ЗАДАЧНИК

по гидравлике

www.techgidravlika.ru

Version 2.0

Введение

Данный Задачник представляет собой сборник примеров решения разнообразных гидравлических задач, которые были собраны из ряда учебников, задачников и справочников.

Задачник охватывает следующие разделы гидравлики:

1. Единицы измерения.
2. Физические свойства жидкостей.
3. Гидростатика.
4. Основные понятия и уравнения гидродинамики.
5. Режимы течения жидкости. Число Рейнольдса.
6. Истечение жидкости из отверстий и насадок.
7. Движение жидкости в трубопроводах.
8. Насосы и насосные установки.
9. Относительный покой жидкости.

1. ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ

Прежде чем приступить к рассмотрению примеров и задачи необходимо разобраться с некоторыми важными вопросами.

Первое, что необходимо понять – это, в каких системах измерения представлены задачи и проведены расчеты. Для измерения различных механических величин в настоящее время применяются несколько систем единиц. В гидравлике, как правило, наиболее употребительны две из них: техническая МКГСС (метр-килограмм-сила-секунда) и международная система СИ.

В системе МКГСС за основные приняты единицы: длины – метр (*м*), силы – килограмм-сила (*кгс*), времени – секунда *(сек)*. 1 *кгс* представляет собой силу, сообщающую 1 килограмму массы *(кг)* ускорение, равное ускорению свободного падения g = 9,81 $м/сек^2$. Иногда в задачах вы можете встретить *кГ*, что означает тоже килограмм-сила, т.е., например, давление 1 $кгс/м^2$ то же самое, что и 1 $кГ / м^2$.

В качестве основных в системе СИ установлено шесть независимых друг от друга единиц: длины – метр, массы – килограмм, времени – секунда, силы электрического тока – ампер, термодинамической температуры – кельвин, силы света – кандела, из которых выводятся единицы всех остальные производных физических величин.

Из приведенных производных единиц рассмотрим единицы силы, давления, работы и мощности:

Ньютон (Н) – сила, сообщающая телу массой 1 кг ускорение 1 $м/с^2$ в направлении действия силы.

Паскаль (Па) – давление, вызываемое силой 1 Н, равномерно распределенной по поверхности площадью 1 $м^2$.

Джоуль (Дж) – работа силы 1 Н при перемещении ею тела на расстояние 1 м в направлении действия силы.

Ватт (Вт) – мощность, при которой работа 1 Дж совершается за время 1 с.

Иногда вы можете встретить такое понятие как „техническая атмосфера” (ат). Так на практике внешнее давление часто равно атмосферному, т.е. $p_0 = p_{am}$. Величина давления p_{am} = 1 $кГ/см^2$ = $9{,}81 \cdot 10^4$ $Н/м^2$ называется технической атмосферой. Вы можете встретить иногда обозначение “*ата*”, что означает абсолютная атмосфера, или “*ати*” – избыточная атмосфера.

Связь между единицами МКГСС и СИ представлена в следующей таблице.

Величина	Связь между единицами МКГСС и СИ		Связь между единицами СИ и МКГСС	
	Единица в системе МКГСС	Перевод в единицы СИ	Единица в системе СИ	Перевод в единицы МКГСС
Сила	1 кгс	9,81 Н	1 Н	0,102 кгс
Давление	1 кгс/м²	9,81 Па	1 Па	0,102 кгс/м²
	1 кгс/см²	98 100 Па = =98,1 кПа	1 Па	$1{,}02 \cdot 10^{-5}$ кгс/см²
Удельный вес	1 кгс/м³	9,81 Н/м³	1 Н/м³	0,102 кгс/м³
Плотность	1 кгс·с²/м⁴	9,81 кг/м³	1 кг/м³	0,102 кгс·с²/м⁴
Работа	1 кгс·м	9,81 Дж	1 Дж	0,102 кгс·м
Мощность	1 кгс·м/с	9,81 Вт	1 Вт	0,102 кгс·м/с

Конвертор единиц давления приведен здесь:
http://www.techgidravlika.ru/view_post.php?id=30

Из внесистемных единиц, допускаемых к применению наравне с единицами СИ, укажем следующие:

Величина	Единица		Перевод в единицы СИ
	Наименование	Обозначение	
Масса	тонна	т	1 000 кг
Время	минута	мин	60 с
	час	ч	3 600 с
	сутки	сут	86 400 с
Температура	градус Цельсия	°C	К
Плоский угол	градус	°	0,0175 рад
	минута	′	$2{,}91 \cdot 10^{-4}$ рад
	секунда	″	$4{,}85 \cdot 10^{-6}$ рад
Объем	литр	л	$1 \cdot 10^{-3}$ $м^3$
Объемный расход	литр в секунду	л/с	$1 \cdot 10^{-3}$ $м^3/с$
Работа и энергия	киловатт-час	кВт·ч	$3{,}6 \cdot 10^6$ Дж
Динамическая вязкость	пуаз	П	0,1 Па·с
Кинематическая вязкость	стокс	Ст	$1 \cdot 10^{-4}$ $м^2/с$
Площадь	квадратный сантиметр	$см^2$	$1 \cdot 10^{-4}$ $м^2$

В системе СИ для выражения больших или малых значений физических величин приняты десятичные кратные или дольные единицы от исходных единиц. В гидравлических расчетах употребительны следующие значения множителей и приставок:

Множитель	Приставка		Пример
	наименование	обозначение	
10^3	кило	к	кН (килоньютон)
10^{-1}	деци	д	дм (дециметр)
10^{-2}	санти	с	см (сантиметр)
10^{-3}	милли	м	мм (миллиметр)

История развития систем измерений приведена здесь:
http://www.techgidravlika.ru/view_post.php?id=12

История развития гидравлики приведена здесь:
http://www.techgidravlika.ru/view_post.php?id=1

Задача 1.1

Определить полное гидростатическое и манометрическое давление на дне сосуда, наполненного водой. Сосуд сверху открыт, давление на свободной поверхности атмосферное. Глубина воды в сосуде $h=1{,}2$ *м*.

Решение. Полное гидростатическое давление в точке определяется зависимостью

$$p=p_{ат}+\gamma h.$$

В системе СИ:

$$p_{ат}=98\,100\ Па,\ \gamma=9\,810\ Н/м^3,$$

$$p=98\,100+9\,810\cdot 1{,}2=109\,872\ Па=109{,}872\ кПа.$$

В системе МКГСС:

$$p_{ат}=10\,000\ кгс/м^2,\ \gamma=1\,000\ кгс/м^3,$$

$$p=10\,000+1\,000\cdot 1{,}2=11\,200\ кгс/м^2.$$

Во внесистемных единицах:

$$p_{ат}=1\ кгс/см^2,\ \gamma=0{,}001\ кгс/см^3,$$

$$p=1+0{,}001\cdot 120=1{,}12\ кгс/см^2.$$

Манометрическое давление на дне сосуда определяется как разность между полным гидростатическим давлением и атмосферным (1-11):

$$p_м=p-p_{ат}=\gamma h.$$

В системе СИ:

$$p_м=109\,872-98\,100=11\,772\ Па=11{,}772\ кПа.$$

В системе МКГСС:

$$p_м=11\,200-10\,000=1\,200\ кгс/м^2.$$

Во внесистемных единицах:

$$p_м=1{,}12-1=0{,}12\ кгс/см^2.$$

Задача 1.2

Определить полное гидростатическое давление и вакуум в точке, расположенной на глубине $h=0{,}5$ *м* в сосуде с нефтью ($\delta_\gamma=0{,}8$). Давление на свободной поверхности жидкости $p_0=0{,}9$ *кгс/см²*.

Решение. Согласно (1-10) полное гидростатическое давление в точке определяется по формуле

$$p=p_0+\gamma h.$$

В системе СИ:

$$p=0{,}9\cdot 98\,100+0{,}8\cdot 9\,810\cdot 0{,}5=92\,214\ Па=92{,}214\ кПа.$$

В системе МКГСС:

$$p=0{,}9\cdot 10\,000+0{,}8\cdot 1\,000\cdot 0{,}5=9\,400\ кгс/м^2.$$

Во внесистемных единицах:

$$p=0{,}9+0{,}8\cdot 0{,}001\cdot 50=0{,}94\ кгс/см^2.$$

Давление в рассматриваемой точке меньше атмосферного. Величина вакуума определяется по формуле (1-13)

$$p_{вак}=p_{ат}-p.$$

В системе СИ:

$$p_{вак}=98\,100-92\,214=5\,886\ Па=5{,}886\ кПа.$$

В системе МКГСС:

$$p_{вак}=10\,000-9\,400=600\ кгс/м^2.$$

Во внесистемных единицах:

$$p_{вак}=1-0{,}940=0{,}060\ кгс/см^2.$$

Задача 1.3

Определить полное гидростатическое давление на дно сосуда, наполненного водой. Сосуд сверху открыт, давление на свободной поверхности атмосферное. Глубина воды в сосуде $h=0{,}60$ *м*.

Расчет выполнить: 1) в системе МКГСС, 2) в международной системе единиц (СИ), 3) во внесистемных механических единицах.

Решение. В данном случае имеем $p_0=p_{ат}$ и потому применим формулу в виде

$$p'=p_{ат}+\gamma h.$$

Полное давление будет:

1) в системе МКГСС

$$p_{ат}=10\,000\ кГ/м^2;\ \gamma=1\,000\ кГ/м^3;$$
$$p'=10\,000+1\,000\cdot 0{,}60=10\,600\ кГ/м^2;$$

2) в международной системе единиц (СИ)

$$а)\ p_{ат}=9{,}81\cdot 10^4\ н/м^2;\ \gamma=9\,810\ н/м^3;$$
$$p'=9{,}81\cdot 10^4+9\,810\cdot 0{,}60=103\,986\ н/м^2;$$
$$б)\ p_{ат}=98{,}1\ кн/м^2;\ \gamma=9{,}81\ кн/м^3;$$
$$p'=98{,}1+9{,}81\cdot 0{,}60=103{,}986\ кн/м^2;$$

3) во внесистемных механических единицах

$$p_{ат}=1\ кГ/см^2=1\ ат;\ \gamma=0{,}001\ кГ/см^3;$$
$$p'=1+0{,}001\cdot 60=1{,}06\ кГ/см^2=1{,}06\ ат.$$

2. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

К основным физическим свойствам относят: плотность, кинематическую и динамическую вязкость, сжимаемость, температурное расширение и др. Основные физические свойства многих веществ приведены здесь:
http://www.techgidravlika.ru/view_menu.php?menu=3

Задача 2.1

Сосуд заполнен водой, занимающей объём $V_1 = 2$ *м*³. На сколько уменьшится и чему будет равен этот объём при увеличении давления на величину $\Delta p = 200$ *кГ/см*²?

Изменение объёма жидкости при увеличении давления определяется по уравнению (1,6)

$$\Delta V = -\beta_V V \Delta p.$$

Так как среднее значение коэффициента сжимаемости для воды (см. таблицу 4 на стр. 23) $\beta_V = 47{,}5 \cdot 10^{-10}$ *м*²/*кГ* = 0,0000475 *см*²/*кГ*, в рассматриваемом случае получаем:

$$\Delta V = 0{,}0000475 \cdot 2 \cdot 200 = 0{,}019 \ м^3.$$

Следовательно, искомый объём будет равен

$$V_2 = V_1 + \Delta V = 2 - 0{,}019 = 1{,}981 \ м^3.$$

Задача 2.2

Определить плотность воды при температуре $t = 100$°Ц в физической системе единиц.

По таблице 2 на стр. 18 находим удельный вес воды при $t = 100$°Ц в технической системе

$$\gamma = 0{,}958 \ Г/см^3 = 958 \ кГ/м^3.$$

Далее по уравнению (1.5) находим плотность воды в той же системе

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{958}{9{,}81} = 97{,}6 \ \frac{кГ \ сек^2}{м^4}$$

и, имея в виду, что между количествами единиц плотности в обеих ситемах существует соотношение

$$\rho_ф = \frac{\rho_т}{102},$$

определяем плотность в физической системе единиц

$$\rho = \frac{97{,}6}{102} = 0{,}958 \ \frac{г}{см^3}.$$

Задача 2.3

Найти значение удельного веса воздуха при температуре $t = 50$° Ц и давлении $p = 10$ *кГ/см*².

Из основного уравнения состояния совершенных газов (1.2) имеем:

$$\gamma = \frac{p}{RT}.$$

Подставив сюда вместо отдельных величин их значения, равные $p = 10$ *кГ/см*² = 100 000 *кГ/м*², $T = 273 + 50 = 323$ и $R = 29{,}27$ (см. таблицу 3), получим $\gamma = 10{,}577$ *кГ/м*³.

Задача 2.4

Определить абсолютную вязкость воды в технической системе единиц при температуре $t = 100°$ Ц.

Предварительно по формуле (4.3) находим кинематическую вязкость воды при $t = 100°$ Ц в физической системе:

$$\nu = \frac{0{,}0178}{1 + 0{,}0337t + 0{,}000221t^2} = \frac{0{,}0178}{1 + 0{,}0337 \cdot 100 + 0{,}000221 \cdot 100^2} =$$
$$= 0{,}0028 \text{ стокса } (см^2/сек).$$

Так как плотность воды при $t = 100°$ Ц в той же системе единиц (см. пример 2) $\rho = 0{,}958$ $г/см^3$, то абсолютная вязкость в физической системе по уравнению (4.2) будет:

$$\mu = \nu \cdot \rho = 0{,}0028 \cdot 0{,}958 = 0{,}00268 \text{ пуаза } (г/см \cdot сек).$$

Для перехода к технической системе единиц принимаем во внимание, что между величинами абсолютной вязкости в различных системах существует соотношение

$$\mu_ф = 98{,}1\ \mu_т,$$

ввиду чего абсолютная вязкость в технической системе единиц будет равна

$$\mu = \frac{0{,}00268}{98{,}1} = 0{,}0000273\ кГ \cdot сек/м^2.$$

Задача 2.5

Нефть удельного веса $\gamma = 900$ $кГ/м^3$ имеет вязкость в градусах Энглера $°E = 5$. Определить кинематическую и абсолютную вязкости в физической системе единиц.

Кинематическую вязкость в физической системе единиц находим непосредственно по формуле

$$\nu = 0{,}0731 \cdot E - \frac{0{,}0631}{E} = 0{,}0731 \cdot 5 - \frac{0{,}0631}{5} = 0{,}353 \text{ стокса.}$$

Далее, определяем удельный вес и плотность в физической системе. Так как

$$\gamma_ф = \frac{\gamma_т}{1{,}02},$$

то

$$\gamma = \frac{900}{1{,}02} = 882\ г/см^2 \cdot сек^2,$$

и следовательно,

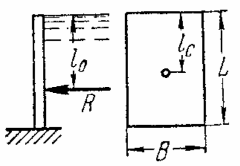
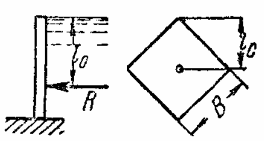
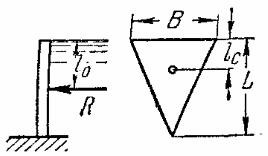
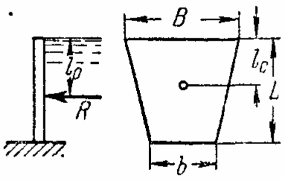
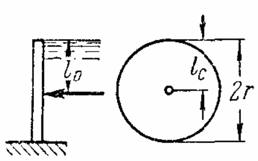
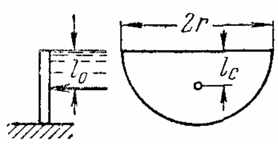
$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{822}{981} = 0{,}900\ г/см^3.$$

После этого по уравнению (4.2) находим абсолютную вязкость в физической системе единиц:

$$\mu = \nu \cdot \rho = 0{,}353 \cdot 0{,}900 = 0{,}318 \text{ пуаза.}$$

3. ГИДРОСТАТИКА

Таблица 8. **Полное давление жидкости и глубина погружения центра давления для различных плоских стенок**

Схема	Форма стенки	Площадь стенки	Глубина погружения центра тяжести, l_c	Полное давление жидкости на стенку, R	Глубина погружения центра давления, l_0
 Рис. 1.	Прямоугольник	BL	$\frac{L}{2}$	$\gamma BL\frac{L}{2}$	$\frac{2}{3}L$
 Рис. 2.	Квадрат	B^2	$\frac{\sqrt{2}}{2}B$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\gamma B^3$	$\frac{7\sqrt{2}}{12}B$
 Рис. 3.	Равнобедренный треугольник	$\frac{1}{2}BL$	$\frac{L}{3}$	$\frac{1}{6}\gamma BL^2$	$\frac{1}{2}L$
 Рис. 4.	Трапеция	$\frac{1}{2}L(B+b)$	$\frac{L}{3}\,\frac{2b+B}{b+B}$	$\frac{1}{6}\gamma L^2(2b+B)$	$\frac{L}{2}\,\frac{3b+B}{2b+B}$
 Рис. 5.	Круг	πr^2	r	$\gamma\pi r^3$	$\frac{5}{4}r$
 Рис. 6.	Полукруг	$\frac{1}{2}\pi r^2$	$\frac{4}{3}\,\frac{r}{\pi}$	$\frac{2}{3}\gamma r^3$	$\frac{3}{16}\pi r$

Задача 3.1

В боковую стенку сосуда *А*, наполненного водой, вставлена пьезометрическая трубка *В* (рис. 41).

Определить абсолютное давление p на свободной поверхности жидкости в сосуде, если под действием этого давления вода в трубке поднялась на высоту $h = 1{,}5$ *м*.

Давление на свободной поверхности жидкости в сосуде равняется давлению в сечении *а* пьезометра и определяется по основному уравнению гидростатики (2.4)

$$p = p_0 + \gamma h.$$

Отсюда, имея в виду, что давление на свободной поверхности $p_0 = p_{атм} = 1$ $кГ/см^2$, а удельный вес воды $\gamma = 1000$ $кГ/м^3 = 0{,}001$ $кГ/см^3$, получаем:

$$p = 1 + 0{,}001 \cdot 150 = 1{,}15 \; ата \; (кГ/см^2).$$

Задача 3.2

В сечениях *1* и *2* горизонтального трубопровода, по которому перекачивается керосин, присоединены трубки дифферен-

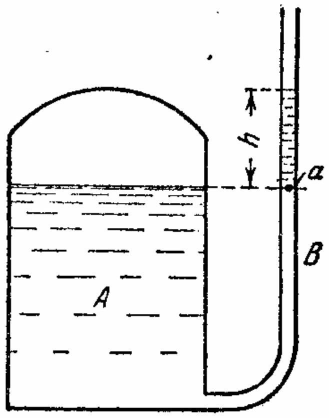


Рис. 41.

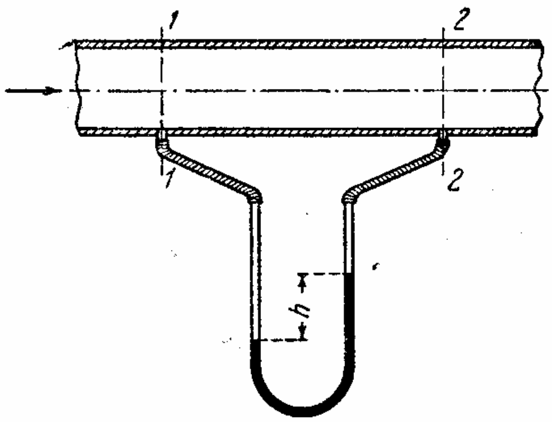


Рис. 42.

циального ртутного манометра (рис. 42). Определить разность давлений в указанных сечениях, если разность уровней в двух коленах манометра $h = 20$ *см*, удельный вес керосина $\gamma_1 = 0{,}00083$ $кГ/см^3$, удельный вес ртути $\gamma_{рт} = 0{,}0136$ $кГ/см^3$.

Искомая разность давлений (см. стр. 45)

$$p_1 - p_2 = (\gamma_{рт} - \gamma_1)\, h = (0{,}0136 - 0{,}00083)\, 20 = 0{,}255 \; ат \left(\frac{кГ}{см^2}\right).$$

Задача 3.3

Для измерения давления в сосуде, заполненном газом (рис. 43), применяется ртутный вакуумметр. Определить величину вакуума в месте установки вакуумметра, если высота поднятия ртути в его трубке $h = 45$ *см*.

Давление в сосуде без учёта веса газа над поверхностью ртути в левом колене вакуумметра определяется по следующему уравнению (см. стр. 46):

$$p = p_{атм} - \gamma_{рт} h,$$

чему соответствует вакуум

$$p_{вак} = p_{атм} - p = 0{,}0136 \cdot 45 = 0{,}61 \; ат \; (кГ/см^2).$$

Задача 3.4

Два открытых сообщающихся сосуда A и B (рис. 44) заполнены жидкостями удельного веса $\gamma_1 = 0{,}9$ $Г/см^3$ и $\gamma_2 = 1$ $Г/см^3$.

Определить положение плоскости раздела жидкостей относительно уровней в сосудах, если разность уровней в них $h = 10$ *см*.

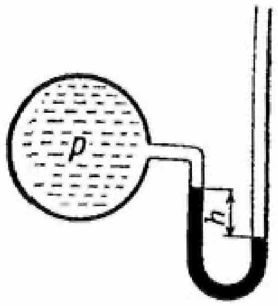


Рис. 43.

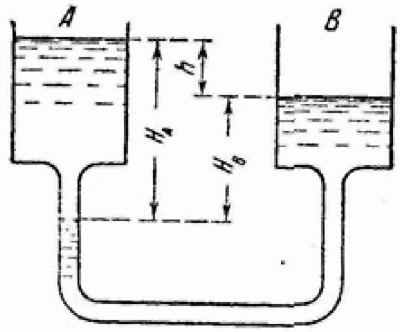


Рис. 44.

Давление в плоскости раздела двух жидкостей по основному уравнению гидростатики (2.4')

$$p_a = p_{атм} + \gamma_1 H_A = p_{атм} + \gamma_2 H_B.$$

С другой стороны, по чертежу имеем:

$$H_A = H_B + h.$$

Совместное решение этих уравнений приводит к следующим результатам:

$$H_B = \frac{\gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1} h = \frac{0{,}9}{1 - 0{,}9} \cdot 10 = 90 \ см;$$

$$H_A = \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - \gamma_1} h = \frac{1}{1 - 0{,}9} \cdot 10 = 100 \ см.$$

Задача 3.5

Открытый вертикальный резервуар квадратного сечения со стороной $a = 10$ *м* наполнен водой до высоты $H = 2$ *м*. Определить полное давление воды на боковую стенку и на дно резервуара, а также найти точку приложения равнодействующей силы давления на стенку.

Полное давление R_1 воды на боковую стенку резервуара находим по формуле (2.7)

$$R_1 = \gamma h_c F_1,$$

где F_1 — площадь, а h_c — глубина погружения центра тяжести смоченной части стенки. В рассматриваемом случае $F_1 = aH = 10 \cdot 2 = 20$ $м^2$, $h_c = \frac{H}{2} = 1$ *м*. Поэтому

$$R_1 = 1000 \cdot 1 \cdot 20 = 20\,000 \ кГ = 20 \ т.$$

Полное давление R_2 на дно определяем по той же формуле (2.7). Так как для дна $F = a^2 = 100$ $м^2$, а $h_c = H = 2$ *м*, то $R_2 = 1000 \times 2 \times 100 = 200\,000$ $кГ = 200$ *т*.

Точка приложения равнодействующей силы давления на боковую стенку (центр давления) ввиду симметричности стенки будет лежать на вертикальной оси, проходящей через центр тяжести стенки.

Глубина погружения центра давления под свободной поверхностью определяется по формуле (см. таблицу 8 на стр. 54)

$$h_0 = \frac{2}{3} H = \frac{2}{3} 2 = 1{,}33 \ м.$$

Задача 3.6

Вертикальный деревянный щит перегораживает канал трапецоидального сечения (рис. 45). Глубина воды в канале $H=1,5$ *м*, ширина по низу $b=2$ *м*, ширина по верху $B=4$ *м*. Определить полное давление воды на щит и найти точку приложения равнодействующей силы давления.

Полное давление на щит (см. предыдущую задачу)

$$R=\gamma h_c F.$$

Для трапецоидального сечения

$$F=\frac{1}{2}H(B+b)=\frac{1}{2}\cdot 1,5(4+2)=4,5\ м^2;$$

$$h_c=\frac{H}{3}\frac{2b+B}{b+B}=\frac{1,5}{3}\cdot\frac{2\cdot 2+4}{2+4}=0,666\ м.$$

Следовательно,

$$R=1000\cdot 0,666\cdot 4,5=3000\ кГ=3т.$$

Глубина погружения центра давления (см. таблицу 8)

$$h_0=\frac{H}{2}\frac{3b+B}{2b+B}=\frac{1,5}{2}\cdot\frac{3\cdot 2+4}{2\cdot 2+4}=0,937\ м.$$

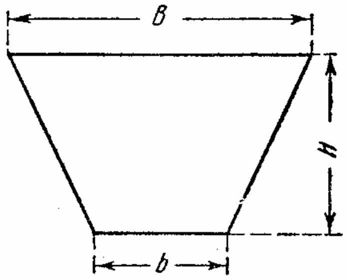


Рис. 45.

Задача 3.7

Определить толщину стенок стального сварного трубопровода диаметром $D=500$ *мм*, предназначенного для перекачки жидкости при давлении $p=20$ *ати*. Допускаемое напряжение на растяжение для материала труб (сталь 3) $[\sigma]_p=1000$ *кГ/см*^{2}.

Толщина стенок трубопровода определяется по формуле (2.13')

$$\delta=\frac{pD}{2[\sigma_p]\varphi}+a.$$

Отсюда, принимая $a=0,2$ *см* (см. стр. 66) и имея в виду, что для сварного шва коэффициент прочности $\varphi=1$, получаем:

$$\delta=\frac{20\cdot 50}{2\cdot 1000\cdot 1}+0,2=0,5+0,2=0,7\ см=7\ мм.$$

Задача 3.8

Вертикальный цилиндрический сосуд (рис. 46) заполнен водой, находящейся под избыточным давлением, характеризуемым показанием пьезометра $h = 5$ *м*.

Нижнее днище сосуда плоское, верхнее имеет форму полусферы.

Определить силу R_z, отрывающую верхнее днище от цилиндрической части, и силу R_x, разрывающую цилиндрическую часть сосуда по образующей, если диаметр сосуда $D = 2$ *м*, высота цилиндрической его части $H = 3$ *м*.

Силы давления на днища представляют собой вертикальные составляющие равнодействующих сил полного давления на криволинейные поверхности и поэтому (см. стр. 57) определяются весом жидкости в объёме соответствующих тел давления.

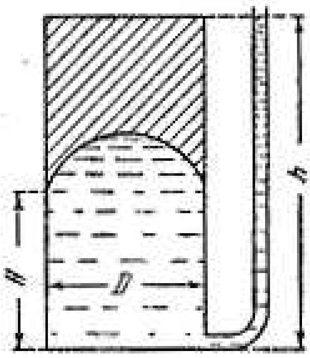


Рис. 46.

Для верхнего полусферического днища объём тела давления равняется фиктивному объёму жидкости над этим днищем, показанному на чертеже штриховкой.

Таким образом,

$$R_z = \gamma\left[(h - H)\frac{\pi D^2}{4} - \frac{1}{12}\pi D^3\right] = 1000\left[(5-3)\frac{3{,}14 \cdot 2^2}{4} - \frac{1}{12}3{,}14 \cdot 2^3\right] = 4190 \text{ кГ} = 4{,}19 \text{ т}.$$

Сила, разрывающая сосуд по образующей цилиндра, определяется как горизонтальная составляющая равнодействующей силы давления на криволинейную поверхность и равняется давлению на проекцию этой поверхности на вертикальную плоскость, т. е. равняется давлению на плоскую стенку площадью $F_z = HD$.

Так как давление в центре тяжести этой площади

$$p_c = \gamma\left(h - \frac{H}{2}\right),$$

то

$$R_x = p_c F_z = \gamma\left(h - \frac{H}{2}\right)HD = 1000\,(5 - 1{,}5) \cdot 3 \cdot 2 = 21\,000 \text{ кГ} = 21 \text{ т}.$$

Задача 3.9

Удельный вес жидкости измеряется при помощи ареометра, представляющего собой (рис. 47) полую стеклянную трубку, снабжённую в нижней части шариком, заполненным дробью.

Внешний диаметр трубки $d = 25$ *мм*, диаметр шарика $d_ш = 30$ *мм*, вес ареометра $G = 50$ *Г*.

Определить удельный вес жидкости γ, в которую погружён ареометр, если глубина его погружения $h = 10$ *см*.

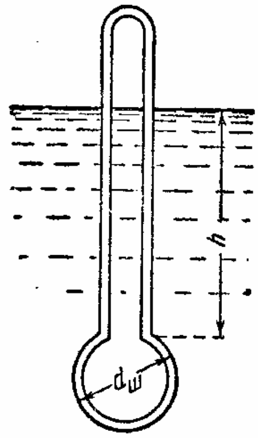


Рис. 47.

По закону Архимеда давление жидкости на погружённое в неё тело (подъёмная сила) R равняется весу жидкости в объёме V погружённой части тела ($R = \gamma V$).

Подъёмная сила всегда направлена по вертикали вверх и уравновешивается весом тела, т. е. в данном случае весом ареометра $G = \gamma V$.

Так как объём погружённой части ареометра

$$V = \frac{\pi d^2}{4} h + \frac{1}{6} \pi d_1^3 = \frac{3{,}14 \cdot 2{,}5^2}{4} \cdot 10 + \frac{1}{6} 3{,}14 \cdot 3^3 = 63{,}1 \text{ см}^3,$$

а вес ареометра $G = 50$ *Г*, то

$$63{,}1\gamma = 50,$$

откуда

$$\gamma = \frac{50}{63{,}1} = 0{,}79 \text{ Г/см}^3.$$

Задача 3.10

Пусть давление на поверхности воды в сосуде $p > p_{ат}$ (рис. 1-11). В пьезометре, установленном в точке C на глубине $h_C = 0{,}5$ *м*, вода поднялась на высоту $h = 1{,}5$ *м*. Определить манометрическое давление в точке C и на свободной поверхности в сосуде. Определить полное гидростатическое давление в сосуде над жидкостью.

Решение. Манометрическое давление в точке C определяется пьезометрической высотой h:

$$p_{мC} = \gamma h = 1\,000 \cdot 1{,}5 = 1\,500 \text{ кгс/м}^2 = 0{,}15 \text{ кгс/см}^2.$$

Составим уравнение равновесия относительно произвольной горизонтальной плоскости, например OO. Полное гидростатическое давление в точке C со стороны пьезометра

$$p_C = p_{ат} + \gamma h,$$

со стороны сосуда

$$p_C = p + \gamma h_C.$$

Отсюда

$$p = p_{ат} + \gamma(h - h_C) \text{ и } p - p_{ат} = p_м = \gamma(h - h_C),$$

т. е. манометрическое давление на свободной поверхности $p_м$ определяется высотой столба жидкости в пьезометре над уровнем в сосуде $h_м$.

При заданных условиях:

$$p_м = 1\,000(1{,}5 - 0{,}5) = 1\,000 \text{ кгс/м}^2 = 0{,}1 \text{ кгс/см}^2.$$

$$p = 1 + 0{,}1 = 1{,}1 \text{ кгс/см}^2.$$

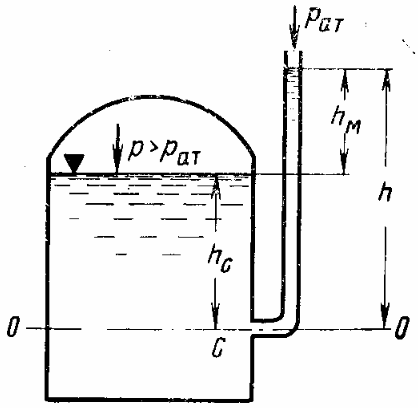


Рис. 1-11.

Задача 3.11

Определить высоту, на которую поднимается вода в вакуумметре (рис. 1-12), если полное гидростатическое давление в баллоне $p=0{,}8$ *кгс/см²*.

Решение. Составим уравнение равновесия относительно горизонтальной плоскости *OO*:

$$p+\gamma h=p_{ат}.$$

Отсюда

$$h=\frac{p_{ат}-p}{\gamma}=\frac{p_{вак}}{\gamma},$$

т. е. высотой столба жидкости в вакуумметре измеряется недостаток до атмосферного давления или вакуум в баллоне.

При заданных условиях и $\gamma=0{,}001$ *кгс/см³*

$$h=\frac{1-0{,}8}{0{,}001}=200\ см=2{,}0\ м.$$

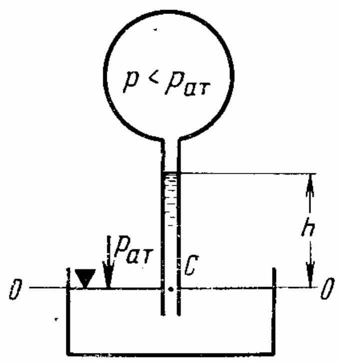


Рис. 1-12.

Задача 3.12

Для повышения точности при измерении малых давлений применяются микроманометры с наклонной трубкой, имеющие тем бо́льшую шкалу l, чем меньше угол наклона θ (рис. 1-13).

В качестве рабочей жидкости в зависимости от назначения приборов могут служить ртуть, масло, бензин и т. д. Очевидно, одному и тому же давлению соответствуют

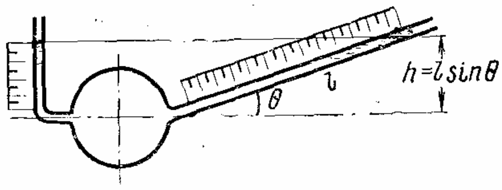


Рис. 1-13.

разные высоты столбов жидкости в зависимости от их удельного веса γ. Чем тяжелее жидкость, тем требуется меньшая длина пьезометра. Если для измерения манометрического давления $p_м=1$ *кгс/см²* высота трубки с водой должна быть не меньше 10 *м*, то минимальная высота ртутного манометра при том же давлении

$$h_р=\frac{p_м}{\gamma}=\frac{1}{13,6\cdot 0,001}=73,5\ см=0,735\ м.$$

Поэтому при измерении давления, большего 0,5 *кгс/см²*, пользоваться пьезометрами с водой неудобно. Применение же ртутных манометров ограничивается обычно давлением $p_м=3$ *кгс/см²*.

Задача 3.13

Определить полное и манометрическое давление в сосуде с водой, если высота столба ртути в трубке $h_р=30$ *см*, а линия

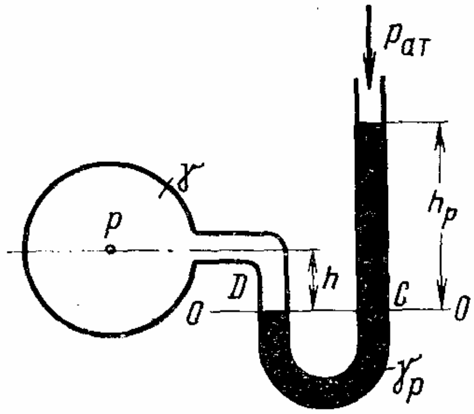


Рис. 1-14.

раздела между ртутью и водой (рис. 1-14) расположена ниже оси сосуда на 10 *см*.

Решение. Составляем уравнение равновесия относительно линии раздела OO:

$$p_{ат}+\gamma_р h_р=p+\gamma h.$$

Отсюда

$$p=p_{ат}+\gamma_р h_р-\gamma h \quad и \quad p_м=p-p_{ат}=\gamma_р h_р-\gamma h.$$

При заданных условиях манометрическое давление в центре сосуда $p_м=0,0136\cdot 30-0,001\cdot 10=0,398$ *кгс/см²*, полное гидростатическое давление:

$$p=p_{ат}+p_м=1+0,398=1,398\ кгс/см^2.$$

Задача 3.14

Дифференциальный ртутный манометр присоединен к двум трубопроводам C и D с водой (рис. 1-15). Определить разность давлений в трубопроводах, если высота столба ртути $h_p = 40$ *см*.

Решение. Из уравнения равновесия, составленного относительно нижней линии раздела между водой и ртутью OO, в виде

$$p_D + \gamma h_2 = p_C + \gamma h_1 + \gamma_p h_p$$

имеем:

$$p_D - p_C = \gamma(h_1 - h_2) + \gamma_p h_p$$

или, учитывая, что $h_2 - h_1 = h_p$,

$$p_D - p_C = h_p(\gamma_p - \gamma) = 40(0{,}0136 - 0{,}001) = 0{,}504 \text{ кгс/см}^2.$$

Следовательно, разность давлений в трубопроводах определяется разностью уровней в коленах манометра.

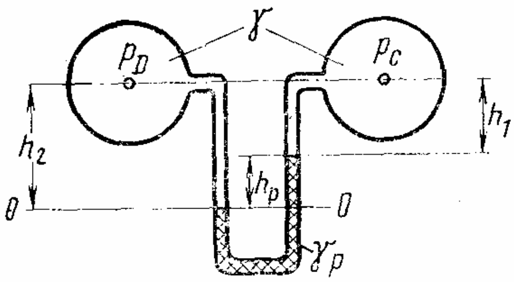


Рис. 1-15.

Задача 3.15

Построить эпюру манометрического давления на стенку ABC (рис. 1-20).

Решение. Эпюра манометрического давления на верхнюю часть AB изображается треугольником с основанием $p_{мB} = \gamma h_1$.

Рассмотрим нижнюю часть — BC. В точке B откладывается нормально к стенке BC отрезок γh_1, равный основанию верхней эпюры. В точке C ордината эпюры $p_{мC} = \gamma h_2$.

Полученная эпюра заштрихована на рис. 1-20.

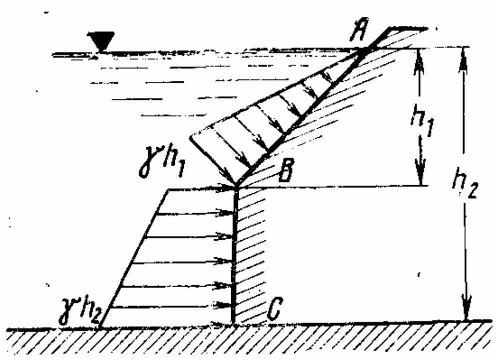


Рис. 1-20.

