |
| Удельная теплоемкость       | Дж/(кг · К)       | кДж/(кг · К)                            |
| Плотность теплового потока  | Вт/м <sup>2</sup> | МВт/м <sup>2</sup> , кВт/м <sup>2</sup> |
| Удельное количество теплоты | Дж/кг             | МДж/кг, кДж/кг                          |

к — кило (10<sup>3</sup>), м — милли (10<sup>-3</sup>), мк — микро (10<sup>-6</sup>), М — мега (10<sup>6</sup>)

## ПРИЛОЖЕНИЕ 12

### Русская транслитерация греческого алфавита

|   |   |         |   |   |         |
|---|---|---------|---|---|---------|
| А | α | Альфа   | Ν | ν | Ни      |
| В | β | Бета    | Ξ | ξ | Кси     |
| Г | γ | Гамма   | Ο | ο | Омикрон |
| Δ | δ | Дельта  | Π | π | Пи      |
| Ε | ε | Эпсилон | Ρ | ρ | Ро      |
| Ζ | ζ | Дзета   | Σ | σ | Сигма   |
| Η | η | Эта     | Τ | τ | Тау     |
| Θ | θ | Тэта    | Υ | υ | Ипсилон |
| Ι | ι | Иота    | Φ | φ | Фи      |
| Κ | κ | Каппа   | Χ | χ | Хи      |
| Λ | λ | Ламбда  | Ψ | ψ | Пси     |
| Μ | μ | Ми      | Ω | ω | Омега   |



# ПРИЛОЖЕНИЕ 13

## Плотности некоторых жидкостей

| Жидкость              | Плотность, кг/м <sup>3</sup> | t, °C |
|-----------------------|------------------------------|-------|
| Дистиллированная вода | 1000                         | 4     |
| Ртуть                 | 13 600                       | 0     |
| Атмосферный воздух    | 1,29                         | 0     |
| Минеральные масла     | 840...930                    | —     |
| Этиловый спирт        | 810                          | 20    |
| Глицерин              | 1260                         | 20    |

# ПРИЛОЖЕНИЕ 14

## Соотношения Международной системы с внесистемными единицами

| Единицы силы                                     |                                                             |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| 1 Н = 0,102 кг · с                               | 1 кг · с = 9,81 Н                                           |
| 1 Н = 10 <sup>5</sup> дин                        | 1 дин = 10 <sup>-5</sup> Н                                  |
| 1 Н = 1,02 · 10 <sup>-4</sup> тс                 | 1 тс = 19 810 Н                                             |
| Единицы давления                                 |                                                             |
| 1 Па = 0,102 кг · с/м <sup>2</sup>               | 1 кг · с/м <sup>2</sup> = 9,81 Па                           |
| 1 Па = 10 дин/см <sup>2</sup>                    | 1 дин/см <sup>2</sup> = 0,1 Па                              |
| 1 Па = 1,02 · 10 <sup>-5</sup> атм               | 1 атм = 1 кг · с/м <sup>2</sup> = 9,81 · 10 <sup>3</sup> Па |
| 1 Па = 1,02 · 10 <sup>-4</sup> тс/м <sup>2</sup> | 1 тс/м <sup>2</sup> = 9,81 · 10 <sup>3</sup> Па             |
| 1 Па = 10 <sup>-5</sup> бар                      | 1 бар = 10 <sup>5</sup> Па                                  |
| Единицы работы, энергии, количества теплоты      |                                                             |
| 1 Дж = 0,102 кг · с · м                          | 1 кг · с · м = 9,81 Дж                                      |
| 1 Дж = 10 <sup>7</sup> эрг                       | 1 эрг = 10 <sup>-7</sup> Дж                                 |
| 1 Дж = 0,239 кал                                 | 1 кал = 4,19 Дж                                             |
| 1 Дж = 2,78 · 10 <sup>-4</sup> Вт · ч            | 1 Вт · ч = 3,6 · 10 <sup>3</sup> Дж                         |
| 1 Дж = 3,78 · 10 <sup>-7</sup> эрг/с             | 1 л · с · ч = 2,65 · 10 <sup>6</sup> Дж                     |
| Единицы мощности                                 |                                                             |
| 1 Вт = 0,102 кг · с · м/с                        | 1 кг · с · м/с = 9,81 Вт                                    |
| 1 Вт = 0,36 · 10 <sup>-3</sup> л.с               | 1 л.с = 736 Вт                                              |
| 1 Вт = 0,862 ккал/ч                              | 1 ккал/ч = 1,16 Вт                                          |
| 1 Вт = 10 <sup>7</sup> эрг/с                     | 1 эрг/с = 10 <sup>-7</sup> Вт                               |
| Единицы вязкости                                 |                                                             |
| 1 Па · с = 10 П                                  | 1 П = 0,1 Па · с                                            |
| 1 Па · с = 0,102 кг · с · с/м <sup>2</sup>       | 1 кг · с · с/м <sup>2</sup> = 9,81 Па · с                   |
| 1 м <sup>2</sup> /с = 10 <sup>-4</sup> Ст        | 1 Ст = 10 <sup>-4</sup> м <sup>2</sup> /с                   |