Задача 3.16

Построить эпюру манометрического давления на затвор OA, если глубина воды перед затвором $H=2$ *м*, а за затвором $h=1$ *м* (рис. 1-21).

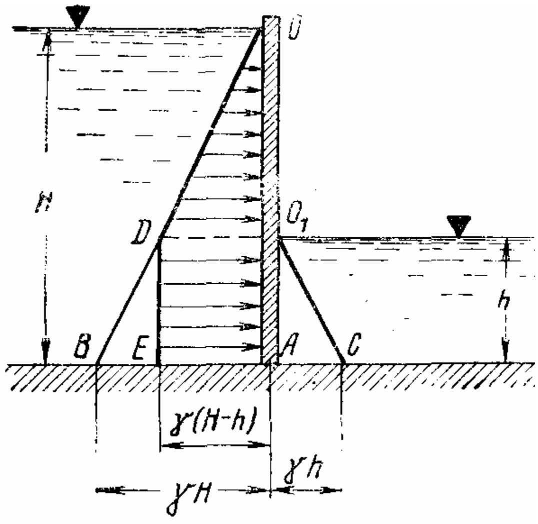


Рис. 1-21.

Решение. Эпюра гидростатического давления слева изображается треугольником OAB с основанием:

$$AB=\gamma H=1\,000\cdot 2=$$
$$=2\,000 \text{ кгс/м}^2=19\,620 \text{ Па},$$

справа — треугольником O_1AC с основанием:

$$AC=\gamma h=1\,000\cdot 1=$$
$$=1\,000 \text{ кгс/м}^2=9\,810 \text{ Па}.$$

Часть гидростатического давления на затвор слева уравновешивается направленным в противоположную сторону давлением справа.

Результирующая эпюра изображается трапецией $OAED$ с основаниями $OA=H$, $DE=h$ и высотой $AE=\gamma(H-h)=1\,000$ *кгс/м*² $=9\,810$ *Па*.

Задача 3.17

Определить, на какой высоте h_1 установится уровень в открытом сосуде с маслом ($\gamma_1=920$ *кгс/м*³), если в сообщающемся с ним открытом сосуде уровень воды выше линии раздела на $h_2=46$ *см*.

Решение. Из (1-14) следует:

$$h_1=h_2\frac{\gamma_2}{\gamma_1}.$$

Подставив данные, получим:

$$h_1=46\frac{1\,000}{920}=50 \text{ см}.$$

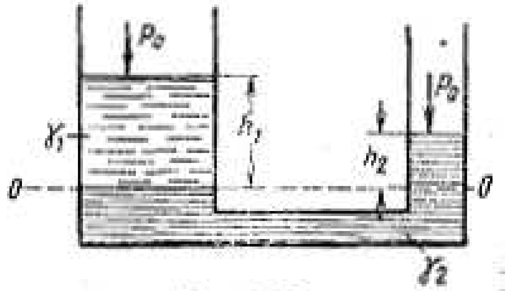


Рис. 1-22.

Задача 3.18

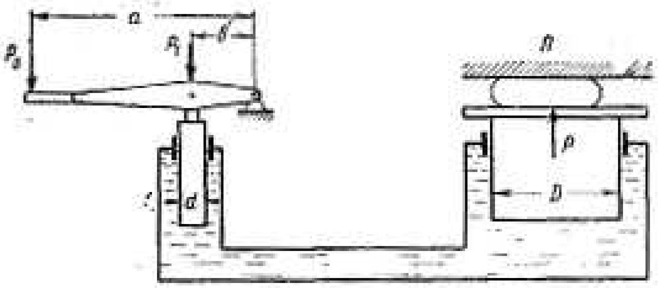


Рис. 1-23.

$$P = P_0 \frac{a}{b}\left(\frac{D}{d}\right)^2 \eta. \qquad (1\text{-}15)$$

Определить силу P, с которой гидравлический пресс сжимает деталь, если $d=5$ *см*, $D=40$ *см*, $a=100$ *см*, $b=10$ *см*. Коэффициент полезного действия $\eta=0{,}85$. К рукоятке рычага приложено усилие $P_0=15$ *кгс*.

Решение. По зависимости (1-15) вычисляем:

$$P = 15\,\frac{100}{10}\left(\frac{40}{5}\right)^2 0{,}85 = 8\,160 \text{ кгс} = 8{,}16 \text{ тс}.$$

Получен выигрыш в силе в 544 раза.

Задача 3.19

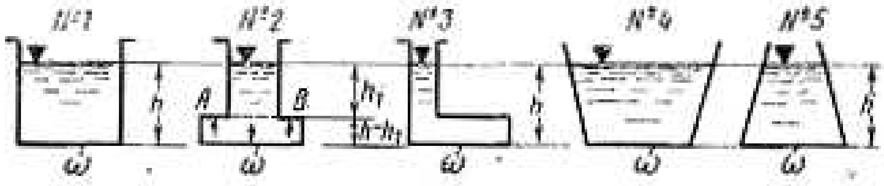


Рис. 2-2.

Определить вес воды в сосуде, силу давления на дно и верхнюю часть AB сосуда, изображенного на второй схеме рис. 2-2. Площадь дна сосуда $\omega=1\,000$ *см*^{2}, площадь верхней части $\omega_1=500$ *см*^{2}, высота столба воды $h=60$ *см*, $h_1=40$ *см*.

Решение. Манометрическое давление внутри жидкости на уровне AB определяется высотой столба воды h_1:

$$p_{м1}=\gamma h_1.$$

Сила давления на дно сосуда

$$P=p_м\omega=\gamma h\omega=0{,}001\cdot 60\cdot 1\,000=60 \text{ кгс}.$$

Вес воды в сосуде

$$G=\gamma h_1\omega_1+\gamma(h-h_1)\omega=$$
$$=0{,}001\cdot 40\cdot 500+0{,}001\,(60-40)\,1\,000=20+20=$$
$$=40 \text{ кгс}.$$

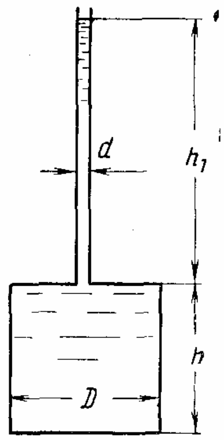


Рис. 2-3.

Следовательно, сила давления на дно сосуда на 20 *кгс* больше веса жидкости в нем. Но давление жидкости воспринимают и другие внутренние поверхности сосуда. Силы давления на вертикальные стенки взаимно уравновешиваются. Сила давления на горизонтальную часть AB направлена вертикально вверх и равна по формуле (2-2)

$$P_1=\gamma h_1\omega_1=0{,}001\cdot 40\cdot 500=20 \text{ кгс}.$$

Сила тяжести или веса жидкости, передаваемая на поверхность, где стоит сосуд, равна алгебраической сумме сил давления на горизонтальные поверхности сосуда

$$P-P_1=60-20=40 \text{ кгс}=G.$$

Задача 3.20

Определить, во сколько раз увеличится сила давления на дно сосуда диаметром D, наполненного водой на высоту $h=1$ *м*, если к его верхней крышке присоединить трубку диаметром $d=2$ *см* и наполнить ее водой на высоту $h_1=9$ *м* (рис. 2-3).

Решение. Без трубки манометрическое давление на дне равно $p_м=\gamma h$, а сила давления

$$P=\gamma h\frac{\pi D^2}{4}.$$

После присоединения трубки давление на дне увеличится до $p_{м1}=\gamma(h+h_1)$, а сила давления в этом случае

$$P_1=\gamma\,(h+h_1)\,\frac{\pi D^2}{4},$$

следовательно, она увеличилась в

$$\frac{P_1}{P}=\frac{h+h_1}{h}=\frac{1+9}{1}=10 \text{ раз.}$$

Задача 3.21

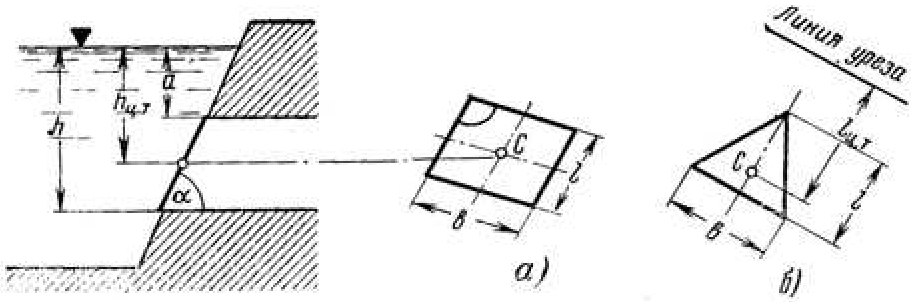


Рис. 2-5.

Пример. Определить силу давления на затвор, перекрывающий отверстие донного водовыпуска в двух случаях:

а) затвор прямоугольный (рис. 2-5,*а*);

б) затвор треугольный, вершиной вверх (рис. 2-5,*б*).

Ширина затвора $b=1$ *м*, глубина погружения его верхней кромки $a=0{,}8$ *м* и нижней — $h=2{,}0$ *м*. Угол наклона затвора $\alpha=60°$ (рис. 2-5).

Решение. а) Определяем высоту затвора l и смоченную площадь ω:

$$l=\frac{h-a}{\sin\alpha}=\frac{2{,}0-0{,}8}{0{,}866}=1{,}39\ м;$$

$$\omega=bl=1{,}39\ м^2.$$

Центр тяжести прямоугольника лежит на середине его высоты l, следовательно,

$$h_{ц.т}=a+\frac{l}{2}\sin\alpha$$

или

$$h_{ц.т}=a+\frac{h-a}{2}=0{,}8+\frac{2{,}0-0{,}8}{2}=1{,}4\ м.$$

Тогда, согласно зависимости (2-5), имеем в системе МКГСС $P=1\,000\cdot1{,}4\cdot1{,}39=1\,940$ *кгс*$=1{,}94$ *тс*; в системе СИ $P=9\,810\cdot1{,}4\times\times1{,}39=19\,031$ *Н*$=19{,}03$ *кН*.

б) Определяем площадь треугольного затвора при той же высоте $l=1{,}39$ *м*:

$$\omega=\frac{1}{2}bl=\frac{1}{2}1\cdot1{,}39=0{,}695\ м^2.$$

Глубина погружения центра тяжести

$$h_{ц.т}=a+\frac{2}{3}l\sin\alpha$$

или

$$h_{ц.т}=a+\frac{2}{3}(h-a)=0{,}8+\frac{2}{3}(2{,}0-0{,}8)=1{,}6\ м.$$

Сила давления на треугольный затвор:

в системе МКГСС $P=1\,000\cdot1{,}6\cdot0{,}695=1\,110$ *кгс*$=1{,}11$ *тс*;

в системе СИ $P=9\,810\cdot1{,}6\cdot0{,}695=10\,900$ *Н*$=10{,}9$ *кН*.

$$P=\gamma h_{ц.т}\omega. \qquad (2\text{-}5)$$

Задача 3.22

Определить положение центра давления на плоский прямоугольный затвор, верхняя кромка которого совпадает с линией уреза (рис. 2-7). Глубина воды перед затвором $h=3$ *м*. Ширина затвора $b=2$ *м*.

Решение. Для прямоугольника имеем:

$$\omega = bl = 2 \cdot 3 = 6 \text{ м}^2;$$

$$l_{\text{ц.т}} = h_{\text{ц.т}} = \frac{l}{2} = 1,5 \text{ м};$$

$$J_0 = \frac{bl^3}{12} = \frac{2 \cdot 3^3}{12} = 4,5 \text{ м}^4.$$

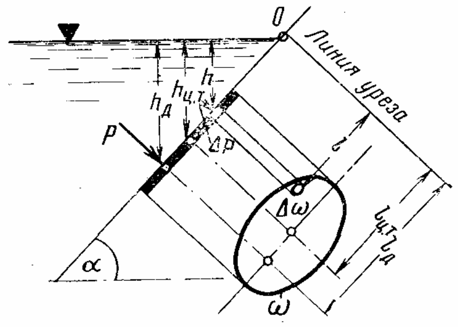


Рис. 2-6.

Пользуясь зависимостью (2-9), получаем:

$$l_{\text{д}} = \frac{l}{2} + \frac{bl^3}{12\frac{l}{2}bl} = \frac{2}{3}l = \frac{2}{3}3 = 2 \text{ м}$$

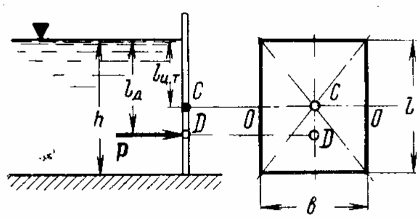


Рис. 2-7.

или

$$l_{\text{д}} = 1,5 + \frac{4,5}{1,5 \cdot 6} = 2 \text{ м}.$$

Задача 3.23

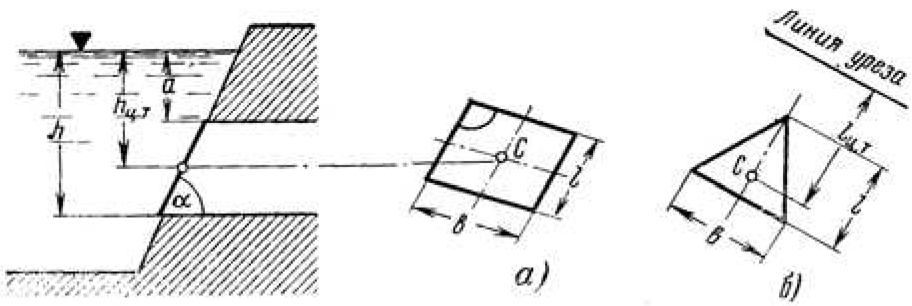


Рис. 2-5.

Определить положение центра давления на плоский затвор донного водовыпуска (рис. 2-5) для двух случаев: а) затвор прямоугольный шириной $b=2$ *м*; б) затвор треугольный вершиной вверх, $b=2$ *м*. Глубина погружения верхней кромки затвора $a=1$ *м*, нижней $b=4$ *м*. Угол наклона затвора $\alpha=60°$.

Решение. Высота затвора

$$l = \frac{h-a}{\sin\alpha} = \frac{4-1}{0,866} = 3,46 \text{ м}.$$

Расстояние от линии уреза до верхней кромки затвора по наклону

$$l_1 = \frac{a}{\sin\alpha} = 1,15 \text{ м}.$$

а) Для прямоугольника

$$\omega = bl = 2\cdot 3,46 = 6,92\ м^2;$$

$$J_0 = \frac{bl^3}{12} = \frac{2\cdot 3,46^3}{12} = 6,92\ м^4;$$

$$l_{ц.т} = l_1 + \frac{l}{2} = 1,15 + \frac{3,46}{2} = 2,88\ м.$$

Тогда по (2-9)

$$l_д = l_1 + \frac{l}{2} + \frac{bl^3}{12\,(l_1 + l/2)\,bl} = l_1 + \frac{l\,(3l_1 + 2l)}{3\,(2l_1 + l)}$$

или

$$l_д = 2,88 + \frac{6,92}{6,92\cdot 2,88} = 3,23\ м.$$

б) Для треугольника

$$\omega = \frac{bl}{2} = \frac{2\cdot 3,46}{2} = 3,46\ м^2;$$

$$J_0 = \frac{bl^3}{36} = \frac{2\cdot 3,46^3}{36} = 2,31\ м^4;$$

$$l_{ц.т} = l_1 + \frac{2}{3}\,l = 1,15 + \frac{2}{3}\,3,46 = 3,46\ м.$$

Тогда по (2-9)

$$l_д = l_1 + \frac{2}{3}\,l + \frac{bl^3}{36\left(l_1 + \frac{2}{3}\,l\right)}\,\frac{2}{bl} = l_1 + \frac{l}{2}\,\frac{(4l_1 + 3l)}{(3l_1 + 2l)}$$

или

$$l_д = 3,46 + \frac{2,31}{3,46\cdot 3,46} = 3,65\ м.$$

Задача 3.24

Прямоугольная баржа длиной $l=60$ *м*, шириной $b=8$ *м* и высотой 4,5 *м*, плавающая в воде, при загрузке песком весит 1 440 *тс* (14 126 *кН*). Определить осадку баржи и водоизмещение при предельной осадке $y_1=3,5$ *м*.

Решение. Составив условие плавания баржи (3-2), получим:

$$G = P = \gamma W,$$

где $\gamma = 1$ *тс*/*м*³ $= 9,81$ *кН*/*м*³ — удельный вес воды; W — объемное водоизмещение баржи.

В данном положении водоизмещение баржи равно $\gamma W = G = 1\,440$ *тс*, следовательно, объем погруженной части $W = G/\gamma = 1\,440$ *м*³. Поскольку баржа прямоугольная, то $W = lby = 60\cdot 8y$. Отсюда осадка

$$y = \frac{W}{lb} = \frac{1\,440}{60\cdot 8} = 3\ м.$$

При осадке $y_1 = 3,5$ *м* объем погруженной части

$$W_1 = lby_1 = 60\cdot 8\cdot 3,5 = 1\,680\ м^3.$$

Следовательно, предельное водоизмещение баржи в груженом состоянии

$$\gamma W_1 = 1\cdot 1\,680 = 1\,680\ тс = 16\,480\ кН.$$

Задача 3.25

Определить удельный вес и вес бруска с размерами: $b=20$ *см*, $h=10$ *см*, $l=50$ *см*, если его осадка в воде $y=8$ *см*.

Решение. В случае надводного плавания имеем (3-3):

$$\frac{\gamma_т}{\gamma}=\frac{W}{W_т}.$$

Отсюда

$$\gamma_т=\gamma\frac{W}{W_т}=\gamma\frac{lby}{lbh}=\gamma\frac{y}{h}.$$

Следовательно,

$$\gamma_т=1\,\frac{8}{10}=0{,}8\ тс/м^3=7{,}85\ кН/м^3.$$

Тогда вес бруска

$$G=\gamma_т W_т=0{,}0008\cdot 20\cdot 10\cdot 50=8{,}0\ кгс.$$

Задача 3.26

Определить, остойчив ли деревянный брус с относительным удельным весом $\gamma_д/\gamma=0{,}85$, плавающий в воде. Ширина бруса $b=15$ *см*, высота $h=30$ *см*, длина $l>b$. В случае неостойчивости определить минимальное число брусьев n, при котором составленный из них плот будет остойчив.

Решение. Для определения осадки бруса записываем условие плавания (3-2):

$$G=P;$$

$$\gamma_д lbh=\gamma lby,$$

откуда

$$y=\frac{\gamma_д}{\gamma}h=0{,}85\cdot 30=25{,}5\ см.$$

Поскольку брус — однородное прямоугольное тело, его центр тяжести C находится на середине высоты h. Центр водоизмещения D лежит в центре тяжести объема погруженной части W, т. е. на высоте $y/2$ от нижней кромки бруса. Так как точка C выше точки D на величину

$$\delta=\frac{h}{2}-\frac{y}{2}=15-12{,}75=2{,}25\ см,$$

для проверки остойчивости тела необходимо вычислить величину метацентрического радиуса ρ.

Находим центральный момент инерции плоскости ватерлинии относительно продольной оси:

$$J_0=\frac{lb^3}{12},$$

тогда по формуле (3-5)

$$\rho = \frac{J_0}{W} = \frac{lb^3}{12lby} = \frac{b^2}{12y} = \frac{15^2}{12 \cdot 25,5} = 0,735 \text{ см}.$$

Так как $\rho = 0,735$ *см* $< \delta = 2,25$ *см*, то брус не остойчив.

Предыдущие вычисления показывают, что величины осадки y и эксцентриситета δ не зависят от ширины бруса b, а величина метацентрического радиуса ρ увеличивается с увеличением b. Следовательно, составляя плот из n брусьев тех же размеров, можно увеличить ширину системы в n раз и обеспечить ее остойчивость при условии

$$\rho = \frac{(nb)^2}{12y} > \delta.$$

Отсюда

$$n > \frac{\sqrt{12y\delta}}{b} = \frac{\sqrt{12 \cdot 25,5 \cdot 2,25}}{15} \approx 2.$$

Задача 3.27

На рис. 16 показана принципиальная схема гидравлического пресса, которая одновременно может служить схемой гидравлического домкрата. Для случая домкрата тело *1* — поднимаемый груз, для случая пресса — это неподвижная опора, связанная с фундаментом колоннами *8* (показаны пунктиром); тело *2* при этом представляет собой прессуемый материал.

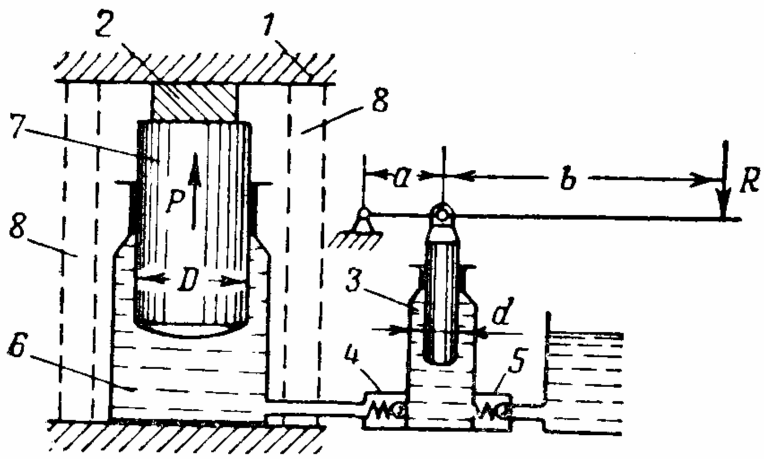


Рис. 16. Схема гидравлического пресса (домкрата)

С помощью ручного насоса *3*, снабженного всасывающим *5* и напорным *4* клапанами, создается давление в цилиндре *6*, которое действует на поршень *7* и вызывает усилие P вдоль поршня.

Определить это усилие при следующих данных: $R = 20$ *кГ*; $a/b = 1/9$; $D/d = 10$.

Решение.

$$P = R\frac{a+b}{a}\left(\frac{D}{d}\right)^2 = 20 \cdot 10 \cdot 100 = 20\,000 \text{ кГ}.$$

Задача 3.28

Гидравлический мультипликатор (рис. 17) служит для повышения давления p_1, получаемого от насоса или аккумулятора. Давление p_1 подводится в цилиндр *1*, внутрь которого входит подвижной полый цилиндр *2* весом G и диаметром D. Последний скользит по неподвижному плунжеру *3* диаметром d, канал которого отводит жидкость под повышенным давлением p_2.

Определить давление p_2 при следующих данных: $G=300$ *кГ*; $D=125$ *мм*; $p_1=100$ *кГ/см²*; $d=50$ *мм*.

Силами трения в уплотнениях пренебречь.

Р е ш е н и е. Из условия равновесия цилиндра *2* имеем

$$\frac{\pi D^2}{4} p_1 = \frac{\pi d^2}{4} p_2 + G,$$

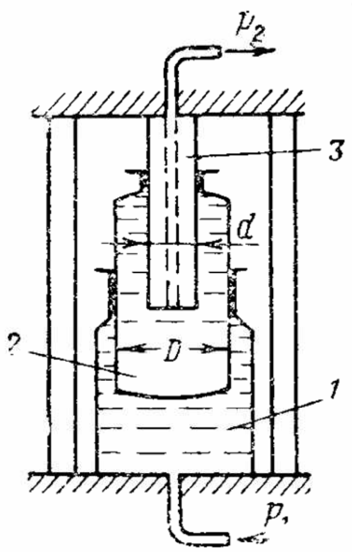


Рис. 17. Схема гидравлического мультипликатора

откуда

$$p_2 = p_1 \left(\frac{D}{d}\right)^2 - \frac{4G}{\pi d^2} = 100 \left(\frac{125}{50}\right)^2 - \frac{4 \cdot 300}{\pi \cdot 5^2} = 610 \text{ кГ/см}^2.$$

Задача 3.29

В цилиндрический сосуд при закрытом кране B и открытом кране A наливается ртуть при атмосферном давлении до высоты $h_1=50$ *см*. Высота сосуда $H=70$ *см*. Затем кран A закрывается, а кран B открывается. Ртуть начинает вытекать из сосуда в атмосферу. Предполагая, что процесс происходит изотермически, определить вакуум в сосуде при новом положении уровня h_2 в момент равновесия (рис. 1-16) и величину h_2.

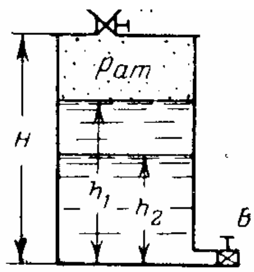


Рис. 1-16.

Р е ш е н и е. Составляем условие равновесия $p' + \gamma_{рт} h_2 = p_{ат}$, где p' — абсолютное давление в сосуде над слоем ртути при установлении равновесия. Тогда,

$$p_{ат} - p' = \gamma_{рт} h_2. \qquad (1)$$

В уравнении (1) два неизвестных: p' и h_2. При уменьшении h_2 абсолютное давление в сосуде над ртутью уменьшается. Составляем второе уравнение, исходя из предположения, что процесс происходит изотермически:

$$p_{ат}(H-h_1)=p'(H-h_2). \qquad (2)$$

Подставляем в уравнение (2) значение p' из уравнения (1). Тогда

$$p_{ат}(H-h_1)=(p_{ат}-\gamma_{рт}h_2)(H-h_2).$$

После сокращения получаем:

$$\gamma_{рт}h_2^2-(p_{ат}+\gamma_{рт}H)\,h_2+p_{ат}h_1=0.$$

Подставим числовые значения:

$$133\,416h_2^2-(9{,}81\cdot10^4+133\,416\cdot0{,}7)\,h_2+9{,}81\cdot10^4\cdot0{,}5=0,$$

или после сокращения на $9{,}81\cdot10^3$:

$$13{,}6h_2^2-19{,}52h_2+5=0.$$

Решив это уравнение, получим: $h'_2=1{,}10$ *м* и $h''_2=0{,}334$ *м*.

Первое значение неприемлемо, так как $h'_2>H$, поэтому принимаем $h_2=0{,}334$ *м* $=33{,}4$ *см*.

Величина вакуума из уравнения (1)

$p_{ат}-p'=133\,416\cdot0{,}334=44\,561$ *н/м²* $=0{,}454$ *кГ/см²* $=0{,}454$ *ат*.

Задача 3.30

Определить при помощи дифференциального манометра разность давлений в точках B и A двух трубопроводов, заполненных водой. Высота столба ртути $h_1-h_2=h=20$ *см*. Удельный вес ртути $\gamma_{рт}=133\,416$ *н/м³* $=13\,600$ *кГ/м³*, воды $\gamma=9\,810$ *н/м³* (рис. 1-19).

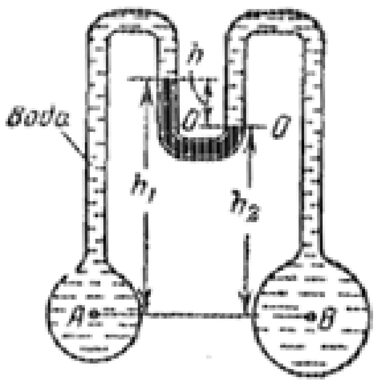


Рис. 1-19.

Решение. Составляем условие равновесия относительно линии раздела между ртутью и водой в правом пьезометре (плоскость $O—O$).

Давление справа

$$p'_{O-O}=p'_B-\gamma h_2.$$

Давление слева

$$p'_{O-O}=p'_A-\gamma h_1+\gamma_{рт}h.$$

Приравнивая оба выражения, получаем:

$$p'_B-\gamma h_2=p'_A-\gamma h_1+\gamma_{рт}h.$$

Разность давлений

$$p'_B-p'_A=\gamma_{рт}h-\gamma(h_1-h_2)=h(\gamma_{рт}-\gamma)=$$

$$=0{,}20\,(133\,416-9\,810)=2{,}472\cdot10^4\ н/м^2=0{,}252\cdot10^4\ кГ/м^2.$$

Задача 3.31

Определить силу манометрического давления на дно сосудов *а*, *б*, *в* и *г* (рис. 1-24), наполненных водой. Высота столба $h=60$ *см*, а $h_1=50$ *см* и $h_2=40$ *см*. Площадь дна сосудов $\omega=1\,250$ *см²*, а площадь сечения $\omega_1=12{,}50$ *см²*.

Найти силу, передаваемую в каждом случае на пол, пренебрегая весом сосуда.

Почему сила давления на дно не всегда совпадает с весом воды, заключенной в сосуде? Объясните гидростатический парадокс, определив силу манометрического давления, воспринимаемую фасонной частью $ABCD$ (*б*) или AB (схемы *в* и *г*).

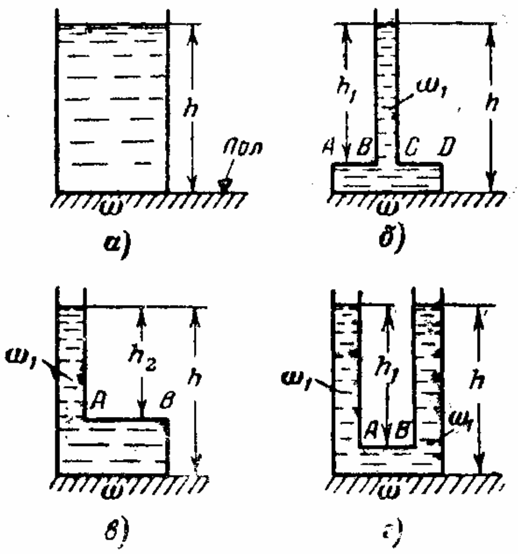


Рис. 1-24.

Решение. Манометрическое давление для всех сосудов будет одинаковым, так как глубина h везде одна и та же, т. е. $p=\gamma h=9\,810\cdot0{,}6=5\,886$ $н/м^2=600$ $кГ/м^2=0{,}06$ $кГ/см^2$. Сила манометрического давления на дно для всех сосудов, как следует из формулы (1-7), будет одинаковой, так как площадь дна везде одна и та же

$$P=\gamma h\omega=p\omega=5\,886\cdot0{,}125=735{,}75\ н=75\ кГ.$$

Сила, передаваемая на пол, будет различной, так как вес жидкости, заключенной в сосудах, — разный.

Вычислим силу, передаваемую на пол, пренебрегая весом сосуда.

По схеме:

а) $G_а = \gamma h\omega = 5\,886 \cdot 0{,}125 = 735{,}75$ *н* $= 75$ *кГ;*

б) $G_б = \gamma h_1\omega_1 + \gamma(h - h_1)\omega = 9\,810 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}00125 + 9\,810 \cdot (0{,}60 - 0{,}50) \times 0{,}125 = 6{,}131 + 122{,}625 = 128{,}756$ *н* $= 13{,}125$ *кГ*;

в) $G_в = \gamma h_2\omega_1 + \gamma(h - h_2)\omega = 9\,810 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}00125 + 9\,810(0{,}60 - 0{,}40) \times 0{,}125 = 4{,}905 + 245{,}25 = 250{,}155$ *н* $= 25{,}5$ *кГ*;

г) $G_г = 2\gamma h_1\omega_1 + \gamma(h - h_1)\omega = 2 \cdot 9\,810 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}00125 + 9\,810(0{,}60 - 0{,}50) \cdot 0{,}125 = 12{,}263 + 122{,}625 = 134{,}888$ *н* $= 13{,}75$ *кГ*.

Таким образом, сила, передаваемая на пол от первого сосуда *а*, будет наибольшей, а от второго *б* — наименьшей. Определяем силу манометрического давления на фасонную часть схемы:

б) $P_ф = \gamma h_1(\omega - \omega_1) = 9\,810 \cdot 0{,}50(0{,}125 - 0{,}00125) = 606{,}994$ *н* $= 61{,}875$ *кГ*;

в) $P_ф = \gamma h_2(\omega - \omega_1) = 9\,810 \cdot 0{,}40(0{,}125 - 0{,}00125) = 485{,}595$ *н* $= 49{,}5$ *кГ*;

г) $P_ф = \gamma h_1(\omega - 2\omega_1) = 9\,810 \cdot 0{,}50(0{,}125 - 0{,}00250) = 600{,}862$ *н* $= 61{,}25$ *кГ*.

Следовательно, для схемы *а* вес жидкости равен силе давления на дно

$$P = G_а = 735{,}75 \text{ н} = 75 \text{ кГ}.$$

Для схемы *б* фасонная часть воспринимает часть давления, равную 606,994 *н* $= 61{,}875$ *кГ* и поэтому $P > G_б$, т. е. жидкость может оказывать давление на дно значительно больше своего веса (гидростатический парадокс).

Сила, которая окончательно передается на пол (пренебрегая весом сосуда), равна:

для схемы *б*

$$P - P_ф = 735{,}75 - 606{,}994 = 128{,}756 \text{ н} = 13{,}125 \text{ кГ} = G_б;$$

для схемы *в*

$$P - P_ф = 735{,}75 - 485{,}595 = 250{,}155 \text{ н} = 25{,}5 \text{ кГ} = G_в;$$

для схемы *г*

$$P - P_ф = 735{,}75 - 600{,}862 = 134{,}888 \text{ н} = 13{,}75 \text{ кГ} = G_г.$$

Задача 3.32

Определить силу манометрического давления на дно сосуда, если сила P_1, действующая на поршень, равна 44 *н* (рис. 1-26). Диаметр $d = 12$ *см*, глубина воды в сосуде $h = 40$ *см*, диаметр дна сосуда $D = 35$ *см*.

Решение. Манометрическое гидростатическое давление на дно сосуда определяется из зависимости

$$p = \frac{P_1}{\omega_1} + \gamma h,$$

где площадь поршня $\omega_1 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 12^2}{4} = 113$ *см*$^2 = 0{,}0113$ *м*^{2}; $p = \frac{44}{0{,}0113} + 9\,810 \cdot 0{,}40 = 3\,893 + 3\,924 = 7\,817$ *н/м*$^2 = 0{,}08$ *кГ/см*^{2}.

Сила манометрического давления на дно сосуда при площади дна

$$\Omega = \frac{3{,}14 \cdot 35^2}{4} = 962 \text{ см}^2 = 0{,}0962 \text{ м}^2$$

будет:

$$P = p\Omega = 7\,817 \cdot 0{,}0962 = 752\ н \approx 77\ кГ.$$

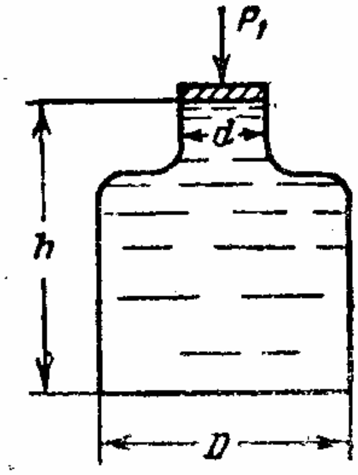


Рис. 1-26.

Задача 3.33

Предполагая, что резервуар, изображенный на рис. 1-29, покоится на специальном основании, определить силу, передаваемую на это основание, не учитывая собственный вес резервуара. Сравнив найденную силу с силой давления на дно резервуара P_1, объяснить гидростатический парадокс, почему $P_1 < G$.

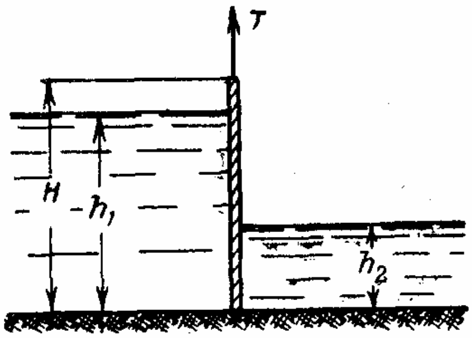


Рис. 1-30.

Указание. Для объяснения гидростатического парадокса нужно определить вертикальную составляющую силы давления P_3 (см. задачу 1-36), так как горизонтальные составляющие силы — противоположно направленные на обе боковые стенки — взаимно уравновешиваются.

Ответ. $G = 36{,}218 \cdot 10^4$ $н = 36{,}92 \cdot 10^3$ $кГ$.

Задача 1-38. Определить силу давления на плоский прямоугольный затвор и центр давления. Глубина воды в верхнем бьефе $h_1 = 3$ $м$, в нижнем $h_2 = 1{,}2$ $м$. Ширина затвора $b = 4$ $м$, высота $H = 3{,}5$ $м$ (рис. 1-30). Расчет произвести аналитическим и графо-аналитическим способами. Найти начальное подъемное усилие, если толщина затвора $t = 0{,}08$ $м$, удельный вес материала, из которого изготовлен затвор, $\gamma_д = 1{,}18 \cdot 10^4$ $н/м^3 = 1\,200$ $кГ/м^3$, а коэффициент трения затвора о пазы $f = 0{,}5$.

Решение.

1. Аналитический способ решения

Силу манометрического давления на затвор определяем по формуле (1-9):

$$P = \gamma h_{ц.т}\omega.$$

Атмосферное давление не учитываем, так как оно действует на затвор слева и справа, и, следовательно, взаимно уравновешивается.

Сила давления слева

$$P_1 = 9\,810 \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 176{,}6 \cdot 10^3\ н = 176{,}6\ кн = 18 \cdot 10^3\ кГ.$$

Сила давления справа

$$P_2 = 9\,810 \cdot \frac{1{,}2}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 4 = 28{,}3 \cdot 10^3\ н = 28{,}3\ кн = 2{,}88 \cdot 10^3\ кГ.$$

Равнодействующая равна разности давлений с левой и с правой стороны, т. е.

$$P = P_1 — P_2 = 176{,}6 — 28{,}3 = 148{,}3\ кн = 15{,}12 \cdot 10^3\ кГ.$$

Расстояние от свободной поверхности верхнего бьефа до центра давления левой силы находим по формуле (1-10):

$$l_{д1} = \frac{J}{\omega l_{ц.т}} = \frac{bh_1^3 \cdot 2}{3bh_1h_1} = \frac{2}{3}h_1 = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2\ м.$$

Расстояние от свободной поверхности нижнего бьефа до центра давления правой силы P_2

$$l_{д2} = \frac{J}{\omega l_{ц.т}} = \frac{2}{3}h_2 = \frac{2}{3} \cdot 1{,}2 = 0{,}8\ м.$$

Для нахождения центра давления равнодействующей силы используем теорему статики о том, что момент равнодействующей

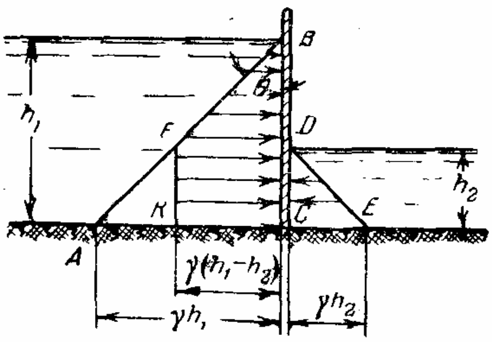


Рис. 1-31.

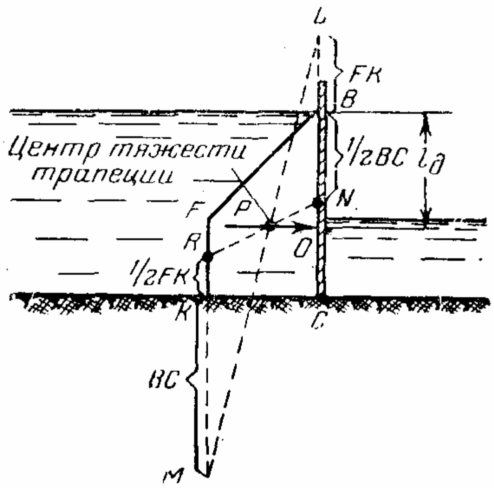


Рис. 1-32.

равен сумме моментов сил составляющих. Составим уравнение моментов относительно точки B и найдем расстояние от свободной поверхности верхнего бьефа до центра давления равнодействующей, т. е.

$$Pl_д = P_1 l_{д1} — P_2(l_{д2} + h_1 — h_2).$$

Подставляя числовые значения $148{,}3 l_д = 176{,}6 \cdot 2 — 28{,}3(0{,}8 + 3 — — 1{,}2)$ и сокращая на 9,81, получаем:

$$15{,}12 l_д = 18 \cdot 2 — 2{,}88 \cdot 2{,}6,$$

откуда

$$l_д = \frac{36 — 7{,}49}{15{,}12} = 1{,}89\ м.$$

2. Графо-аналитический способ решения

Строим эпюры давления воды на затвор слева и справа в масштабе (рис. 1-31).

Эпюра гидростатического давления с левой стороны изображается треугольником ABC, а справа — треугольником EDC. Отрезки AC и CE выражают гидростатическое давление в точке C с левой и с правой стороны, равное соответственно γh_1 и γh_2.

Эпюра равнодействующей равна разности эпюр ABC и EDC и изобразится трапецией $KFBC$.

Определяем силу давления с левой стороны с помощью эпюры

$$P_1 = F_{ABC} b = \frac{1}{2} \gamma h_1^2 b = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 3^2 \cdot 4 = 176{,}6 \text{ кн} = 18 \cdot 10^3 \text{ кГ},$$

где F_{ABC} — площадь эпюры ABC; b — ширина затвора.

Сила давления справа

$$P_2 = F_{EDC} b = \frac{1}{2} \gamma h_2^2 b = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}2^2 \cdot 4 = 28{,}3 \text{ кн} = 2{,}88 \cdot 10^3 \text{ кГ}.$$

Равнодействующая сила

$$P = F_{KFBC} b = \frac{h_1 + h_2}{2} \gamma (h_1 - h_2) b = \frac{3+1{,}2}{2} 9{,}81 \cdot (3 - 1{,}2) \cdot 4 =$$
$$= 148{,}3 \text{ кн} = 15{,}12 \cdot 10^3 \text{ кГ}.$$

Сила давления P_1 будет проходить через центр тяжести эпюры (треугольника ABC); следовательно, центр давления силы P_1 будет расположен на расстоянии $\frac{2}{3} h_1$ от свободной поверхности верхнего бьефа. Центр давления левой силы будет находиться на расстоянии $\frac{2}{3} h_2$ от свободной поверхности нижнего бьефа (сила P_2 проходит через центр тяжести треугольника EDC).

Для нахождения центра давления равнодействующей необходимо найти центр тяжести трапеции $KFBC$. Воспользуемся известным графическим приемом, ясным из рис. 1-32. Через центр тяжести проводим силу P перпендикулярно к затвору. Измерив расстояние от свободной поверхности верхнего бьефа до точки пересечения силы P со щитом (точка O), получим $l_д$ *.

Начальное подъемное усилие T находим из выражения

$$T = G + Pf,$$

где G — вес затвора.

При определении начального подъемного усилия архимедову силу не учитываем, так как она в начальный момент подъема отсутствует.

Вес затвора $G = \gamma_д H t b = 1{,}18 \cdot 10^4 \cdot 3{,}5 \cdot 0{,}08 \cdot 4 = 1{,}32 \cdot 10^4$ $н$ $= 1{,}34 \cdot 10^3$ $кГ$.

$T = 1{,}32 \cdot 10^4 + 0{,}5 \cdot 14{,}83 \cdot 10^4 = 8{,}73 \cdot 10^4$ $н = 87{,}3$ $кн = 8{,}9 \cdot 10^3$ $кГ$.

Задача 3.34

Сороудерживающая решетка установлена в подводящем канале под углом $\alpha = 60°$ (рис. 1-52). Она выполнена из железных полос толщиной $\delta = 6$ *мм* и шириной $b = 80$ *мм*, скрепленных тремя болтами на распорках высотой $a = 24$ *мм*. Проверить напряжение в полосах на худший случай, предполагая, что вода вследствие полного засорения решетки мусором поднялась до уровня $H = 3$ *м*, а с правой стороны решетки спала до дна. Допускаемое напряжение для литого железа $\sigma = 11\,772 \cdot 10^4$ $н/м^2 = 1\,200$ $кГ/см^2$.

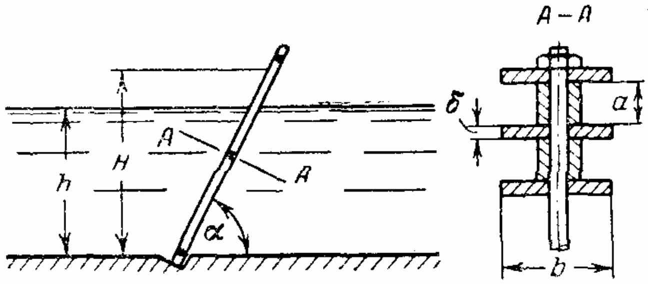


Рис. 1-52.

Решение. Нагрузка на каждую полосу

$$P=\gamma\left(2\frac{a}{2}+\delta\right)\frac{H}{\sin\alpha}\cdot\frac{H}{2}=$$

$$=9\,810\,(0{,}024+0{,}006)\,\frac{3}{0{,}866}\,\frac{3}{2}=1\,530\ н=156\ кГ.$$

При расположении нагрузки по треугольнику максимальный момент

$$M_{макс}=\frac{2}{9\sqrt{3}}\,\frac{ql^2}{2}=\frac{2}{9\sqrt{3}}\,Pl=0{,}128Pl=$$

$$=0{,}128\cdot 1\,530\cdot 3{,}46=677{,}76\ нм=69{,}09\ кГм,$$

где

$$l=\frac{H}{\sin\alpha}=\frac{3}{0{,}866}=3{,}46\ м.$$

Момент сопротивления полосы

$$W=\frac{\delta b^2}{6}=\frac{0{,}6\cdot 8^2}{6}=6{,}4\ см^3.$$

Напряжение в полосах

$$\sigma=\frac{M_{макс}}{W}=\frac{677{,}76\cdot 10^6}{6{,}4}=10\,590\cdot 10^4\ н/м^2\approx 1\,080\ кГ/см^2,$$

т. е. полученное напряжение меньше допускаемого.

Задача 3.35

Камера шлюза перекрыта плоскими затворами, расположенными в плане под углом $\theta=140°$ друг к другу (рис. 1-53).

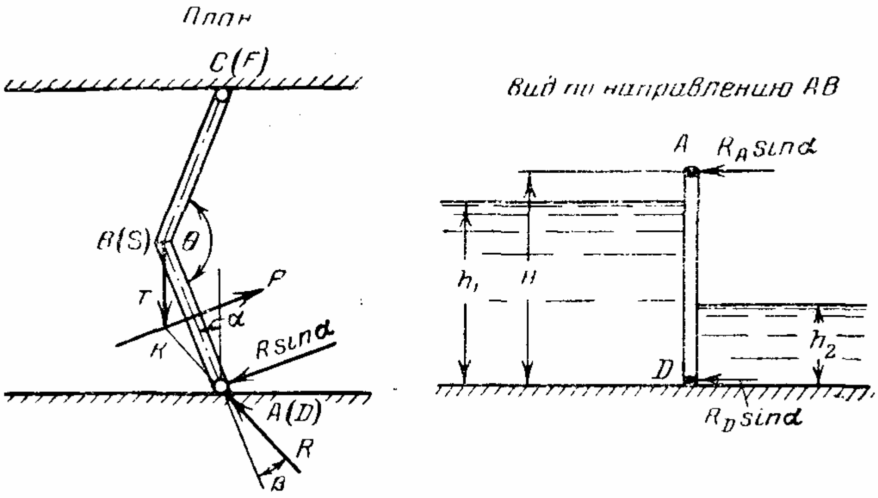


Рис. 1-53.

Глубина воды в верхнем бьефе при наполненном шлюзе $h_1=7$ *м*, в нижнем $h_2=3{,}3$ *м*. Высота затвора $H=8$ *м*, а ширина $b=9$ *м*. Затворы в точках *A, D, C* и *F* закреплены шарнирно. Так как горизонт воды при наполненной камере в шлюзе выше, чем в нижнем бьефе, то оба затвора прижимаются друг к другу в точке *B* под влиянием силы давления воды. Определить реакции шарнира *A* и шарнира *D*, а также угол между направлением действия реакции и осью затвора (*AB* или *BC*).

Решение. Рассмотрим один из затворов, например *AB*. На затвор *AB* действуют следующие силы: реакция со стороны затвора *BC*, обозначенная на чертеже *T* и направленная перпендикулярно к плоскости соприкосновения затвора, реакции *R* двух шарниров, направление которых нужно определить, и равнодействующая сила давления воды на затвор *P*. Так как под действием этих сил система находится в равновесии, то все силы должны пересекаться в одной точке. Сила *P* проходит (в плане) через середину затвора, а поэтому треугольник *BAK* является равнобедренным. Угол *ABK* равен углу α, а так как треугольник *BAK* равнобедренный, то, следовательно, реакция *R* проходит под углом α к направлению оси затвора, т. е.

$$\beta=\alpha=20°;\quad \left(\alpha=\frac{180-140}{2}=20°\right).$$

Спроектируем все силы на ось *X*, которую направим по линии действия силы *P*, и сумму проекций всех сил приравняем нулю

$$P-T\sin\alpha-R\sin\alpha=0,$$

откуда

$$R\sin\alpha+T\sin\alpha=P$$

или

$$P=\sin\alpha(T+R).$$

Спроектируем все силы на ось затвора и приравняем их нулю $R\cos\alpha - T\cos\alpha = 0$, откуда $T=R$. Следовательно, $P=2R\sin\alpha = 2T\sin\alpha$, откуда $R=P/2\sin\alpha$ и $T=P/2\sin\alpha$.

Реакция R равна сумме реакций R_A и R_D, т. е.

$$R=R_A+R_D \quad \text{и} \quad R\sin\alpha = R_A\sin\alpha + R_D\sin\alpha.$$

Определим силу давления на затвор со стороны верхнего и нижнего бьефов

$$P_1 = \gamma h_{\text{ц.т}}\omega_1 = 9{,}81\,\frac{7}{2}7\cdot 9 = 2163{,}1 \text{ кн} = 220{,}5\cdot 10^3 \text{ кГ};$$

$$P_2 = 9{,}81\,\frac{3{,}3}{2}\,3{,}3\cdot 9 = 480{,}7 \text{ кн} = 49\cdot 10^3 \text{ кГ}.$$

Равнодействующая сила давления

$$P = P_1 - P_2 = 2163{,}1 - 480{,}7 = 1682{,}4 \text{ кн} = 171{,}5\cdot 10^3 \text{ кГ}.$$

Определим реакцию затвора:

$$R = \frac{1682{,}4}{2\cdot 0{,}342} = 2\,460 \text{ кн} = 250{,}73\cdot 10^3 \text{ кГ} \approx 251\cdot 10^3 \text{ кГ},$$

где

$$0{,}342 = \sin 20^\circ.$$

Определяем точку приложения равнодействующей силы давления воды, применяя уравнение о том, что момент равнодействующей относительно шарнира D равен моменту сил составляющих

$$Pz = P_1z_1 - P_2z_2,$$

где

$$z_1 = \frac{1}{3}h_1 = \frac{7}{3} = 2{,}33 \text{ м}, \text{ а } z_2 = \frac{1}{3}h_2 = \frac{3{,}3}{3} = 1{,}1 \text{ м};$$

$$z = \frac{2163{,}1\cdot 2{,}33 - 480{,}7\cdot 1{,}1}{1682{,}4} = 2{,}681 \text{ м} \approx 2{,}68 \text{ м}.$$

Центр давления равнодействующей от уреза воды в шлюзе находится на расстоянии $l_{\text{д}} = 7 - 2{,}68 = 4{,}32$ *м*, а от шарнира A — на расстоянии 5,32 *м*. Возьмем сумму моментов действующих сил относительно шарнира A. На шарниры A и D приходится только половина силы P, так как вторая половина воспринимается плоскостью соприкосновения затворов AB и BC

(действительно, $R\sin\alpha + T\sin\alpha = P$ и, так как $T = R$, имеем $2R\sin\alpha = P$ [и $R\sin\alpha = \frac{P}{2}$ или $R_A\sin\alpha + R_D\sin\alpha = \frac{P}{2}$),

$$\sum M_A = 0 \quad \text{или} \quad R_D\sin\alpha H - \frac{P}{2}(H - z) = 0,$$

откуда

$$R_D = \frac{\frac{P}{2}(H-z)}{\sin\alpha H} = \frac{841{,}2\cdot 5{,}32}{0{,}342\cdot 8} = 1635{,}7 \text{ кн} = 166{,}74\cdot 10^3 \text{ кГ};$$

$$\sum M_D = 0 \quad \text{или} \quad \frac{P}{2}z - R_A\sin\alpha H = 0,$$

откуда

$$R_A = \frac{1682{,}4\cdot 2{,}68}{2\cdot 0{,}342\cdot 8} = 824 \text{ кн} = 83{,}99\cdot 10^3 \text{ кГ} \approx 84\cdot 10^3 \text{ кГ};$$

П р о в е р к а.

$$824\cdot 0,342+1635,7\cdot 0,342=2459,7\cdot 0,342=841,2\ кн=85,75\cdot 10^3\ кГ=$$

$$=P/2 \text{ и } R=R_A+R_D=1635,7+824=2459,7\ кн=$$

$$=166,74\cdot 10^3+83,99\cdot 10^3=250,73\cdot 10^3\ кГ.$$

Окончательно

$$R_A=824\ кн=84\cdot 10^3\ кГ,\ R_D=1635,7\ кн=166,74\cdot 10^3\ кГ.$$

Проверить значения R_A и R_D можно еще следующим способом. Так как $R=2459,7\ кн=250,73\cdot 10^3\ кГ$, а сила P расположена от шарнира D на расстоянии 2,68 *м*, а от шарнира A на расстоянии 5,32 *м*, то

$$R_A+R_D=2459,7\ кн=250,73\cdot 10^3\ кГ \text{ и } R_A\cdot 5,32=R_D\cdot 2,68,$$

откуда

$$R_D=1,986R_A,\qquad R_A=0,504R_D.$$

Подставляя в уравнение $1,986R_A+R_A=2\,459,7$ *кн*, получаем:

$$R_A=\frac{2459,7}{2,986}\approx 824\ кн\approx 84\cdot 10^3\ кГ \text{ и } R_D=\frac{2459,7}{1,504}=1635,4\ кн,$$

что практически равно найденному выше, т. е. $1635,7\ кн=166,74\times\times 10^3\ кГ$.

Задача 3.36

Горизонтальная металлическая цистерна (рис. 10) круглого сечения диаметром $D=2$ м и длиной $l=10$ м полностью заполнена минеральным маслом (удельный вес $9\cdot 10^3$ Н/м³). Давление на поверхности масла равно атмосферному. Следует определить силу давления масла на внутреннюю криволинейную поверхность цистерны.

Согласно уравнению (24),

$$P_x=\rho g\,\omega_x\,h_{ц.т}=lD\rho g\,\frac{D}{2}=l\rho g\,\frac{D^2}{2}=10\cdot 9\cdot 10^3\,\frac{2^2}{2}=180\,000\ Н=180\cdot 10^3\ Н.$$

Из уравнения (25) имеем

$$P_z=\rho gV=\rho gl\,\frac{\pi D^2}{8}=9\cdot 10^3\cdot 10\,\frac{3,14\cdot 2^2}{8}=141,3\cdot 10^3\ Н.$$

Силу полного давления жидкости на половину внутренней поверхности цистерны найдем по уравнению (26) с учетом того, что составляющая $P_y=0$:

$$P=\sqrt{P_x^2+P_z^2}=\sqrt{(180\cdot 10^3)^2+(141,3\cdot 10^3)^2}=230\cdot 10^3\ Н.$$

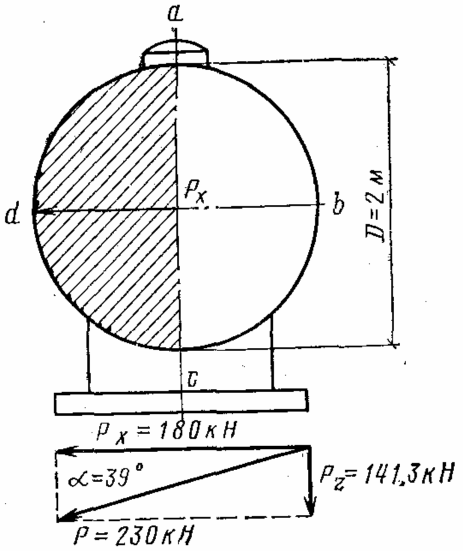


Рис. 10. Схема к расчету давления на стенки резервуара

Направление действия силы P определяется углом ее наклона к горизонту по уравнению (27):

$$\cos\alpha = \frac{P_x}{P} = \frac{180\cdot10^3}{230\cdot10^3} \approx$$

$$\approx 0{,}78; \quad \alpha = 39°.$$

Расчет давления на стенки труб большого диаметра производится аналогично расчету давления на стенки резервуаров. Расчет труб на прочность приводится в третьем разделе.

Задача 3.37

Определить избыточное (вакуумметрическое) и абсолютное давление в точках *1*, *2*, *3*, *4*, *5* и *6* заполненной водой емкости (рис. 1.19) и опущенных в нее закрытых сверху герметичных вертикальных трубках *I* и *II*, если известно, что $h_1 = h_5 = 0$; $h_2 = 3$ м; $h_3 = 2$ м; $h_4 = 1$ м; $h_6 = 5$ м.

Решение. 1. Свободная поверхность воды в показанной на рис. 1.19 емкости находится под действием атмосферного давления p_a. Поэтому для рассматриваемого примера справедливо частное выражение закона гидростатического давления $p_{изб} = \gamma h$, т. е. избыточное давление (сверх атмосферного) определяется только удельным весом (для воды $\gamma \approx 10$ кН/м³) и глубиной погружения соответствующих точек под уровень свободной поверхности:

$$p_{1\,изб} = 0, \quad \text{так как } h_1 = 0;$$
$$p_{2\,изб} = \gamma h_2 = 10\,000\cdot 3 = 30 \text{ кПа};$$
$$p_{6\,изб} = \gamma h_6 = 10\,000\cdot 5 = 50 \text{ кПа}.$$

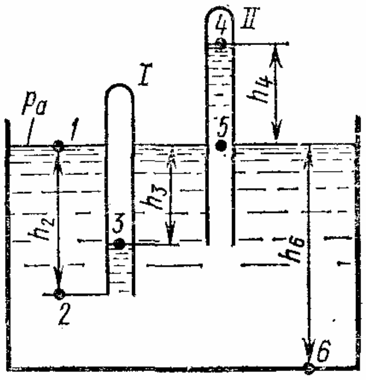


Рис. 1.19

Точки *3*, *4* и *5* находятся внутри опущенных в воду геометрически закрытых сверху трубок. Показанные на рисунке ситуации можно получить, опуская нижний конец трубки *I*, при этом оказавшийся в ней воздух сожмется, и поднимая предварительно заполненную трубку *II* над свободной поверхностью воды в емкости. Все точки произвольной горизонтальной поверхности внутри однородной жидкости — поверхности равного давления. Следовательно, избыточное давление в точке *3* равно давлению во всех точках заполненной емкости на глубине h_3, т. е. $p_{3изб} = 20$ кПа, а $p_{5изб} = p_{1изб} = 0$.

Поднятый над точкой *5* уровень воды в точке *4* поддерживается только за счет разности давлений в точках *5* и *4*, т. е. в точке *4* давление должно быть меньше атмосферного: $p_{4вак} = 10$ кПа.

2. Нулевые значения абсолютной и избыточной систем отсчета отличаются в данном случае на величину атмосферного давления $p_a \approx$ ≈ 100 кПа. Тогда абсолютное давление согласно (1.24) больше избыточного:

$p_{1\,абс} = p_{5\,абс} = p_a \approx 100$ кПа;
$p_{2\,абс} = p_a + p_{2\,изб} = 130$ кПа;
$p_{3\,абс} = p_a + p_{3\,изб} = 120$ кПа.

Как уже было отмечено выше, давление на поверхности воды в точке *4* меньше атмосферного. Поэтому абсолютное давление в этой точке рассчитаем по общему закону гидростатического давления, выражаемого формулой (1.24). В принятых обозначениях примера давления в точках *4* и *5* окажутся связаны следующим образом:

$$p_{5\,абс} = p_{4\,абс} + \gamma h_4.$$

Откуда получаем:

$$p_{4\,абс} = 90 \text{ кПа}; \quad p_{4\,вак} = p_a - p_{4\,абс} = 10 \text{ кПа}.$$

Задача 3.38

Построить эпюру нормальных напряжений в жидкости при действии на плоский прямоугольный затвор, перекрывающий вход в дорожную трубу сечением $A \times B = 2 \times 2$ м (рис. 1.20), если глубина воды перед трубой $H = 5$ м, а коэффициент заложения откоса насыпи $m = 1{,}5$. Определить силу гидростатического давления воды на затвор и координату центра давления D.

Решение. 1. Действующая на затвор вода находится в состоянии покоя, поэтому эпюру нормальных напряжений можно построить, рассчитав значения гидростатических давлений по основному закону

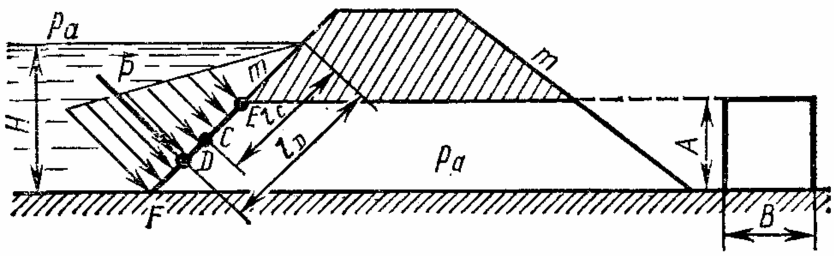


Рис. 1.20

гидростатики. При этом в каждой точке левой стороны затвора гидростатическое давление будет складываться из двух слагаемых: атмосферного давления на свободной поверхности воды $p_0 = p_a$ и весового γh, зависящего от глубины погружения рассматриваемой точки. Но затвор справа тоже находится под действием атмосферного давления. Одновременное действие на затвор как слева, так и справа атмосферного давления взаимно уравновешивается, не оказывая влияния на напряжения в затворе.

Следовательно, для построения эпюры нормальных напряжений в пределах затвора достаточно воспользоваться частной формой закона, а именно зависимостью (1.25). Соответственно силу суммарного давления на затворы P и координату центра ее приложения l_D тоже надо определять, учитывая влияние только избыточного давления.

Итак, находим избыточное гидростатическое давление в верхней E и нижней F точках затвора:

$$p_E = \gamma h_E = \gamma (H - A) = 10\,000 \cdot (5 - 2) = 30 \text{ кПа};$$

$$p_F = \gamma h_F = \gamma H = 10\,000 \cdot 5 = 50 \text{ кПа}.$$

Изменение гидростатического давления по глубине подчиняется линейному закону. Действовать нормальное напряжение на левую часть затвора может только во внутренней нормали. Поэтому, чтобы построить эпюру нормальных напряжений, надо отложить перпендикулярно его поверхности отрезки, соответствующие значению давления в точках E и F, соединить их концы прямой линией; все стрелки направлены слева направо — внутрь смоченной поверхности (рис. 1.20).

2. Силу избыточного давления на затвор, перекрывающий вход в трубу, можно определить с помощью эпюры нормальных напряжений — она равна ее объему, т. е. произведению площади, показанной на рис. 1.20, на ширину затвора. Но проще эту силу рассчитать по формуле (1.28) или (1.29) как произведение давления в центре тяжести смоченной поверхности затвора не ее площадь:

$$P = p_C S = \gamma \left(H - \frac{A}{2}\right) B \cdot A \sqrt{1+m^2} =$$
$$= 10\,000\,(5-2/2)\,2 \cdot 3{,}6 = 283\,000 \text{ Н}.$$

3. Координату центра давления D, находящегося в центре тяжести эпюры нормальных напряжений, действующих по поверхности затвора EF, проще рассчитать по формуле (1.34):

$$l_D = l_C + \frac{I_C}{S l_C^2},$$

где

$$l_C = \left(H - \frac{A}{2}\right)\sqrt{1+m^2} = (5-2/2)\sqrt{1+1{,}5^2} = 7{,}2 \text{ м};$$
$$S = B \cdot A\sqrt{1+m^2} = 2 \cdot 3{,}6 = 7{,}2 \text{ м}^2;$$
$$I_C = \frac{B\,(A\sqrt{1+m^2})^3}{12} = \frac{2\,(2\sqrt{1+1{,}5^2})^3}{12} = 7{,}82 \text{ м}^4.$$

Окончательно получаем $l_D = 7{,}22$ м.

Задача 3.39

Определить давление в характерных точках и суммарную силу давления как распределенную нагрузку на стенку подводного транспортного туннеля радиусом $r = 5$ м и глубиной погружения $H = 20$ м (рис. 1.21).

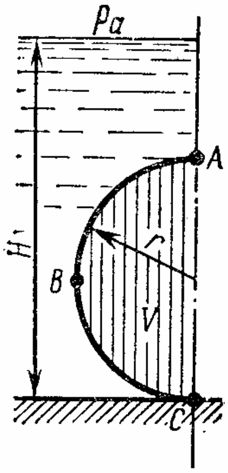


Рис. 1.21

Решение. 1. Определим избыточное давление в характерных точках A, B и C по уравнению (1.32), ограничиваясь левой половиной туннеля, так как распределение давления по правой части будет аналогичным; тогда

$$p_A = \gamma h_A = \gamma\ (H - 2r) = 10\ 000\ (20 - 2 \cdot 5) =$$
$$= 1 \text{ МПа};$$
$$p_B = \gamma h_B = \gamma\,(H - r) = 1{,}5 \text{ МПа};$$
$$p_C = \gamma h_C = \gamma H = 2 \text{ МПа}.$$

2. Как известно, горизонтальная составляющая $P_г$ не зависит от формы смоченной криволинейной поверхности и определяется как силовое воздействие жидкости на ее вертикальную проекцию по формуле (1.39), являющейся частным случаем формулы (1.30):

$$P_г = \gamma h_{Cв} S_в = \gamma h_B 2r = 10\,000 \cdot 15 \cdot 10 = 1{,}5 \text{ МН/м}.$$

3. Вертикальная составляющая $P_в$ равна весу воды в объеме тела давления, которое в данном случае представляет полуцилиндр:

$$P_в = \gamma V = \gamma \frac{\pi r^2}{2} = 10\,000 \cdot 3{,}14 \cdot 5^2/2 = 0{,}4 \text{ МН/м}.$$

На правую часть туннеля действуют в том же направлении такие же силы давления воды. Поэтому суммарное вертикальное воздействие будет определяться силой $2P_в$, которую необходимо учитывать при расчете на устойчивость, и т. д. Горизонтальные составляющие силы давления взаимно уничтожаются и не могут повлиять на устойчивость туннеля на дне. При прочностных расчетах стенок туннеля, расчетах его жесткости и т. д. эти силы, конечно, необходимо учитывать.

4. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И УРАВНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ

Задача 4.1

Определить расход в водопроводной трубе, если средняя скорость $v=1{,}1$ *м/сек*, а диаметр трубы $d=300$ *мм*.

Решение. Расход вычислим по формуле

$$Q=\omega v=\frac{\pi d^2}{4}v=0{,}785d^2v=$$

$$=0{,}785\cdot 0{,}3^2\cdot 1{,}1=0{,}0778\ м^3/сек=77{,}8\ л/сек.$$

Задача 4.2

Определить диаметр трубопровода, по которому протекает 500 $м^3$ воды в 1 *ч* со средней скоростью 1,5 *м/сек*.

Решение. Сначала найдем расход

$$Q=\frac{500}{3\,600}=0{,}139\ м^3/сек.$$

Из формулы (4-5)

$$\omega=0{,}785d^2=\frac{Q}{v}.$$

Отсюда

$$d=\sqrt{\frac{Q}{0{,}785v}}=\sqrt{\frac{0{,}139}{0{,}785\cdot 1{,}5}}=0{,}345\ м.$$

Задача 4.3

В расширяющейся трубе имеет место напорное движение жидкости, при этом средние скорости в первом и втором сечениях равны 1,6 и 0,9 *м/сек* соответственно; диаметр трубы в первом сечении $d_1=0{,}5$ *м*. Определить диаметр трубы во втором сечении.

Решение. Учитывая

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\omega_2}{\omega_1}$$

или

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{d_2^2}{d_1^2},$$

получаем:

$$d_2=\sqrt{\frac{v_1d_1^2}{v_2}}=\sqrt{\frac{1{,}6\cdot 0{,}5^2}{0{,}9}}\approx 0{,}67\ м.$$

Задача 4.4

По трубопроводу диаметра $d = 150$ *мм* перекачивается нефть удельного веса $\gamma = 900$ *кГ/м³* в количестве 1200 *т* в сутки.

Определить секундный объёмный расход нефти Q и среднюю скорость её течения v.

Предварительно находим секундный весовой расход

$$G = \frac{1200}{24 \cdot 3600} = 0{,}0138 \ т/сек = 13{,}8 \ кГ/сек.$$

Следовательно, секундный объёмный расход будет:

$$Q = \frac{G}{\gamma} = \frac{13{,}8}{900} = 0{,}0154 \ м^3/сек = 15{,}4 \ л/сек.$$

Далее, по уравнению расхода определяем среднюю скорость

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{15{,}4}{\frac{3{,}14 \cdot 1{,}5^2}{4}} = 8{,}71 \ дм/сек = 0{,}871 \ м/сек.$$

Задача 4.5

Определить при помощи водомера Вентури расход, проходящий по трубопроводу, если диаметр трубопровода $d_1 = 100$ *мм*, диаметр горловины $d_2 = 56$ *мм*, разность показаний пьезометров $h = 45$ *см*. Потерями напора при расчете пренебречь.

Примечание. Водомер Вентури широко применяется в практике. Он состоит из двух конических участков, соединенных короткой цилиндрической вставкой (рис. 4-9). Широкие концы конических участков имеют те же диаметры, что и трубопровод, на котором устанавливается водомер. В сечениях *1-1* и *2-2* присоединены пьезометры.

Решение. Горизонтальную плоскость сравнения *OO* выберем произвольно, составим уравнение Бернулли для сечений *1-1* и *2-2* без учета потерь напора

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}.$$

Примем $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, перепишем уравнение Бернулли в таком виде

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g};$$

Так как $(z_1+p_1/\gamma)-(z_2+p_2/\gamma)=h$ (разности показаний пьезометров), то

$$h=\frac{v_2^2}{2g}-\frac{v_1^2}{2g}.$$

Для определения скорости выразим одну скорость через другую, используя уравнение неразрывности $v_1\omega_1=v_2\omega_2$.

Тогда

$$v_1=\frac{\omega_2}{\omega_1}v_2.$$

Подставим v_1 в уравнение для h и получим:

$$h=\frac{v_2^2}{2g}-\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\frac{v_2^2}{2g}.$$

Отсюда

$$v_2=\sqrt{\frac{2gh}{1-\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}}.$$

Расход без учета потерь напора (теоретический расход) равен:

$$Q_т=v_2\omega_2=\omega_2\sqrt{\frac{2gh}{1-\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}}.$$

Так как ω_2 и ω_1 для данного водомера не зависят от расхода, то можно выделить постоянную водомера A:

$$A=\omega_2\sqrt{\frac{2g}{1-\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}},$$

тогда

$$Q_т=A\sqrt{h}.$$

В действительности при движении жидкости через водомер имеются, хотя и относительно небольшие, потери напора, вследствие чего фактический расход будет меньше по сравнению с теоретическим. Эта разница учитывается умножением $Q_т$ на коэффициент расхода водомера

$$\mu=0{,}95\div0{,}98.$$

Окончательно фактический расход

$$Q=\mu Q_т=\mu A\sqrt{h}.$$

Найдем постоянную водомера A, учитывая, что $(\omega_2/\omega_1)^2=(d_2/d_1)^4$:

$$A=0{,}785\cdot5{,}6^2\sqrt{\frac{2\cdot981}{1-\left(\frac{5{,}6}{10}\right)^4}}=1\ 150\ см^{2,5}/сек.$$

Принимая $\mu=0{,}95$, определяем расход

$$Q=0{,}95\cdot1\ 150\sqrt{45}=7\ 320\ см^3/сек=7{,}32\ л/сек.$$

Задача 4.6

Из отверстия в боковой стенке сосуда по горизонтальной трубе переменного сечения (рис. 78) вытекает вода.

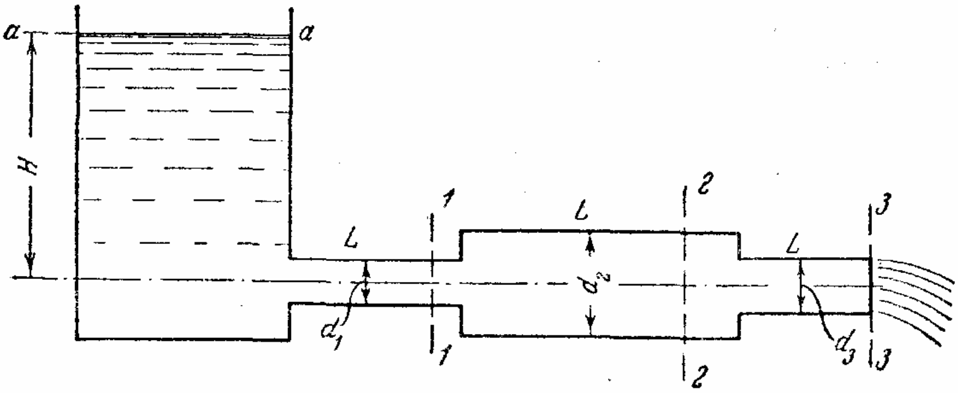


Рис. 78.

Определить расход воды Q, а также средние скорости и давления в сечениях трубопровода *1*, *2* и *3*, предполагая уровень в сосуде постоянным и пренебрегая гидравлическими сопротивлениями, при следующих данных:

$$H = 2\ м,\ d_1 = 7{,}5\ см,\ d_2 = 25\ см,\ d_3 = 10\ см.$$

Составим уравнение Бернулли для двух сечений: сечения свободной поверхности жидкости в сосуде $a-a$ и выходного сечения трубы *3*, принимая за плоскость сравнения горизонтальную плоскость, проходящую через ось трубопровода. Имеем:

$$H + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g}.$$

Ввиду значительных размеров сосуда по сравнению с поперечными размерами трубопровода скорость v_0 будет весьма мала и ею можно пренебречь. Учтём также, что $p_0 = p_3$ (атмосферное давление). Тогда получаем:

$$H = \frac{v_3^2}{2g}.$$

Отсюда находим:

$$v_3 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2} = 6{,}27\ м/сек$$

и

$$Q = v_3 f_3 = v_3 \frac{\pi d_3^2}{4} = 6{,}27 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1^2}{4} = 0{,}0492\ м^3/сек = 49{,}2\ л/сек.$$

Далее, по уравнению расхода определяем средние скорости в сечениях *1* и *2*:

$$v_1 = \frac{Q}{f_1} = \frac{Q}{\frac{\pi d_1^2}{4}} = \frac{0{,}0492}{\frac{3{,}14 \cdot 0{,}075^2}{4}} = 11{,}1\ м/сек,$$

$$v_2 = \frac{Q}{f_2} = \frac{Q}{\frac{\pi d_2^2}{4}} = \frac{0{,}0492}{\frac{3{,}14 \cdot 0{,}25^2}{4}} = 1{,}0\ м/сек.$$

Затем по уравнению Бернулли, составляемому для сечений *1* и *3* и сечений *2* и *3*, находим давления в сечениях *1* и *2*; имеем:

$$\frac{p_2}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}=\frac{p_3}{\gamma}+\frac{v_3^2}{2g}$$

и

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{p_3}{\gamma}+\frac{v_3^2}{2g}.$$

Отсюда получаем:

$$\frac{p_2}{\gamma}=\frac{p_3}{\gamma}+\frac{v_3^2}{2g}-\frac{v_2^2}{2g}=10+\frac{6{,}27^2}{2\cdot 9{,}81}-\frac{1{,}0^2}{2\cdot 9{,}81}=11{,}95 \text{ м вод. ст.},$$

$$\frac{p_1}{\gamma}=\frac{p_3}{\gamma}+\frac{v_3^2}{2g}-\frac{v_1^2}{2g}=10+\frac{6{,}27^2}{2\cdot 9{,}81}-\frac{11{,}1^2}{2\cdot 9{,}81}=5{,}7 \text{ м вод. ст.},$$

что соответствует

$$p_2=1{,}195 \ \mathit{ата}, \quad p_1=0{,}57 \ \mathit{ата}.$$

Таким образом, в сечении *1* имеет место вакуум (разрежение).