# ПРИЛОЖЕНИЕ 15

Значения  $\lambda$ , вычисленные по формуле А.Д. Альтшуля  
 $\lambda = 0,11(k_s/d + 68/Re)^{0,25}$

| d/k <sub>s</sub> | Re      | λ      | d/k <sub>s</sub> | Re        | λ      |
|------------------|---------|--------|------------------|-----------|--------|
| 100              | 5000    | 0,0433 | 500              | 5000      | 0,0375 |
|                  | 10 000  | 0,0398 |                  | 50 000    | 0,0266 |
|                  | 25 000  | 0,037  |                  | 200 000   | 0,0244 |
| 120              | 5000    | 0,044  | 700              | 8000      | 0,0348 |
|                  | 6000    | 0,0413 |                  | 70 000    | 0,0244 |
|                  | 10 000  | 0,0386 |                  | 200 000   | 0,0226 |
|                  | 25 000  | 0,0358 |                  |           |        |
| 140              | 4000    | 0,0435 | 1000             | 12 000    | 0,0314 |
|                  | 10 000  | 0,038  |                  | 30 000    | 0,0264 |
|                  | 40 000  | 0,0339 |                  | 70 000    | 0,0232 |
|                  |         |        |                  | 400 000   | 0,0204 |
| 160              | 5000    | 0,0413 | 2000             | 25 000    | 0,0262 |
|                  | 10 000  | 0,0372 |                  | 200 000   | 0,0188 |
|                  | 50 000  | 0,0327 |                  | 900 000   | 0,0171 |
| 200              | 4000    | 0,0424 | 3000             | 33 000    | 0,0244 |
|                  | 20 000  | 0,0334 |                  | 200 000   | 0,0173 |
|                  | 50 000  | 0,0312 |                  | 300 000   | 0,017  |
|                  |         |        |                  | 1 000 000 | 0,0156 |
| 300              | 4000    | 0,0415 | 5000             | 66 000    | 0,0206 |
|                  | 10 000  | 0,0349 |                  | 500 000   | 0,015  |
|                  | 100 000 | 0,0278 |                  | 2 000 000 | 0,0137 |
| 400              | 5000    | 0,0392 | 10 000           | 100 000   | 0,0184 |
|                  | 10 000  | 0,0342 |                  | 1 000 000 | 0,0126 |
|                  | 40 000  | 0,028  |                  | 3 000 000 | 0,0116 |
|                  | 150 000 | 0,0258 |                  |           |        |

# ПРИЛОЖЕНИЕ 16

Значения  $\lambda$ , вычисленные по формуле Б.Л. Шифринсона,  $\lambda = 0,11 (k_s/d)^{0,25}$

| k <sub>s</sub> /d | 0,025  | 0,010  | 0,005  | 0,0025 | 0,00125 | 0,00084 | 0,00063 | 0,0005 | 0,00033 | 0,00025 |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|--------|---------|---------|
| λ                 | 0,0437 | 0,0350 | 0,0294 | 0,0247 | 0,0208  | 0,0188  | 0,0165  | 0,0165 | 0,0150  | 0,0139  |





## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Альтишль А.Д. и др.* Примеры расчетов по гидравлике. — М.: Стройиздат, 1977.
2. *Баишта Т.М.* Объемные насосы и гидравлические двигатели гидросистем. — М.: Машиностроение, 1974.
3. *Гейер В.Г. и др.* Гидравлика и гидропривод. — М.: Недра, 1970.
4. *Коваль П.В.* Гидравлика и гидропривод горных машин. — М.: Машиностроение, 1979.
5. *Метревели В.Н.* Сборник задач с решениями по гидравлике. — Пятигорск: Изд-во ПГТУ, 2000.
6. *Некрасов Б.Б.* Гидравлика и ее применение на летательных аппаратах. — М.: «Машиностроение», 1967.
7. *Эрнст В.* Гидропривод и его промышленное применение. — М.: «Машиностроение», 1963.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                                              |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Предисловие . . . . .                                                                                        | 3   |
| Глава 1. Плотность жидкостей. Сжимаемость и температурное расширение жидкостей. Вязкость жидкостей . . . . . | 5   |
| Глава 2. Основное уравнение гидростатики . . . . .                                                           | 17  |
| Глава 3. Сила давления жидкости на стенку (плоскую и криволинейную) . . . . .                                | 35  |
| Глава 4. Плавание тела. Закон Архимеда. . . . .                                                              | 63  |
| Глава 5. Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли . . . . .                                               | 72  |
| Глава 6. Режим течения жидкости в трубах. Гидравлические потери . . . . .                                    | 100 |
| Глава 7. Гидромашины и гидропривод технологических машин . . . . .                                           | 143 |
| Глава 8. Расчет газопроводов и пневмодвигателей . . . . .                                                    | 165 |
| Приложения . . . . .                                                                                         | 175 |
| Список литературы . . . . .                                                                                  | 190 |





Учебное издание

**Метревели Виктор Николаевич**

**СБОРНИК ЗАДАЧ  
ПО КУРСУ ГИДРАВЛИКИ  
С РЕШЕНИЯМИ**

Редактор *О.А. Кузнецова*

Внешнее оформление *Н.В. Бабин*

Технический редактор *М.М. Яровицкая*

Компьютерная верстка *Ю.А. Кунашова*

Корректоры *В.В. Кожуткина, Г.Н. Петрова*

Изд. № РЕНТ-380. Подп. в печать 21.04.08.

Формат 60×88<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бум. газетная. Гарнитура «Ньютон». Печать офсетная.  
Объем 11,76 усл. печ. л. 12,26 усл. кр.-отт. Тираж 3000 экз. Зак. № 12096

ОАО «Издательство «Высшая школа»,  
127994, Москва, Неглинная ул., д. 29/14, стр. 1.

Тел.: (495) 694-04-56

<http://www.vshkola.ru>. E-mail: [info\\_vshkola@mail.ru](mailto:info_vshkola@mail.ru)

Отдел реализации: (495) 694-07-69, 694-31-47, факс: (495) 694-34-86.

E-mail: [sales-vshkola@mail.ru](mailto:sales-vshkola@mail.ru)

Отпечатано в ОАО «Издательско-полиграфический комплекс «Южный Урал».  
460000, г. Оренбург, пер. Свободина, 4.