Задача 4.7

Определить расход воды, протекающей по трубопроводу, соединяющему резервуар *A* и сосуд *B* (рис. 79), разность уровней

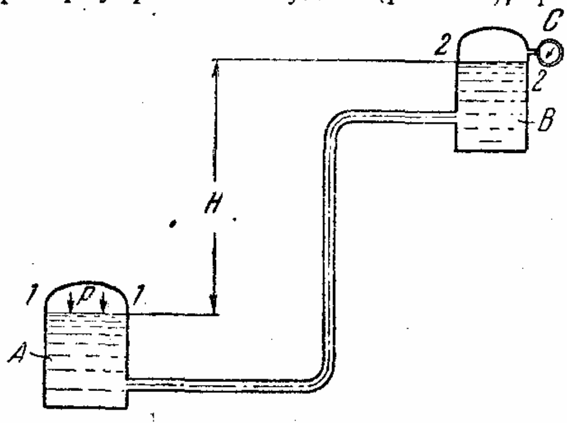


Рис. 79.

в которых составляет $H=15$ *м*. В резервуаре поддерживается избыточное давление $p=2{,}5$ *ати*; вакуумметр *C*, установленный на сосуде *B*, показывает $p_{вак}=0{,}5$ *ата*. Диаметр резервуара $D=5$ *м*, диаметр сосуда $d=0{,}3$ *м*. Потеря напора во всей системе $h_{A-B}=12$ *м*.

Составим уравнение Бернулли для сечений *1* и *2*, совпадающих со свободными поверхностями жидкости в резервуаре *A* и сосуде *B*:

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}+h_{A-B}.$$

Примем за плоскость сравнения поверхность жидкости в резервуаре *A*. Тогда $z_1=0$, $z_2=H$. Учтём также, что $p_1=p+p_{атм}$, $p_2=p_{атм}-p_{вак}$. При этом получим:

$$\frac{p}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}=H-\frac{p_{вак}}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}+h_{A-B}.$$

Воспользуемся далее уравнением постоянства расхода:

$$Q=v_1F=v_2f,$$

откуда

$$v_1=\frac{Q}{F}, \quad v_2=\frac{Q}{f},$$

где

$$F=\frac{\pi D^2}{4}, \quad f=\frac{\pi d^2}{4}.$$

Подставив полученные значения в уравнение Бернулли, будем иметь:

$$\frac{p}{\gamma}+\frac{Q^2}{2gF^2}=H-\frac{p_{\text{вак}}}{\gamma}+\frac{Q^2}{2gf^2}+h_{A-B},$$

или

$$\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{f^2}-\frac{1}{F^2}\right)=\frac{p}{\gamma}+\frac{p_{\text{вак}}}{\gamma}-H-h_{A-B}.$$

Отсюда находим:

$$Q=\sqrt{\frac{2g\left(\frac{p}{\gamma}+\frac{p_{\text{вак}}}{\gamma}-H-h_{A-B}\right)}{\frac{1}{f^2}-\frac{1}{F^2}}}=$$

$$=\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}81\left(\frac{2{,}5\cdot 10\,000}{1000}+\frac{0{,}5\cdot 10\,000}{1000}-15-12\right)}{\frac{1}{\left(\frac{3{,}14\cdot 0{,}3^2}{4}\right)^2}-\frac{1}{\left(\frac{3{,}14\cdot 5^2}{4}\right)^2}}}=$$

$$=0{,}536\ м^3/сек=536\ л/сек.$$

Задача 4.8

Определить мощность, необходимую для работы центробежного насоса, установленного по схеме, изображённой на рис. 80. Насос перекачивает жидкость удельного веса $\gamma=900\ кГ/м^3$ из открытого резервуара A в напорный резервуар B, разность уровней в которых $H=20\ м$. В резервуаре B поддерживается избыточное давление $p_B=1{,}2\ ати$. Производительность насоса $Q=50\ л/сек$, его коэффициент полезного действия $\eta=0{,}8$, потери напора во всасывающем и нагнетательном трубопроводах $h_{A-B}=8\ м$.

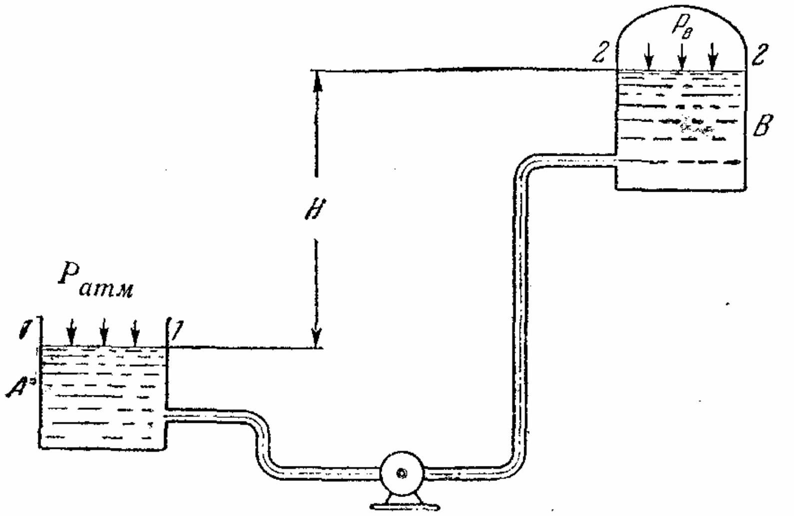


Рис. 80.

Составляем уравнение Бернулли для сечений *1* и *2*, совпадающих со свободными поверхностями жидкости в резервуарах *A* и *B*. При этом следует учесть, что напор в сечении *2* будет больше, чем напор в сечении *1*, на величину напора $H_н$, развиваемого насосом и сообщаемого им жидкости, и меньше на потерю напора h_{A-B} между этими сечениями. Таким образом, имеем:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} - H_н + h_{A-B}.$$

Отсюда, принимая за плоскость сравнения поверхность жидкости в резервуаре *A* и имея в виду, что $z_1 = 0$, $z_2 = H$, $p_1 = p_{атм}$, $p_2 = p_B + p_{атм}$, и пренебрегая скоростными напорами $\frac{v_1^2}{2g}$ и $\frac{v_2^2}{2g}$ ввиду их малости по сравнению с остальными величинами, получаем:

$$H_н = H + \frac{p_B}{\gamma} + h_{A-B} = 20 + \frac{1{,}2 \cdot 10\,000}{900} + 8 = 41{,}3 \text{ м}.$$

После этого по формуле (3.24) находим мощность, потребляемую насосом:

$$N = \frac{\gamma Q H_н}{75\eta} = \frac{900 \cdot 0{,}05 \cdot 41{,}3}{75 \cdot 0{,}8} \cong 31 \text{ л. с.}$$

Задача 4.9

На трубопроводе установлен водомер Вентури. Определить расход воды, протекающий по трубопроводу, если разность показаний пьезометров $h = 20$ *см*, диаметр трубопровода $d_1 = 10$ *см*, а диаметр горловины $d_2 = 5{,}6$ *см* (рис. 2-2). При расчете потерями напора, а также сжатием струи в горловине пренебречь.

Решение. Площадь поперечного сечения трубопровода

$$\omega_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}.$$

Площадь сечения горловины

$$\omega_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}.$$

Выбрав произвольную плоскость сравнения *O—O*, составим уравнение Бернулли для двух сечений *1-1* и *2-2*, пренебрегая потерями напора:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g};$$

принимая $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ и перенося члены, выражающие кинетическую энергию, в правую часть, получаем:

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}.$$

На рис. 2-2 видно, что $\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) = h$, тогда

$$h = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}.$$

Выразим скорость v_1 через расход, для чего воспользуемся уравнением неразрывности (2-2) $Q = \omega_1 v_1 = \omega_2 v_2$, откуда $v_1 = \frac{\omega_2}{\omega_1} v_2$. Подставим скорость v_1 в уравнение для h:

$$h = \frac{v_2^2}{2g} - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \frac{v_2^2}{2g}.$$

Найдем скорость v_2:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}}.$$

Расход без учета потерь напора (теоретический расход)

$$Q_т = \omega_2 v_2 = \omega_2 \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}}.$$

Так как ω_2 и ω_1 для данного водомера при пропуске различных расходов не меняются, то обозначим постоянную водо-

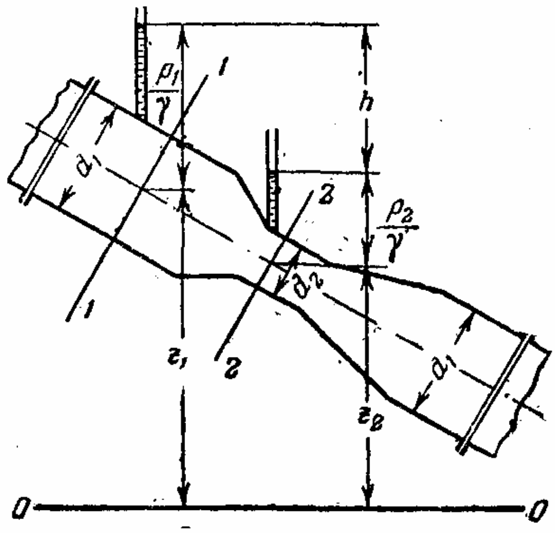


Рис. 2-2.

мера через A, т. е. $A=\omega_2\sqrt{\frac{2g}{1-\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}}$, тогда $Q_т=A\sqrt{h}$.

Ввиду наличия потерь напора фактический расход будет меньше, т. е.

$$Q=\mu A\sqrt{h},$$

где μ — коэффициент расхода водомера, определяемый опытным путем.

Подставляя числовые значения

$$\omega_1=\frac{3,14\cdot 10^2}{4}=78,5\ см^2;\quad \omega_2=\frac{3,14\cdot 5,6^2}{4}=24,62\ см^2;$$

$$A=24,62\sqrt{\frac{1\,962}{1-\left(\frac{24,62}{78,5}\right)^2}}=1\,150\ см^{2,5}/сек,$$

находим искомый расход при $\mu=0,95$:

$$Q=0,95\cdot 1\,150\sqrt{20}=4\,886\ см^3/сек\approx 4,89\ дм^3/сек\approx 4,89\ л^*/сек.$$

Задача 4.10

Пренебрегая потерями напора, определить диаметр горловины d_2 (рис. 2-3), чтобы при пропуске расхода воды по трубопроводу $Q=8,8$ *л/сек* вода по трубке подсасывалась на высоту $h=55$ *см*. Диаметр трубопровода $d_1=100$ *мм*, а манометрическое давление в сечении *1-1*

$$p_1=3\,924\ н/м^2\ (p_1/\gamma=0,4\ м\ вод.ст.)^{**}.$$

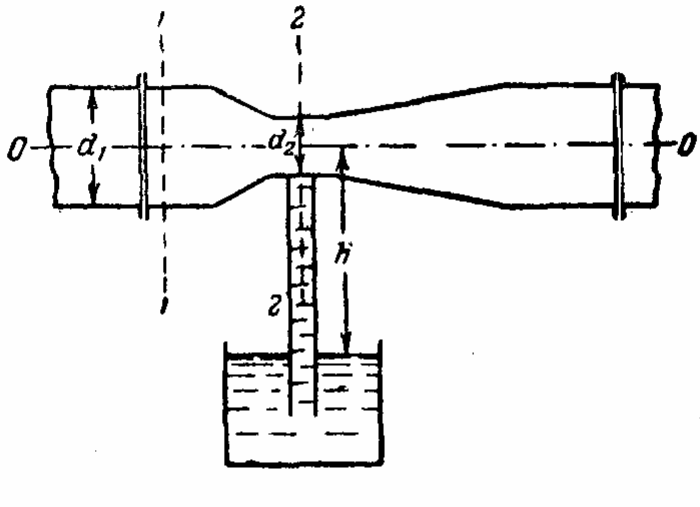


Рис. 2-3.

Решение. Составим уравнение Бернулли для сечений *1-1* и *2-2*, выбрав за плоскость сравнения ось трубы:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{p_{ат}}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}.$$

Определим скоростной напор во втором сечении:

$$\frac{v_2^2}{2g}=\frac{p_1}{\gamma}+\frac{p_{ат}-p_2}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g},$$

где $\frac{p_{ат}-p_2}{\gamma}$ — вакуум в сечении *2-2*.

Определим величину вакуума, обеспечивающего поднятие воды по трубке на высоту $h=55$ *см*, составив условие равновесия

$$p_2+\gamma h=p_{ат},$$

откуда

$$\frac{p_{ат}-p_2}{\gamma}=h=0{,}55\ м.$$

Вычислим площадь сечения трубопровода при $d_1=100$ *мм*$=10$ *см*:

$$\omega_1=\frac{\pi d_1^2}{4}=\frac{3{,}14\cdot 10^2}{4}=78{,}5\ см^2.$$

Скорость в первом сечении при $Q=8{,}8$ *л/сек* $=8\,800$ *см³/сек*

$$v_1=\frac{Q}{\omega_1}=\frac{8\,800}{78{,}5}=112\ см/сек=1{,}12\ м/сек.$$

Скоростной напор в первом сечении

$$\frac{v_1^2}{2g}=\frac{1{,}12^2}{19{,}62}=0{,}064\ м.$$

Подставим числовые значения в уравнение Бернулли:

$$\frac{v_2^2}{2g}=0{,}4+0{,}55+0{,}064=1{,}014\ м,$$

тогда скорость во втором сечении

$$v_2=\sqrt{19{,}62\cdot 1{,}014}=4{,}46\ м/сек.$$

Определим диаметр горловины из уравнения (2-2):

$$d_2=\sqrt{\frac{4Q}{\pi v_2}}=\sqrt{\frac{4\cdot 0{,}088}{3{,}14\cdot 4{,}46}}=0{,}05\ м=5\ см.$$

Задача 4.11

Определить расход воды, вытекающей из трубы, и манометрическое давление в точке B (рис. 2-12). Уровень в резервуаре постоянный, глубина $h=5$ *м*.

Длина участков верхней трубы диаметром $d_1=150$ *мм* равна $l_1=4$ *м* и $l_2=10$ *м*. Длина нижней трубы диаметром $d_2=100$ *мм* равна $l_3=3$ *м*. Коэффициент Дарси λ вычислить по приближенной формуле (2-27). При расчете скоростным напором в резервуаре пренебречь.

Решение. Составим уравнение Бернулли для двух сечений *1-1* и *2-2* относительно плоскости сравнения $O—O$ (рис. 2-12).

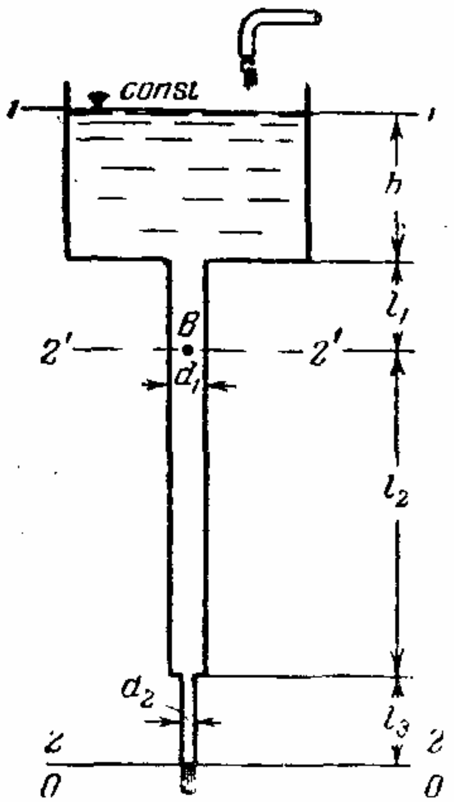


Рис. 2-12.

$$l_3+l_2+l_1+h+\frac{p_{ат}}{\gamma}=\frac{p_{ат}}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}+\sum h_{тр},$$

или

$$22=\frac{v_2^2}{2g}+\sum h_{тр}.$$

Определим потери напора

$$\sum h_{тр}=\zeta_{вх}\frac{v_1^2}{2g}+\lambda_1\frac{l_1+l_2}{d_1}\frac{v_1^2}{2g}+\zeta_{в.с}\frac{v_2^2}{2g}+\lambda_2\frac{l_3}{d_2}\frac{v_2^2}{2g}.$$

Выризим все потери через скорость v_2, для чего найдем скорость v_1 из уравнения неразрывности $v_1\omega_1=v_2\omega_2$. Имеем:

$$v_1=\frac{\omega_2}{\omega_1}v_2=\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 v_2=\left(\frac{100}{150}\right)^2 v_2=0,444\ v_2 \text{ и } v_1^2=0,197\ v_2^2.$$

Подставим найденное значение в уравнение, принимая коэффициенты потерь: $\zeta_{вх}=0,5$ и $\zeta_{в.с}=0,28$ (см. табл. IV), а

$$\lambda_1=0,020+\frac{0,0005}{0,15}=0,0233 \text{ и } \lambda_2=0,020+\frac{0,0005}{0,1}=0,025,$$

$$\sum h_{тр}=(0,5\cdot 0,197+0,0233\cdot 93,3\cdot 0,197+0,28+$$

$$+0,025\cdot 30)\frac{v_2^2}{2g}=1,558\frac{v_2^2}{2g}.$$

Подставим найденное значение в уравнение Бернулли:

$$22=\frac{v_2^2}{2g}(1+1,558)=2,558\frac{v_2^2}{2g}.$$

Скорость при выходе:

$$v_2=\frac{1}{\sqrt{2,558}}\sqrt{19,62\cdot 22}\approx 13\ м/сек,$$

а

$$v_1=0,444\cdot 13=5,77\ м/сек.$$

Расход

$$Q=\omega_2 v_2=0,00785\cdot 13=0,102\ м^3/сек,$$

где

$$\omega_2=\frac{\pi d_2^2}{4}=0,785\cdot 0,1^2=0,00785\ м^2.$$

Для определения манометрического давления в трубе в точке *B* составим уравнение Бернулли для сечений *1-1* и *2'-2'* относительпо плоскости сравнения, проведенной через сечение $2'$-$2'$,

$$h+l_1+\frac{p_{ат}}{\gamma}=\frac{p_B}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}+\zeta_{вх}\frac{v_1^2}{2g}+\lambda_1\frac{l_1}{d_1}\frac{v_1^2}{2g},$$

откуда

$$\frac{p_B-p_{ат}}{\gamma}=9-\frac{5,77^2}{19,62}\left(1+0,5+0,0233\frac{4}{0,15}\right)\approx 5,4\ м;$$

$$p_B-p_{ат}=9\,810\cdot 5,4=5,3\cdot 10^4\ н/м^2=53\ кн/м^2=0,54\cdot 10^4\ кГ/м^2.$$

Задача 4.12

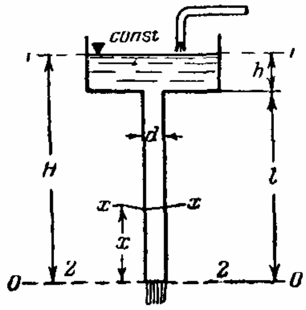


Рис. 2-13.

Определить диаметр трубы, чтобы при заданных глубине $h=0,97$ *м* и длине трубы $l=5$ *м* (рис. 2-13) пропустить расход воды $Q=0,010$ *м³/сек*. Уровень в резервуаре постоянный, скоростным напором в резервуаре пренебречь. На каких расстояниях от конца трубы находятся сечения, в которых вакуум равен $0,49\cdot 10^4$ *н/м²* $=500$ *кГ/м²* и $0,785\cdot 10^4$ *н/м²* $=800$ *кГ/м²*.

Коэффициент Дарси λ вычислить по формуле (2-27).

Решение. Составим уравнение Бернулли для двух сечений *1-1* и *2-2* (рис. 2-13) относительно плоскости сравнения *O—O*:

$$h+l=\frac{v^2}{2g}+\sum h_{тр}.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$5,97=\frac{v^2}{2g}\left(1+0,5+\lambda\frac{5}{d}\right)=\frac{v^2}{2g}\left(1,5+\lambda\frac{5}{d}\right),$$

где $\zeta_{вх}=0,5$, а $\lambda=0,020+\frac{0,0005}{d}$.

Так как скорость $v=\frac{Q}{\omega}=\frac{4Q}{\pi d^2}$ зависит от диаметра и второй член в правой части уравнения является функцией от диаметра, то задача решается методом подбора.

Задаемся произвольным диаметром по ГОСТ, например,

$$d=100\ мм\ \left(\omega=\frac{\pi d^2}{4}=0,00785\ м^2\right).$$

Определяем скорость

$$v=\frac{Q}{\omega}=\frac{0,010}{0,00785}=1,27\ м/сек \text{ и } \frac{v^2}{2g}=\frac{1,27^2}{19,62}=0,825\ м.$$

Вычисляем λ по формуле (2-27):

$$\lambda=0,020+\frac{0.0005}{0,1}=0,025.$$

Подставляем найденные значения в уравнение: $0,825\left(1,5+\right.$ $\left.+0,025\frac{5}{0,1}\right)=1,03<5,97$, т. е. диаметр нужно уменьшить.

Задаемся диаметром $d=50$ *мм* ($\omega=0,00196$ $м^2$).

Скорость

$$v=\frac{0,010}{0,00196}=5,1\ м/сек,\ \frac{v^2}{2g}=\frac{5,1^2}{19,62}=1,326\ м.$$

Определяем λ по формуле (2-27):

$$\lambda=0,020+\frac{0,0005}{0,05}=0,03.$$

Подставляем в уравнение

$$1,326\left(1,5+0,03\ \frac{5}{0,05}\right)=1,326\cdot 4,5=5,967\approx 5,97\ м.$$

Следовательно, диаметр трубы нужно принять $d=50$ *мм*. Для определения расстояния x до сечения, в котором вакуум равен $0,49\cdot10^4$ $н/м^2$, составим уравнение Бернулли для произвольного сечения $x—x$ и для сечения на выходе *2-2*, приняв прежнюю плоскость сравнения *О—О*

$$x+\frac{p_x}{\gamma}+\frac{v^2}{2g}=\frac{p_{ат}}{\gamma}+\frac{v^2}{2g}+\lambda\frac{x}{d}\frac{v^2}{2g},$$

откуда после сокращения получим:

$$x\left(1-\frac{\lambda}{d}\frac{v^2}{2g}\right)=\frac{p_{ат}-p_x}{\gamma}.$$

Подставим числовые значения в уравнение ($p_{ат}-p_x=0,49\times$ $\times10^4$ $н/м^2$)

$$x\left(1-\frac{0,03}{0,05}1,326\right)=\frac{0,49\cdot10^4}{9\,810}=0,5\ м;\ x=2,45\ м\approx2,5\ м.$$

При $p_{ат}-p_x=0,785\cdot10^4$ $н/м^2$

$$\left(1-\frac{0,03}{0,05}1,326\right)=\frac{0,785\cdot10^4}{9\,810}=0,8\ м;\ x=3,92\ м\approx4,0\ м.$$

Задача 4.13

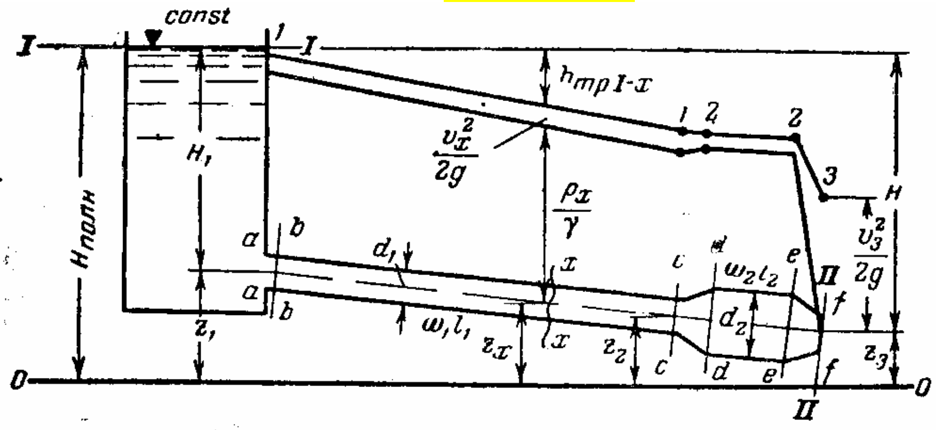


Рис. 2-15.

Для системы труб, изображенной на рис. 2-15, определить скорость истечения, расход и построить линию удельной энергии и пьезометрическую линию (удельной потенциальной энергии).

Дано: $d_1=100$ *мм*, $\omega_1=78{,}5$ *см*^{2}, $l_1=150$ *м*, $d_2=200$ *мм*, $\omega_2=314$ *см*^{2}, $l_2=50$ *м*, $\omega_3=10$ *см*^{2}, $z_1=4$ *м*, $z_2=2{,}5$ *м*, $z_3=2$ *м*, $H_1=8$ *м*.

Решение. Для определения скорости истечения v_3 составляем уравнение Бернулли для двух сечений *I-I* и *II-II*, выбрав за плоскость сравнения линию *O—O*

$$z_1+H_1+\frac{p_{ат}}{\gamma}+\frac{\alpha_0 v_0^2}{2g}=z_3+\frac{p_{ат}}{\gamma}+\frac{\alpha_3 v_3^2}{2g}+\sum h_{тр}.$$

Скоростным напором в сечении *I-I* можно пренебречь, тогда

$$z_1+H_1-z_3=\frac{v_3^2}{2g}+\sum h_{тр}.$$

(Здесь коэффициент Кориолиса принят равным единице, $\alpha_3=1$). Обозначим $H=z_1+H_1-z_3$, тогда

$$H=\frac{v_3^2}{2g}+\sum h_{тр}.$$

Рассмотрим потери:

1. Потери на трение по длине в первой трубе

$$h_1 = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g}.$$

Определим λ_1 по приближенной формуле (2-27). Подставив числовые значения, получим:

$$\lambda_1 = 0{,}020 + \frac{0{,}0005}{0{,}1} = 0{,}025;$$

тогда $h_1 = 0{,}025 \frac{150}{0{,}10} \frac{v_1^2}{2g}$, где $v_1 \omega_1 = v_3 \omega_3$ и $v_1 = \frac{\omega_3}{\omega_1} v_3$.

Выражая потери по длине через v_3, получим:

$$h_1 = 37{,}5 \left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)^2 \frac{v_3^2}{2g} = 37{,}5 \left(\frac{10}{78{,}5}\right)^2 \frac{v_3^2}{2g} = 0{,}605 \frac{v_3^2}{2g}.$$

2. Потери на трение по длине во второй трубе, принимая $\lambda_2 = 0{,}020 + \frac{0{,}0005}{0{,}20} = 0{,}0224$, будут:

$$h_2 = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} = 0{,}0224 \frac{50}{0{,}2} \frac{v_2^2}{2g} = 5{,}6 \frac{v_2^2}{2g},$$

где

$$v_2 \omega_2 = v_3 \omega_3 \text{ и } v_2 = \frac{\omega_3}{\omega_2} v_3.$$

Выражая потери по длине через v_3, получим

$$h_2 = 5{,}6 \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right)^2 \frac{v_3^2}{2g} = 5{,}6 \left(\frac{10}{314}\right)^2 \frac{v_3^2}{2g} \approx 0{,}006 \frac{v_3^2}{2g}.$$

3. Потери на вход в трубу

$$h_{вх} = \zeta_{вх} \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_{вх} \left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)^2 \frac{v_3^2}{2g} = 0{,}5 \left(\frac{10}{78{,}5}\right)^2 \frac{v_3^2}{2g} = 0{,}008 \frac{v_3^2}{2g}.$$

4. Потери на внезапное расширение по формуле (2-30)

$$h_{в.р} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g} = \left(\frac{314}{78{,}5} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g}$$

или

$$h_{в.р} = 9 \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right)^2 \frac{v_3^2}{2g} = 9 \left(\frac{10}{314}\right)^2 \frac{v_3^2}{2g} = 0{,}009 \frac{v_3^2}{2g}.$$

5. Потери на сужение (считая его внезапным)

$$h_{суж} = 0{,}5\frac{v_3^2}{2g},$$

где $\zeta_{суж} = 0{,}5$ (табл. IV), так как $\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{10}{314} = 0{,}0318$.

Суммируем все потери согласно уравнению (2-8)

$$\sum h_{тр} = h_1 + h_2 + h_{вх} + h_{в.р} + h_{суж} = (0{,}605 + 0{,}006 + 0{,}008 +$$

$$+ 0{,}009 + 0{,}5)\frac{v_3^2}{2g} = 1{,}128\frac{v_3^2}{2g}.$$

Подставляя в уравнение Бернулли, получаем:

$$H = \frac{v_3^2}{2g} + 1{,}128\frac{v_3^2}{2g} = 2{,}128\frac{v_3^2}{2g} \approx 2{,}13\frac{v_3^2}{2g},$$

где

$$H = H_1 + z_1 - z_3 = 8 + 4 - 2 = 10 \text{ м},$$

откуда скорость истечения будет:

$$v_3 = \frac{1}{\sqrt{2{,}13}}\sqrt{2gH} = 0{,}685 \cdot 4{,}43\sqrt{10} = 9{,}59 \text{ м/сек}$$

и расход

$$Q = \omega_3 v_3 = 0{,}0010 \cdot 9{,}59 = 0{,}00959 \text{ м}^3/\text{сек} = 9{,}59 \text{ л/сек}.$$

Для построения пьезометрической линии (линии удельной потенциальной энергии) вычислим скоростные напоры. Имеем:

$$\frac{v_3^2}{2g} = \frac{H}{2{,}13} = \frac{10}{2{,}13} = 4{,}70 \text{ м};$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right)^2\frac{v_3^2}{2g} = 0{,}001 \cdot 4{,}70 = 0{,}0047 \text{ м};$$

$$\frac{v_1^2}{2g} = \left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)^2\frac{v_3^2}{2g} = 0{,}0162 \cdot 4{,}70 = 0{,}076 \text{ м}.$$

Для построения линии удельной энергии вычислим потери напора:

1. Потери на вход $h_{вх} = 0{,}5 \cdot 0{,}076 = 0{,}038$ м.
2. Потери на трение по длине 1-й трубы $h_1 = 37{,}5 \times 0{,}076 = 2{,}85$ м.
3. Потери на внезапное расширение $h_{в.р} = 9 \cdot 0{,}0047 = 0{,}042$ м.
4. Потери на трение по длине 2-й трубы $h_2 = 5{,}6 \cdot 0{,}0047 = 0{,}026$ м.
5. Потери на сужение $h_{суж} = 0{,}5 \cdot 4{,}70 = 2{,}35$ м.
6. $\Sigma h_{тр} = 5{,}306$ м.

Проверяем правильность расчета:

$$\frac{v_3^2}{2g}+\sum h_{\text{тр}}=4{,}70+5{,}306=10{,}006\ м\approx 10\ м.$$

Чтобы построить линию удельной энергии, составляем уравнение Бернулли для сечения *1-1* и произвольного сечения *x—x* относительно произвольной плоскости сравнения *O—O*

$$z_1+H_1=z_x+\frac{p_x}{\gamma}+\frac{v_x^2}{2g}+\sum h_{\text{тр}_{I-x}},$$

откуда определяем удельную энергию в любом сечении:

$$z_x+\frac{p_x}{\gamma}+\frac{v_x^2}{2g}=z_1+H_1-\sum h_{\text{тр}_{I-x}}=H_{\text{полн}}-\sum h_{\text{тр}_{I-x}},$$

где $H_{\text{полн}}=z_1+H_1$, а p_x/γ — пьезометрическая высота, соответствующая манометрическому давлению.

Из полученного уравнения следует, что для построения линии удельной энергии нужно из $H_{\text{полн}}$ вычесть сумму потерь до рассматриваемого сечения. В качестве расчетных выберем пять сечений, для которых определим значение удельной энергии по приведенному выше уравнению:

сечение *b—b*:

$$z_b+\frac{p_b}{\gamma}+\frac{v_b^2}{2g}=H_{\text{полн}}-h_{\text{вх}}=12-0{,}038=11{,}962\ м;$$

сечение *c — c*:

$$z_c+\frac{p_c}{\gamma}+\frac{v_c^2}{2g}=H_{\text{полн}}-h_{\text{вх}}-h_1=12-0{,}038-2{,}85=$$

$$=11{,}962-2{,}85=9{,}112\ м;$$

сечение *d — d*:

$$z_d+\frac{p_d}{\gamma}+\frac{v_d^2}{2g}=9{,}112-0{,}042=9{,}07\ м;$$

сечение *e — e*:

$$z_e+\frac{p_e}{\gamma}+\frac{v_e^2}{2g}=9{,}07-0{,}026=9{,}044\ м;$$

сечение *f — f*:

$$z_f+\frac{p_f}{\gamma}+\frac{v_f^2}{2g}=9{,}044-2{,}35=6{,}694\ м\approx$$

$$\approx z_3+\frac{v_3^2}{2g}=2+4{,}70=6{,}7\quad м.$$

Отложив вычисленные значения, соединяем полученные точки прямыми и получаем линию удельной энергии *1-1-2-2-3*.

Для построения пьезометрической линии нужно для выбранных пяти сечений вычислить член $z_x + \frac{p_x}{\gamma}$, т. е.

$$z_x + \frac{p_x}{\gamma} = H_{\text{полн}} - \sum h_{\text{тр}\,l-x} - \frac{v_x^2}{2g}.$$

Следовательно, чтобы построить пьезометрическую линию, нужно из полученных значений удельной энергии вычесть соответствующие скоростные напоры. Вычислим значения $z_x + \frac{p_x}{\gamma}$ для выбранных сечений:

сечение b—b:

$$z_b + \frac{p_b}{\gamma} = H_{\text{полн}} - h_{\text{вх}} - \frac{v_1^2}{2g} = 11{,}962 - 0{,}076 = 11{,}886 \text{ м};$$

сечение c — c:

$$z_c + \frac{p_c}{\gamma} = 9{,}112 - \frac{v_1^2}{2g} = 9{,}112 - 0{,}076 = 9{,}036 \text{ м};$$

сечение d — d:

$$z_d + \frac{p_d}{\gamma} = 9{,}07 - \frac{v_2^2}{2g} = 9{,}07 - 0{,}0047 = 9{,}065 \text{ м};$$

сечение e — e:

$$z_e + \frac{p_e}{\gamma} = 9{,}044 - \frac{v_2^2}{2g} = 9{,}044 - 0{,}0047 = 9{,}039 \text{ м};$$

сечение f — f:

$$z_f + \frac{p_f}{\gamma} = 6{,}694 - \frac{v_3^2}{2g} = 6{,}694 - 4{,}70 \approx 2 = z_2.$$

Построение пьезометрической линии показано на рис. 2-15.

Задача 4.14

Определить расход невязкой жидкости с удельным весом, как у воды, в трубе переменного сечения и построить пьезометрическую и напорную линии, если известны отметки $H=10$ м и $z_4=8$ м (рис. 3.8), давления в начальном и выходном сечениях $p_{1\text{изб}}=60$ кПа и $p_4=p_a$, диаметры резервуара и труб $d_1=2$ м, $d_2=125$ мм, $d_3=63$ мм, $d_4=75$ мм.

Решение. 1. Расход можно определить по уравнению неразрывности (3.5). Согласно этому уравнению следует найти площадь одного из живых сечений заданной системы и скорость жидкости в этом сечении. Скорость можно найти по уравнению Бернулли (3.28) в соответствии с методикой, изложенной в § 3.5.

Назначаем горизонтальную (нормально к вектору силы тяжести) плоскость O — O (рис. 3.8), проходящую по оси нижней части трубы. При этом все живые сечения потока будут иметь геометрическую высоту $z \geqslant 0$.

Уравнение Бернулли применяем к сечениям 1 — 1 и 4 — 4, где больше всего известных характеристик:

$$z_1 + p_1/\gamma + \alpha_1 v_1^2/(2g) = z_4 + p_4/\gamma + \alpha_4 v_4^2/(2g) + h_f,$$

где $z_1 = z_4 + H = 18$ м; $z_4 = 8$ м; $p_{1\text{изб}} = 60$ кПа; $p_{4\text{изб}} = 0$; $\alpha_1 v_1^2/(2g) \approx 0$; $\alpha_1 = \alpha_4 = 1$, (для невязкой жидкости в этих сечениях распределение скоростей можно считать равномерным); $h_f=0$ (при движении невязкой жидкости гидравлические сопротивления отсутствуют). Неизвестной в уравнении является только скорость v_4.

В решении принята избыточная система отсчета давления. Так как выходное сечение всей установки находится под атмосферным давлением, избыточное давление на выходе (в сечении *4 — 4*) $p_{4изб}=0$. Скорость течения в сечении *1 — 1* резервуара пренебрежимо мала по сравнению со скоростями в трубах, на что указывает уравнение неразрывности при заданных диаметрах $d_1=2000$ мм$\gg d_2 \div d_4=125 \div 63$ мм.

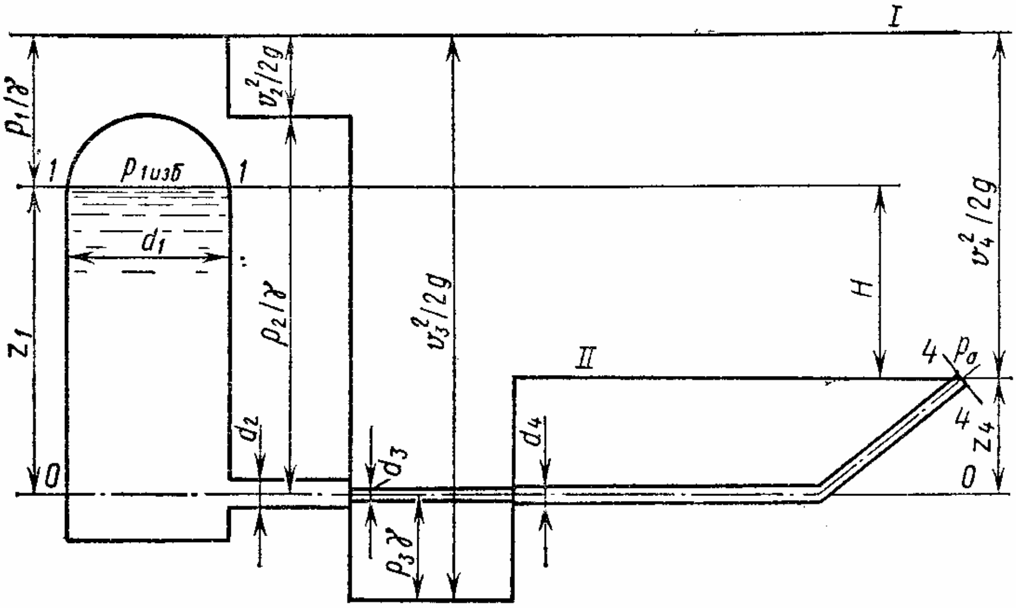


Рис. 3.8

Тем больше разница во входящих в уравнение Бернулли скоростных напорах, так как они обратно пропорциональны диаметрам в четвертой степени.

Подставив перечисленные данные в исходное уравнение, получаем

$$v_4^2/(2g)=z_1-z_4+p_1/\gamma=H+p_1/\gamma=10+6=16 \text{ м};$$

$$v_4=\sqrt{2g\,(H+p_1/\gamma)}=\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 16}=17{,}7 \text{ м/с}.$$

По скорости в сечении *4 — 4* определяем расход:

$$Q=v_4\omega_4=v_4\pi\, d_4^2/4=17{,}7\cdot 3{,}14\cdot 0{,}075^2/4=0{,}141 \text{ м}^3/\text{с}=141 \text{ л/с}.$$

2. Строим напорную линию *I* (рис. 3.8), начиная с сечения *1 — 1*. Для этого последовательно, от плоскости сравнения *0—0* откладываем в масштабе величины $z_1=H+z_4=18$ м; $p_{1изб}/\gamma=6$ м и $\alpha_1 v_1^2/(2g)\approx 0$. Сумма $z_1+p_1/\gamma=24$ м и является гидродинамическим напором первого сечения, а так как здесь отсутствует скоростной напор, то одновременно и пьезометрическим напором. При отсутствии потерь энергии (жидкость невязкая) для построения напорной линии достаточно по всей длине установки провести линию *I* параллельно плоскости сравнения. Эта линия показывает, что полный запас удельной энергии во всех сечениях одинаков и равен 24 м.

3. Строим пьезометрическую линию *II*, начиная от сечения *4—4*. Для этого находим здесь пьезометрический напор, откладывая последовательно от плоскости сравнения его слагаемые — $z_4=8$ м и $p_{4изб}/\gamma=0$ — пьезометрическая линия проходит через центр тяжести сечения. Дальнейшие построения ведем, исходя из того, что ординаты

напорной и пьезометрической линий отличаются на размер скоростного напора, т. е. в каждом сечении следует вычесть (отложить вниз от линии *I*) соответствующую величину $\alpha v^2/(2g)$. Скоростной напор сечений *1—1* и *4—4* был уже определен ранее. Остальные выражаем через величину $v_4^2/(2g)$ по уравнению неразрывности:

$$v_2^2/(2g) = v_4^2\,(d_4/d_2)^4/(2g) = 16\,(75/125)^4 = 5{,}7 \text{ м};$$
$$v_3^2/(2g) = v_4^2\,(d_4/d_3)^4/(2g) = 16\,(75/63)^4 = 31{,}6 \text{ м}.$$

Выделяя вертикальными тонкими линиями участки резкоизменяющегося движения и учитывая, что на цилиндрических участках согласно уравнению неразрывности будет равномерное движение при постоянном скоростном напоре, строим пьезометрическую линию *II* (рис. 3.8) от сечения *4—4* против течения.

Приведенное построение для невязкой жидкости наиболее просто и наглядно показывает взаимные изменения удельных кинетической и потенциальной энергий при сохранении постоянства их суммы. Например, переход от трубы с диаметром $d_2 = 125$ мм к участку с диаметром $d_3 = 63$ мм вызывает рост скоростей и увеличение кинетической энергии за счет потенциальной, а при увеличении диаметра от d_3 до d_4 — наоборот.

Одновременно легко проследить и за изменениями других слагаемых уравнения Бернулли. На последнем, восходящем, участке трубы с диаметром d_4, т. е. при росте z вдоль течения, давление падает, но сохраняется пьезометрический напор $z + p/\gamma = \text{const}$.

Следует обратить внимание на участок трубы с диаметром d_3. Здесь пьезометрическая линия проходит ниже центров сечений на расстоянии 7,6 м, т. е. на этом участке избыточное давление $p_{\text{изб}} < 0$. Вакуумметрическая высота 7,6 м говорит о том, что в пределах участка с диаметром d_3 действует вакуумметрическое давление $p_{\text{вак}} = 75$ кПа.

Задача 4.15

Определить высоту напорной башни для обеспечения работы системы, показанной на рис. 4.23 и имеющей следующие характеристики: расход воды $Q = 7{,}5$ л/с при температуре $T = 15°C$; $d_1 = 5$ м, $d_2 = 100$ мм, $d_3 = 50$ мм; $l_2 = 150$ м, $l_3 = 50$ м; трубы новые

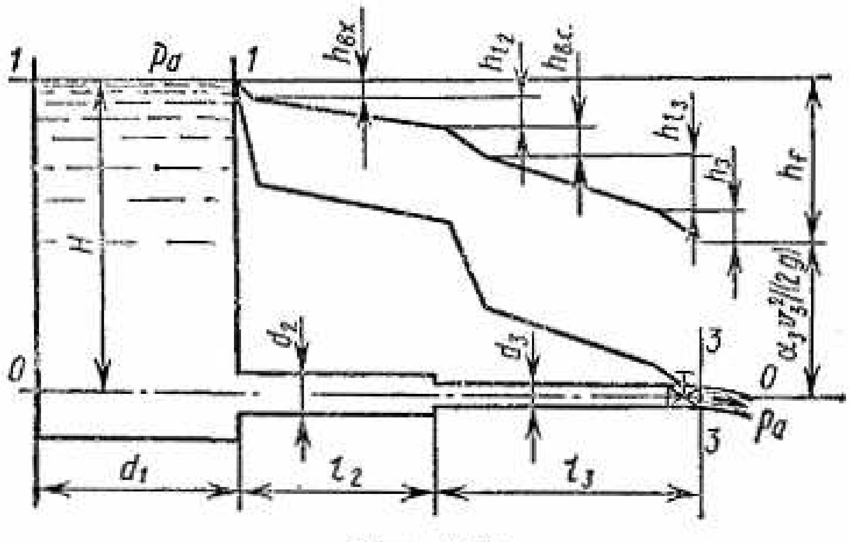


Рис. 4.23

стальные цельнотянутые — высота выступов шероховатости их внутренней поверхности $\Delta = 0{,}05$ мм; установленная на выходе задвижка имеет открытие $a_{от}/d_3 = 0{,}5$. Построить пьезометрическую и напорную линии.

Решение. 1. Высоту напорной башни будет определять напор H (рис. 4.23), необходимый для нормального функционирования всей системы. Напор можно рассчитать по уравнению Бернулли для потока вязкой жидкости для сечений *1—1* и *3—3* (плоскость сравнения *0—0* совмещена с осью трубы):

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}=z_3+\frac{p_3}{\gamma}+\frac{\alpha_3 v_3^2}{2g}+h_f$$

или

$$H=\frac{\alpha_3 v_3^2}{2g}+h_f,$$

где $z_1=H$, $z_3=0$; $p_1=p_3=0$, т. е. давление берется в избыточной системе; $\alpha_1 v_1^2/(2g)\approx 0$, так как согласно уравнению неразрывности скорость в первом сечении, а тем более скоростной напор весьма малы по сравнению с другими слагаемыми уравнения Бернулли при диаметре $d_1=5$ м, который значительно больше диаметров труб $d_2=100$ мм и $d_3=50$ мм. В соответствии со схемой на рис. 4.23 потери энергии в данном случае состоят из суммы потерь энергии по длине Σh_l и суммы местных потерь Σh_j:

$$h_f=\sum h_l+\sum h_j,$$

где $\sum h_l=h_{l_2}+h_{l_3}$; $\sum h_j=h_{вх}+h_{в.с}+h_3$; h_{l_2} и h_{l_3} — потери энергии на трение вдоль участков с диаметрами d_2 и d_3; $h_{вх}$ — местная потеря энергии на входе в трубу из напорной башни; $h_{в.с}$ — потеря на резкое сужение при смене диаметров с d_2 на d_3; h_3 — потеря энергии на задвижке. (Потерями энергии на трение по высоте напорной башни пренебрегаем по той же причине, что и скоростным напором $\alpha_1 v_1^2/(2g)$.)

2. Определим режимы движения в трубах для расчета сопротивлений. Для этого по уравнению неразрывности находим скорости, а по формуле (4.17) — числа Рейнольдса:

$$v_2=\frac{Q}{\omega_2}=\frac{4Q}{\pi d_2^2}=\frac{4\cdot 0{,}0075}{3{,}14\cdot 0{,}1^2}=0{,}96 \text{ м/с};$$

$$v_3=\frac{Q}{\omega_3}=\frac{4\cdot 0{,}0075}{3{,}14\cdot 0{,}05^2}=3{,}81 \text{ м/с};$$

$$\mathrm{Re}_2=\frac{v_2 d_2}{\nu}=\frac{96\cdot 10}{0{,}0114}=84\,200;$$

$$\mathrm{Re}_3=\frac{v_3 d_3}{\nu}=\frac{381\cdot 5}{0{,}0114}=168\,000,$$

где кинематическая вязкость воды $\nu=0{,}0114$ см^2/с при температуре 15°С.

Полученные значения чисел Рейнольдса выше нижнего критического $\mathrm{Re}_{к.н}=2320$, следовательно, режим движения воды — турбулентный. Сопоставляя эти же числа Рейнольдса с граничными значениями $20d/\Delta$ и $500d/\Delta$ (см. табл. 4.2), уточняем области сопротивления при турбулентном режиме. На участке трубы с диаметром d_2 число Рейнольдса заключено в интервале $400<\mathrm{Re}_2=84\,200<10^5$ (см. табл. 4.2) — труба работает в области гидравлических гладких поверхностей. Коэффициент Дарси для нее можно определить по формуле Блазиуса:

$$\lambda_2=0{,}3164/\mathrm{Re}_2^{0,25}=0{,}3164/84\,200^{0,25}\cong 0{,}019.$$

Потерю энергии на трение вдоль участка l_2 рассчитываем по формул Дарси — Вейсбаха (4.7):

$$h_{l2}=\lambda_2\frac{l_2}{d_2}\frac{v_2^2}{2g}=0,019\frac{150}{0,1}\frac{0,96^2}{2\cdot 9,81}=0,67 \text{ м}.$$

На участке трубы с диаметром d_3 число Рейнольдса $Re_3=168\,000<$ $<500d_3/\Delta=500\cdot 50/0,05=500\,000$. Труба работает в переходной области шероховатых поверхностей — между гидравлически гладкими и абсолютно шероховатыми. Коэффициент Дарси для нее можно поределить по универсальной формуле Альтшуля (см. табл. 4.2):

$$\lambda=0,11\,(\Delta/d_3+68/Re_3)^{0,25}=0,11(0,05/50+68/168\,000)^{0,25}=0,02.$$

Потеря энергии на трение вдоль участка l_3 равна

$$h_{l3}=\lambda_3\frac{l_3}{d_3}\frac{v_3^2}{2g}=0,02\frac{50}{0,05}\frac{3,81^2}{2\cdot 9,81}=14,8 \text{ м}.$$

Проведенное выше определение зон сопротивления показывает, что по всей длине труб движение происходит в турбулентном режиме, но нигде оно не доходит до зоны квадратичного сопротивления. Поэтому местные потери энергии следовало бы рассчитывать по формуле (4.44). Однако, учитывая незначительное число местных сопротивлений на рассчитываемой схеме и предполагая их относительно малую роль по сравнению с потерями на трение по длинам l_2 и l_3, для упрощения расчетов определим их, назначая коэффициенты сопротивления по зоне квадратичного сопротивления. Такой расчет даст некоторое занижение местных потерь энергии по сравнению с их действительным значением.

Для расчетов используем формулу Вейсбаха (4.10):

$$h_{вх}=\zeta_{вх}\frac{v_2^2}{2g}=0,5\,\frac{0,96^2}{2\cdot 9,81}=0,02 \text{ м};$$

$$h_{в.\,с}=0,33\frac{v_3^2}{2g}=0,33\,\frac{3,81^2}{2\cdot 9,81}=0,24 \text{ м};$$

$$h_з=2,06\frac{v_3^2}{2g}=2,06\,\frac{3,81^2}{2\cdot 9,81}=1,5 \text{ м},$$

где коэффициенты местных сопротивлений при квадратичной зоне сопротивления взяты по справочным данным [15]: на вход с острыми краями $\zeta_{вх}=0,5$; на резкое сужение $\zeta_{в.с}=0,33$ при $\omega_3/\omega_2=d_3/d_2=0,25$; на задвижку $\zeta_з=2,06$ при ее открытии $a_{от}/d_3=0,5$.

Высказанное выше предположение об относительной малости местных потерь энергии по сравнению с путевыми на трение подтвердилось:

$$\Sigma h_j=1,76 \text{ м} \ll \Sigma h_l=15,47 \text{ м}.$$

Одновременно для построения пьезометрической и напорной линии подсчитываем скоростные напоры, полагая коэффициенты Кориолиса равными $\alpha_1=\alpha_2=1,1$, что соответствует закону распределения скоростей по круглой трубе при равномерном движении турбулентного потока. Тогда

$$\alpha_1 v_1^2/(2g)=1,1\cdot 0,96^2/(2\cdot 9,81)\approx 0,052 \text{ м};$$

$$\alpha_2 v_2^2/(2g)=1,1\cdot 3,81^2/(2\cdot 9,81)\approx 0,81 \text{ м};$$

3. Находим напор по зависимости, полученной в п. 1 решения:

$$H=\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}+h_f=0{,}81+15{,}47+1{,}76\approx 18\ \text{м}$$

и строим напорную и пьезометрическую линии.

Проведенный выше анализ показал, что гидростатический напор первого сечения $H=18$ м составляет полную удельную энергию, так как $p_1/\gamma=0$ и $\alpha_1 v_1^2/(2g)\approx 0$. Поэтому строим напорную линию вдоль течения, последовательно отнимая на участках соответствующие им потери энергии — откладывая их вниз от уровня свободной поверхности воды в напорной башне. В выходном сечении *3—3* два первых слагаемых уравнения Бернулли равны нулю: $z_3=0$ и $p_3/\gamma=0$. Поэтому скоростной напор $\alpha_3 v_3^2/(2g)$ составляет здесь полную удельную энергию.

Пьезометрическую линию начинаем строить от сечения *3—3*, здесь пьезометрическая линия проходит через центр сечения. Далее на участках постоянного диаметра она везде следует ниже и параллельно напорной с разницей, соответствующей скоростному напору, что вытекает из уравнения неразрывности. Теперь остается соединить эти участки пьезометрической линии в местах резкоизменяющегося движения (в пределах местных сопротивлений).

В заключение следует отметить, что в практике может встречаться и обратная задача: по известному напору установить расход системы. Подобный тип задач тоже решается с помощью уравнения Бернулли для потока вязкой жидкости. Расчеты приходится вести методом последовательного приближения, так как из-за отсутствия расхода неизвестны скорости, а следовательно, режим движения и зоны сопротивления.

Задача 4.16

Определить максимально необходимый перепад отметок H резервуаров *I* и *II* для перекачки воды с расходом $Q=10$ л/с по сифону (рис. 5.15) из стальных труб длиной $L=20$ м и диаметром $d=100$ мм. В расчетах принять закон квадратичного сопротивления (коэффициент Дарси $\lambda=0{,}0421$), расстояние до сечения *5—5* $l=1{,}5$ м и его возвышение над уровнем воды в *I* резервуаре $z=3$ м.

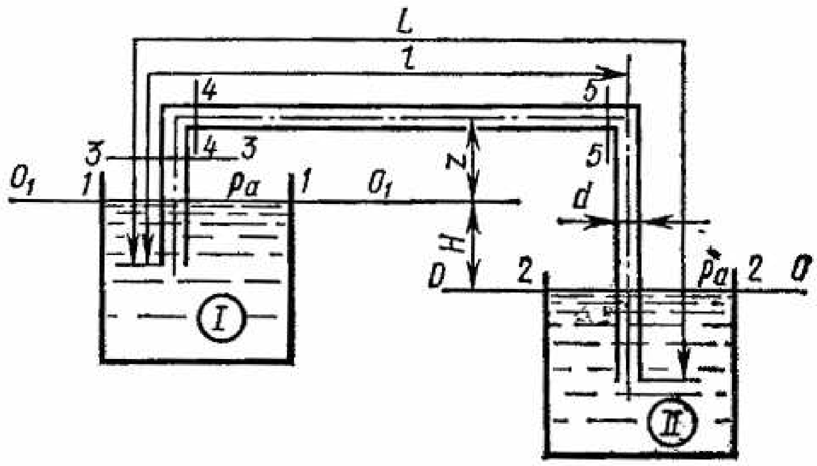


Рис. 5.15

Решение. 1. Перепад H определяем с помощью уравнения Бернулли, составив его для сечений *1—1* и *2—2* по свободной поверхности воды в резервуарах относительно плоскости сравнения *О—О*, совпадающей с сечением *2—2* (рис. 5.15):

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}+h_f,$$

откуда $H=h_f$, если принять $z_1=H$; $z_2=0$; $p_1=p_2=0$ (в избыточной системе); $v_1\approx v_2\approx 0$ (по сравнению со скоростью движения воды в сифоне).

Выявим и определим потери энергии:

$$h_f=\Sigma h_l+\Sigma h_j;$$

потери на трение по длине L:

$$\Sigma h_l=h_L=\zeta_L\frac{v^2}{2g}=\lambda\frac{L}{d}\frac{v^2}{2g};$$

местные потери на вход, на два поворота и выход, считая их независимыми:

$$\Sigma h_j=h_{\text{вх}}+2h_{\text{пов}}+h_{\text{вых}}=(\zeta_{\text{вх}}+2\zeta_{\text{пов}}+\zeta_{\text{вых}})\frac{v^2}{2g}.$$

Диаметр сифона по всей длине одинаков, следовательно, постоянна и скорость, т. е. все потери можно выразить через скорость в любом сечении, например в сечении *5—5*.

Определяем перепад H, подставляя в исходное выражение потери энергии в функции скорости v_5 и рассчитывая коэффициенты сопротивления по исходным данным и рекомендациям справочников

$$H=(\zeta_L+\zeta_{\text{вх}}+2\zeta_{\text{пов}}+\zeta_{\text{вых}})\,v_5^2/(2g),$$

где $\zeta_{\text{вх}}=0{,}5$ — коэффициент сопротивления на вход в сифон при острых кромках; $\zeta_{\text{пов}}=0{,}15$ при $d=100$ мм и повороте на 90°; $\zeta_{\text{вых}}=1$ при падении скорости до нуля; $v_5=4Q/(\pi d^2)=1{,}27$ м/с. Отсюда

$$H=0{,}0421\cdot 20\,(0{,}10+0{,}5+2\cdot 0{,}15+1{,}0)\cdot 1{,}27^2/(2\cdot 9{,}81)=0{,}84\text{ м}.$$

Следует подчеркнуть, что рассчитываемый сифон относится к коротким трубам: местные потери энергии и на трение по длине соизмеримы, т. е. $\zeta_2=8{,}42$ и $\zeta_{\text{вх}}+2\zeta_{\text{пов}}+\zeta_{\text{вых}}=1{,}84$ и ни одним из видов потерь в расчете пренебрегать нельзя.

2. Определение необходимого перепада сифона H при заданном расходе или обратная задача — нахождение расхода по известному перепаду — являются только частью расчета сифона. Сифон работает под вакуумметрическим давлением, что будет доказано ниже. Работа напорных систем под вакуумметрическим давлением требует дополнительного расчета на возможность кавитации, поскольку из-за вскипания в очаге кавитации нарушается сплошность жидкости, от места разрыва она стекает в обе стороны сифона и течение останавливается.

Предстоящий расчет включает определение сечения максимального вакуума в системе и расчет его размеров с помощью уравнения Бернулли.

Для выявления наиболее опасного сечения уравнение Бернулли применим к сечению *1—1*, а второе сечение в ходе анализа будем перемещать, принимая соответственно за него сечения *3—3*, *4—4*, и т. д. При этом удобнее плоскость сравнения $O_1—O_1$ совместить с сечением *1—1*, тогда его гидродинамический напор (в избыточной системе) равен нулю.

Для сечений *1—1* и *3—3* получаем

$$z_3+p_3/\gamma+\alpha_3 v_3^2/(2g)+h_{f_{1-3}}=0.$$

Все члены левой части уравнения, кроме величины p_3/γ, положительны. Следовательно, сифон действительно работает под вакуумметрическим давлением p_3.

Переместим второе сечение в положение *4—4*:

$$z_4+p_4/\gamma+\alpha_4 v_4^2/(2g)+h_{f_{1-4}}=0.$$

В новом выражении увеличились члены z и h_f при сохранении равенства

$$\alpha_3 v_3^2/(2g)=\alpha_4 v_4^2/(2g).$$

Следовательно, давление в сечении *4—4* будет ниже, чем в сечении *3—3*, т. е. $p_4<p_3$. Перейдем к сечению *5—5*:

$$z_5+p_5/\gamma+\alpha_5 v_5^2/(2g)+h_{f_{1-5}}=0.$$

По сравнению с предыдущим сечением сохранили свои значения величины z и $\alpha v^2/(2g)$, но потери энергии снова возросли — давление здесь будет еще ниже $p_3<p_4$. Если перемещать сечение по нисходящей ветви сифона, то легко убедиться, что давление начнет расти за счет уменьшения геометрической высоты.

Теперь можно сделать вывод: максимальный вакуум возникает в наиболее высоком и удаленном от питающего резервуара сечении (для нашего примера в сечении *5—5*).

Определим давление в этом сечении, учитывая, что потери энергии при движении до него слагаются из путевых h_l на длине l и местных на вход и один поворот:

$$z_5+p_5/\gamma+\alpha_5 v_5^2/(2g)+h_l+h_{\text{вх}}+h_{\text{пов}}=0,$$

или

$$-p_5/\gamma=z_5+\frac{v_5^2}{2g}(\alpha_5+\zeta_l+\zeta_{\text{вх}}+\zeta_{\text{пов}})=$$

$$=3+\frac{1{,}27^2}{2\cdot 9{,}81}(1+6{,}32+0{,}5+0{,}15)=-3{,}66\ \text{м},$$

где $\alpha_5\approx 1$; $\zeta_l=\lambda l/d=0{,}0421\cdot 15/0{,}1=6{,}32$.

Отрицательной пьезометрической высоте $p_5/\gamma=-3{,}66$ м соответствует избыточное давление $p_{5\text{изб}}=-0{,}036$ МПа и абсолютное $p_5=0{,}62$ МПа. Давление насыщенных паров воды в диапазоне температур, при котором возможно появление кавитации (от 0°С до 25°С), колеблется в пределах 0,0006—0,0032 МПа, т. е. оно значительно ниже. Следовательно, в рассматриваемом случае кавитация исключена, сифон после зарядки будет работать нормально.

Задача 4.17

Определить расход воды, проходящей через цилиндрический насадок (см. рис. 5.4, *б*) длиной $l=l_1=100$ мм и диаметром $d=100$ мм под напором $H=4$ м. Сравнить с работой насадка при $l=l_2=400$ мм.

Решение. 1. Выясним условия работы цилиндрического насадка. Заданный напор $H=4$ м меньше предельного для цилиндрических насадков напора ($H_{\text{пр}}=10$ м), т. е. при таком напоре насадок может работать полной площадью выходного сечения. Но отношение длины к диаметру $l_1/d=100/100=1$ меньше допускаемого отношения $(6\div 7)>l/d>3{,}5$. При длине $l_1=100$ мм сжатая на входе насадка струи не успеет расшириться на выходе до стенок насадка. Поэтому в зоне сжатия давление равно атмосферному, и насадок будет работать как отверстие в тонкой стенке с коэффициентом расхода $\mu=0{,}62$. Определим расход при этих условиях:

$$Q=\mu\omega\sqrt{2gH}=0{,}62\cdot\frac{3{,}14\cdot 0{,}01^2}{4}\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 4}=0{,}0431\ \text{м}^3/\text{с}.$$

2. При длине насадка $l_2=400$ мм соблюдаются оба условия, необходимые для нормальной работы насадка (напор и относительная длина). В этом случае коэффициент расхода насадка $\mu=0{,}82$. Находим расход:

$$Q=0{,}82\cdot\frac{3{,}14\cdot 0{,}1^2}{4}\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 4}=0{,}0567\ \text{м}^3/\text{с}.$$

5. РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ. ЧИСЛО РЕЙНОЛЬДСА.

Задача 5.1

Определить режим движения воды в трубе диаметром $d=0{,}3$ *м* при средней скорости $v=1{,}2$ *м/сек* и кинематической вязкости $\nu=0{,}01$ *Ст* ($t=20\,°C$).

Решение. Находим число Рейнольдса, для этого в формулу подставляем все величины в одной системе единиц ($v=120$ *см/сек*, $d=30$ *см*, $\nu=0{,}01$ *Ст*):

$$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{120 \cdot 30}{0{,}01} = 360\,000.$$

Поскольку $360\,000 > 2\,320$, $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{кр}$, т. е. имеет место турбулентный режим.

Задача 5.2

Определить режим движения воды в канале с гидравлическим радиусом $R=1{,}2$ *м* при средней скорости $v=0{,}8$ *м/сек* и температуре воды 15 °C ($\nu=0{,}0114$ *Ст*).

Решение. Находим число Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{vR}{\nu} = \frac{80 \cdot 120}{0{,}0114} = 842\,000 > \mathrm{Re}_{R,\,кр} = 580,$$

следовательно, режим движения турбулентный.

Основные формулы для расчета характеристик ламинарного режима течения в некруглых трубах приведены далее.

Таблица 20. **Основные формулы для ламинарного режима в некруглых трубах**

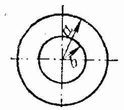
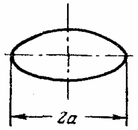
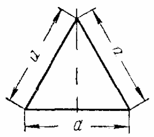
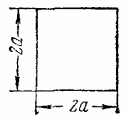
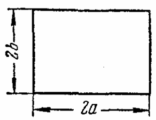
Схема	Форма поперечного сечения	Площадь сечения	Гидравлический радиус	Число Рейнольдса	Коэффициент сопротивления	Средняя скорость	Расход жидкости	Потеря напора
	Кольцевое пространство (труба в трубе)	$F = \pi(a^2 - b^2)$	$R = \frac{a-b}{2}$	$R' = \frac{v(a-b)}{2\nu}$	$\lambda = \frac{16}{R'} \times \frac{\left(1-\frac{b}{a}\right)^2}{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2+\frac{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2}{\ln\frac{b}{a}}}$	$v = \frac{p_1-p_2}{8L\mu}\left[a^2+b^2+\frac{(a^2-b^2)^2}{\ln\frac{b}{a}}\right]$	$Q = \frac{p_1-p_2}{8L\mu}\pi\left[a^4-b^4+\frac{(a^2-b^2)^2}{\ln\frac{b}{a}}\right]$	$h_{1-2} = \frac{8L\nu v}{g\left[a^2+b^2+\frac{a^2-b^2}{\ln\frac{b}{a}}\right]}$
	Эллипс	$F = \pi ab$	$R = \frac{ab}{\frac{3}{2}(a+b)-\sqrt{ab}}$	$R' = \frac{vb}{2\nu\cdot\Delta}$, где $\Delta = \left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot e^2-\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2\cdot\frac{e^4}{3}-\left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2\times\frac{e^6}{5}\dots\right]$, $e = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$	$\lambda = \frac{16}{R_1}\frac{a^2+b^2}{3a^2-b^2}$, где $R_1 = \frac{vb}{4\nu}$ отнесено к малой оси эллипса	$v = \frac{p_1-p_2}{4L\mu}\times\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$	$Q = \frac{p_1-p_2}{4L\mu}\frac{\pi a^3b^3}{a^2+b^2}$	$h_{1-2} = \frac{4L\nu v}{ga^2}\times\frac{a^2+b^2}{b^2}$
	Равносторонний треугольник	$F = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$R = \frac{a}{4\sqrt{3}}$	$R' = \frac{va}{4\sqrt{3}\nu}$	$\lambda = \frac{40}{3R'}$	$v = \frac{p_1-p_2}{8L\mu}a^2$	$Q = \frac{p_1-p_2}{320L\mu}a^4\sqrt{3}$	$h_{1-2} = \frac{80L\nu v}{ga}$
	Квадрат	$F = 4a^2$	$R = \frac{a}{2}$	$R' = \frac{va}{2\nu}$	$\lambda = \frac{14,225}{R'}$	$v = \frac{0,562(p_1-p_2)}{4L\mu}a^2$	$Q = 0,562\frac{p_1-p_2}{\mu L}a^4$	$h_{1-2} = \frac{4L\nu v}{0,562ga^2}$

Схема	Форма поперечного сечения	Площадь сечения	Гидравлический радиус	Число Рейнольдса	Коэффициент сопротивления	Средняя скорость	Расход жидкости	Потеря напора
	Прямоугольник	$F = 4ab$	$R = \frac{ab}{a+b}$	$R' = \frac{vab}{(a+b)\nu}$	$\lambda = \frac{16}{R'}\frac{8\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(1+\frac{a}{b}\right)^2 k}$	$v = \frac{p_1-p_2}{64L\mu}k$	$Q = \frac{p_1-p_2}{16L\mu}ab\,k$	$h_{1-2} = \frac{64\cdot L\nu v}{gk}$

Примечание. Величина коэффициента k для прямоугольника зависит от отношения $\frac{a}{b}$ и имеет следующие значения:

$\frac{a}{b}$	1	1,25	2	4	10	∞
k	2,249	2,198	1,830	1,123	0,5	0

Задача 5.3

Определить характер режима при движении воды по трубопроводу диаметром $d = 10$ *см*, если расход $Q = 4$ *л/сек* и температура воды $t = 14°$ Ц.

Предварительно по уравнению расхода находим среднюю скорость

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4}{\frac{3{,}14 \cdot 1^2}{4}} = 5{,}1 \text{ дм/сек},$$

а по формуле (4.3) — кинематическую вязкость воды при $t = 14°$ Ц:

$$\nu = \frac{0{,}0178}{1 + 0{,}0337 \cdot t + 0{,}000221 \cdot t^2} = \frac{0{,}0178}{1 + 0{,}0337 \cdot 14 + 0{,}000221 \cdot 14^2} =$$

$$= 0{,}0117 \text{ см}^2/\text{сек}.$$

Затем определяем число Рейнольдса

$$\mathsf{R} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{51 \cdot 10}{0{,}0117} = 43\,500.$$

Сопоставляя полученное значение R с критическим значением числа Рейнольдса $\mathsf{R}_{кр} = 2300$, приходим к выводу, что в трубопроводе имеет место турбулентный режим ($43\,500 > 2300$).

20. При данных предыдущего примера определить характер режима для случая движения нефти кинематической вязкости $\nu = 0{,}50$ *см²/сек*.

Аналогично предыдущему находим число Рейнольдса

$$\mathsf{R} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{51 \cdot 10}{0{,}50} = 1020.$$

Так как в этом случае $\mathsf{R} < \mathsf{R}_{кр}$, то в трубопроводе будет ламинарный режим.

Задача 5.4

В лаборатории исследуется вопрос о гидравлических сопротивлениях, которые будут иметь место в проектируемом водопроводе диаметром $d_1 = 1$ *м*. Исследование ведётся на воде. Диаметр лабораторного трубопровода принят равным $d_2 = 0{,}1$ *м*. Определить, какой расход Q_2 необходимо пропускать по этому трубопроводу для выполнения условий динамического подобия.

Ввиду того, что в рассматриваемом случае решающее значение имеют силы внутреннего трения жидкости, моделирование следует вести по Рейнольдсу:

$$\frac{v_1 \cdot d_1}{\nu_1} = \frac{v_2 \cdot d_2}{\nu_2}.$$

При этом, так как в натуре и на модели — одинаковая жидкость (вода), $\nu_1 = \nu_2$ и, следовательно,

$$v_1 d_1 = v_2 d_2.$$

Отсюда находим:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{d_1}{d_2},$$

т. е. скорость на модели должна быть во столько же раз больше скорости в натуре, во сколько раз диаметр лабораторного трубопровода меньше диаметра проектируемого трубопровода.

Теперь легко находится искомый расход жидкости. Для этого подставим в обычное уравнение расхода вместо d_2 и v_2 их значения, выраженные через d_1 и v_1.

При этом получим:

$$Q_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot v_2 = \frac{\pi}{4} \cdot d_2^2 \cdot v_1 \frac{d_1}{d_2} = \frac{\pi}{4} d_2 d_1 v_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}1 d_1 d_1 v_1 = 0{,}1 \frac{\pi d_1^2}{4} v_1.$$

Таким образом, для подобия наблюдаемых явлений необходимо, чтобы расход на модели Q_2 был в десять раз меньше, чем в проектируемом трубопроводе.

Попутно отметим, что выполнение условий подобия требует также обязательного равенства относительных шероховатостей в проектируемом и лабораторном трубопроводах.

Задача 5.5

Изучается движение воды при переливе через водосливную плотину. Лабораторная модель плотины выполнена в масштабе $k_L = \frac{l_1}{l_2} = 10$, где l_1 — геометрические размеры плотины, а l_2 — соответственные размеры её модели. Определить, какую скорость движения жидкости необходимо осуществить на модели.

Так как в натуре и на модели движется одна и та же жидкость (вода), то $\nu_1 = \nu_2$, а $g_1 = g_2$. При этом закон подобия Рейнольдса (4.11) получит выражение

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{l_2}{l_1},$$

в то время как закон подобия Фруда (4.12) будет:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}.$$

Это значит, что при моделировании по Рейнольдсу уменьшение модели по сравнению с натурой в 10 раз требует увеличения скорости движения жидкости на модели во столько же раз. По второму условию (закон Фруда) то же самое уменьшение модели потребует уменьшения скорости в $\sqrt{10}$ раз. Естественно, что одновременно удовлетворить обоим этим требованиям невозможно. Однако поскольку в рассматриваемом случае преобладающее значение имеет сила тяжести, при моделировании следует исходить из закона Фруда.

Следовательно, для подобия наблюдаемых явлений модель плотины необходимо запроектировать таким образом, чтобы скорость движения воды на ней была в $\sqrt{10}$ раз меньше, чем в натуре.

Задача 5.6

В результате опытной перекачки воды по горизонтальному трубопроводу диаметром $d = 10$ *см*, длиной $L = 500$ *м* при измеренной разности давлений в концевых сечениях $p_1 - p_2 = 0{,}75$ *ат* получен расход воды $Q = 10{,}5$ *л/сек*; кинематическая вязкость воды $\nu = 0{,}01$ *см²/сек*.

Определить величину «эквивалентной шероховатости» трубопровода.

Найдём значение коэффициента гидравлического сопротивления λ. Для этого предварительно определим величину средней скорости

$$v = \frac{Q}{\frac{\pi d_1^2}{4}} = \frac{10,5}{\frac{3,14 \cdot 1^2}{4}} = 13,37 \text{ дм/сек} = 1,34 \text{ м/сек}$$

и потерю напора в трубопроводе

$$h_{л.\ п.} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{0,75}{0,001} = 750 \text{ см} = 7,5 \text{ м}.$$

После этого в соответствии с формулой (4.39) находим:

$$\lambda = \frac{2g \cdot h_{л.\ п.} \cdot d}{L \cdot v^2} = \frac{2 \cdot 9,81 \cdot 7,5 \cdot 0,1}{500 \cdot 1,34^2} = 0,0152.$$

В данном случае число Рейнольдса

$$\mathsf{R} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{134 \cdot 10}{0,01} = 134\,000$$

и, таким образом, в трубопроводе имеет место турбулентный режим. Для определения эквивалентной шероховатости будем исходить из формулы Никурадзе (4.44) для вполне шероховатых труб

$$\lambda = \frac{1}{\left(1,74 + 2\lg\frac{1}{\varepsilon}\right)^2}.$$

Отсюда получаем:

$$\lg\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1 - 1,74\sqrt{\lambda}}{2\sqrt{\lambda}} = \frac{1 - 1,74\sqrt{0,0152}}{2 \cdot \sqrt{0,0152}} = 3,1951.$$

Следовательно,

$$\frac{1}{\varepsilon} = 1567$$

и

$$\varepsilon = \frac{1}{1567} = 0,000638.$$

Далее определяем величину «эквивалентной шероховатости»

$$k_1 = \varepsilon \cdot r = 0,000638 \cdot 5 = 0,0032 \text{ см},$$

которая даёт одинаковую с действительной шероховатостью величину потери напора.

Задача 5.7

Определить коэффициент гидравлического сопротивления λ для случая движения воды по чугунному трубопроводу диаметром $d = 0,2$ *м* со средней скоростью $v = 2$ *м/сек*.

Принимая кинематическую вязкость воды (среднее значение) $\nu = 0,01$ *см²/сек*, находим число Рейнольдса

$$\mathsf{R} = \frac{vd}{\nu} = \frac{200 \cdot 20}{0,01} = 400\,000.$$

Так как число Рейнольдса весьма велико, естественно предположить, что рассматриваемый случай соответствует 5-й зоне графика Никурадзе, когда λ зависит только от относительной шероховатости. Поэтому здесь для определения λ можно исходить, например, из формул Маннинга (4.52), Прандтля — Никурадзе (4.44) или Шифринсона (4.50).

Выбирая из таблицы 16 (стр. 186) значение коэффициента шероховатости для новых (чистых) чугунных труб $n = 0,011$, по формуле Маннинга получаем:

$$\lambda = 124,6\frac{n^2}{d^{\frac{1}{3}}} = 124,6\frac{0,011^2}{0,2^{\frac{1}{3}}} = 0,026.$$

Для применения формулы Никурадзе необходимо предварительно установить величину относительной шероховатости стенок. Так как для новых чугунных труб (см. табл. 12) абсолютная шероховатость $k = 0{,}30$ *мм*, то относительная шероховатость

$$\varepsilon = \frac{k}{r} = \frac{0{,}30}{100} = 0{,}003.$$

При этом получим:

$$\lambda = \frac{1}{\left(1{,}74 + 2\lg\frac{1}{\varepsilon}\right)^2} = \frac{1}{\left(1{,}74 + 2\lg\frac{1}{0{,}003}\right)^2} = 0{,}022.$$

Производя расчет по формуле Шифринсона, принимаем (см. табл. 14) $k_1 = 0{,}25$ *мм*. Тогда:

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{k_1}{d}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{0{,}25}{200}\right)^{0{,}25} = 0{,}0209.$$

Найдём также величину критерия, определяющего границу 5-й зоны. Имеем:

$$1000\,\frac{r}{k} = 1000 \cdot \frac{100}{0{,}3} \cong 330\,000.$$

Поскольку в данном случае

$$\mathrm{R} = 400\,000 > 330\,000,$$

то налицо 5-я зона турбулентного режима и сделанное выше предположение является правильным.

Задача 5.8

Найти приведённую длину нового стального трубопровода длиной $L = 100$ *м*, диаметром $d = 100$ *мм*. На трубопроводе имеются: 4 колена с углом закругления $\delta = 90°$ и радиусом закругления $R_з = 100$ *мм*, задвижка (открытая), диафрагма с отверстием $d_0 = 70$ *мм*.

Приведённая труба трубопровода

$$L_п = L + L_{эп},$$

где L — действительная длина трубопровода, а $L_{эп}$ — эквивалентная длина, соответствующая всем установленным местным сопротивлениям.

Последняя определяется выражением (4.82):

$$L_{эп} = \frac{d}{\lambda}\sum\zeta.$$

Установим значения отдельных коэффициентов местных сопротивлений. Имеем:

для колена при $\delta = 90^\circ$ и $\frac{d}{R_3} = 1$ (см. табл. 28)

$$\zeta_{кол} = 0{,}294;$$

для задвижки при полном открытии (см. табл. 32)

$$\zeta_{задв} = 0{,}5;$$

для диафрагмы при $\frac{F_0}{F} = \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 = \left(\frac{70}{100}\right)^2 \cong 0{,}5$ (см. табл. 25)

$$\zeta_{диафр} = 3{,}75.$$

Коэффициент гидравлического сопротивления λ определяем по формуле Маннинга (4.52), принимая коэффициент шероховатости для новых стальных труб $n = 0{,}011$

$$\lambda = 124{,}6 \frac{n^2}{d^{\frac{1}{3}}} = 124{,}6 \frac{0{,}011^2}{0{,}1^{\frac{1}{3}}} = 0{,}0325.$$

Тогда

$$L_{эл} = \frac{0{,}1}{0{,}0325}(4 \cdot 0{,}294 + 0{,}5 + 3{,}75) = \frac{0{,}1}{0{,}0325} \cdot 5{,}43 = 16{,}7 \text{ м},$$

и, следовательно,

$$L_п = 100 + 16{,}7 = 116{,}7 \text{ м}.$$

Задача 5.9

Определить полную потерю напора в трубопроводе, рассмотренном в предыдущем примере, если расход воды $Q = 10$ *л/сек*.

Полная потеря напора складывается из потерь на трение по длине трубопровода и местных потерь и может быть определена по формуле Дарси — Вейсбаха (4.39)

$$h_{1-2} = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g},$$

если в эту формулу вместо действительной длины трубопровода подставить его приведённую длину $L_п$.

Так как в рассматриваемом случае средняя скорость

$$v = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{10}{\frac{3{,}14 \cdot 1^2}{4}} = 12{,}8 \text{ дм/сек} = 1{,}28 \text{ м/сек},$$

а приведённая длина, установленная в предыдущем примере $L_п = 116{,}7$ *м*, получаем:

$$h_{1-2} = \lambda \frac{L_п}{d} \frac{v^2}{2g} = 0{,}0325 \frac{116{,}7 \cdot 1{,}28^2}{0{,}1 \cdot 2 \cdot 9{,}81} = 3{,}18 \text{ м}.$$

27. По стальному трубопроводу диаметром $d = 200$ *мм*, длиной $L = 3000$ *м* перекачивается нефть в количестве 90 *т/час*. Удельный вес нефти $\gamma = 900$ *кГ/м³*, средняя вязкость — зимой $^\circ E = 15$, летом $^\circ E = 5$.

Определить потери напора на трение по длине трубопровода.

Потери напора на трение по длине определяются по формуле Дарси — Вейсбаха (4.39)

$$h_{л.п} = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Предварительно находим секундный весовой расход жидкости

$$G=\frac{90\cdot 1000}{3600}=25\ кГ/сек$$

и соответствующий ему объёмный расход

$$Q=\frac{G}{\gamma}=\frac{25}{0{,}9}\cong 27{,}8\ л/сек.$$

При этом средняя скорость движения жидкости в трубопроводе будет равна

$$v=\frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}}=\frac{27{,}8}{\frac{3{,}14\cdot 2^2}{4}}=8{,}85\ дм/сек=0{,}885\ м/сек.$$

Кинематическая вязкость, определяемая по формуле (4.23)

$$\nu=0{,}0731\cdot E-\frac{0{,}0631}{E},$$

будет:

зимой

$$\nu=0{,}0731\cdot 15-\frac{0{,}0631}{15}=1{,}092\ см^2/сек,$$

летом

$$\nu=0{,}0731\cdot 5-\frac{0{,}0631}{5}=0{,}355\ см^2/сек.$$

Далее, устанавливаем характер режима движения жидкости в трубопроводе. Для этого находим число Рейнольдса

$$\mathsf{R}=\frac{vd}{\nu}.$$

Имеем:

зимой

$$\mathsf{R}=\frac{88{,}5\cdot 20}{1{,}092}=1620,$$

летом

$$\mathsf{R}=\frac{88{,}5\cdot 20}{0{,}355}=5000.$$

Сравнивая полученные значения с критическим значением числа Рейнольдса $\mathsf{R}_{кр}=2300$, приходим к выводу, что зимой (когда $\mathsf{R}<\mathsf{R}_{кр}$) в трубопроводе будет иметь место ламинарный режим, а летом (когда $\mathsf{R}>\mathsf{R}_{кр}$) — турбулентный.

Сначала рассматриваем зимние условия перекачки. Для этого случая коэффициент λ в формуле Дарси — Вейсбаха определяется по формуле Пуазейля (4.41):

$$\lambda=\frac{64}{\mathsf{R}}=\frac{64}{1620}=0{,}0395.$$

Соответствующие потери напора будут:

$$h_{л.п}=\lambda\frac{L}{d}\cdot\frac{v^2}{2g}=0{,}0395\,\frac{3000\cdot 0{,}885^2}{0{,}2\cdot 2\cdot 9{,}81}=23{,}7\ м.$$

В летних условиях при турбулентном режиме, так как для новых стальных труб (см. табл. 12) $k=0{,}15$ *мм*, имеем:

$$80\cdot\frac{r}{k}=80\cdot\frac{100}{0{,}15}\cong 53\,300$$

и, следовательно,

$$4000<\mathsf{R}=5000<53\,300,$$

т. е. движение происходит в 3-й зоне (область гладких труб). Поэтому для определения коэффициента λ применяем формулу Блазиуса (4.48):

$$\lambda = \frac{0{,}3165}{\sqrt[4]{\mathrm{R}}} = \frac{0{,}3165}{\sqrt[4]{5000}} = 0{,}0376.$$

При этом

$$h_{д.\,п} = \lambda \frac{L}{d}\frac{v^2}{2g} = 0{,}0376\,\frac{3000 \cdot 0{,}885^2}{0{,}2 \cdot 2 \cdot 9{,}81} = 22{,}5 \text{ м}.$$

Задача 5.10

Определить потери напора на трение по длине водопровода диаметром $d = 15$ *см*, длиной $L = 10$ *км*, если расход воды $Q = 35$ *л/сек*.

Найдем прежде всего величину средней скорости

$$v = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{35}{\frac{3{,}14 \cdot 1{,}5^2}{4}} = 2{,}01 \text{ м/сек}$$

и установим характер режима движения. Для этого, принимая среднее значение кинематической вязкости воды $\nu = 0{,}01$ *см²/сек*, найдём число Рейнольдса

$$\mathrm{R} = \frac{vd}{\nu} = \frac{201 \cdot 15}{0{,}01} = 301\,500.$$

Принимая далее $k = 0{,}30$ *мм* (для стальных труб с незначительной коррозией), получаем:

$$1000\,\frac{r}{k} = 250\,000.$$

Так как

$$\mathrm{R} = 301\,500 > 250\,000,$$

имеем 5-ю зону турбулентного режима. В соответствии с этим коэффициент λ определяем по формуле Маннинга (4.52):

$$\lambda = 124{,}6\,\frac{n^2}{d^{\frac{1}{3}}} = 124{,}6\,\frac{0{,}013^2}{\sqrt[3]{0{,}15}} = 0{,}0396.$$

(Здесь коэффициент шероховатости n выбран равным 0,013, что отвечает принятым расчётным условиям для водопроводных труб.)

Следовательно, искомая потеря напора

$$h_{д.\,п} = \lambda \frac{L}{d}\frac{v^2}{2g} = 0{,}0396\,\frac{10\,000 \cdot 2{,}01^2}{0{,}15 \cdot 2 \cdot 9{,}81} \cong 544 \text{ м}.$$

Задача 5.11

В бассейн с водой помещено тело, имеющее форму плоской квадратной пластинки со стороной $a = 0{,}5$ *м*. Определить, какую силу необходимо приложить к этому телу для его перемещения с постоянной скоростью $v = 2$ *м/сек* в направлении, перпендикулярном к его плоскости.

Искомая сила определяется как сила сопротивления по формуле (4.84):

$$W = CF\frac{\rho v^2}{2}.$$

Так как в рассматриваемом случае коэффициент сопротивления (см. табл. 35 на стр. 220) $C = 1,28$, площадь миделевого сечения $F = a^2 = 0,5^2 = 0,25$ *м*², плотность воды $\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1000}{9,81} = 102$ *кГсек*²/*м*⁴, то

$$W = 1,28 \cdot 0,25\frac{102 \cdot 2^2}{2} = 62,2 \text{ кГ}.$$

Задача 5.12

Вода при температуре $t = 12°$ С подается по трубе диаметром $d = 4$ *см*. Расход воды $Q = 70$ *см*³/*сек*. Определить режим потока и описать характер движения струйки краски, введенной в центре поперечного сечения трубы. Какой расход нужно пропускать по трубе, чтобы изменить режим движения?

Решение. По табл. I определим кинематический коэффициент вязкости для воды при температуре $t = 12°$ С, т. е. $\nu = 0,0124$ *см*²/*сек*.

Скорость движения в трубе

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{70}{12,56} = 5,6 \text{ см/сек},$$

где

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 4^2}{4} = 12,56 \text{ см}^2.$$

Вычисляем число Рейнольдса

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{5,6 \cdot 4}{0,0124} = 1\,810.$$

Так как $Re < Re_{кр} = 2\,320$, то движение будет ламинарным. Краска, введенная в поток, будет двигаться отдельной струйкой, не перемешиваясь с остальной массой жидкости.

Находим скорость, при превышении которой режим перейдет в турбулентный:

$$v_{кр} = \frac{\nu\, Re_{кр}}{d} = \frac{0,0124 \cdot 2\,320}{4} = 7,2 \text{ см/сек}.$$

Расход Q определится по формуле

$$Q = \omega v_{кр} = 12,56 \cdot 7,2 = 90,4 \text{ см}^3/\text{сек}.$$

Следовательно, для создания в трубе турбулентного режима необходимо пропускать расход больше 90,4 *см*³/*сек*.

Задача 5.13

Канал грапецеидального сечения имеет следующие размеры: ширина по дну $b=3{,}8$ *м*, коэффициент заложения откоса $m=1{,}5$, глубина воды $h=1{,}2$ *м*. Определить режим движения в канале при пропуске расхода $Q=5{,}2$ *м³/сек*. Температура воды $t=20°$ С.

Решение. Для выяснения режима движения по уравнению (2-7) необходимо определить число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_R = \frac{vR}{\nu},$$

где в качестве характерного геометрического размера русла принят гидравлический радиус R.

Определим площадь живого сечения канала

$$\omega = (b + mh)\,h = (3{,}8 + 1{,}5\cdot 1{,}2)\,1{,}2 = 6{,}72 \text{ м}^2.$$

Гидравлический радиус

$$R = \frac{\omega}{\chi},$$

где χ — смоченный периметр, равный $\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2} = 3{,}8 + 2{,}4 \times \sqrt{1+1{,}5^2} = 8{,}13$ *м*; тогда

$$R = \frac{6{,}72}{8{,}13} = 0{,}827 \text{ м} \approx 0{,}83 \text{ м}.$$

Средняя скорость в канале

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{5{,}2}{6{,}72} = 0{,}77 \text{ м/сек}.$$

По табл. I кинематический коэффициент вязкости для воды при температуре 20° С равен $\nu = 0{,}0101$ *м²/сек*. Тогда $\mathrm{Re}_R = \frac{77\cdot 83}{0{,}0101} = 632\,772$. Так как $\mathrm{Re}_R = 632\,772 > \mathrm{Re}_{кр} = 580$, то движение турбулентное.

Задача 5.14

Определить режим течения жидкости АМГ-10 в трубопроводе самолетной гидросистемы диаметром $d=12$ *мм*, если расход $Q=0{,}25$ *л/сек*, температура жидкости 0° С (см. табл. 1 на стр. 17). При какой температуре режим течения изменится?

Решение. 1. Из табл. 1 находим $\nu=42$ *сст*$=0{,}42$ *см²/сек*.

2. Определяем число Рейнольдса:

$$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\nu} = \frac{4Q}{\pi d\nu} = \frac{4\cdot 250}{\pi 1{,}2\cdot 0{,}42} = 632.$$

Режим течения ламинарный.

3. Находим значение вязкости, соответствующее смене режима течения,

$$\nu_{кр} = \frac{4Q}{\pi d\,\mathrm{Re}_{кр}} = \frac{4\cdot 250}{\pi 1{,}2\cdot 2300} = 0{,}115 \text{ см}^2/\text{сек}.$$

4. По данным табл. 1 для жидкости АМГ-10 строим график зависимости коэффициента ν от температуры, из которого находим $t_{кр}=40°$ С.

Задача 5.15

Определить потерю давления на трение в цилиндрической части охлаждающего тракта камеры сгорания ЖРД ракеты типа «Рейнтохтер» [25]. Тракт выполнен в виде кольцевого зазора величиной $\delta=2$ *мм*, длиной $l=500$ *мм;* диаметр внутренней окружности $D=155$ *мм*. Расход охладителя (азотной кислоты) $G=10$ *кГ/сек*, удельный вес $\gamma_к=1510$ *кГ/м³*.

Температуру кислоты на рассматриваемом участке считать постоянной и в среднем равной $t_{ср}=80°$ С ($\nu=0{,}25$ *сст*).

Решение. 1) Скорость течения в зазоре

$$v=\frac{G}{\gamma\pi D\delta}=\frac{10}{1510\cdot\pi\cdot0{,}155\cdot0{,}002}=6.8\ м/сек.$$

2) Гидравлический радиус тракта

$$R_г=\frac{\pi\left[(D+2\delta)^2-D^2\right]}{4\pi(D+2\delta+D)}=\frac{\delta}{2}=1\ мм.$$

3) Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}=\frac{4R_г v}{\nu}=\frac{4\cdot0{,}1\cdot680}{0{,}0025}=110\,000.$$

4) Потеря давления на трение

$$p_{тр}=\lambda_т\frac{l}{4R_г}\cdot\frac{v^2}{2g}\gamma=\frac{1}{(1{,}8\lg\mathrm{Re}-1{,}5)^2}\,\frac{500}{4\cdot1}\cdot\frac{6{,}8^2}{2\cdot9{,}8}1510\cdot10^{-4}=$$

$$=0{,}8\ кГ/см^2=78\,500\ н/м^2.$$

Потери давления в конических участках охлаждающего тракта гораздо больше, но расчет их сложнее, так как приходится выполнять интегрирование.

Задача 5.16

По трубе длиной $l=100$ м диаметром $d=100$ мм перекачивается 10 л/с масла при $\rho=0{,}8$ г/см³. Определить потери напора (давления) при $\nu=0{,}726$ см²/с.

Р е ш е н и е. Определяем скорость потока в трубе:

$$v=\frac{Q}{\omega}=\frac{10000}{0{,}785\cdot10^2}=127\ см/с.$$

Находим число Рейнольдса $\mathrm{Re}=\frac{vd}{\nu}=\frac{127\cdot10}{0{,}726}=1750$. Так как число Рейнольдса меньше 2300, то режим давления ламинарный и потери напора определяем по формуле (42):

$$h_w=\frac{32\nu lv}{gd^2}=\frac{32\cdot0{,}726\cdot10^4\cdot127}{981\cdot10^2}=300\ см=3\ м.$$

Потери давления: $\Delta p=\rho g h_w=\gamma h_w=2{,}55\cdot10^4$ Па.

Задача 6.1

Определить расход воды Q через круглое отверстие в тонкой боковой стенке мерного бака диаметром $D = 1$ *м*, если диаметр отверстия $d = 5$ *см* и постоянный напор над его центром тяжести $H = 1,5$ *м*.

Ввиду того, что отношение площадей сечения отверстия и бака

$$\frac{f}{F} = \left(\frac{d}{D}\right)^2 = \left(\frac{0,05}{1}\right)^2 = 0,0025$$

весьма мало, для определения расхода исходим из формулы

$$Q = \mu f \sqrt{2gH},$$

принимая коэффициент расхода μ (см. табл. 39) равным 0,62.

Таким образом, получаем:

$$Q = 0,62 \frac{3,14 \cdot 0,05^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,5} \cong 0,0065 \ м^3/сек = 6,5 \ л/сек.$$

Задача 6.2

Истечение воды из закрытого вертикального сосуда в атмосферу происходит при постоянном геометрическом напоре $h = 3$ *м* через внешний цилиндрический насадок диаметром $d = 8$ *см* (рис. 168).

Определить, какое давление p необходимо создать на свободной поверхности воды в сосуде для того, чтобы расход при истечении был равен $Q = 50$ *л/сек*.

Будем исходить из общей формулы для расхода жидкости при истечении:

$$Q = \mu f \sqrt{2gH},$$

откуда получаем:

$$H = \frac{Q^2}{\mu^2 f^2 2g}.$$

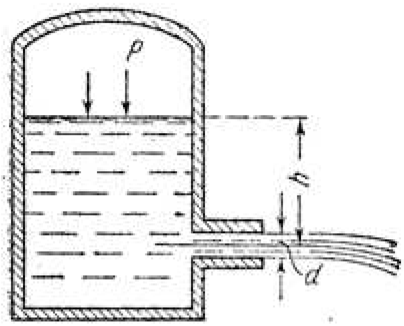


Рис. 168.

Для внешнего цилиндрического насадка (см. табл. 39) коэффициент расхода $\mu = 0,82$; площадь сечения насадка

$$f = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,08^2}{4} \cong 0,005 \ м^2,$$

и следовательно:

$$H = \frac{0,05}{0,82^2 \cdot 0,005^2 \cdot 2 \cdot 9,81} \cong 7,6 \ м.$$

В рассматриваемом случае

$$H = h + \frac{p}{\gamma} - \frac{p_a}{\gamma},$$

где p — давление на свободной поверхности в сосуде, а p_a — давление в той среде, куда происходит истечение (т. е. атмосферное давление).

Отсюда имеем:

$$\frac{p}{\gamma} - \frac{p_a}{\gamma} = H - h.$$

Поэтому на свободной поверхности воды в сосуде необходимо иметь избыточное давление, равное

$$p - p_a = \gamma (H - h) = 1000\,(7,6 - 3) = 4600 \ кГ/м^2 = 0,46 \ кГ/м^2,$$

т. е. 0,46 *ати*.

Задача 6.3

Определить время, необходимое для выравнивания уровней в двух сообщающихся сосудах A и B (рис. 169), с постоянными по высоте поперечными сечениями $F_1 = 3\ м^2$, $F_2 = 2\ м^2$, если диаметр отверстия $d = 10\ см$ и первоначальная разность уровней $H = 1{,}5\ м$.

Вычисляем площадь сечения отверстия

$$f = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1^2}{4} = 0{,}00785\ м^2$$

и, принимая, как для случая тонкой стенки, коэффициент расхода

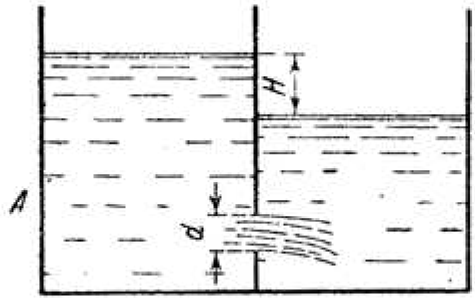


Рис. 169.

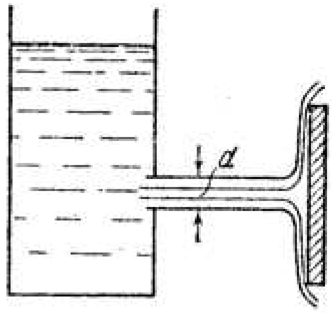


Рис. 170.

$\mu = 0{,}62$, по уравнению (5.26) находим время, необходимое для выравнивания уровней,

$$T = \frac{2F_1F_2\sqrt{H}}{(F_1 + F_2) f\mu\sqrt{2g}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{1}}{(3 + 2) \cdot 0{,}00785 \cdot 0{,}62 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81}} = 111\ сек. = 1\ мин.\ 51\ сек.$$

Задача 6.4

Струя воды, вытекающая со скоростью $v = 5\ м/сек$ из отверстия диаметром $d = 2{,}5\ см$ в боковой стенке сосуда, встречает на своём пути преграду в виде плоской вертикальной стенки (рис. 170).

Определить давление, производимое струёй на эту преграду, пренебрегая силами тяжести и полагая сечение струи на пути от отверстия до преграды неизменным.

Давление струи на преграду находим по формуле (5.31)

$$P = \frac{\gamma v^2 f}{g} = \frac{1000 \cdot 5^2 \cdot \frac{3{,}14}{4} \cdot 0{,}025^2}{9{,}81} = 1{,}25\ кГ.$$

Определить вакуум в цилиндрическом насадке [1] длиной $l=15$ *см* и диаметром $d=4$ *см*. Напор над центром отверстия $H=1$ *м*. При расчете скоростным напором в резервуаре пренебречь, коэффициент потерь на сжатие струи при входе, отнесенный к скорости в сечении $C-C$ (рис. 2-14), принять $\zeta_{суж}=0{,}06$. Потери по длине насадка не учитывать. Отношение площадей $\omega_c/\omega=0{,}64$. На какую высоту h поднимается вода в трубке, присоединенной к насадку?

Решение. Для определения вакуума в насадке составим уравнение Бернулли для сечений *1-1* и сжатого $C-C$, приняв за плоскость сравнения ось насадка $O-O$

$$H+\frac{p_{ат}}{\gamma}=\frac{p_c}{\gamma}+\frac{v_c^2}{2g}+h_{суж},$$

откуда

$$\frac{p_{ат}-p_c}{\gamma}=\frac{v_c^2}{2g}+h_{суж}-H=\frac{v_c^2}{2g}+\zeta_{суж}\frac{v_c^2}{2g}-H=$$

$$=(1+\zeta_{суж})\frac{v_c^2}{2g}-H.$$

В полученном уравнении два неизвестных p_c/γ и $v_c^2/2g$, поэтому

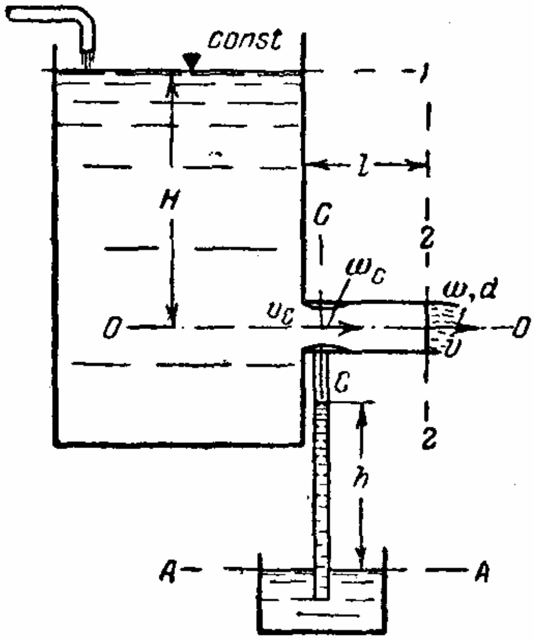


Рис. 2-14.

составим второе уравнение для сечений *1-1* и *2-2* относительно прежней плоскости сравнения *O—O*:

$$H+\frac{p_{\text{ат}}}{\gamma}=\frac{p_{\text{ат}}}{\gamma}+\frac{v^2}{2g}+h_{\text{суж}}+h_{\text{в.р}},$$

или после сокращения

$$H=\frac{v^2}{2g}+h_{\text{суж}}+h_{\text{в.р}},$$

где

$$h_{\text{суж}}=\zeta_{\text{суж}}\frac{v_{\text{с}}^2}{2g}, \text{ а } h_{\text{в.р}}=\left(\frac{\omega}{\omega_{\text{с}}}-1\right)^2\frac{v^2}{2g}.$$

Подставим эти значения в уравнение

$$H=\frac{v^2}{2g}+\zeta_{\text{суж}}\frac{v_{\text{с}}^2}{2g}+\left(\frac{\omega}{\omega_{\text{с}}}-1\right)^2\frac{v^2}{2g}.$$

Заменим $\frac{\omega}{\omega_{\text{с}}}$ через $\frac{1}{0,64}$, а $v_{\text{с}}$ через v, исходя из уравнения $v_{\text{с}}\omega_{\text{с}}=v\omega$ или $v_{\text{с}}=\frac{\omega}{\omega_{\text{с}}}v=\frac{v}{0,64}$. Тогда, приняв $\zeta_{\text{суж}}=0,06$, получим:

$$H=\frac{v^2}{2g}+\frac{0,06}{0,64^2}\frac{v^2}{2g}+\left(\frac{1}{0,64}-1\right)^2\frac{v^2}{2g}=$$
$$=\frac{v^2}{2g}(1+0,15+0,32)=1,47\frac{v^2}{2g}$$

и

$$v=\frac{1}{\sqrt{1,47}}\sqrt{2gH}=0,82\sqrt{19,62\cdot 1}=3,63 \text{ м/сек}.$$

Следовательно,

$$v_{\text{с}}=\frac{v}{0,64}=\frac{3,63}{0,64}=5,66 \text{ м/сек}.$$

Тогда вакуум в сечении *C—C* найдем из первого уравнения

$$\frac{p_{\text{ат}}-p_{\text{с}}}{\gamma}=(1+\zeta_{\text{суж}})\frac{v_{\text{с}}^2}{2g}-H=1,06\frac{5,66^2}{19,62}-1=0,74 \text{ м},$$

т. е. вакуум в насадке составляет 74 % действующего напора *H*:

$$\frac{p_{\text{ат}}-p_{\text{с}}}{\gamma}=0,74\ H.$$

Высоту столба *h*, на которую поднимается вода в трубке, найдем из уравнения равновесия, составленного относительно поверхности жидкости $A—A$, в которую опущена трубка, т. е.

$$p_c + \gamma h = p_{ат} \quad \text{и} \quad h = \frac{p_{ат} - p_c}{\gamma},$$

но

$$\frac{p_{ат} - p_c}{\gamma} = 0{,}74H.$$

Следовательно, вода в трубке поднимется на высоту

$$h = 0{,}74H = 0{,}74 \cdot 1 = 0{,}74 \ м.$$

Задача 6.6

Через цилиндрический насадок, расположенный в стенке (рис. 3-10), расходуется вода в количестве $Q=5{,}6$ *л/сек*. Диаметр насадка $d=3{,}8$ *см*, длина $l=15$ *см*. Определить напор H над центром насадка, скорость v_c и давление p_c в насадке (в сжатом сечении).

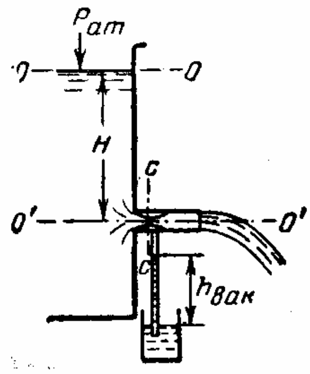


Рис. 3-10.

Решение. Длина насадка $l=15$ *см* составляет примерно $4d$, следовательно, можно принять коэффициент расхода $\mu=0{,}82$. При $d=3{,}8$ *см* площадь $\omega=11{,}3$ *см*^{2}. Напор над центром насадка из формулы (3-1)

$$H = \frac{Q^2}{\mu^2\omega^2 2g} = \frac{5\,600^2}{0{,}82^2 \cdot 11{,}3^2 \cdot 2 \cdot 981} = 186 \ см.$$

Скорость в выходном сечении насадка

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{5\,600}{11{,}3} = 496 \ см/сек.$$

Из условия неразрывности $\omega_c v_c = \omega v$ определим скорость в сжатом сечении, полагая $\varepsilon = \omega_c/\omega = 0{,}64$:

$$v_c = v\frac{\omega}{\omega_c} = \frac{v}{\varepsilon} = \frac{496}{0{,}64} = 775 \ см/сек.$$

Для определения давления p_c составим уравнение Бернулли для двух сечений $O—O$ и $C—C$ при плоскости сравнения, проходящей через ось насадка $O'—O'$ (рис. 3-10):

$$H + \frac{p_{ат}}{\gamma} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = 0 + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha v_c^2}{2g} + h_{тр}.$$

Так как между сечениями будут потери только на сопротивление тонкой стенки, то $h_{тр} = \zeta_{т.с}\frac{v_c^2}{2g}$. Полагая $H + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = H_0$, имеем:

$$\frac{p_c}{\gamma} = H_0 + \frac{p_{ат}}{\gamma} - \frac{v_c^2}{2g}(\alpha + \zeta_{т.с}).$$

Подставляя численные значения, получаем высоту давления h:

$$h = \frac{p_c}{\gamma} = 186 + \frac{1,033}{0,001} - \frac{775^2}{2\cdot 981}(1 + 0,06) = 895^* \text{ } см.$$

Давление $p_c = \gamma h = 0,001\cdot 895 = 0,895$ $кГ/см^2$.

Недостаток до атмосферного давления (вакуум) в сжатом сечении

$$Вак = p_{ат} - p_c = 1,033 - 0,895 = 0,138 \text{ } кГ/см^2.$$

Высота вакуума, выраженная в сантиметрах водяного столба,

$$h_{вак} = \frac{p_{ат} - p_c}{\gamma} = \frac{0,138}{0,001} = 138 \text{ } см.$$

Такой же результат получим, применив формулу

$$h_{вак} = 0,74 H_0$$

Задача 6.7

Для подачи компонентов топлива в камеры сгорания некоторых ЖРД применяются так называемые струйные форсунки, т. е. простые сверления. Определить необходимое кисло z таких форсунок в двигателе ракеты для подачи окислителя, если $G = 1,6$ $кГ/сек$, перепад давления на форсунке $\Delta p = 6$ $кГ/см^2$, давление в камере $p_2 = 25$ $кГ/см^2$, диаметр отверстия $d_0 = 1,5$ $мм$, отношение толщины стенки к диаметру отверстия $\frac{\delta}{d_0} = 0,5$. В качестве окислителя используется азотная кислота с удельным весом $\gamma = 1510$ $кГ/м^3$ и коэффициентом вязкости $\nu = 0,02$ $см^2/сек$.

Сколько потребовалось бы форсунок, если бы $\frac{\delta}{d_0} = 2,5$?

Решение. 1. Теоретическая скорость истечения

$$v_т = \sqrt{2g\frac{\Delta p}{\gamma}} = \sqrt{2\cdot 9,81\frac{6\cdot 10^4}{1510}} = 28 \text{ } м/сек.$$

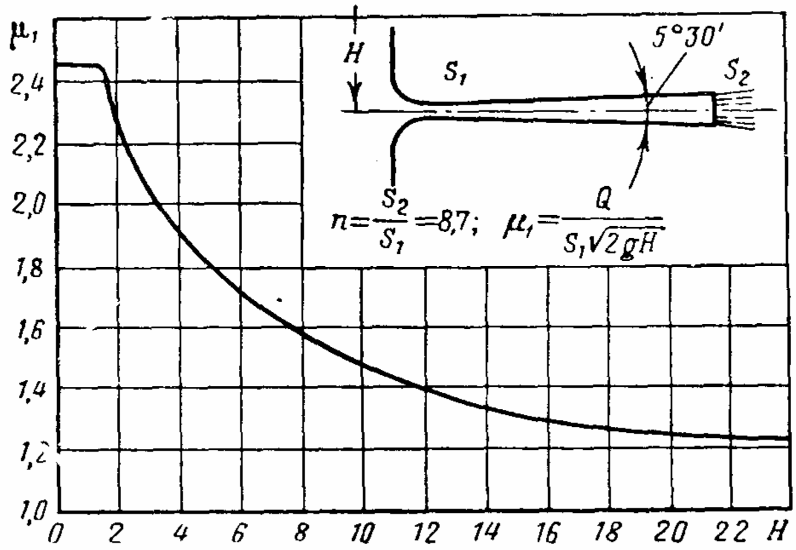


Рис. 99. График зависимости коэффициента расхода от напора

2. Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_{\text{т}} = \frac{v_{\text{т}} d_0}{\nu} = \frac{2800 \cdot 0,15}{0,02} = 21\,000.$$

3. Из графика (см. рис. 92) по $\mathrm{Re}_{\text{т}}$ находим коэффициент расхода $\mu=0,62$.

4. Суммарную площадь отверстий всех форсунок S_0 определяем из уравнения

$$S_0 = \frac{G}{\gamma \mu v_{\text{т}}} = \frac{1,6 \cdot 10^3}{1,51 \cdot 0,62 \cdot 2800} = 0,61 \ \text{см}^2.$$

5. Число форсунок

$$z = \frac{4 S_0}{\pi d_0^2} = \frac{4 \cdot 0,61}{\pi \cdot 0,15^2} = 35.$$

6. Если бы сверление имело отношение $\frac{\delta}{d_0}=2,5$, то истечение топлива происходило бы как из внешнего цилиндрического насадка.

Для определения режима истечения найдем $\Delta p_{\text{кр}}$ по формуле (9. 13')

$$\Delta p_{\text{кр}} = \frac{25}{0,75} = 33,5 \ \text{кГ/см}^2.$$

Так как $\Delta p_{\text{кр}} > \Delta p$, то будет иметь место первый режим истечения с коэффициентом расхода $\mu=0,82$. Следовательно, число форсунок составит:

$$z_1 = z \, \frac{\mu}{\mu_1} = 35 \, \frac{0,62}{0,82} = 27.$$

Задача 6.8

Рассчитать (в первом приближении) размеры рабочего колеса центробежного насоса ЖРД ракеты ФАУ-2 [28] и определить необходимое давление на входе в насос из условия отсутствия кавитации по следующим данным:

нагнетаемая жидкость — этиловый спирт (75%), $\gamma = 864$ *кГ/см³*, $h_t = 44$ *мм рт. ст.;*

весовой расход (подача насоса) $G = 56$ *кГ/сек;*

давление, создаваемое насосом, $p_{нас} = 20{,}7$ *ат;*

число оборотов рабочего колеса $n = 3800$ *об/мин.*

Решение. 1. Определяем объемный расход Q, напор насоса H и коэффициент быстроходности n_s.

$$Q = \frac{G}{\gamma} = \frac{56}{864} = 0{,}065\ м^3/сек; \quad H = \frac{p_{нас}}{\gamma} = \frac{20{,}7 \cdot 10^4}{864} = 240\ м;$$

$$n_s = 3{,}65 \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}} = 3{,}65 \frac{3800\sqrt{0{,}065}}{240^{3/4}} \approx 60.$$

2. По значению n_s и по статистическим данным (см. § 60) приблизительно оцениваем следующие величины:

$$\frac{D_2}{D_1} = 2{,}5; \ \beta_2 = 30°; \ \eta_0 = 0{,}88; \ \eta'_м = 0{,}92; \ \eta''_м = 0{,}97; \ \eta_г = 0{,}85;$$

отсюда

$$\eta = 0{,}88 \cdot 0{,}92 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}85 = 0{,}67.$$

3. Мощность, потребляемая насосом

$$N_0 = \frac{Q\gamma H}{75\eta} = \frac{0{,}065 \cdot 240 \cdot 864}{75 \cdot 0{,}67} = 268\ л.\ с.$$

4. Расход жидкости через колесо

$$Q' = \frac{Q}{\eta_0} = \frac{0{,}065}{0{,}88} = 0{,}074\ м^3/сек.$$

5. Оптимальный диаметр входного отверстия колеса $D_{опт}$ по формуле (12.44)

$$D_{опт} = k_0 \sqrt[3]{\frac{Q'}{n}} = 4{,}5 \sqrt[3]{\frac{0{,}074}{3800}} = 0{,}120\ м.$$

Получен так называемый приведенный диаметр без учета стеснения потока втулкой колеса. С учетом последнего из равенства площадей диаметр D_0 получается несколько бо́льшим, а именно

$$D_0 = \sqrt{D_{опт}^2 + d_{вт}^2},$$

где $d_{вт}$ — диаметр втулки, равный $d_{вт} = (1{,}15 \div 1{,}25) d_в$;

$d_в$ — диаметр вала, определяемый прочностью.

Не выполняя здесь расчета вала на прочность, допустим, что $D_0 \approx 140$ *мм.* Диаметр D_1 будет равен или несколько меньше D_0 за счет наклона входной кромки лопатки.

6. Приняв отношение радиальных скоростей $\frac{v_{2r}}{v_{1r}}$ равным 1,0 и $v_0 \approx v_{1r}$, получим

$$v_{2r} = v_0 = \frac{4Q}{\pi D_{опт}^2} = \frac{4 \cdot 0{,}074}{\pi 0{,}12^2} = 6{,}5\ м/сек.$$

7. Коэффициент влияния числа лопаток находим по формуле (12. 19), приняв $z=7$ (предварительно):

$$\frac{1}{\mu}=1+\frac{2(0,6+0,6\cdot 0,5)}{7(1-0,16)}=1,30,$$

откуда $\mu=0,77$.

8. Теоретический напор при $z=\infty$ по формуле (12. 21')

$$H_{т\infty}=\frac{H}{\mu\eta_г}=\frac{240}{0,77\cdot 0,85}=367 \text{ м}.$$

9. Заменяя в уравнении (12. 12) отношение $Q/2\pi r_2 b_2$ на v_{2r} и решая его как квадратное уравнение, получим

$$u_2=\frac{v_{2r}}{2\operatorname{tg}\beta_2}+\sqrt{\frac{v_{2r}^2}{4\operatorname{tg}^2\beta_2}+gH_{т\infty}}=\frac{6,5}{2\cdot 0,578}+$$

$$+\sqrt{\frac{6,5^2}{4\cdot 0,578^2}+9,81\cdot 367}=65,5 \text{ м/сек},$$

откуда

$$D_2=\frac{60u_2}{\pi n}=\frac{60\cdot 65,5}{\pi 3800}=0,33 \text{ м}.$$

10. Ширина канала колеса на выходе с учетом коэффициента стеснения потока лопатками, который принимаем $\psi_2=0,95$,

$$b_2=\frac{Q'}{\pi D_2 v_{2r}\psi_2}=\frac{0,074}{\pi\, 0,33\cdot 6,5\cdot 0,95}=0,012 \text{ м}=12 \text{ мм}.$$

11. Ширина канала колеса на входе (при $\psi_1=0,85$)

$$b_1=\frac{Q'}{\pi D_1 v_{1r}\psi_1}=\frac{0,074}{\pi 0,14\cdot 6,5\cdot 0,85}=0,03 \text{ м}=30 \text{ мм}.$$

12. Угол наклона лопатки на входе из условия безотрывного обтекания жидкостью входной кромки лопатки

$$\beta_1=\operatorname{arc\,tg}\frac{v_{1r}}{u_1}=\operatorname{arc\,tg}\frac{6,5\cdot 330}{65,5\cdot 140}=\operatorname{arc\,tg} 0,23=13°.$$

Обычно расчетный угол β_1 увеличивают на 3—5° из кавитационных соображений при перегрузке по расходу.

13. Далее следует уточнение размеров колеса, т. е. повторный расчет в том же порядке, но на основе окончательно выбранных значений β_2 и z, а также более точных значений коэффициентов η, μ, ψ_1 и ψ_2. Последние подсчитываются по следующим формулам:

$$\psi_1=1-\frac{z\delta}{\pi D_1\sin\beta_1}$$

и

$$\psi_2=1-\frac{z\delta}{\pi D_2\sin\beta_2},$$

где δ — толщина лопатки.

14. Размер конечного сечения спиральной камеры (радиус ϱ) по формуле (12. 43) при $\alpha=360°$ (приняв $r_3=1,05$, $r_2=173$ *мм*)

$$\varrho_{360}=\frac{1}{k}+\sqrt{\frac{2}{k}r_3}=\frac{\omega\eta_г Q}{2\pi gH}+\sqrt{\frac{2\omega\eta_г Q}{2\pi gH}r_3}=\frac{398\cdot 0,85\cdot 0,065}{2\pi 9,81\cdot 240}+$$

$$+\sqrt{\frac{398\cdot 0,85\cdot 0,065}{\pi 9,81\cdot 240}0,173}=0,023\ м.$$

15. Необходимый напор на входе в колесо по формуле (12. 45)

$$H_{вх}=h_t+s\frac{(Qn^2)^{2/3}}{2g}=0,044\frac{13\,600}{864}+0,02\frac{(0,065\cdot 3,8^2\cdot 10^6)^{2/3}}{19,6}=10,5\ м$$

или, пренебрегая скоростным напором,

$$p_{цх}=10,5\cdot 864\cdot 10^{-4}=0,91\ кГ/см^2.$$

Задача 6.9

Определить расход воды и скорость истечения через круглое незатопленное отверстие диаметром $d=0,2$ м, если $H=4$ м, $\mu=0,62$; $\varphi=0,97$.

Р е ш е н и е. Определяем скорость истечения

$$v=\sqrt{2gH}=0,97\sqrt{19,6\cdot 4}=0,97\cdot 4,43\cdot 2=8,58\ м/с.$$

Площадь отверстия

$$\omega=0,785\cdot 0,2^2=0,0314\ м^2.$$

Определяем расход

$$Q=0,62\cdot 0,0314\cdot 4,43\cdot 2=0,172\ м^3/с.$$

7. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ТРУБОПРОВОДАХ.

Задача 7.1

Определить расход Q в трубопроводе длиной $L = 2000$ *м*, диаметра $d = 15$ *см*, подающем воду из открытого напорного бака в атмосферу, если разность отметок между поверхностью воды в баке и выходным сечением трубопровода $z = 10$ *м* (рис. 193); местными потерями при решении пренебречь.

Принимая горизонтальную плоскость x—x, проходящую через центр выходного сечения трубопровода, за плоскость сравнения, составим уравнение Бернулли между сечением O на свободной поверхности воды в баке и выходным сечением трубопровода

$$z + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + h_{0-1}.$$

Отсюда, пренебрегая скоростными напорами ввиду их малости по сравнению с остальными величинами и учитывая, что $p_0 = p_1 = p_{атм}$, получим:

$$H = z = h_{1-2}.$$

Предполагая далее, что в данном случае, как и обычно в водопроводах, имеет место турбулентный режим при большом

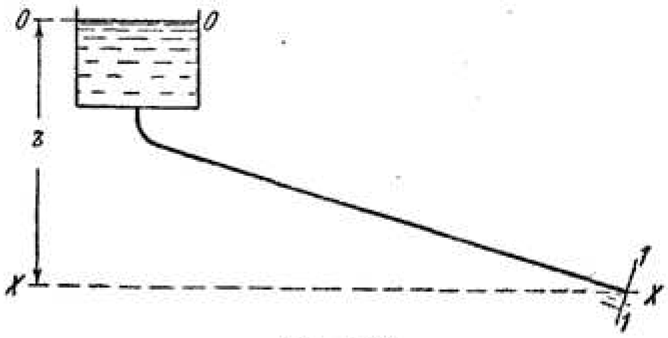


Рис. 193.

числе Рейнольдса, для определения расхода будем исходить из формулы (6.10):

$$Q = K \cdot \sqrt{\frac{h_{0-1}}{L}}.$$

Значение модуля расхода K^2 находим по таблице 42, составленной, исходя из формулы Маннинга; при $d = 15$ *см* имеем:

$$K^2 = 25\,090 \ (л/сек)^2.$$

Таким образом:

$$Q = \sqrt{\frac{10 \cdot 25\,090}{2000}} = \sqrt{\frac{250\,900}{2000}} = 11{,}2 \ л/сек.$$

При этом число Рейнольдса будет равно $R = 95\,200$, и, следовательно, выбор расчётной формулы был произведён правильно.

Задача 7.2

Решить предыдущую задачу графически, построением гидравлической характеристики трубопровода.

Прежде всего, задаваясь рядом значений Q, по формуле (6.10) вычисляем соответствующие этим расходам потери напора:

$$h_{0-1} = \frac{L}{K^2} Q^2 = \frac{2000}{25\,090} Q^2 = 0{,}0797\, Q^2.$$

Результаты вычислений сводим в таблицу.

Q, *л/сек*	0	1	3	5	7	10	15	20
h_{0-1}, *м*	0	0,0797	0,717	1,992	3,905	7,970	17,932	31,880

Затем (рис. 194) по точкам строим гидравлическую характеристику трубопровода и проводим горизонтальную прямую, отстоящую от начала координат на расстоянии $h = z = 10$ *м*.

Точка их пересечения a определяет искомый расход $Q = 11{,}2$ *л/сек*.

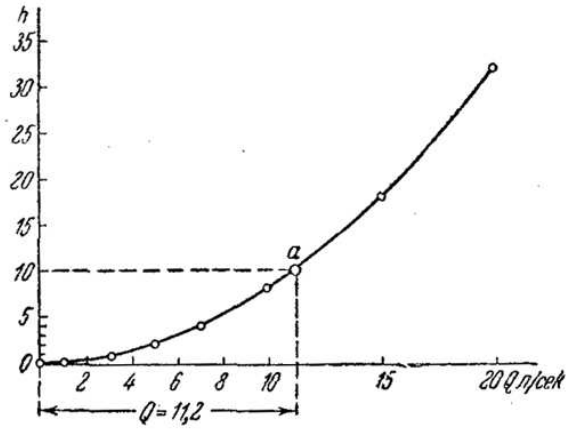


Рис. 194.

Задача 7.3

Определить расходы воды Q_2 и Q_3, подаваемые к точкам C и D по системе труб из напорного резервуара A (рис. 195). Длины и диаметры отдельных участков трубопровода соответст-

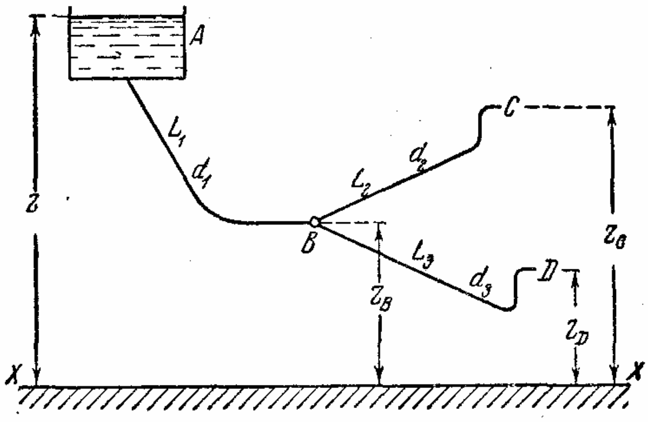


Рис. 195.

венно равны: $L_1 = 1500$ *м*, $L_2 = 1000$ *м*, $L_3 = 800$ *м*, $d_1 = 20$ *см*, $d_2 = 15$ *см*, $d_3 = 15$ *см*; отметка горизонта воды в резервуаре относительно некоторой горизонтальной плоскости сравнения $(x - x)$ $z = 50$ *м*, отметка точки разветвления $z_B = 20$ *м*, отметки расходных пунктов C и D: $z_C = 25$ *м*, $z_D = 10$ *м*.

Для решения поставленной задачи составим следующую систему уравнений: уравнение Бернулли между сечениями A и C (участки *1* и *2*):

$$\frac{p_A}{\gamma} + z = \frac{p_C}{\gamma} + z_C + \sum h_{A-C}, \tag{a}$$

уравнение Бернулли между сечениями B и C (участок 2):

$$\frac{p_B}{\gamma}+z_B=\frac{p_C}{\gamma}+z_C+\sum h_{B-C}, \tag{b}$$

уравнение Бернулли между сечениями B и D (участок 3):

$$\frac{p_B}{\gamma}+z_B=\frac{p_D}{\gamma}+z_D+\sum h_{B-D}. \tag{c}$$

Выражая потери напора на отдельных участках по формуле (6.10), а также имея в виду, что $p_A=p_C=p_D$ (атмосферное давление), уравнение (a) можно переписать следующим образом:

$$z-z_C=\frac{Q_1^2}{K_1^2}L_1+\frac{Q_2^2}{K_2^2}L_2. \tag{a'}$$

Аналогично преобразуются и уравнения (b) и (c). Из совместного решения этих двух уравнений получаем:

$$z_C-z_D=\frac{Q_3^2}{K_3^2}L_3-\frac{Q_2^2}{K_2^2}L_2. \tag{d}$$

Кроме того, имеем также уравнение расхода

$$Q_1=Q_2+Q_3. \tag{e}$$

Переходим к решению полученных уравнений. Подставим в них значения известных величин. Имеем [1]):

$$50-25=\frac{Q_1^2}{116\,400}1500+\frac{Q_2^2}{25\,090}1000, \tag{a'}$$

$$25-10=\frac{Q_3^2}{25\,090}800-\frac{Q_2^2}{25\,090}1000 \tag{d}$$

или

$$25=0{,}0129Q_1^2+0{,}0397Q_2^2, \tag{a''}$$

$$15=0{,}0319Q_3^2-0{,}0397Q_2^2. \tag{d'}$$

Отсюда находим:

$$Q_1=\sqrt{\frac{25-0{,}0397Q_2^2}{0{,}0129}}, \tag{a'''}$$

$$Q_3=\sqrt{\frac{15+0{,}0397Q_2^2}{0{,}0319}}. \tag{d''}$$

Подставим, далее, полученные значения Q_1 и Q_3 в уравнение (e):

$$\sqrt{\frac{25-0{,}0397Q_2^2}{0{,}0129}}=Q_2+\sqrt{\frac{15+0{,}0397Q_2^2}{0{,}0319}},$$

возведём обе его части в квадрат:

$$\frac{25-0{,}0397Q_2^2}{0{,}0129}=Q_2^2+\frac{15+0{,}0397Q_2^2}{0{,}0319}+2Q_2\sqrt{\frac{15+0{,}0397Q_2^2}{0{,}0319}}$$

и, произведя преобразования, получим:

$$1470=5{,}32Q_2^2+2Q_2\sqrt{470+1{,}24Q_2^2}.$$

Решение этого уравнения производим путём подбора, задаваясь рядом значений неизвестной величины Q_2. В результате находим $Q_2=12{,}5$ *л/сек.*

Затем из уравнений (a''') и (d'') получаем: $Q_1=38{,}3$ *л/сек* и $Q_3=25{,}8$ *л/сек.*

Задача 7.4

Решить предыдущую задачу графически, применением гидравлических характеристик трубопроводов.

Вычисляем потери напора для отдельных участков, задаваясь различными значениями расхода от нуля до некоторого Q. Результаты вычислений сводим в таблицы.

Участок AB:

$$h_{A-B} = \frac{Q_1^2}{116\,400} \cdot 1500 = 0{,}0129 Q_1^2$$

Q, *л/сек*	0	1	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
h_{A-B}, *м*	0	0,0129	0,322	1,29	2,90	5,16	8,05	11,6	15,8	20,6	26,1	32,2

Участок BC:

$$h_{B-C} = \frac{Q_2^2}{25\,090} \cdot 1000 = 0{,}0397 Q_2^2$$

Q, *л/сек*	0	1	3	5	7	10	15	30
h_{B-C}, *м*	0	0,0397	0,358	0,995	1,95	3,97	8,95	35,8

Участок BD:

$$h_{B-D} = \frac{Q_3^2}{25\,090} \cdot 800 = 0{,}0319 Q_3^2$$

Q, *л/сек*	0	1	3	5	10	15	20	25	30	35
h_{B-D}, *м*	0	0,0319	0,287	0,80	3,19	7,19	12,8	19,8	28,7	39,6

Данные этих таблиц служат для построения гидравлических характеристик отдельных участков трубопровода.

Для участка BC сумма $z_C + h_{B-C}$ определяет величину напора H_B в точке B в зависимости от расхода на этом участке. Построив указанную зависимость графически, получим характеристику участка трубопровода BC (кривая *II* на рис. 196).

Подобным же образом построим кривую зависимости напора $H_B = z_D + h_{B-D}$ в точке B от расхода на участке BD и получим характеристику участка трубопровода BD (кривая *III*).

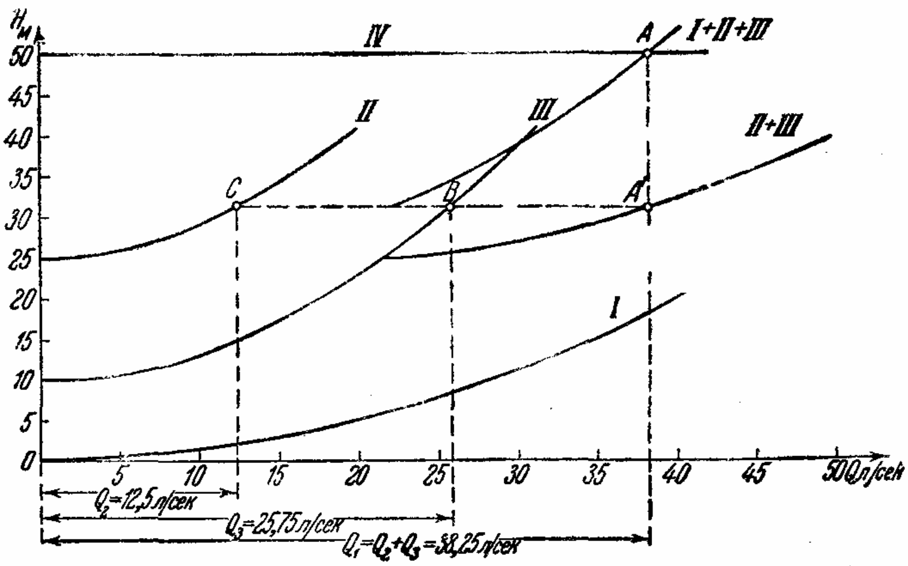


Рис. 196.

По этим характеристикам для любого значения напора в точке B можно определить значения расходов Q_2 и Q_3 на участках BC и BD.

Расход Q_1, поступающий при некотором напоре H из магистрали к точке B, равняется сумме расходов Q_2 и Q_3. Поэтому для определения Q_1 в зависимости от H достаточно сложить абсциссы характеристик II и III. Получаемая в результате кривая $II + III$ представляет собой суммарную характеристику участков BC и BD.

Аналогичным образом строим, далее, кривую зависимости потерь напора от расхода для участка магистрали AB, представляющую собой характеристику указанного участка (кривая I).

Складывая затем эту характеристику с характеристикой $II + III$ по вертикали (так как здесь последовательное соединение), получаем суммарную характеристику для всего трубопровода $I + II + III$, дающую зависимость между величиной напора в начале всей системы и пропускаемым ею расходом.

Наконец, строим характеристику напорного резервуара. Ввиду постоянства уровня воды в резервуаре его характеристика представляет собой горизонтальную прямую IV, проведённую от начала координат на расстоянии, соответствующем $H = z = 50$ *м*.

Для определения расходов в отдельных участках трубопровода поступаем следующим образом. Проводим через точку A вертикальную прямую и отмечаем точку A' пересечения этой прямой с характеристикой $II + III$. Затем через точку A' проводим горизонтальную прямую, пересекающую характеристики II и III в точках B и C, которые и определяют искомые расходы $Q_2 = 12{,}5$ *л/сек* и $Q_3 = 25{,}8$ *л/сек*.

Задача 7.5

Дана кольцевая система горизонтальных трубопроводов, изображённая на рис. 197, с расходными пунктами в точках C

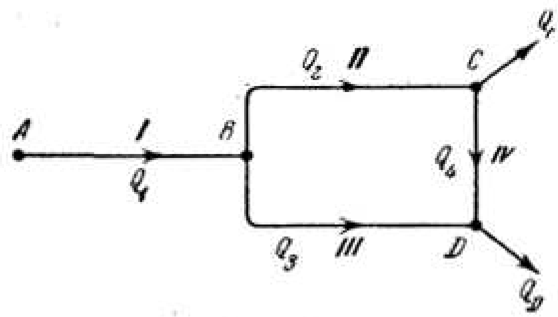


Рис. 197.

и D. Определить превышение напора H в начальной точке A над напором в точках C и D, если подача воды в этих точках происходит в атмосферу; расходы составляют: в точке C $Q_C = 20$ *л/сек*, в точке D $Q_D = 30$ *л/сек*, а длины и диаметры отдельных участков трубопровода соответственно равны:

$$L_1 = 400 \text{ м}, \quad d_1 = 200 \text{ мм}, \quad L_2 = 1000 \text{ м}, \quad d_2 = 150 \text{ мм},$$

$$L_3 = 1000 \text{ м}, \quad d_3 = 100 \text{ мм}, \quad L_4 = 500 \text{ м}, \quad d_4 = 75 \text{ мм}.$$

Так как по условию задачи распределение расходов не задано, сделаем (учитывая значения диаметров и длин) наиболее вероятное предположение о том, что подача воды к расходному пункту D происходит частично по линии III (расход Q_3), а частично по линии IV (расход Q_4).

Таким образом,

$$\left.\begin{aligned} Q_D &= Q_3 + Q_4; \quad & Q_1 &= Q_C + Q_D; \\ Q_2 &= Q_C + Q_4; \quad & Q_3 &= Q_D - Q_4. \end{aligned}\right\} \qquad (a)$$

При этом

$$H = \frac{Q_1^2 L_1}{K_1^2} + \frac{Q_3^2 L_3}{K_3^2} = \frac{Q_1^2 L_1}{K_1^2} + \frac{Q_2^2 L_2}{K_2^2} + \frac{Q_4^2 L_4}{K_4^2}, \qquad (b)$$

и следовательно,

$$\frac{Q_3^2 L_3}{K_3^2} = \frac{Q_2^2 L_2}{K_2^2} + \frac{Q_4^2 L_4}{K_4^2}; \qquad (c)$$

Учитывая зависимости (a), вместо уравнения (c) получаем:

$$\frac{(Q_D - Q_4)^2 L_3}{K_3^2} = \frac{(Q_C + Q_4)^2 L_2}{K_2^2} + \frac{Q_4^2 L_4}{K_4^2}$$

или

$$\frac{(Q_D^2 + Q_4^2 - 2Q_D Q_4) L_3}{K_3^2} = \frac{(Q_C^2 + Q_4^2 + 2Q_C \cdot Q_4) L_2}{K_2^2} + \frac{Q_4^2 L_4}{K_4^2}.$$

Подставив сюда значения заданных величин и выбирая из таблицы 40 значения модулей расхода, имеем:

$$\frac{(30^2 - Q_4^2 - 2 \cdot 30 \cdot Q_4) \cdot 1000}{2886} = \frac{(20^2 + Q_4^2 + 2 \cdot 20 \cdot Q_4) \cdot 1000}{25\,090} + \frac{Q_4^2 \cdot 500}{622{,}5}$$

или, после преобразований,

$$Q_4^2 + 45 Q_4 - 598 = 0.$$

Решение этого квадратного уравнения даёт:

$$Q_4 = 10{,}75 \text{ л/сек},$$

и следовательно,

$$Q_3 = 19{,}25 \text{ л/сек}; \qquad Q_2 = 30{,}75 \text{ л/сек}; \qquad Q_1 = 50 \text{ л/сек}.$$

При этом искомое превышение напора будет:

$$H = \frac{50^2 \cdot 400}{116\,400} + \frac{19{,}25^2 \cdot 1000}{2886} = 137{,}6 \text{ м}.$$

Задача 7.6

Сифонный трубопровод длиной $L = 200$ *м*, диаметром $d = 200$ *мм* с горизонтальным участком CD соединяет водоём A с колодцем B (рис. 198). Разность уровней $z_1 = 2$ *м*; $z_2 = 3$ *м*, $z_3 = 6$ *м*. На трубопроводе имеются: всасывающая коробка с сеткой, два колена и задвижка.

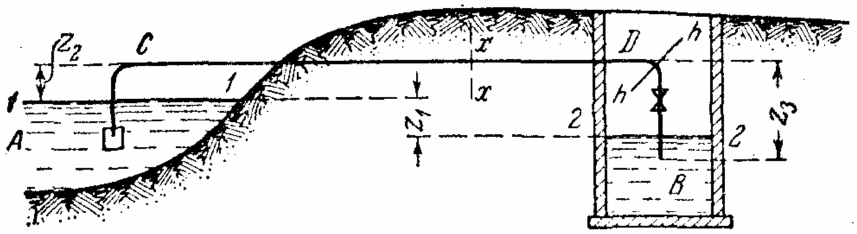


Рис. 198.

Определить пропускную способность трубопровода Q и проверить условия его нормальной работы при температуре воды $t = 20°$ Ц.

Составляя уравнение Бернулли для сечений 1 и 2, совпадающих со свободными поверхностями воды в водоёме и колодце, получим:

$$H = z_1 = \sum h_{1-2} = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{всас} \frac{v^2}{2g} + 2\zeta_{кол} \frac{v^2}{2g} + \\ + \zeta_{задв} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{вых} \frac{v^2}{2g} = \zeta_{сист} \frac{v^2}{2g}, \qquad (a)$$

где $\zeta_{сист}$ — коэффициент сопротивления системы, равный

$$\zeta_{сист} = \lambda \frac{L}{d} + \zeta_{всас} + 2\zeta_{кол} + \zeta_{задв} + \zeta_{вых}.$$

Коэффициент гидравлического сопротивления λ определяем по формуле Маннинга (4.52), принимая коэффициент шероховатости для водопроводных труб в нормальных условиях $n = 0{,}012$:

$$\lambda = 124{,}6 \frac{n^2}{d^{\frac{1}{3}}} = 124{,}6 \frac{0{,}012^2}{0{,}2^{\frac{1}{3}}} = 0{,}0308.$$

Коэффициенты местных сопротивлений

для колена . . . . $\zeta_{кол} = 0{,}5$,
для задвижки (при полном открытии) $\zeta_{задв} = 0{,}1$,
для всасывающей коробки с сеткой . $\zeta_{всас} = 5$,
для выхода из трубы . . . . $\zeta_{вых} = 1$.

Тогда

$$\zeta_{сист} = 0{,}0308 \frac{200}{0{,}2} + 5 + 2 \cdot 0{,}5 + 0{,}1 + 1 = 37{,}9.$$

После этого из уравнения (а) определяем среднюю скорость течения в трубопроводе

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{\zeta_{сист}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2}{37{,}9}} = 1{,}02 \text{ м/сек}$$

и находим расход

$$Q = vf = v \frac{\pi d^2}{4} = 1{,}02 \frac{3{,}14 \cdot 0{,}2^2}{4} = 0{,}032 \text{ м}^3/\text{сек} = 32 \text{ л/сек}.$$

Для определения давления в некотором сечении трубопровода x необходимо составить уравнение Бернулли между сечением 1 свободной поверхности воды в водоёме A и сечением x:

$$\frac{p_a}{\gamma} = z_2 + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v_x^2}{2g} + \sum h_{1-x},$$

откуда

$$\frac{p_x}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} - \left[z_2 + (1 + \zeta_{1-x}) \frac{v_x^2}{2g} \right],$$

где ζ_{1-x} — коэффициент сопротивления части системы от сечения 1 до сечения x.

Учитывая расположение трубопровода, приходим к выводу, что минимальное давление в нём будет иметь место в конце его горизонтального участка, т. е. в сечении n.

В этом случае

$$\zeta_{1-n} = 0{,}0308 \frac{194}{0{,}2} + 5 + 0{,}5 = 35{,}5$$

и минимальное давление, выраженное в метрах столба воды, будет равно

$$\frac{p_{\min}}{\gamma} = 10{,}33 - \left[3 + 36{,}5 \frac{1{,}02^2}{2 \cdot 9{,}81} \right] = 5{,}4 \ \text{м}.$$

Сопоставим полученное значение давления со значением упругости паров воды при заданной температуре. Из таблицы 47 при $t = 20°$ Ц имеем упругость паров воды $A_t = 0{,}24$ *м*.

Следовательно, условие (6.29):

$$\frac{p_{\min}}{\gamma} > A_t,$$

необходимое для обеспечения нормальной работы сифонного трубопровода, выполнено.

Задача 7.7

Определить расход воздуха при температуре 20° Ц, пропускаемый по стальному трубопроводу диаметром $d = 15$ *см*, длиной $L = 1000$ *м*, давление, создаваемое компрессором в начале трубопровода $p_1 = 15$ *ата*, и давление в конце трубопровода, необходимое для работы пневматических машин $p_2 = 8$ *ата*.

Расход воздуха находим по формуле (6.45):

$$G = F \sqrt{\frac{(p_1^2 - p_2^2)\, \gamma_1 d g}{p_1 \lambda L}}.$$

Для этого предварительно определяем удельный вес воздуха γ_1 при давлении p_1. Из уравнения состояния (1.2)

$$\frac{p_1}{\gamma_1} = RT$$

имеем:

$$\gamma_1 = \frac{p_1}{RT},$$

где для воздуха (см. таблицу 3) $R = 29{,}27$, $T = 273 + t\ °\text{Ц} = 273 + 20 = 293$.

Таким образом, получаем:

$$\gamma_1 = \frac{15 \cdot 10\,000}{29{,}27 \cdot 293} \cong 18{,}75 \text{ кГ/м}^3.$$

Далее, предполагая, что в трубопроводе имеет место турбулентный режим в квадратичной области, по формуле (6.46) находим коэффициент гидравлического сопротивления

$$\lambda = \frac{0{,}0555}{d^{0,4}} = \frac{0{,}0555}{15^{0,4}} = 0{,}0188.$$

Определяем также площадь сечения трубопровода

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14}{4} \cdot 0{,}15^2 = 0{,}0176 \text{ м}^2.$$

Подставляя полученные значения в формулу для расхода, имеем:

$$G = 0{,}0176 \sqrt{\frac{(150\,000^2 - 80\,000^2) \cdot 18{,}75 \cdot 0{,}15 \cdot 9{,}81}{150\,000 \cdot 0{,}0188 \cdot 1000}} = 7{,}01 \text{ кГ/сек},$$

что соответствует объёмному расходу (при атмосферном давлении)

$$Q = \frac{G}{\gamma} = \frac{7{,}01}{1{,}293} = 5{,}42 \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Задача 7.8

В самолетной гидравлической системе отключение потребителя производится электромагнитным краном. Кран полностью перекрывает трубопровод за время $t_{закр} = 0{,}02$ *сек*.

Определить повышение давления перед краном в момент отключения потребителя при следующих данных (рис. 133).

Длина трубопровода от крана до гидроаккумулятора, где гасится ударное давление, $l = 4$ *м*, диаметр трубопровода 12 *мм*, толщина его стенки $\delta = 1$ *мм*, материал — сталь ($E = 2{,}2 \cdot 10^6$ *кГ/см²*); объемный модуль упругости жидкости АМГ-10 $K = 13\,300$ *кГ/см²*, ее плотность $\varrho = 90$ *кГсек²/м⁴*; скорость потока в трубе $v_0 = 4{,}5$ *м/сек*.

Решение. Определяем скорость распространения ударной волны по трубопроводу, заполненному жидкостью АМГ-10:

$$\frac{1}{a} = \sqrt{\frac{\varrho}{K} + \frac{2R\varrho}{\delta E}} = \sqrt{\frac{90}{13300 \cdot 10^4} + \frac{2 \cdot 0{,}006 \cdot 90}{0{,}001 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{10}}} = \frac{1}{1170} \text{ сек/м},$$

или

$$a = 1170 \text{ м/сек}.$$

Полное ударное давление при мгновенном закрытии крана составило бы

$$\Delta p_{уд} = \varrho v_0 a = 90 \cdot 4{,}5 \cdot 1170 = 473\,000 \text{ кГ/м}^2 = 47{,}3 \text{ кГ/см}^2.$$

Однако здесь имеет место непрямой гидравлический удар, так как время двойного пробега ударной волны равно

$$t_0 = \frac{2l}{a} = \frac{2 \cdot 4}{1170} = 0{,}0068 \textit{ сек},$$

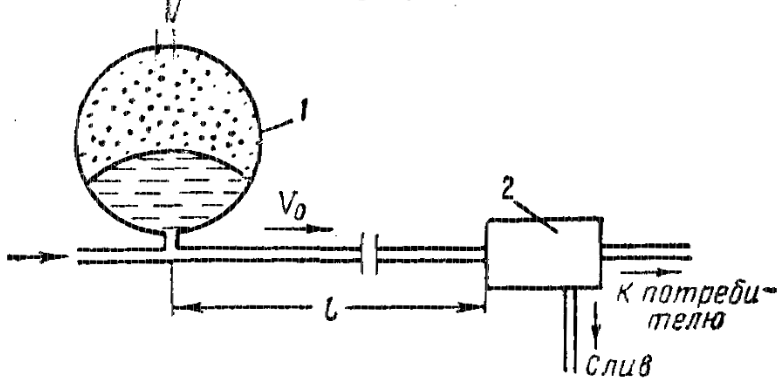


Рис. 133. К примеру:

1—гидроаккумулятор; *2*—электромагнитный кран

т. е. меньше времени полного закрытия крана $t_{закр}$. Таким образом, повышение давления перед краном составит лишь

$$\Delta p'_{уд} = \Delta p_{уд} \frac{t_0}{t_{закр}} = 47{,}3 \frac{0{,}0068}{0{,}02} = 16{,}2 \; кГ/см^2.$$

8. НАСОСЫ И НАСОСНЫЕ УСТАНОВКИ

Задача 8.1

Определить потребный напор на выходе из самолетного насоса подкачки, который необходим для подачи топлива Т-1 в количестве $G=1200$ *кГ/час* от расходного бака к топливному насосу на двигателе, если длина трубопровода из дуралюминия $l=5$ *м*, его диаметр $d=15$ *мм*, потребное давление на входе в топливный насос $p_2=1{,}3$ *кГ/см*^{2}, коэффициент вязкости керосина $\nu=0{,}045$ *см*^{2}*/сек*, его удельный вес $\gamma_к=820$ *кГ/м*^{3}. Местные сопротивления, установленные в трубопроводе, показаны на рис. 147. Высотой столба жидкости в баке пренебречь.

Решение. 1. Скорость течения в трубопроводе

$$v=\frac{4G}{3600\,\pi d^2\,\gamma_к}=\frac{4\cdot 1200\cdot 10^3}{3600\cdot 3{,}14\cdot 1{,}5^2\cdot 0{,}82}=240\ см/сек.$$

2. Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}=\frac{vd}{\nu}-\frac{240\cdot 1{,}5}{0{,}045}=8000.$$

3. Коэффициент сопротивления трения $\lambda_т$ определяем по формуле Конакова: $\lambda_т=0{,}0328$.

4. Значения коэффициентов сопротивления фильтра, перекрывного крана, датчика расходомера, стандартных угольников (колен) берем из табл. 2 (гл. IX):

$$\zeta_ф=2;\quad \zeta_{кр}=1{,}5;\quad \zeta_р=7;\quad \zeta_{уг}=1{,}2.$$

5. Величину потери давления в трубопроводе от насоса подкачки до топливного насоса подсчитываем по формуле

$$\sum p_{тр}=\gamma_к\left(\lambda_т\frac{l}{d}+3\zeta_{уг}+\zeta_р+\zeta_{кр}+\zeta_ф\right)\frac{v^2}{2g}=$$

$$=820\left(0{,}0328\frac{500}{1{,}5}+3\cdot 1{,}2+7+1{,}5+2\right)\frac{2{,}4^2}{2\cdot 9{,}81}=$$

$$=6000\ кГ/м^2=0{,}6\ кГ/см^2=58\,800\ н/м^2.$$

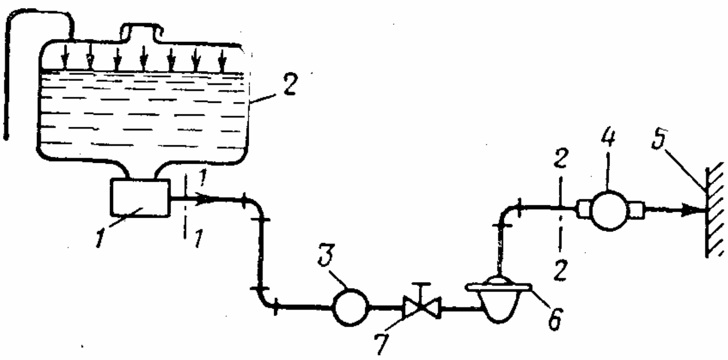


Рис. 147. К примеру 1:

1—насос подкачки; *2*—расходный бак; *3*—датчик расходомера; *4*—основной топливный насос; *5*—двигатель; *6*—фильтр; *7* — перекрывной кран

6. Отсюда потребное давление на выходе из насоса подкачки равно

$$p_1=p_2+\sum p_{тр}=1{,}3+0{,}6=1{,}9\ кГ/см^2=186\,400\ н/м^2.$$

Задача 8.2

К расходному баку самолета (рис. 148) топливо Т-1 подается из двух подвесных баков за счет избыточного давления в этих баках по сравнению с расходным баком $\Delta p = p_б - p_{р.б} = 0{,}2$ *кГ/см²*.

Определить диаметр трубопроводов d, имея в виду, что опорожнение подвесных баков должно закончиться одновременно при общем расходе топлива $G = 1500$ *кГ/час*. Объем каждого подвесного бака $W = 450$ *л*. Трубопроводы длиной $l = 7$ *м* смонтированы из дуралюминиевых труб. Коэффициент вязкости керосина $\nu = 0{,}045$ *см²/сек*, $\gamma_к = 830$ *кГ/м³*. Высотой столба жидкости в баках пренебречь.

Решение 1. Находим время работы двигателя до полной выработки керосина из подвесных баков

$$t = \frac{2W\gamma_к}{G} = \frac{2\cdot 450{,}0{,}83}{1500} = 0{,}5 \text{ час.}$$

2. Расход топлива из каждого бака определяем из выражения

$$Q = \frac{W}{t} = \frac{450}{0{,}5} = 900 \text{ л/час} = 0{,}25 \text{ л/сек.}$$

3. Задаемся рядом значений диаметров $d = 12$; 14; 16 и 18 *мм*.

4. Значения коэффициентов сопротивления на входе в трубопровод $\zeta_{вх}$, обратного клапана $\zeta_{о.к}$, колена $\zeta_{кол}$, тройника $\zeta_{тр}$, на выходе из трубопровода $\zeta_{вых}$ берем из табл. 2. Коэффициент $\lambda_т$ подсчитываем по формуле Конакова для каждого d, предварительно определив число Re.

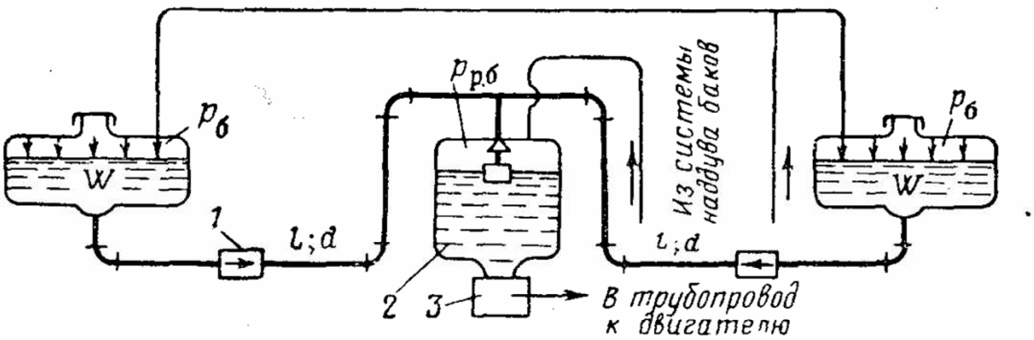


Рис. 148. К примеру 2:

1—обратный клапан; *2*—расходный бак; *3*—насос подкачки

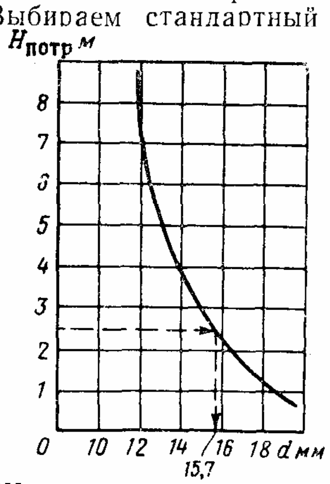
5. Определяем величину потребного напора $H_{потр}$ для каждого d по формуле

$$H_{потр} = \left(\zeta_{вх} + \zeta_{о.к} + 3\zeta_{кол} + \zeta_{тр} + \zeta_{вых} + \lambda_т \frac{l}{d}\right) \frac{16Q^2}{2g\pi^2 d^4}$$

и строим график $H_{потр} = f(d)$ (рис. 149).

7. По располагаемому напору, найденному делением Δp на $\gamma_к$, с помощью графика находим потребный диаметр, который оказывается равным $d = 15{,}7$ *мм*.

Выбираем стандартный диаметр трубопроводов $d = 16$ *мм*, который обеспечит нужный расход при одновременной выработке топлива из баков.



Если бы длины трубопроводов были разными, то и диаметры их при заданном условии получились бы различными, причем для каждого трубопровода пришлось бы строить свою кривую $H_{потр} = f(d)$.

Задача 8.3

При централизованной заправке самолета топливом под давлением заполнение всех баков должно производиться и заканчиваться одновременно.

Принципиальная схема централизованной заправки показана на рис. 150.

Пусть все баки объемами W_1, $W_2'=W_2''$ и W_3 расположены в одной горизонтальной плоскости, находящейся выше насоса топливозаправщика на величину $h_б$. Превышение магистрального трубопровода $A-B$ над уровнем насоса равно h_A. Характеристика насоса топливозаправщика, длина $l_ш$ и диаметр $d_ш$ раздаточного шланга, а также длины всех трубопроводов и объемы баков заданы.

Пренебрегая высотами столбов жидкости в баках и избыточными давлениями в них, решить следующие встречающиеся в практике задачи:

I. Определить продолжительность заправки t, если заданы диаметры трубопроводов.

II. Найти необходимые диаметры трубопроводов: $d_м$, d_1, d_2 и d_3 из условия одновременной заправки всех баков за время t.

I. Задача решается графоаналитическим методом.

1. Строим характеристику раздаточного шланга от насоса до точки A — начала магистрального трубопровода с учетом высоты h_A.

2. Строим характеристику магистрального трубопровода (от точки A до точки B).

3. Складываем обе характеристики по правилу сложения характеристик последовательно соединенных трубопроводов (рис. 151).

4. Строим характеристики трубопроводов от точки разветвления B до соответствующих баков с учетом высоты $h_б-h_A$.

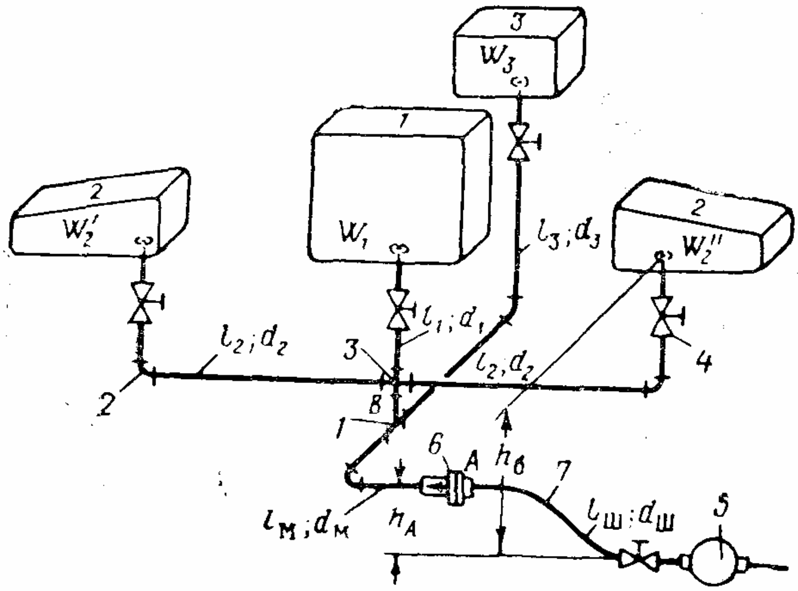


Рис. 150.

1—тройник; 2—колено; 3—крестовина; 4—кран; 5—насос топливозаправщика; 6—обратный клапан; 7—шланг

5. Складываем характеристики трубопроводов к бакам по правилу сложения характеристик параллельно соединенных трубопроводов.

6. Прибавив к полученной суммарной характеристике четырех параллельных трубопроводов характеристику трубопровода от насоса до точки B, получим характеристику всего сложного трубопровода с учетом высоты $h_б$, т. е. кривую потребного напора.

7. Точка пересечения полученной кривой с характеристикой насоса топливозаправщика позволяет определить напор, развиваемый насосом $H_{нас}$ и его подачу $Q_н$.

8. Расходы, подаваемые в каждый бак, определяются, как показано на рис. 151.

9. Время заправки t будет равно (при одновременном окончании заправки),

$$t = \frac{\sum W}{Q_н} = \frac{W_1}{Q_1} = \frac{W_2' + W_2''}{Q_2} = \frac{W_3}{Q_3}.$$

II. Задача решается графоаналитическим методом.

1. Определяем подачу насоса топливозаправщика $Q_н$ из условия заправки всех баков за время t делением суммарного объема баков на t.

2. На характеристике насоса по расходу $Q_н$ находим рабочую точку, т. е. напор, развиваемый насосом $H_{нас}$. В результате расчета диаметры трубопрово-

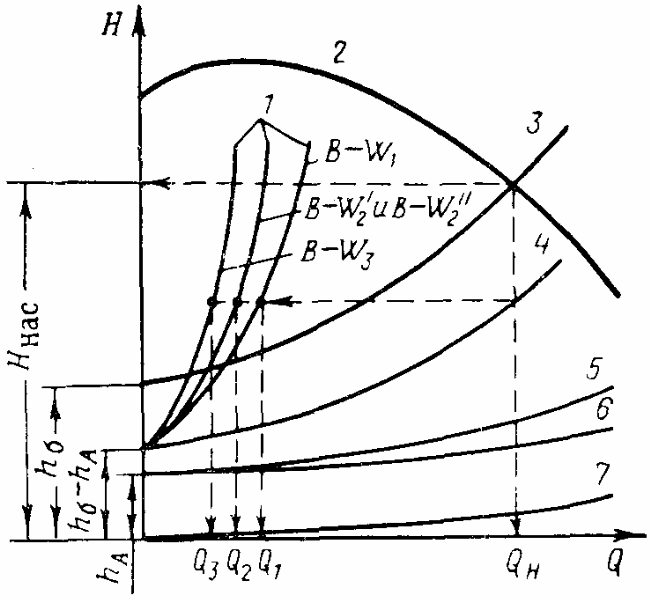


Рис. 151.

1—характеристики трубопроводов к бакам; 2—характеристика насоса; 3—характеристика всего трубопровода; 4—суммарная характеристика трубопроводов к бакам; 5—суммарная характеристика шланга и магистрали $A—B$; 6—хаарктеристика шланга; 7—характеристика магистрали $A—B$

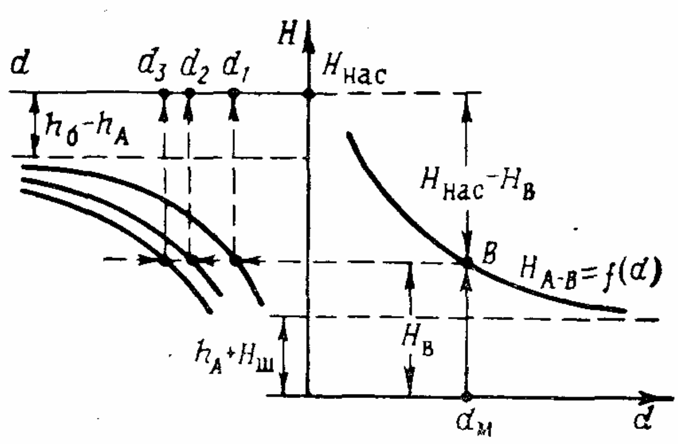


Рис. 152.

дов должны быть подобраны так, что при напоре $H_{нас}$ через трубопроводы будет обеспечен пропуск расхода $Q_н$.

3. Расходы в трубопроводах к соответствующим бакам можно найти делением объема каждого бака на время t.

4. Определяем величину потери напора в раздаточном шланге топливозаправщика $H_ш$ с учетом потери в обратном клапане заправочного штуцера.

5. Для магистрального трубопровода (между точками A и B) строим зависимость потерь напора от диаметра трубопровода $H_{A-B}=f(d)$. Для этого задаемся рядом значений диаметра и для каждого d определяем: число Re, коэффициент $\lambda_т$ и потери напора H_{A-B} с учетом разности нивелирных высот магистрального трубопровода и насоса топливозаправщика h_A, а также потери в раздаточном шланге $H_ш$.

6. Строим зависимости потерь напора от диаметра для каждого трубопровода к бакам.

Построение указанных зависимостей производим так же, как и графика $H_{A-B}=f(d)$, но в координатных осях, имеющих свое начало в точке $H_{нас}$ при положительном направлении оси диаметров влево, а оси напоров — вниз (рис. 152). К потерям напора добавляем высоту $h_б—h_A$.

Такое несколько необычное расположение координатных осей и кривых $H_i=\varphi(d_i)$ для трубопроводов к бакам упрощает нахождение искомых диаметров.

Задаемся диаметром магистрального трубопровода $d_м$ и, используя построенные графики, находим диаметры d_1, d_2, d_3, как показано стрелками на рис. 152.

Определение диаметров можно выполнить по графику в нескольких вариантах и выбрать из них наиболее рациональный.

Точка B на кривой $H_{A-B}=f(d)$ показывает, какой напор (H_B) теряется по пути от насоса до места разветвления трубопроводов. Оставшаяся часть напора ($H_{нас}—H_B$) используется на преодоление сопротивлений при движении топлива в трубопроводах к бакам и высоты $h_б—h_A$.

Изложенная методика применима также в том случае, когда ответвления от магистрали к бакам расположены не в одной точке B, а в разных; при этом вместо одной кривой $H_{A-B}=f(d)$ придется построить три кривых.

Задача 8.4

Для проверки высотности самолетной маслосистемы определить абсолютное давление на входе в насос в *мм рт. ст.* при горизонтальном полете на высоте 16 000 *м* ($p_A/\gamma_{рт}=77{,}1$ *мм рт. ст.*). Длина всасывающего маслопровода $l=2$ *м*, $d=18$ *мм*, превышение уровня масла в баке над насосом $z=0{,}7$ *м*, давление в маслобаке равно атмосферному (рис. 52). Потребная прокачка масла, найденная из условия необходимого теплоотвода в масло на максимальном режиме двигателя, составляет $Q=16$ *л/мин*, вязкость масла МК-8 $\nu=0{,}11$ *см²/сек*, $\gamma_м=900$ *кГ/м³*, потери напора в местных сопротивлениях не учитывать.

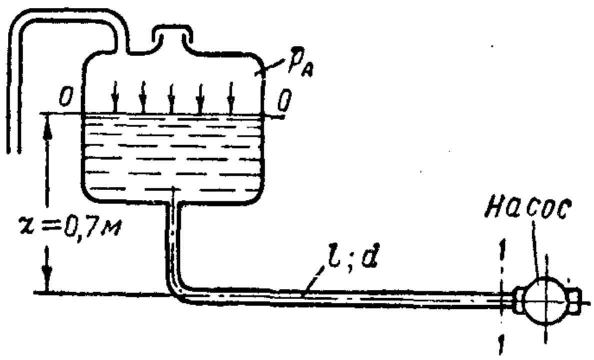


Рис. 52. Схема маслопровода

Решение. 1. Скорость масла в трубопроводе

$$v=\frac{4Q}{\pi d^2}=\frac{4\cdot16\cdot10^3}{\pi\cdot1{,}8^2\cdot60}=105\ см/сек.$$

2. Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}=\frac{vd}{\nu}=\frac{105\cdot1{,}8}{0{,}11}=1720.$$

3. Потеря напора на трение во всасывающем трубопроводе

$$h_{тр}=\lambda_л\frac{l}{d}\cdot\frac{v^2}{2g}=\frac{64}{1720}\cdot\frac{200}{1{,}8}\cdot\frac{105^2}{2\cdot981}=23{,}2\ см.$$

4. Давление на входе в насос найдем из уравнения Бернулли для сечений *0—0* и *1—1*:

$$z+\frac{p_A}{\gamma_м}=\frac{p_1}{\gamma_м}+\alpha\frac{v^2}{2g}+h_{тр},$$

откуда

$$\frac{p_1}{\gamma_м}=z+\frac{p_A}{\gamma_м}-\alpha\frac{v^2}{2g}-h_{тр}=70+7{,}71\frac{13{,}6}{0{,}9}-\frac{2\cdot105^2}{2\cdot981}-23{,}2=152\ см$$

или

$$h_{рт}=152\frac{0{,}9}{13{,}6}=10\ см=100\ мм\ рт.\ ст.$$

Задача 8.5

Определить мощность насоса, перекачивающего воду $Q = 100$ л/с, если показания манометра и вакуумметра равны соответственно $p_м = 2{,}45\cdot10^5$ Па; $p_{вс} = 0{,}49\cdot10^5$ Па. Принимаем, что $v_{вс} = v_н$ и $\eta = 0{,}9$.

Решение. Определяем напор насоса по формуле (68):

$$H=\frac{p_н-p_{вс}}{\rho g}=\frac{(2{,}45+0{,}49)\,10^5}{10^3\cdot9{,}8}\approx30\ м.$$

Полезную мощность насоса определяем по формуле

$$N_н=\rho gQH=1000\cdot9{,}8\cdot0{,}1\cdot30\approx3\cdot10^4\ Вт=30\ кВт.$$

Мощность двигателя определяем по формуле (64):

$$N_{дв}=N_п/\eta=30/0{,}9=33{,}33\ кВт.$$

Задача 8.6

Определить высоту всасывания поршневого насоса, перекачивающего воду с $t = 20°$ С, если число оборотов кривошипа $n = 60$ об/мин, площадь поршня $F = 1$ дм², площадь всасывающей трубы $F_{вс} = 0{,}5$ дм², а ее длина $L_{вс} = 5$ м. Радиус кривошипа $R = 10$ см.

Решение. Определяем

$$\omega=\frac{\pi n}{30}=\frac{3{,}14\cdot60}{30}=6{,}28.$$

По зависимости, приведенной на стр. 46, находим, что давление водяных паров $p_п$ при температуре воды $t = 20°$ С составит 0,24 м вод. ст.

По уравнению (69) определяем

$$H_{вс}=\frac{p_{ат}-p_п}{\rho g}-\omega^2R\frac{L_{вс}}{g}\frac{F}{F_{вс}}=\frac{9{,}8\,(10^4-0{,}24\cdot10^4)}{9{,}8\cdot10^3}-$$

$$-6{,}28^2\cdot0{,}1\frac{5}{9{,}8}\frac{1}{0{,}5}=7{,}6-40\cdot0{,}1\cdot1{,}02=7{,}6-4{,}2=3{,}4\ м.$$

Задача 8.7

Определить мощность двигателя к насосу $Q = 0{,}15$ м³/с, если геометрическая высота всасывания $H_{вс} = 3$ м, потери напора на всасывании $h_{w_{вс}} = 0{,}9$ м, на нагнетании $h_{w_{наг}} = 7{,}2$ м, полный КПД насоса 0,83, высота подъема воды 65 м.

Р е ш е н и е. Определяем полный напор насоса

$$H = 3 + 0{,}9 + 7{,}2 + 65 = 76{,}1 \text{ м.}$$

Мощность на валу насоса

$$N = \frac{\rho g Q H}{1000\eta} = \frac{1000 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}15 \cdot 76{,}1}{1000 \cdot 0{,}83} = 135 \text{ кВт.}$$

Мощность электродвигателя с учетом пускового момента

$$N_{дв} = kN = 142 \text{ кВт.}$$

Задача 8.8

Рассчитать насосную установку (рис. 5.16) для обеспечения водой растворного узла ($Q_4 = 7$ л/с) и поселка строителей ($Q_3 = 3$ л/с), показанных на схеме емкостями для аккумуляции воды I и II. По трассе напорной линии должен быть подан расход $Q_1 = 3$ л/с промежуточным потребителям в точке A и $Q_2 = 2$ л/с в точке B.

По данным изысканий дана компоновка системы: длина всасывающей линии $l = 20$ м, длина нагнетательной магистрали $l_1 = 150$ м;

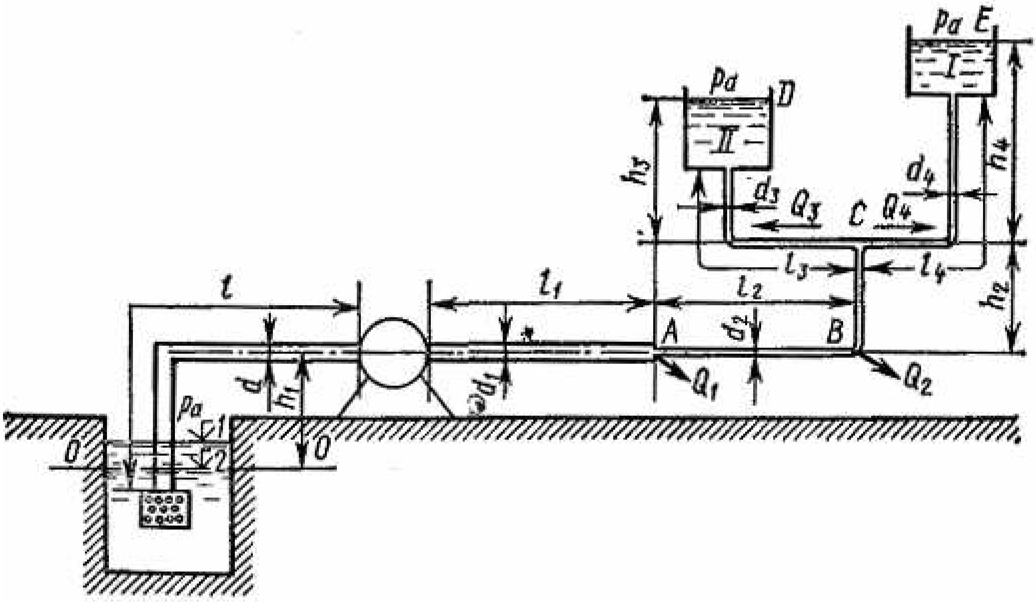


Рис. 5.16

$l_2=50$ м, длина ответвлений $l_3=50$ м; $l_4=75$ м; высоты характерных точек $h_2=2$ м (точка C); $h_3=5$ м (точка D); $h_4=8$ м (точка E). Система собирается из стальных труб ($n=0{,}0125$; $\lambda=0{,}0421$) с диаметрами отдельных участков: $d=d_1=100$ мм; $d_2=d_3=d_4=75$ мм. Всасывающая линия в водозаборном колодце снабжена всасывающей коробкой с обратным клапаном; коэффициент полезного действия насоса равен 0,8; допускаемая вакуумметрическая высота насоса $h_{вак}=7$ м; в водозаборном колодце возможны колебания уровня в пределах $\nabla_1-\nabla_2=4$ м.

Определить высоту положения насоса h_1, его напор H и мощность N (в расчетах принять квадратичный закон сопротивления).

Решение. 1. Расчет всасывающей линии заключается в определении высоты положения насоса под уровнем воды в водозаборном колодце. В условиях ограниченной вакуумметрической высоты на входе в насос и большого диапазона колебания уровня источника водоснабжения высота положения насоса является одной из важнейших характеристик обеспечения нормальной работы насосной установки.

Задачу решаем с помощью уравнения Бернулли, записанного для сечений по поверхности воды в водозаборном колодце при отметке ∇_{I} (по этой отметке проходит и плоскость сравнения $O—O$) и перед входом в насос, предварительно установив общий расход насосной установки как сумму расходов потребителей:

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3+Q_4=3+2+3+7=15 \text{ л/с}.$$

Отсюда

$$0=h_{\text{I}}-h_{вак}-\alpha v^2/(2g)+h_f;$$
$$h_1=h_{вак}-\alpha v^2-h_l-h_{вс}-h_{пов};$$
$$h_{\text{I}}=h_{вак}-v^2(\alpha+\zeta_l+\zeta_{вс}+\zeta_{пов})/(2g).$$

В решении скорость в водозаборном колодце принята равной нулю; путевые и местные потери энергии на всасывающей линии сопоставимы ($\zeta_l=8{,}42$ и $\zeta_{вс}+\zeta_{пов}=7{,}15$); коэффициент сопротивления по длине всасывающей линии $\zeta_l=\lambda l/d=0{,}0421\cdot 20/0{,}1=8{,}42$; коэффициент сопротивления всасывающей коробки и поворота $\zeta_{вс}=7$ и $\zeta_{пов}=$ $=0{,}15$ при $d=100$ мм; скорость в трубе $v=4Q/(\pi d^2)=4\cdot 0{,}015/(3{,}14\times$ $\times 0{,}1^2)=1{,}91$ м/с; коэффициент Кориолиса $\alpha=1{,}1$:

$$h_{\text{I}}=7-1{,}91^2(1{,}1+8{,}42+7{,}0+0{,}15)/(2\cdot 9{,}81)=5{,}14 \text{ м}.$$

Из приведенного расчета вытекает, что насос должен быть установлен не выше чем на 1,14 м над отметкой ∇_{I}. Иначе развиваемый насосом вакуум не обеспечит его работу при понижении уровня на 4 м до отметки ∇_2 в водозаборном колодце.

2. Расчет нагнетательной линии заключается в проверке распределения расходов по ответвлениям и необходимого напора $H_{вых}$ на выходе из насоса для обеспечения нормального функционирования нагнетательной линии.

Распределение расходов в ответвлениях требует проверки, так как характеристики этих линий назначены из соображений необходимой компоновки и требований потребителей, но они пока не обоснованы законами гидравлики.

Решение этой задачи тоже базируется на использовании уравнений неразрывности и Бернулли. Последнее составляется для двух пар сечений при плоскости сравнения $O—O$; общего сечения у узла C, с гидродинамическим напором здесь H_{0C}, и сечений по свободной поверхности воды в резервуарах I и II:

$$H_{0C}=h_2+h_3+h_{l3}=h_2+h_4+h_{l4},$$

где потери энергии по длине l_3 и l_4 упрощенно приняты без учета местных сопротивлений, так как нагнетательные линии обычно относятся к трубопроводам.

Из полученного уравнения и с помощью уравнения неразрывности составляем пару уравнений, достаточных для определения расходов Q_3 и Q_4:

$$Q_3 + Q_4 = Q - Q_1 - Q_2;$$
$$h_3 + h_{l3} = h_4 + h_{l4}.$$

В последнем уравнении потери по длине выразим по формуле (4.19), найдя предварительно по справочникам расходные характеристики для разветвлений и других линий: $K_2 = K_3 = K_4 = 24{,}94$ л/с (при $d_2 = d_3 = d_4 = 75$ мм и $n = 0{,}0125$); $K_1 = 53{,}72$ л/с (при: $d_1 = 100$ мм и $n = 0{,}0125$). Тогда получаем

$$h_3 + \left(\frac{Q_3}{K_3}\right)^2 l_3 = h_4 + \left(\frac{Q_4}{K_4}\right)^2 l_4,$$

откуда

$$Q_3 + Q_4 = 10 \text{ л/с},$$
$$5 + \left(\frac{Q_3}{24{,}94}\right)^2 \cdot 50 = 8 + \left(\frac{Q_4}{24{,}94}\right)^2 \cdot 75.$$

Решая эту систему уравнений, находим $Q_3 = 2{,}95$ л/с и $Q_4 = 7{,}05$ л/с.

Эти значения мало отличаются от заданных (3 л/с и 7 л/с), поэтому запроектированная система может быть реализована, а доведение расходов до назначенных потребителями легко получить с помощью запорно-регулирующей арматуры — кранов, вентилей и т. д. Значительное отклонение расходов от назначенных в условии говорит о необходимости изменения сопротивлений линий, например, изменением диаметра разветвлений.

Напор на выходе из насоса можно определить из уравнения Бернулли, записанного для сечений у насоса и свободной поверхности в одном из резервуаров, например в I, рассматривая соответствующую линию как простой трубопровод:

$$H_{\text{вых}} = h_2 + h_3 + 1{,}1\Sigma h_l = h_2 + h_3 + 1{,}1\,(h_{l1} + h_{l2} + h_{l3}) = h_2 + h_3 +$$
$$+ 1{,}1\left[\left(\frac{Q}{K_1}\right)^2 l_1 + \left(\frac{Q - Q_1}{K_2}\right)^2 l_2 + \left(\frac{Q_3}{K_3}\right)^2 l_3\right] =$$
$$= 2 + 5 + 1{,}10\left[\left(\frac{15}{53{,}72}\right)^2 \cdot 150 + \left(\frac{12}{24{,}94}\right)^2 \cdot 50 + \left(\frac{3}{24{,}94}\right)^2 \cdot 50\right] =$$
$$= 2 + 5 + 1{,}1\,(11{,}7 + 11{,}6 + 0{,}72) = 33{,}4 \text{ м}.$$

В последнем расчете введение коэффициента 1,1 показывает, что местные потери энергии составляют 10% от путевых потерь на трение (потери на трение по длине $h_2 = 2$ м не учтены).

3. Определим характеристики насоса. Его напор H находят как разность гидродинамических напоров на выходе и входе. В условиях равенства скоростных напоров до и за насосом в рассчитываемой системе

$$H = H_{\text{вых}} + h_{\text{вак}} - \alpha v^2/(2g) = 33{,}4 + 7 - 0{,}2 \approx 40 \text{ м}.$$

Мощность насоса в киловаттах с учетом всех видов потерь энергии в нем коэффициентом полезного действия 0,8 определяется по формуле

$$N = \frac{\gamma Q H}{102 \cdot 0{,}8} = \frac{1000 \cdot 0{,}015 \cdot 40}{102 \cdot 0{,}8} = 7{,}35 \text{ кВт}.$$

На основе известных характеристик Q, H и N по каталогу выбирают соответствующую марку насоса.

Задача 9.1

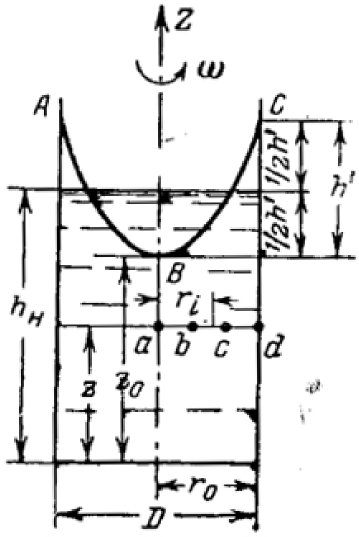


Рис. 1-22.

Глубина воды в цилиндрическом сосуде диаметром $D=60$ *см* равна $h_н=80$ *см*. Определить полное гидростатическое давление при вращении сосуда ($n=90$ *об/мин*) для точек a, b, c и d, отстоящих на расстоянии $z=40$ *см* от дна сосуда (рис. 1-22) и расположенных на окружности с радиусом соответственно $r_1=0$, $r_2=10$ *см*, $r_3=20$ *см* и $r_4=r_0=30$ *см*.

Решение. Определяем угловую скорость

$$\omega=\frac{2\pi n}{60}=\frac{2\cdot 3,14\cdot 90}{60}=3,14\cdot 3=9,42 \ 1/сек.$$

Затем определяем по формуле (1-4) наибольшую разницу уровней между наинизшей точкой свободной поверхности в центре и наивысшей у боковой стенки

$$h'=\frac{\omega^2 r_0^2}{2g}=\frac{9,42^2\cdot 30^2}{1\,962}=\frac{88,74\cdot 900}{1\,962}=40,5 \ см.$$

Докажем, что наибольшее понижение свободной поверхности на оси вращения по сравнению с первоначальным уровнем воды в сосуде равно $h_{пон}=\frac{1}{2}h'$.

Из равенства объемов следует:

объем жидкости $\pi r_0^2 h_{пон}=\pi r_0^2 h'$ — объем параболоида V_{ABC}. Так как объем параболоида $V_{ABC}=\frac{1}{2}\pi r_0^2 h'$, то $\pi r_0^2 h_{пон}=\pi r_0^2 h'-\frac{1}{2}\pi r_0^2 h'$,

откуда $h_{пон}=\frac{1}{2}h'=\frac{40,5}{2}=20,25$ *см*. Наибольшее повышение уровня у боковых стенок над первоначальным уровнем воды в сосуде равно $h_{пов}=h'-\frac{1}{2}h'=\frac{1}{2}h'=20,25$ *см*. Наиболее пониженная точка свободной поверхности B находится от дна на расстоянии $z_0=h_н-\frac{1}{2}h'=80-20,25=59,75$ *см*.

Полное гидростатическое давление найдем по формуле (1-5).

В точке a при $r=0$

$$p'_{r=0}=p_{ат}+\gamma(z_0-z)+\gamma h'_{r=0}=9,81\cdot 10^4+9\,810(0,5975-0,40)+0=$$
$$=10,01\cdot 10^4 \ н/м^2=1,02 \ кГ/см^2.$$

В точке b ($r_2 = 10$ $см$)

$$h'_{10} = \frac{88,74}{1962} \cdot 100 = 4,5 \text{ см};$$

$$p'_{10} = 9,81 \cdot 10^4 + 9\,810\,(0,5975 - 0,40) + 9\,810 \cdot 0,045 = 9,81 \cdot 10^4 + 9\,810 \cdot 0,1975 + 9\,810 \cdot 0,045 = 10,04 \cdot 10^4 \text{ н/м}^2 = 1,024 \text{ кГ/см}^2.$$

В точке c ($r_3 = 20$ $см$)

$$h'_{20} = \frac{88,74}{1962} \cdot 400 = 18 \text{ см}; \quad p'_{20} = 9,81 \cdot 10^4 + 9\,810 \cdot 0,1975 + 9\,810 \cdot 0,18 = 10,18 \cdot 10^4 \text{ н/м}^2 = 1,038 \text{ кГ/см}^2.$$

В точке d ($r_4 = r_0 = 30$ $см$).

$$h'_{30} = \frac{88,74}{1962} \cdot 900 = 40,5 \text{ см}; \quad p'_{30} = 9,81 \cdot 10^4 + 9\,810 \cdot 0,1975 + 9\,810 \cdot 0,405 = 10,4 \cdot 10^4 \text{ н/м}^2 = 1,06 \text{ кГ/см}^2.$$

Задача 9.2

Построить поверхности равного давления (рис. 1-23; $p' = p_{ат} = 98\,100$ $н/м^2 = 1$ $кГ/см^2$, $p' = 100\,062$ $н/м^2 = 1,02$ $кГ/см^2$, $p' = 102\,024$ $н/м^2 = 1,04$ $кГ/см^2$, $p' = 103\,986$ $н/м^2 = 1,06$ $кГ/см^2$ в вертикальной плоскости, проведенной по диаметру цилиндрического сосуда, который наполнен водой и вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 8,1$ $1/сек$. Вычислить координаты этих поверхностей для вертикалей, проведенных через точки, расположенные на окружности радиуса соответственно $r_1 = 10$ $см$, $r_2 = 20$ $см$ и $r_3 = 30$ $см$.

Известно, что при вращении наинизшая точка свободной поверхности расположена на расстоянии $z_0 = 0,6$ $м$. Диаметр сосуда $d = 0,6$ $м$. Сосуд сверху открыт.

Проверить величину давления в точке A ($r_2 = 20$ $см$, $z = z_A = 53,36$ $см$).

Решение. Уравнение поверхностей равного давления

$$\frac{1}{2}\omega^2 (x^2 + y^2) - gz = C$$

или

$$\frac{1}{2}\omega^2 r^2 - gz = C, \tag{1}$$

где $x^2 + y^2 = r^2$.

Для нахождения произвольной постоянной C нужно придать ей различные значения в зависимости от того, какую поверхность равного давления мы строим.

Например:

а) Для поверхности равного давления $p' = p_{ат}$ (свободная поверхность).

Для нахождения $C = C_0$ учитываем, что в наинизшей точке свободной поверхности при $z = z_0$ $r = 0$. Тогда, подставляя эти значения в уравнение (1), получаем: $C = C_0 = -gz_0$.

Уравнение свободной поверхности примет вид:

$$\frac{1}{2}\omega^2r^2-gz=-gz_0,$$

тогда

$$z=z_0+\frac{\omega^2r^2}{2g}. \qquad (2)$$

Задаваясь различными значениями r ($r_i=10$, 20, 30 *см*), по уравнению (2) найдем z. Значения z откладываем от дна и получаем свободную поверхность жидкости при вращении с постоянной угловой скоростью $\omega=8{,}1$ 1/*сек*.

б) Для поверхности равного давления $p'=100\,062$ *н/м²* (1,02 *кГ/см²*).

Так как $p'=p_{ат}+\gamma h$, где h — глубина погружения, то для любой точки, расположенной на этой поверхности, можно записать: $p'=$ $=100\,062=9{,}81\cdot10^4+9\,810h$, откуда $h=1\,962/9\,810=0{,}20$ *м*. Тогда координата z для наинизшей точки поверхности равного давления $p'=100\,062$ *н/м²* будет равна $z=z_0-h=0{,}60-0{,}20=0{,}40$ *м*. Для нахождения $C=C_1$ имеем, что при $z=0{,}40$ *м* $r=0$. Тогда из уравнения (1) имеем $C_1=-0{,}40g$. Уравнение поверхности равного давления

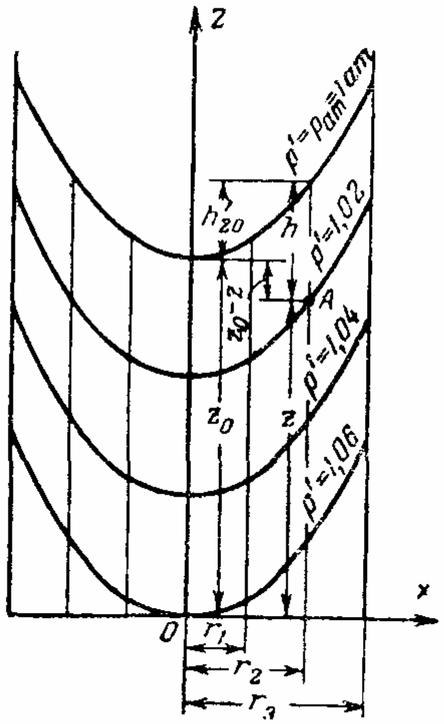


Рис. 1-23.

$p' = 100\,062$ $н/м^2$ при найденном значении C_1 примет вид:

$$\frac{1}{2}\omega^2 r^2 - gz = -0{,}40g \quad \text{или} \quad z = 0{,}40 + \frac{1}{2}\frac{\omega^2 r^2}{g}. \qquad (3)$$

Задаваясь различными значениями r, вычисляем координаты, которые откладываем вверх от дна сосуда (рис. 1-23). Расчет координат для остальных поверхностей равного давления проводится аналогично вышеописанному.

Проверка величины полного давления в точке A производится по уравнению (1-5)

$$p' = p_{ат} + \gamma(z_0 - z) + \gamma h'_{20} = p_{ат} + \gamma h,$$

где $z_0 = 60$ *см*;

z — координата рассматриваемой точки, т. е. $z = z_A = 53{,}36$ *см*,

$$h'_{20} = \frac{\omega^2 r^2}{2g} = \frac{8{,}1^2 \cdot 20^2}{19{,}62} = 13{,}36 \text{ см};$$

h — глубина погружения рассматриваемой точки, т. е.

$$h = 60 - 53{,}36 + 13{,}36 = 20 \text{ см} = 0{,}2 \text{ м}.$$

Искомое давление в точке A будет:

$$p' = 9{,}81 \cdot 10^4 + 9\,810 \cdot 0{,}20 = 100\,062 \text{ н/м}^2 = 1{,}02 \text{ кГ/см}^2,$$

т. е. расчет выполнен правильно.

Ответ. При $p' = p_{ат}$, $z_{10} = 63{,}34$ *см*, $z_{20} = 73{,}36$ *см*, $z_{30} = 90{,}06$ *см*; при $p' = 100\,062$ $н/м^2 = 1{,}02$ $кГ/см^2$, $z_{10} = 43{,}34$ *см*, $z_{20} = 53{,}36$ *см*, $z_{30} = 70{,}06$ *см*; при $p' = 102\,024$ $н/м^2 = 1{,}04$ $кГ/см^2$, $z_{10} = 23{,}34$ *см*, $z_{20} = 33{,}36$ *см*, $z_{30} = 50{,}06$ *см*; при $p' = 103\,986$ $н/м^2 = 1{,}06$ $кГ/см^2$, $z_{10} = 3{,}34$ *см*, $z_{20} = 13{,}36$ *см*, $z_{30} = 30{,}06$ *см*.

Использованная литература

1. Я. М. Вильнер, Я. Т. Ковалев, Б. Б Некрасов. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам. Минск, «Вышэйш. школа», 1976.
2. Б. О. Ботук. Гидравлика. Москва, «Высшая школа», 1962.
3. Н. Н. Кременецкий, Д. В. Штеренлихт, В. М. Алышев, Л.В. Яковлева. Гидравлика. Москва, «Энергия», 1973.
4. А. В. Андреевская, Н. Н. Кременецкий , М. В. Панова. Задачник по гидравлике. Москва, «Энергия», 1970.
5. Е. З. Рабинович. Гидравлика. Москва, «Физматгиз», 1963.
6. Ф. М. Долгачев, В. С. Лейко. Основы гидравлики и гидропривод. Москва, «Стройиздат», 1981.
7. Н. М. Константинов, Н. А. Петров, Л.И. Высоцкий. Гидравлика. Гидрология. Гидрометрия. Часть 1. Москва, «Высшая школа», 1987.
8. Б. Б. Некрасов. Гидравлика и ее применение на летательных аппаратах. Москва, «Машиностроение», 1967.